

Dreidimensionale Darstellung der Kräfte- und Druckverhältnisse am Hüftgelenk

Diplomarbeit
von
Anton Pichler

Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik der
Eberhard-Karls-Universität Tübingen

Oktober 1999

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Überblick	5
2	Grundlagen	9
2.1	Physikalische Größen und ihre Bezeichnung	9
2.2	Funktion des Hüftgelenks	10
2.3	Eigenschaften und Funktionen der Gewebearten	10
2.4	Aufbau und Funktion des Hüftgelenks	12
2.4.1	Der Aufbau	12
2.4.2	Die Kräfteverhältnisse am Hüftgelenk	14
3	Modell	21
3.1	Annahmen, auf denen das Modell basiert	21
3.2	Verwendete Daten	22
3.3	Kräfteverhältnis am Hüftgelenk	27
3.4	Berechnung der Druckverteilung	29
4	Realisierung im Programm	33
4.1	Allgemeines	33
4.2	Berechnung	34
4.2.1	Integration	35
4.2.2	Gaußsche Quadratur	38
4.2.3	Optimierung	39
4.2.4	Downhill Simplex Algorithmus	42

4.3	Grafische Darstellung	44
4.3.1	Die Grafik	44
4.3.2	Anzeigen der Druckverteilung	45
4.3.3	Die Farbskala	47
4.3.4	Die grafischen Objekte	47
5	Anwendungsbeispiele	49
6	Zusammenfassung und Ausblick	81
A	Datenformat der Ein- und Ausgabedateien	85
B	Druckberechnung	87

Kapitel 1

Einleitung und Überblick

Das Ziel dieser Diplomarbeit war die dreidimensionale Darstellung der Druckverteilung auf der Oberfläche des Hüftgelenkkopfes. In diesem Rahmen wurden 2 Programme entwickelt. Das erste führt die Druckberechnung aus, das zweite stellt die Druckverteilung auf dem Bildschirm dar. Es wurde darauf geachtet, den Quelltext des Programms so zu gestalten, daß er leicht und ohne große Änderungen an andere Programme angepaßt werden kann. So könnte er unschwer in ein Programm eingefügt werden, dem ein umfangreicheres menschliches Modell zugrunde liegt, als das hier verwendete, welches sich ausschließlich auf die Hüfte bezieht.

Die Druckverteilung auf der Hüftgelenkkopfoberfläche spielt eine wichtige Rolle für die Funktionsfähigkeit des Hüftgelenks. Liegt die Druckverteilung außerhalb eines bestimmten Bereichs, sind Schäden im Hüftgelenk die Folge, die zu Schmerzen und Einschränkung der Beweglichkeit führen können. Durch operative Maßnahmen kann die Geometrie des Hüftgelenks verändert werden und so die Druckverteilung in den normalen Bereich, oder zumindest zum normalen Bereich hin, verschoben werden.

Für die Abschätzung der präoperativen und postoperativen Druckverteilung stehen dem Arzt üblicherweise ein Röntgenbild, das Wissen um die fundamentalen Zusammenhänge zwischen der Hüftgelenkgeometrie und der Druckverteilung sowie seine eigene Erfahrung zur Verfügung. Die dreidimensionale Darstellung der Druckverteilung veranschaulicht die erwähnten biomechanischen Zusammenhänge und kann dadurch die Erfassung der Situation an der Hüfte erleichtern.

Die Berechnung der Druckverteilung erfolgt nach dem Modell, das von H. Legal, M. Reinecke und H. Ruder in [8] 1978 vorgestellt und in [9] 1980 ergänzt wurde. Es ist das fortschrittlichste in einer Reihe von Modellen, die in den Jahren davor entwickelt wurden. Ein in [7] und [6] vorgestelltes Vorläufermodell, das nur eine Aussage über den Maximaldruck erlaubt, wurde in [1] verwendet, einer Studie über die Langzeitwirkung der

valgarisierenden Femurosteotomie ¹. Zur Illustration der biomechanischen Verhältnisse an der Hüfte, wie sie in solchen Arbeiten betrachtet und diskutiert werden, eignet sich das im Rahmen dieser Arbeit erstellte Programm gut.

Dem verwendeten und allen bisher erwähnten Modellen ist zu eigen, daß sie mit wenigen, ausschließlich geometrischen, zweidimensionalen Daten auskommen, die aus einer Röntgenaufnahme gewonnen werden können. Dementsprechend werden für die Berechnung der Druckverteilung auf den heute üblichen PC kaum ein paar Sekunden benötigt.

Im Gegensatz dazu stehen Modelle und Berechnungen nach der Finite Elemente Methode (FEM). Diese benötigen für ihre Berechnungen dreidimensionale geometrische Daten sowie die mechanischen Eigenschaften des modellierten Gewebes. Zu dem enormen Aufwand für die Erfassung der geometrischen Daten durch dreidimensionale bildgebende diagnostische Verfahren, die außerdem i. a. eine deutlich höhere Belastung für den Patienten darstellen als die für das verwendete Modell erforderliche Röntgenaufnahme, kommt die praktische Unmöglichkeit, die mechanischen Daten des Gewebes eines Patienten zu erfassen. Man verwendet stattdessen anderweitig bestimmte Standardwerte für diese Daten. Der Rechenaufwand bei dieser Methode ist beträchtlich größer als bei den einfachen 2-dimensionalen Modellen. Die FEM wird z. B. bei Untersuchungen im Zusammenhang mit Hüftgelenkprothesen verwendet. Ihren Platz hat die FEM zur Zeit also bei speziellen einzelnen Untersuchungen, nicht als Standardanwendung.

Es wurde versucht, die in den folgenden Kapiteln dargestellte Materie sowohl für Physiker als auch für Mediziner leicht verständlich zu halten. Darum werden nicht alle Kapitel für jede der beiden Gruppen gleichermaßen interessant sein. Im folgenden wird darum eine Übersicht über die Kapitel gegeben.

Im folgenden Kapitel 2 werden die Grundlagen aufgezeigt, auf denen diese Arbeit aufbaut. Nach einer kurzen Übersicht über die verwendeten physikalischen Größen, wird das Hüftgelenk aus biologischer und medizinischer Sicht beschrieben, d. h. wie es aufgebaut ist und welche Funktion die einzelnen Teile haben.

Im Kapitel 3 wird das biomechanische Modell, auf dem die Berechnungen basieren, dargestellt, d. h. der Weg, wie man von den geometrischen Daten zur Druckverteilung kommt. Das ist für das Verständnis und den Umgang mit dem Programm wesentlich. Die kompletten Formeln sind im Anhang B zu finden.

Das Kapitel 4 befaßt sich mit der Implementierung der Druckberechnung und der grafischen Visualisierung. Die für die Berechnung verwendeten mathematischen Algorithmen werden skizziert. Es wird die für die Integration verwendete Methode der Gaußschen Quadratur und der für die Optimierung bzw. Minimumssuche benutzte Downhill Simplex Algorithmus erläutert und wie sie angewendet werden.

¹Chirurgische Veränderung des Oberschenkelhalses, mit dem Ziel, die Steilheit des Oberschenkelhalses zu erhöhen

Im Kapitel 5 wird mittels einiger ausgewählter Patientendatensätze aus [6] die Anwendung des Programms gezeigt. Anhand der Abbildungen werden die dort gemachten Aussagen erläutert.

Eine kurze Zusammenfassung sowie ein Ausblick in die Zukunft wird im letzten Kapitel 6 gegeben.

Kapitel 2

Grundlagen

Bis auf das erste Unterkapitel, das sich mit den im Modell vorkommenden physikalischen Größen befaßt, beleuchten die restlichen Unterkapitel die medizinische und biologische Seite des Hüftgelenks. Es werden die im Hüftgelenk hauptsächlich vorkommenden Gewebearten und ihre Funktion beschrieben. Auch wird auf die grundsätzliche Problematik eines biologischen Modells eingegangen.

Als Leitfaden für die Darstellung der anatomischen Verhältnisse am Hüftgelenk wurde [12] benutzt. Er bietet eine leicht verständliche Übersicht und enthält viele Bilder, die das Gewinnen einer räumlichen Vorstellung von der Lage der verschiedenen Gewebeteile erleichtert.

Ein Teilbereich der Biomechanik befaßt sich mit den mechanischen Wechselwirkungen der Körpergewebe. Die interessierenden physikalische Größen sind u. a. die Kräfte und Drücke, welche auf die Gewebe wirken bzw. in ihnen auftreten. In der Medizin wird oft die Krafteinwirkung auf ein Gewebe mit *Belastung* und die Wirkung des Drucks mit *Beanspruchung* bezeichnet. Eine weitere vorkommende physikalische Größe ist das Drehmoment.

2.1 Physikalische Größen und ihre Bezeichnung

Eine Kraft wird durch ihren Betrag und ihre Richtung charakterisiert. Druck ist definiert als Kraft geteilt durch die Fläche, auf die sie wirkt. Er ist durch seinen Betrag und die Lage der Fläche bestimmt.

Wird Material zusammengedrückt, treten in dessen Innerem Druckspannungen auf. Umgekehrt wird das Material auf Zug beansprucht, wenn es gedehnt wird. Spannung ist ein anderer Ausdruck für Druck.

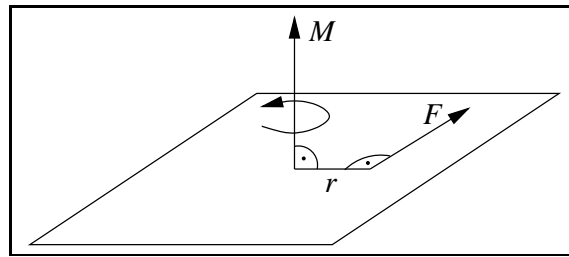


Abbildung 2.1: Drehmoment

Das Drehmoment ist ein sogenannter axialer Vektor, der als Vektorprodukt von Hebelarm \vec{r} und am Hebelarm angreifender Kraft \vec{F} definiert ist: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$. Die Richtung des Vektors gibt die Achse an, um die im Uhrzeigersinn die Drehung erfolgt, wenn man in die von Vektor bestimmte Richtung schaut.

2.2 Funktion des Hüftgelenks

Im Hüftgelenk (*Articulatio coxae*) findet die u. a. der Fortbewegung dienende Bewegung zwischen Rumpf und Bein statt. Biomechanisch gesehen ist es seine Aufgabe, zusammen mit bestimmten Bändern und Muskeln die u. a. beim Stehen und Bewegen auftretenden Kräfte vom Rumpf ins Bein weiterzuleiten.

2.3 Eigenschaften und Funktionen der Gewebearten

Die Eigenschaften und Funktionen der Gewebe hängen miteinander zusammen. Im folgenden werden darum kurz die Eigenschaften der für die hauptsächlich an der Bildung des Hüftgelenks beteiligten Gewebe, nämlich Knochen, Knorpel, Bänder und Muskeln beschrieben.

Knochen ist ein Stützgewebe, welches sehr gut auf Druck belastbar ist. Die mögliche Knochenbelastung auf Zug beträgt nur etwa 3/4 derjenigen auf Druck. Knochengewebe verformt sich unter Spannung praktisch nicht. Langfristig paßt sich Knochengewebe so an, daß es in Richtung der üblichen Spannungsbeanspruchung auch am stärksten belastbar ist. Dies geschieht durch Ausrichten der Knochenbälkchen (*Trabekel*) in Richtung der Spannung innerhalb des Knochengewebes sowie z. T. durch An- und Abbau von Knochenmasse im und am Knochen. Ist jedoch die Dauerbeanspruchung an einer Stelle zu groß, so wird dort Knochenmasse abgebaut (*Degeneration*). Aufgrund dieser Eigenschaften des Knochengewebes werden sowohl Scher- als auch starke Biegeblastungen schlecht vertragen.

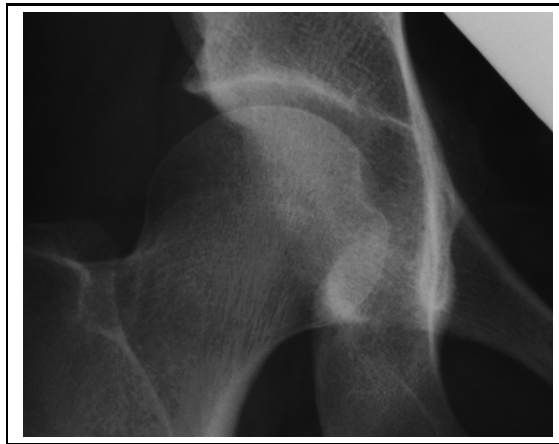


Abbildung 2.2: Die Knochenbälkchen richten sich in die Richtung starker Spannung im Knochen aus. Hier die Ansicht eines Hüftgelenkkopfs von vorne. Die Knochenbälkchen sind hier als schwache, sich kreuzende Linien zu erkennen.

Knorpel wird auch zum Stützgewebe gezählt. Er ist gut auf Druck belastbar, nicht aber auf Zug. In einem weiten Druckbereich reagiert Knorpel mit elastischer Verformung. Der Knorpelstoffwechsel ist im Vergleich zum restlichen Körperstoffwechsel sehr langsam. Daher reagiert Knorpel auf verstärkte Beanspruchung kaum mit dem Aufbau zusätzlicher Gewebemasse, während zu starke Beanspruchung immer zu Gewebeabbau führt. Die in Gelenken aufeinandertreffenden Knochen sind normalerweise mit einer glatten Knorpelschicht überzogen, die ein fast reibungsfreies Gleiten dieser artikulierenden Teile ermöglicht.

Bänder können nur Zugspannung aufnehmen und sind wenig elastisch. Sie halten die durch sie verbundenen Körperteile in einer bestimmten Lage zueinander. So ist das Hüftgelenk von einem Bändersystem umgeben. Es sorgt dafür, daß trotz fehlender äußerer Spannung der Gelenkschluß nicht verloren geht. Dies geschieht, indem die Bänder selbst eine geringe, aber dafür ausreichende Kraft auf das Gelenk ausüben. Durch das Bändersystem wird die freie Beweglichkeit des Gelenks häufig eingeschränkt.

Im Gegensatz zu den bisher erwähnten passiven Teilen des Bewegungsapparats gehören die *Muskeln* zum aktiven Teil. Wie die Bänder nehmen auch Muskeln nur Zugspannung auf, können diese allerdings auch selber durch Eigenkontraktion erzeugen. Neben ihrer Bedeutung für die Bewegung von Körperteilen, haben sie zusammen mit den Bändern großen Einfluß auf die Beanspruchung der Gelenke und der Knochen, d. h. auf den Verlauf und die Größe der Spannungen im Skelett. Durch Anspannung von Muskeln werden zusätzliche Kräfte erzeugt, die eine Veränderung der resultierenden Kraft bewirken. Dies bewirkt in der Regel eine optimalere Beanspruchung des Knochengewebes.

Beispielsweise greifen am Oberschenkel Muskelkräfte an, die diesen, zusätzlich zur Ge-

wichtskraft, belasten. Zwar ist die Belastung dadurch betragsmäßig höher, allerdings wird die Belastung auf Biegung herabgesetzt, weil die resultierende Spannungsbelastung nun einen anderen Richtungsverlauf zeigt. Die resultierende Belastung ist im Sinne der oben erwähnten Eigenschaften des Knochens optimal. In [13] wurden solche Effekte am Femur untersucht.

Dieses Prinzip, durch Muskelkräfte den Verlauf der Belastungskräfte zu beeinflussen, wird als *Zuggurtung* bezeichnet.

2.4 Aufbau und Funktion des Hüftgelenks

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die für die Kräfteverhältnisse wichtigen Bestandteile des Hüftgelenks gegeben. Anschließend werden die Kräfteverhältnisse selbst genauer erläutert. Abb. 2.6 bietet dabei einen groben Überblick über die Lage des Hüftgelenks im Körper.

2.4.1 Der Aufbau

Das Hüftgelenk verbindet das Becken mit dem Oberschenkelknochen.

Es besteht im wesentlichen aus der Hüftpfanne (*Acetabulum*), dem Kopf des Oberschenkelknochens (*Caput ossis femoris*), einer Gelenkkapsel und einigen Bändern. Für die Funktion des Hüftgelenks wichtig sind außerdem einige Muskeln in der Hüftregion.

Im Inneren jedes Gelenks bilden die Gelenkflächen einen wichtigen Bestandteil. Sie sind die mit Knorpel überzogenen Teile der miteinander artikulierenden Gelenkteile. Ihre Aufgabe besteht darin, Druckkräfte zwischen diesen Gelenkteilen zu übertragen und Stöße zu dämpfen.

In Abb. 2.3 ist ein Kugelgelenk abgebildet und seine Bewegungsmöglichkeiten eingezeichnet. Das Hüftgelenk ist ein Kugelgelenk, bzw. Nußgelenk. Mit letzterem Begriff wird ausgedrückt, daß der äußere Teil des Gelenks den inneren über den Äquator hinaus umfaßt. Jedoch besteht der über den Äquator hinausgreifende Teil nicht mehr aus Knochen, so daß er zwar Führungsaufgaben erfüllen kann, aber keine starken Belastungen aushält.

Die knöcherne Hüftpfanne hat ungefähr die Form einer halben Hohlkugel. Die Gelenkfläche der Pfanne wird von der C-förmigen, aus Knorpel bestehenden *facies lunata* gebildet. Im Bereich des Pfannendachs ist sie am dicksten und breitesten, was Ausdruck für die hohen Beanspruchung dieser Stelle ist.

Durch den Rand der Hüftpfanne kann man eine Ebene legen, die Pfanneneingangsebene. Die Normale dieser Ebene, bzw. die Öffnung der Hüftpfanne, zeigt nach schräg vorne

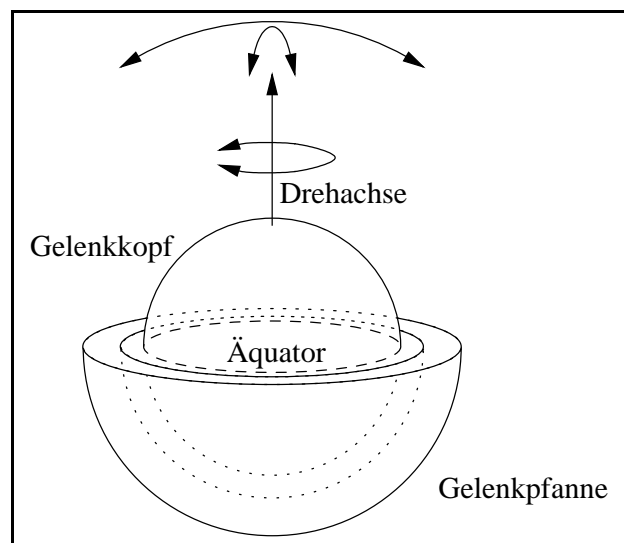


Abbildung 2.3: Freiheitsgrade eines Kugelgelenks

seitlich unten. Von der Funktion her würde man eigentlich eine horizontale Pfanneneingangsebene erwarten. Die bestehende Anordnung erklärt sich durch die im Laufe der Evolution erfolgte Aufrichtung des Menschen aus dem ursprünglichen vierfüßigen Gang, bei dem die Pfanneneingangsebene tatsächlich besser lag.

Als Pfannenerker wird der seitlich außen gelegene Bereich des Pfannenrandes bezeichnet. Seine Lage bezüglich des Mittelpunktes des Femurkopfes hat Einfluß auf die Beanspruchung des Hüftgelenks.

Im annähernd kugelförmigen Femurkopf findet die Hüftgelenkpfanne ihr fast paßgenaues Gegenstück. Der Femurkopf ist bis auf einen kleinen Bereich fast ganz mit Gelenkknorpel bedeckt. Auch hier ist der Knorpel an der am stärksten beanspruchten Stelle am dicksten. Im Normalfall fällt der Mittelpunkt des Femurkopfes annähernd mit dem Mittelpunkt der Hüftpfanne zusammen.

Entgegen früheren Annahmen liegen diese beiden Mittelpunkte im Regelfall nicht auf der Pfanneneingangsebene, wie von [7] festgestellt wurde, sondern der Femurkopfmittelpunkt liegt etwas außerhalb der von der Pfanneneingangsebene begrenzten Gelenkpfanne.

Dem Femurkopf schließt sich der Oberschenkelhals (*collum ossis femoris*) an, der an seinem anderen Ende in den Femurschaft übergeht. Der in die Horizontalebene projizierte Winkel zwischen den Achsen des Schenkelhalses und dem Femurschaft heißt Anteversionswinkel (AT-Winkel), etwas ungenau auch Antetorsionwinkel, und beträgt bei Erwachsenen etwa 12° . Um diesen Winkel ist der Schenkelhals aus der Frontalebene um die Achse des Femurschaftes nach vorne gedreht. Das wird als Anteversion bezeichnet. Der in die Frontalebene projizierte Winkel zwischen den Achsen des Schenkelhalses und

dem Femurschaft heißt Schenkelhalsschaftwinkel, kürzer Schenkelhalswinkel, abgekürzt CCD-Winkel. Die beiden Winkel sind in den Abb. 2.4 und Abb. 2.5 eingezeichnet.

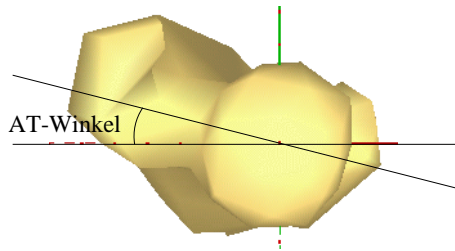


Abbildung 2.4: Der in die Horizontalebene projizierte Winkel zwischen den Achsen des Schenkelhalses und dem Femurschaft heißt Anteversionswinkel (AT-Winkel). Die Blickrichtung ist von oben auf den Femurkopf, links ist der Trochanter major sichtbar, rechts neben dem Femurkopf ist das untere Ende des Femurs zu erkennen.

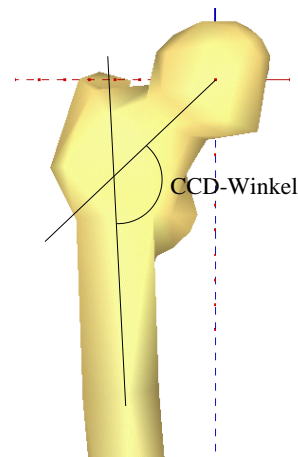


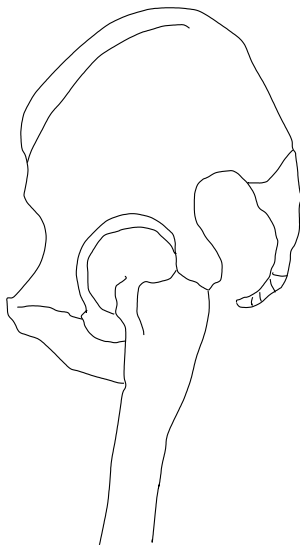
Abbildung 2.5: Der in die Frontalebene projizierte Winkel zwischen den Achsen des Schenkelhalses und dem Femurschaft heißt Schenkelhalsschaftwinkel oder CCD-Winkel. Der Femur ist hier von vorne zu sehen.

Am Übergang zwischen Schenkelhals und Femurschaft setzen auch verschiedene Bänder an, die die Hüftgelenkkapsel umhüllen und dadurch verstärken. Hervorzuheben ist dabei das hier endende *Lig. iliofemorale*, das am Becken oberhalb des Hüftgelenks entspringt und breit über dieses nach vorne und zur Seite nach außen zieht. Im Stehen spannt es ab einer Neigung von ca. $12 - 15^\circ$ des Beckens nach hintenüber (*Retroversion*) an und verhindert ein weiteres Abkippen.

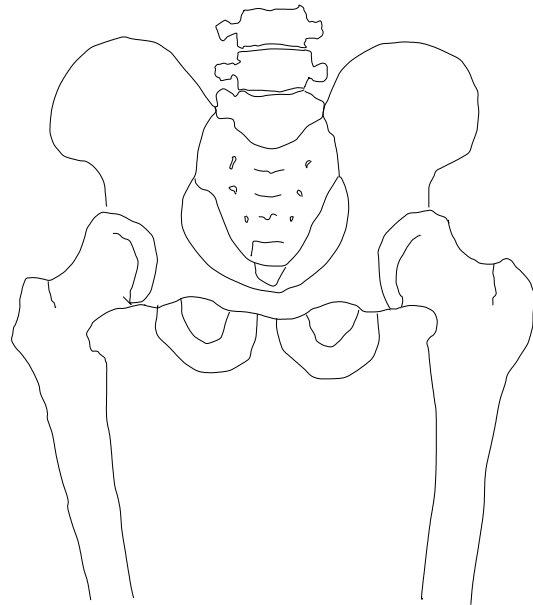
Außerdem befinden sich an dem Übergang zwischen Schenkelhals und Femurschaft zwei Rollhügel, welche als Ansatz- bzw. Umlenkpunkte von Muskeln dienen. Von der Körpermitte her gesehen außen hinten (*lateral dorsal*) ist dies der *Trochanter major*. Zur Körpermitte hin *medial* unterhalb des Schenkelhalses liegt der *Trochanter minor*. Sie dienen als Ansatzpunkte für Muskeln, die den Femur mit dem Becken verbinden. Über den Trochanter major ziehen außerdem auch Muskeln hinweg, deren Ansätze weiter unten am Femur liegen und die auch zum Becken führen.

2.4.2 Die Kräfteverhältnisse am Hüftgelenk

Im vorliegenden Fall interessieren nur die Kräfteverhältnisse am Hüftgelenk beim langsamen Gehen. "Langsam" bedeutet hier, daß die Beschleunigungskräfte der bewegten Teile



a) Diese Abbildung zeigt das linke Hüftgelenk, von der Seite aus gesehen. Rechts ist das Steißbein zu erkennen, über dem Hüftgelenkkopf erstreckt sich das Becken. Gut zu sehen ist die Anteversion des Schenkelhalses, die im Bild daran zu erkennen ist, daß das obere Ende des Femurschaftes im Bild rechts vom Hüftgelenkkopf bzw. in Wirklichkeit hinter diesem liegt.



b) Das Becken in der Ansicht von vorne. Zu erkennen sind der Trochanter major am Ende des Femurschaftes, der Trochanter minor innen am Femurschaft, kurz unterhalb des Schenkelhalses.

Abbildung 2.6: Zur Orientierung: Die Lage des Hüftgelenks im Körper

vernachlässigbar sind. Es wird auf die Problematik der Abschätzung der Kräfteverhältnisse allgemein eingegangen und sich in der weiteren Darstellung auf eine Momentaufnahme des Gehens beschränkt.

Vorauszuschicken ist noch, daß wenn im folgenden einfach von *Körper* oder *Schwerpunkt des Körpers* die Rede ist, sich das immer auf die Gesamtheit der Körperteile, deren Gewicht auf einer oder auf beiden Hüften lastet, bezieht. Dazu zählen Rumpf, Kopf, beide Arme und im Einbeinstand auch das angehobene Bein.

Wie in der Abb. 2.7 zu sehen, verteilt sich im Zweibeinstand die Körperlast gleichmäßig auf beide Hüftgelenke, da der Schwerpunkt von beiden gleich weit entfernt ist. Die auf ein Hüftgelenk wirkende Kraft zeigt senkrecht von oben nach unten. Zumindest theoretisch

werden für das Stehen im Zweibeinstand keine Muskeln benötigt, aber auch praktisch sind die benötigten Kräfte gering.

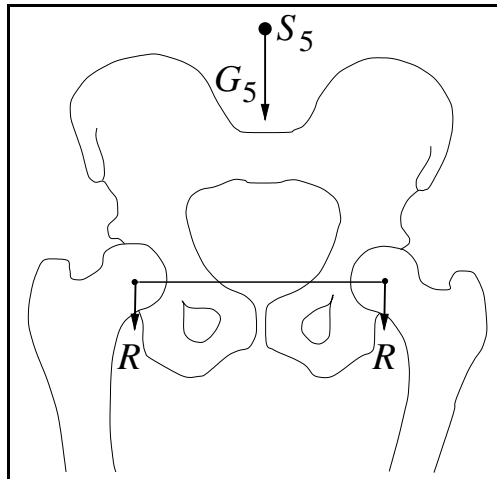


Abbildung 2.7: Die Gewichtskraft G_5 verteilt sich gleichmäßig auf beide Hüftgelenke, die beide nur die halbe Gewichtskraft aufnehmen müssen.

Ganz anders ist die Lage beim Gehen. Hier hat die meiste Zeit nur ein Bein Bodenkontakt, während das andere gerade angehoben ist und nach vorne geschwungen wird. In dieser Zeit wird der Körper nur von einem Hüftgelenk unterstützt, auf welches nun eine viel größere Kraft wirkt. Als Kugelgelenk ermöglicht dieses im Prinzip beliebige Drehbewegungen des Beckens um den Femurkopf.

Der größeren Übersichtlichkeit halber, werden zuerst die Bewegungen in der Frontalebene, d. h. aus der Sicht von vorne, betrachtet und anschließend die Bewegung in der Sagittalebene, also von der Seite aus.

Abb. 2.8 zeigt die Kräfte- und Drehmomentverhältnisse am Hüftgelenk beim Einbeinstand in der Frontalebene. Das Hüftgelenk links im Bild ist das Standbein. Nur an ihm kann die Gewichtskraft \vec{G}_5 , über den Hebelarm d_6 , angreifen. Der Schwerpunkt S_5 ist im Einbeinstand etwas zum unbelasteten Hüftgelenk hin verschoben. Weil der Schwerpunkt nicht direkt über dem Hüftgelenk liegt, wirkt auf das Becken ein Drehmoment, das sich in dem Bestreben des Beckens, mit seiner freien Seite nach unten wegzukippen, äußert. Dies ist durch einen nach unten links gebogenen Pfeil angedeutet. Das wird mit Hilfe von Muskeln verhindert, die außen am Hüftgelenk vorbeilaufen und ein ungefähr gleich großes, aber dem ersten entgegengerichtetes Drehmoment bewirken. Damit herrscht ein Drehmomentgleichgewicht. D. h. die Drehmomente heben sich gegenseitig auf und es erfolgt auch keine Drehung. Die Stellung des Beckens zum Femur bleibt unverändert. In der Abb. 2.8 ist die Summe der Muskelkräfte mit \vec{M} bezeichnet, der Hebelarm, an dem sie angreifen mit h , und die resultierende Gesamtkraft, die auf das Hüftgelenk wirkt, mit \vec{R} .

Ganz oben in der Abbildung ist die Vektoraddition von \vec{G}_5 und \vec{M} , aus der sich \vec{R} ergibt, zu sehen. Es ist gut zu sehen, daß auf das Hüftgelenk im Einbeinstand eine sehr viel größere Kraft wirkt als im Zweibeinstand. Die Kraft ist auch deutlich größer als die Gewichtskraft.

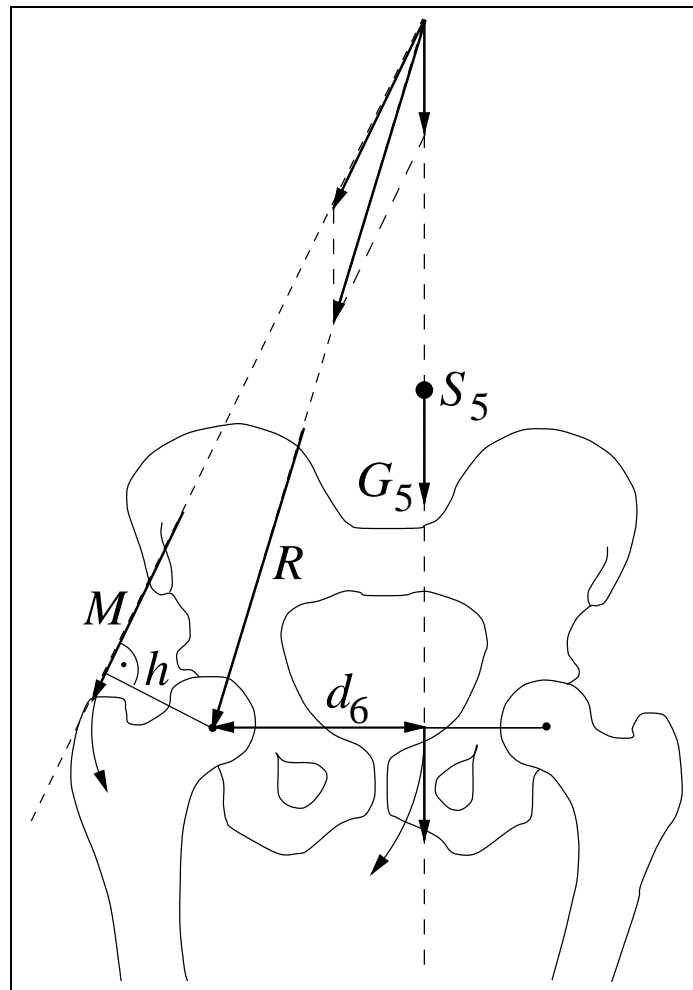


Abbildung 2.8: Kräfte im Einbeinstand in der Frontalebene während der Standbeinphase: Nur ein Hüftgelenk wird belastet. Die Gewichtskraft \vec{G}_5 des Körperschwerpunkts S_5 wirkt als Hebel mit dem Hebelarm d_6 , der das Becken in Pfeilrichtung nach unten links drehen möchte. Kompensiert wird der Hebel durch die Muskelkraft \vec{M} mit dem Hebelarm h . Die Belastung des Hüftgelenks durch die resultierende Kraft \vec{R} ergibt sich aus der Vektoraddition von Muskelkraft \vec{M} und Gewichtskraft \vec{G}_5 , wie oben im Bild zu sehen.

Strenggenommen ist die eben angestellte Betrachtung so nicht ganz exakt. Denn während eines Schrittes findet in den Hüftgelenken durchaus eine Bewegung in der Frontalebene statt. Allerdings ist deren Umfang ziemlich gering, und sie ist im oben gebrauchten Sinne

langsam.

Von der Seite aus gesehen ergibt sich ein ganz anderes Bild. Schließlich muß ein Bein, um Fortbewegung zu erzielen, nach vorne bewegt werden, abgestellt werden, der Körper über es hinwegbewegt werden bis er es hinter sich gelassen hat und man am Anfang eines neuen Schrittzzyklus steht. Bewegung im Hüftgelenk findet in der Sagittalebene in weitaus größerem Umfang statt als in der Frontalebene. Die Abb. 2.9 zeigt, daß die Kräfte, die dafür verantwortlich sind, jedoch viel kleiner sind.

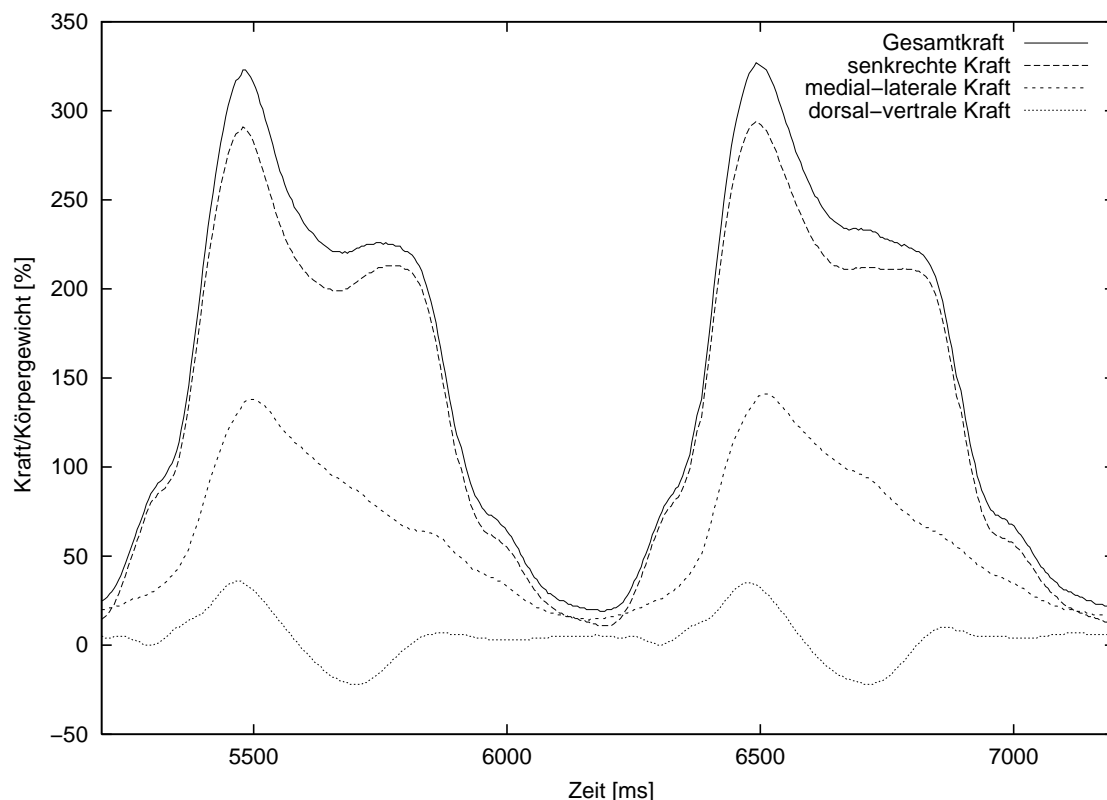


Abbildung 2.9: Belastung des Hüftgelenks beim langsamen Gang während zweier Gangzyklen. Die Gesamtkraft ist als durchgezogene Linie dargestellt. Den Hauptbeitrag zur Gesamtkraft leistet die betragsmäßig nur wenig schwächere senkrecht nach unten wirkende Kraft. Einen spürbaren Anteil zur Gesamtkraft leistet noch die Kraft, die seitlich gerichtet ist. Die nach vorne und hinten wirkende Kraft ist so klein, daß sie im vorliegenden Modell nicht berücksichtigt wird.

Für die Bewegung sind also viele Muskeln verantwortlich, die zum Teil abwechselnd und zum Teil miteinander agieren. Aus der Vektoraddition der von den gerade angespannten Muskeln erzeugten Zugkräfte mit der Gewichtskraft des Körpers, erhält man die resultierende Kraft, die auf das Hüftgelenk wirkt. Diese erfährt während des Gehens sowohl

eine Richtungsänderung, als auch eine erhebliche Veränderung in ihrem Betrag, wie in Abb. 2.9 zu sehen. Darin sind die Kräfte aufgetragen, die während eines Gangzykluses auf das Hüftgelenk in den drei Raumrichtungen wirken. Der zugrundeliegende Datensatz stammt von einem mit etwa 4 km/h auf einem Laufband gehenden Patienten, in dessen künstlichem Hüftgelenk die Kräftermessung erfolgte¹ [2].

Um die resultierende Kraft genau zu berechnen, muß man die Zugkräfte der Muskeln kennen. Welche Muskeln ziehen aber nun mit welcher Kraft? Hier beginnen die Probleme. Die beteiligten Muskeln aufzufinden ist noch einigermaßen möglich. Hinzu kommt aber noch, daß an einer Funktion, wie z. B. der Drehung des Beins im Hüftgelenk nach außen, häufig mehrere Muskeln beteiligt sind. Oft verlaufen mehrere Muskeln in eine ähnliche Richtung. Oder die Muskeln sind, wie etwa der *M. gluteus maximus*, sehr breit und haben auch einen breiten Ansatz an den Knochen. Von außen ist nun praktisch nicht feststellbar, welcher Muskel oder Muskelteil welchen Anteil an der Gesamtmuskelkraft hat. Auch die Lage der Ansatzpunkte wirkt sich auf die Kräfte aus, ist jedoch ebenfalls kaum genau lokalisierbar. Bei einem flächigen Ansatz ist die Spannungsverteilung innerhalb des Ansatzes nicht genau bekannt. Jeder Mensch ist außerdem unterschiedlich gebaut, so daß diese Daten von jedem einzelnen gewonnen werden müßten. Bei dem derzeitigen Stand der Technik und Forschung ist die genaue Berechnung solcher mechanischer Größen von menschlichem Gewebe kaum möglich. Andererseits kann man bestimmte Größen bereits mit recht einfachen Modellen ganz gut abschätzen.

Der Gedanke, der dem in dieser Arbeit verwendeten Modell zugrunde liegt, ist hauptsächlich der, einen Vergleichsmaßstab dafür in die Hand zu bekommen, wie hoch die Beanspruchung in gesunden Hüftgelenken gegenüber derjenigen in kranken Hüftgelenken ist. Für die rechnerische Beurteilung, ob die Beanspruchung eines Hüftgelenks im normalen Bereich liegt, genügt ein Vergleich zwischen den berechneten Beanspruchungen gesunder sowie kranker Hüftgelenke und der des interessierenden Hüftgelenks. Es muß nicht genau der exakte Wert der Beanspruchung errechnet werden, aber die Relationen müssen stimmen.

¹Dieser Versuch wurde am BioMechanik-Labor der orthopädischen Klinik der Freien Universität Berlin im Rahmen von Messungen der Hüftgelenkkräfte durchgeführt. Die Datensätze sind unter der Internet-Adresse <http://www.medizin.fu-berlin.de/biomechanik/Reship1d.htm> frei zugänglich.

Kapitel 3

Modell

Das im folgenden beschriebene Modell für die Berechnung der Druckverteilung auf der Hüftgelenkkopfoberfläche wurde von H. Ruder und H. Legal in [8] vorgestellt und in [9] ergänzt.

Zuerst werden die für das Modell benötigten Daten und wie man sie erhält beschrieben. Anschließend werden alle für das Modell wesentlichen Annahmen aufgezählt und erläutert, dann die Zusammenhänge im Modell beschrieben. Die ausführliche mathematische Darstellung in Formeln geschieht im Anhang.

3.1 Annahmen, auf denen das Modell basiert

Das hier verwendete Modell basiert auf folgenden Voraussetzungen und Vereinfachungen, die im Anschluß noch näher erläutert werden:

- Es wird die maximale auftretende Hüftgelenkkraft benutzt
- Die Rechnung erfolgt in der Frontalebene, also zweidimensional
- Nur geometrische Daten werden verwendet
- Die Druckverteilungsfunktion wird vorgegeben.

Wie vorher geschildert, ändert sich die Belastung und damit die Beanspruchung des Gelenks während eines Gangzyklus, siehe auch Abb. 2.9. Es wird nun angenommen, daß die größte Kraft auf das Hüftgelenk während der Gangphase wirkt, in der das Schwungbein am Standbein vorbeigeführt wird. Der Einteilung in Gangphasen nach O. Fischer [3]

folgend, ist dies die 16. Phase wie in [6] ausgeführt wird. Allerdings ist der dort skizzierte Kurvenverlauf spiegelverkehrt zu dem in Abb. 2.9. Größenordnungsmäßig sind die Maximalkräfte jedoch vergleichbar, und gerade mit diesen arbeitet das Modell.

Die Berechnung der auf das Hüftgelenk wirkenden Kraft erfolgt zweidimensional, d. h. es werden nur zweidimensionale Daten dafür herangezogen. Zwar wird der Hüftgelenkkopf als Kugel dreidimensional beschrieben, jedoch bleiben alle Daten immer symmetrisch zur Frontalebene. Solche Berechnungen sind gegenüber etwaigen dreidimensionalen Rechnungen viel schneller und einfacher. Ausschlaggebend ist jedoch, das ein dreidimensionales Modell auch dreidimensionale Daten benötigt, die nur aufwendig zu beschaffen sind, und der viel höheren Komplexität eines solchen Modells nicht unbedingt eine erhöhte Genauigkeit gegenüber stünde. Aus der Abb. 2.9 kann man entnehmen, daß der zur Frontalebene senkrecht wirkende Kraftanteil ungefähr ein Zehntel des in der Senkrechten wirkenden Kraftanteils ausmacht und auch um ein mehrfaches kleiner ist als der Kraftanteil, der in lateraler Richtung wirkt. D. h. der Fehler, den man mit der Annahme macht, die Kraft würde nur in der Frontalebene verlaufen, ist gering.

Dieses Modell kommt mit rein geometrischen Daten aus. Diese Daten bestimmen das Aussehen eines idealisierten Hüftgelenks, in dem viele mehr oder minder große bzw. eventuell ins Gewicht fallenden Strukturen nicht berücksichtigt werden, beispielsweise die *fossa acetabuli*. Mechanische Eigenschaften der Gewebe im Hüftgelenk finden gar keine Berücksichtigung. Dies liegt auch an der mangelnden Verfügbarkeit biologischen Materialdaten. Das genaue Verhalten des Knorpels zwischen Hüftpfanne und Hüftgelenkkopfknochen ist nicht ausreichend bekannt.

Mit diesem Umstand hängt die vierte grundlegende Voraussetzung für das Modell zusammen: Da die Druckverteilungsfunktion nicht von außen durch Parameter bestimmt werden kann, da Materialdaten fehlen, muß sie durch das Modell vorgegeben werden. Eine einfache Druckberechnung ist mittels einer linearen Druckverteilung möglich. Eine plausiblere Druckverteilung stellt die dem hooke'schen Gesetz folgende Druckverteilung dar, welche nur unwesentlich aufwendiger zu rechnen ist.

3.2 Verwendete Daten

Die für die Berechnungen notwendigen Skelettdaten können einer Beckenübersichtsaufnahme entnommen werden. In der folgenden Tabelle 3.1 sind sie mit ihren im Text verwendeten Bezeichnungen und einer Beschreibung aufgeführt.

Um den Wert des Skelettdatums y zu erhalten, muß die Lage der Pfanneneingangsebene bestimmt werden, wie in Abb. 3.3 eingezeichnet. Es werden 2 Verbindungslinien gezogen, deren ein Punkt den Hüfterker E schneidet, und deren andere Punkte D und V den hinteren

- d_6 : Abstand des Hüftkopfmittelpunktes vom Schnittpunkt der Verbindungslinie des Hüftkopfmittelpunktes mit der Körperlängsachse durch den Schwerpunkt S_6 im Zweibeinstand
- t' : Abstand zwischen Hüftkopfmittelpunkt C und Muskelangriffspunkt am Trochanter T
- Ψ : Winkel zwischen den Verlängerungen von d_6 und t'
- CE : Winkel zwischen dem Lot und der Verbindungsgerade Erker – Kopfmittelpunkt
- S : Radius des knöchernen Teils des Hüftkopfes
- GS : Gelenkspalt
- y : Abstand zwischen Hüftkopfmittelpunkt und Pfanneneingangsebene

Tabelle 3.1: Für die Berechnung notwendige Ausgangsdaten

und vorderen Rand der Pfanneneingangsebene markieren. Die Winkelhalbierende dieser beiden Geraden stellt die Projektion einer *mittleren Pfanneneingangsebene* dar.

Die Abb. 3.2 und Abb. 3.3 zeigen eine Beckenübersichtsaufnahme, bzw. einen Ausschnitt davon. In ihnen sind die Punkte eingezeichnet, mit deren Hilfe die Längen und Winkel bestimmt werden, welche dann als Ausgangsdaten in die Berechnung eingehen. Wie das Programm *coxagraf* diese Daten darstellt, ist in Abb. 3.1 zu sehen.

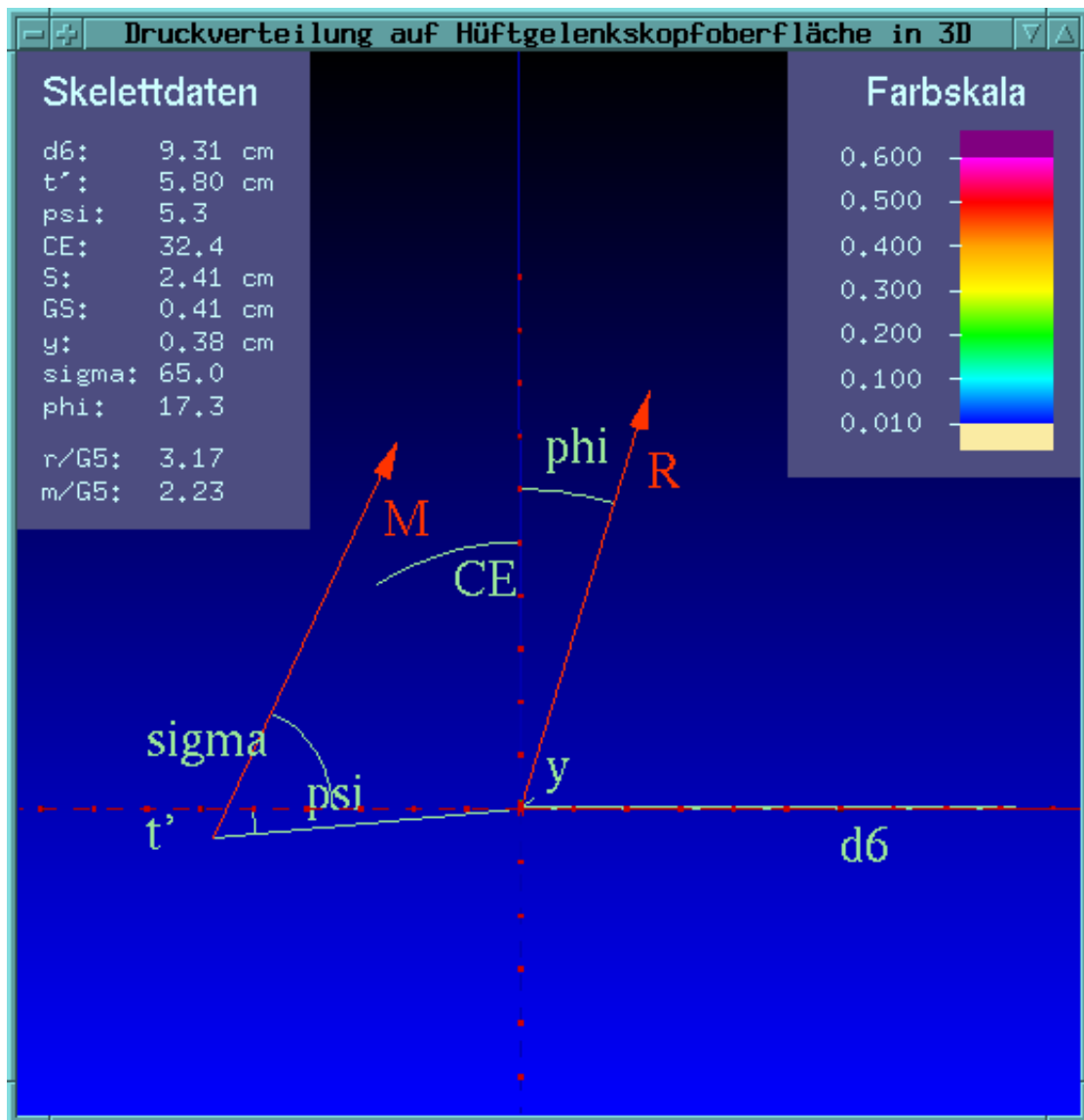


Abbildung 3.1: Darstellung der Skelettdaten ohne Knochen im Programm coxagraf

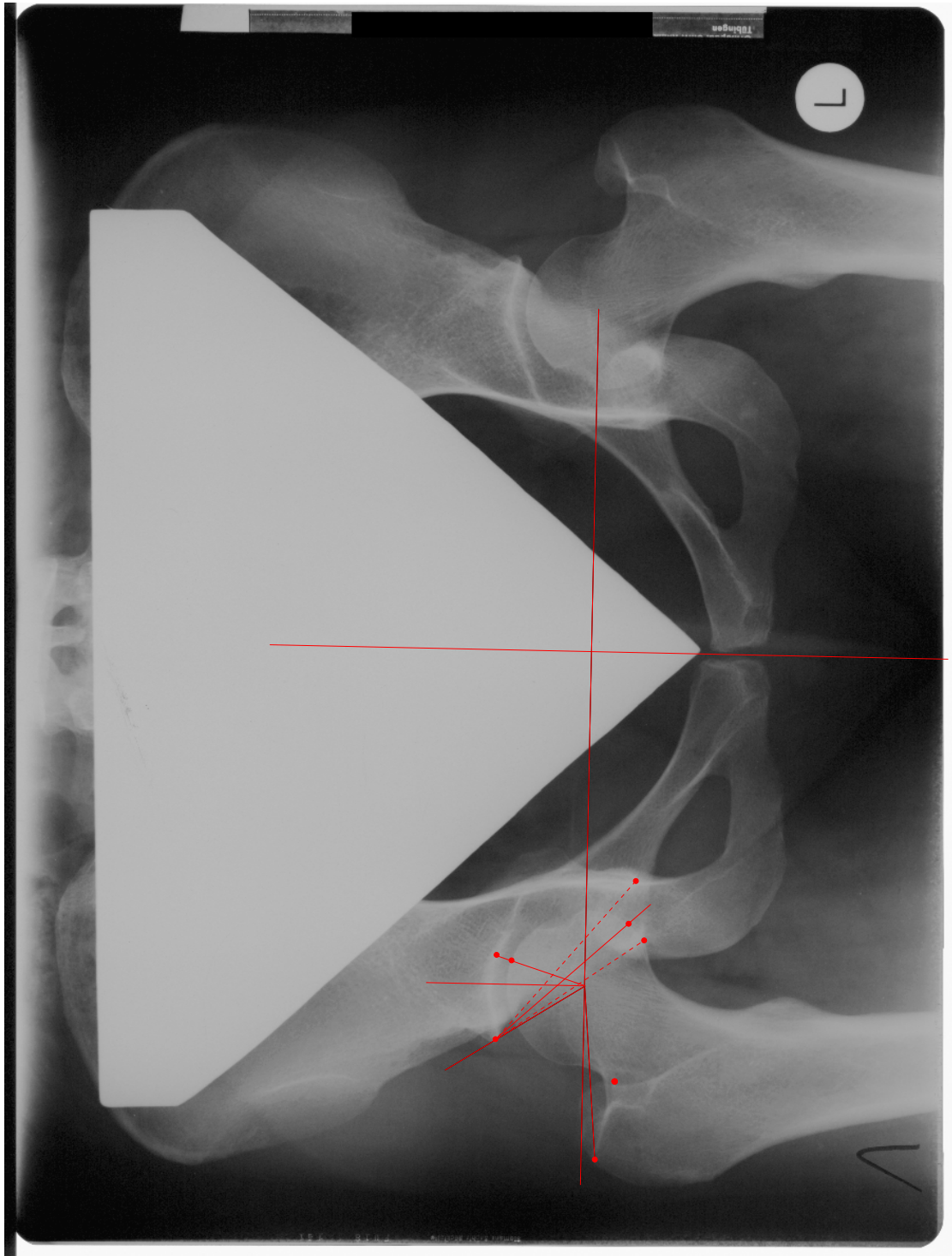


Abbildung 3.2: Beckenübersichtsaufnahme mit eingezeichneten Punkten, aus denen die in Form von Längen und Winkeln die Daten für die Druckberechnung, die Skelettdaten, gewonnen werden.

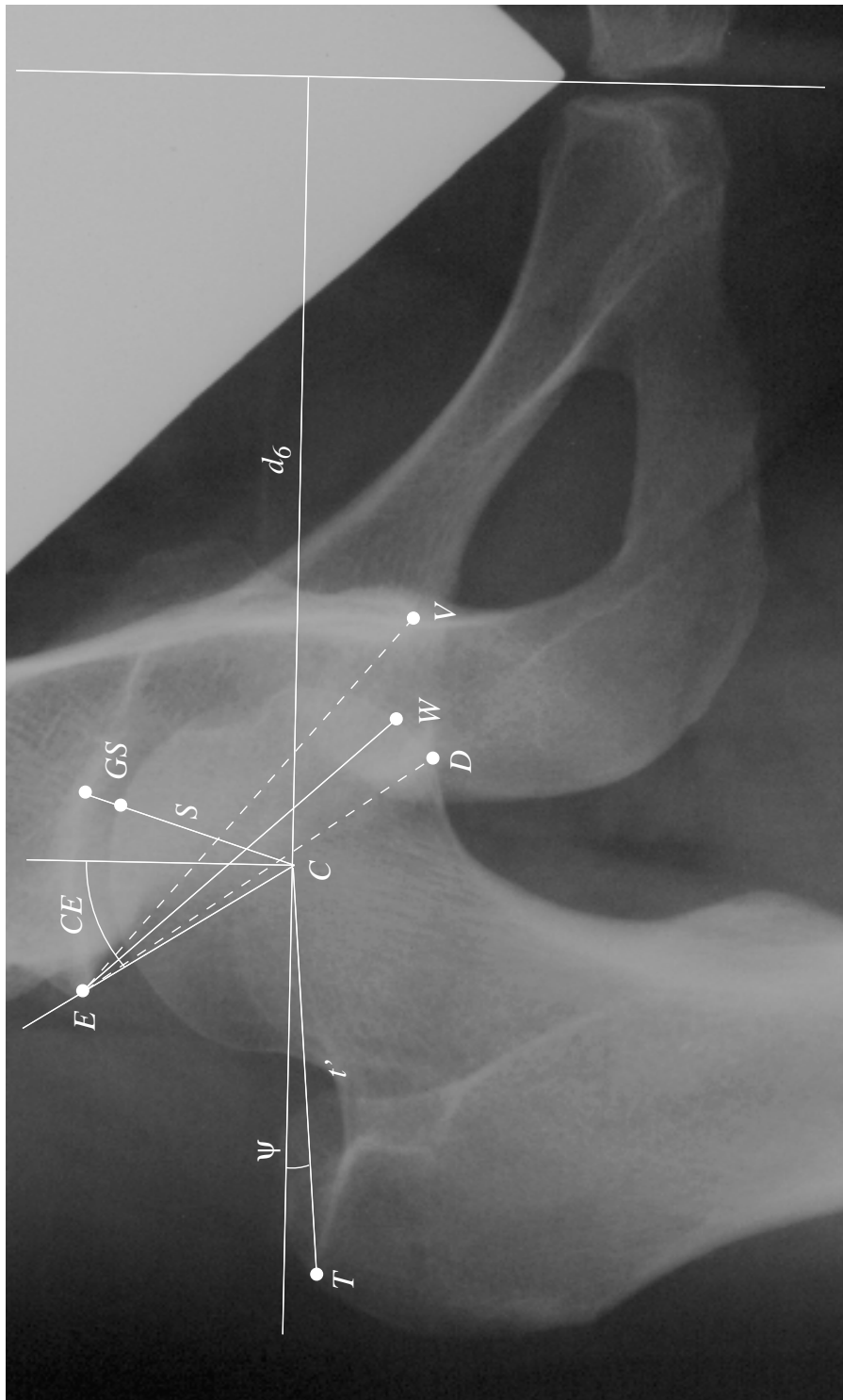


Abbildung 3.3: Vergrößerter Ausschnitt der Beckenübersichtsaufnahme mit Skelettdaten.

3.3 Kräfteverhältnis am Hüftgelenk

In der Tabelle 3.2 sind alle Größen aufgeführt, die neben den Skelettdaten in der im folgenden erläuterten Kräfteberechnung vorkommen.

\vec{G}_5 :	Körperpartialgewicht
\vec{M} :	Muskelkraft
\vec{R} :	Resultierende Kraft
φ :	Winkel zwischen der Senkrechten und \vec{R}
σ :	Winkel zwischen der Waagerechten und \vec{M}
\vec{h} :	rechtwinklig zur Muskelkraft \vec{M} stehender Hebelarm

Tabelle 3.2: Die an dem Hüftgelenkkopf angreifenden Kräfte samt zugehörigen Winkeln

In der hier betrachteten Standbeinphase ruht das Körperpartialgewicht auf einem Bein, dem Standbein, während das andere Bein, das Schwungbein, langsam am Standbein vorbeiswingt. Das Körperpartialgewicht G_5 ergibt sich aus der Summe der Gewichte von Kopf, Rumpf, beiden Armen und dem Schwungbein. Im Gegensatz zum in der Meridianebene liegenden Schwerpunkt des Gesamtkörpers befindet sich der Schwerpunkt der Körperpartialmasse etwas außerhalb der Meridianebene, näher am Schwungbein, da die Masse des Standbeins nicht im Körperpartialgewicht enthalten ist. Der Abstand zwischen der Senkrechten, die durch diesen Partialkörperschwerpunkt geht und dem Hüftgelenkkopfmittelpunkt des Standbeins wird mit d_5 bezeichnet. Für d_5 wird der 1,2fache Betrag von d_6 genommen.

Wie schon weiter oben beschrieben, würde nun das Becken ohne Einwirken anderer Kräfte, nur im Hüftgelenk des Standbeins unterstützt, um den Hüftgelenkkopf des Standbeins in Richtung Schwungbeinseite nach unten wegkippen. Der Partialkörperschwerpunkt G_5 mit dem Hebelarm d_5 wirkt dabei als Hebel am Hüftgelenkkopf des Standbeins. Die im Modell durch eine einzige Muskelkraft \vec{M} ersetzten Muskelkräfte verhindern dieses Abkippen. Sie bilden ebenfalls einen am Hüftgelenkkopf des Standbeins angreifenden Hebel, und zwar so, daß sich diese beiden Hebel zusammen aufheben, das resultierende Drehmoment also Null ist. Damit bleiben Becken und Standbein in konstanter Lage zueinander. Außerdem müssen die Summe der Muskelkraft \vec{M} , der Gewichtskraft \vec{G}_5 und der Kraft \vec{R} zusammen Null ergeben.

Aus diesen zwei Bedingungen, daß das Drehmoment am Hüftgelenkkopf Null ist, und daß die Summe der Kräfte am Hüftgelenkkopf Null ist, lassen sich nun zwei Gleichungen aufstellen. In Abb. 3.4(b) ist die Lage skizziert, C steht darin für den Mittelpunkt des Hüftkopfs.

$$\vec{d}_5 \times \vec{G}_5 = \vec{h} \times \vec{M} \quad (3.1)$$

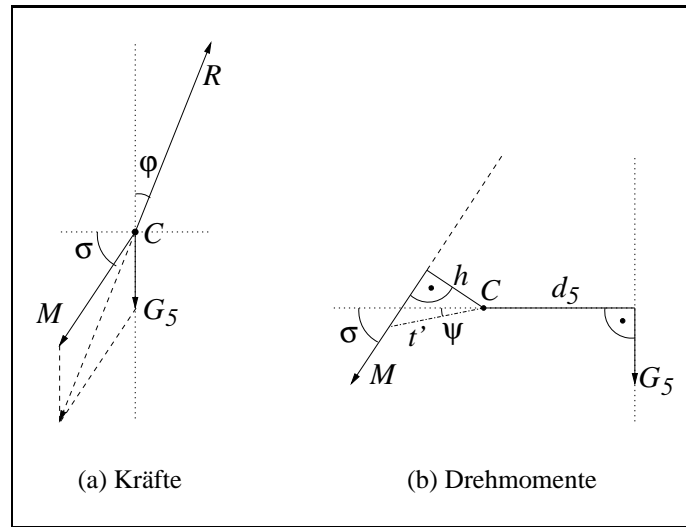


Abbildung 3.4: Drehmoment- und Kräfteverhältnisse am Hüftgelenkkopf

$$\vec{M} + \vec{G}_5 + \vec{R} = \vec{0} \quad (3.2)$$

Zusammen mit diesem Ausdruck für h :

$$h = t' \sin(\sigma - \psi) \quad (3.3)$$

lassen sich aus diesen beiden obigen Bedingungen der Betrag der relativen Muskelkraft \vec{M} sowie Betrag und Richtung der Resultierenden relativen Hüftgelenkskraft \vec{R} berechnen, wobei die Richtung durch den Winkel φ ausgedrückt wird, den die Resultierende und die Senkrechte zwischen sich einschließen.

$$\frac{M}{G_5} = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\sigma + \varphi)} \quad (3.4)$$

$$\frac{R}{G_5} = \frac{\cos(\sigma)}{\cos(\sigma + \varphi)} \quad (3.5)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{t'}{d_5} \left(\tan(\sigma) (\cos(\psi) + 1) - \sin(\psi) \right) \right) \quad (3.6)$$

“relativ” bedeutet, daß die Kraft ins Verhältnis zur Gewichtskraft des Körperpartialschwerpunkts gesetzt ist. Um die resultierende Kraft selbst zu erhalten, müßte die relative Kraft mit der Körperpartialgewichtskraft multipliziert werden.

3.4 Berechnung der Druckverteilung

Um eine Druckverteilung berechnen zu können, müssen weitere Annahmen gemacht werden. So wird die Reibung im Gelenkspalt als vernachlässigbar angesehen, was auch in sehr guter Näherung erfüllt ist. Weiter wird davon ausgegangen, daß der Hüftgelenkkopf eine Kugel ist und die Hüftgeometrie symmetrisch zur Frontalebene ist.

Die erste Voraussetzung bedeutet, daß auf die Hüftgelenkkopfoberfläche nur senkrechte Kräfte wirken können. Andere würden zu einer Drehung im Gelenk, und damit zu einem Ungleichgewicht führen. Zwischen dem kleinen Flächenelement df und der durch es übertragenen Kraft $d\vec{R}$ besteht die Beziehung

$$d\vec{R} = p d\vec{f} \quad (3.7)$$

und die Aufsummation über die gesamte tragende Fläche ergibt

$$\vec{R} = \int_F d\vec{R} = \int_F p d\vec{f} \quad (3.8)$$

Die Fläche, über die integriert wird, wird vom Hüftkopfradius S , der Gelenkspaltbreite GS , dem Abstand der Pfanneneingangsebene zum Hüftgelenkkopf y , und dem Winkel zwischen der Senkrechten und der Verbindungsgeraden Pfannenerker – Hüftgelenkkopfmittelpunkt, dem CE -Winkel bestimmt, wie in Abb. 3.5 zu erkennen ist. Die genaue Berechnung der für die Druckaufnahme zur Verfügung stehenden Fläche ist im Anhang B beschrieben.

Für die weiteren Betrachtungen soll sich nun der Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems im Mittelpunkt des Hüftgelenkkopfes befinden, die z -Achse parallel zur resultierenden Kraft \vec{R} orientiert sein und die x -Achse in der Frontalebene liegen.

Damit lassen sich die 3 Komponenten der Gleichung (3.8) explizit durch folgende 3 Gleichungen darstellen, wenn der Hüftgelenkkopf kugelförmig ist:

$$R_x = 0 = \int_{F_p} \frac{x p(x, y)}{\sqrt{S_{GS}^2 - x^2 - y^2}} dx dy \quad (3.9)$$

$$R_y = 0 = \int_{F_p} \frac{y p(x, y)}{\sqrt{S_{GS}^2 - x^2 - y^2}} dx dy \quad (3.10)$$

$$R_z = R = \int_{F_p} p(x, y) dx dy \quad (3.11)$$

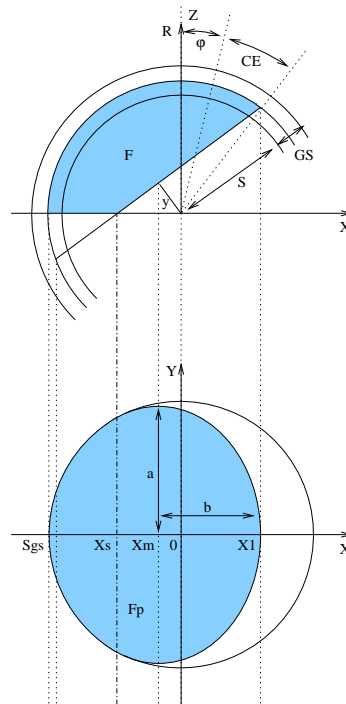


Abbildung 3.5: Die für die Druckaufnahme zur Verfügung stehende Hüftgelenkkopfoberfläche und ihre Projektion entlang der z -Achse in die x - y -Ebene. Farbiger unterlegt ist die Kontaktfläche, die zur Druckübertragung zur Verfügung steht. Die tatsächliche beanspruchte Fläche macht i. a. nur einen Teil der Fläche aus.

Darin drückt sich aus, daß die Aufsummation der Kräfte pro Flächenelement in Richtung \vec{R} den Betrag R und in Richtung x - und y -Achse Null ergeben muß. Dabei wurde mit $S_{GS} = S + GS$ der Radius des Hüftgelenkkopfes einschließlich der Knorpelbedeckung benutzt. Da das Modell voraussetzungsgemäß symmetrisch zur Frontalebene (x - z -Ebene) sein soll, ist die Gleichung (3.10) immer erfüllt.

Es bleiben somit noch 2 Bestimmungsgleichungen für den gesuchten Druck p . Nun ist aus der linearen Algebra bekannt, daß eine Anzahl von voneinander verschiedenen (linear unabhängigen) linearen Gleichungen genau dann eine eindeutige Lösung haben, wenn die Zahl der Unbekannten gleich der Zahl der Gleichungen ist. Im vorliegenden Fall heißt das, die Druckverteilungsfunktion p muß genau von zwei Parametern A und B abhängen, um mit diesem Modell eindeutige Lösungen zu erhalten. Die für p gewählte Gleichung setzt man nun in die Gleichungen 3.9 und 3.11 ein, um die Parameter A und B auszurechnen, und die fertige Druckverteilung für die Hüftgelenkkopfoberfläche zu erhalten.

Mit der Vorstellung dieses Modells in [8] wurde für p die lineare Druckverteilungsfunktion

$$p = Ax + B \quad (3.12)$$

gewählt. In [9] wurde dann später der Druckverteilung nach dem hooke'schen Gesetz

$$p = Ax + Bz \quad (3.13)$$

den Vorzug gegeben, da dies der plausible Ansatz ist.

Es ist anzumerken, daß der Druck auf der Hüftgelenkkopfoberfläche niemals kleiner Null werden kann. Dies muß bei der Lösung der Gleichungen berücksichtigt werden. Nähere Erläuterungen dazu sind im Anhang B zu finden.

Kapitel 4

Realisierung im Programm

Nach einem groben Überblick über die Aufgabenteilung der zwei Programme, werden der Gang der Berechnung im Programm `coxacalc` und die verwendeten Algorithmen ausführlicher beschrieben. Dabei handelt es sich um die Integration und die Optimierung. Beim Programm `coxagraf` werden die benutzten Grafikwerkzeuge ganz allgemein beschrieben und die Umwandlung der Druckverteilung in eine Farbgrafik speziell.

4.1 Allgemeines

Die Berechnung der Druckverteilung und ihre Darstellung erfolgt in zwei verschiedenen Programmen. Durch diese Entkopplung ist man flexibler bei der Verwendung dieser Programme in anderen Zusammenhängen. Daten werden von den beiden Programmen über Dateien ausgetauscht. Die Formate dieser Dateien sind im Anhang A beschrieben. Die Daten liegen in den Dateien nicht binär sondern in Textform vor.

Aufgabe des Programms `coxacalc` ist die Berechnung der Druckverteilung aus den Skelettdaten. Die Eingabe der Skelettdaten erfolgt durch das Einlesen einer Datei, die die Skelettdaten in einem bestimmten Format enthält. Die Ausgabe besteht neben den Skelettdaten und einigen im Zuge der Berechnung erhaltenen Daten im wesentlichen aus einer Wertetabelle für die Druckverteilung. Diese Ausgabe dient als Eingabe für das Programm `coxagraf`, das mit Hilfe dieser Daten einen Oberschenkelknochen, an dessen Kopf die Druckverteilung und die zugrunde gelegten Skelettdaten dargestellt sind, anzeigt und als Bild abspeichern kann.

Der Quelltext der Programme ist kommentiert und in C/C++ geschrieben. Zum Nachschlagen in Sachen C++ wurde gerne [16] benutzt.

4.2 Berechnung

Für die Berechnung der Druckverteilung kann das Programm `coxacalc` entweder die lineare Druckverteilungsfunktion $p = Ax + B$ oder die dem hooke'schen Gesetz folgende Druckverteilungsfunktion $p = Ax + Bz$ verwenden.

Die Programmausführung kann in 6 Abschnitte eingeteilt werden:

1. Einlesen der Skelettdaten
2. Berechnung der resultierenden Kraft \vec{R} und dem Winkel φ
3. Bestimmung der Fläche, die den Druck aufnehmen kann
4. Bestimmung der Parameter A und B der Druckverteilungsfunktion
5. Tabellierung der Druckverteilungsfunktion
6. Ausgabe der errechneten Daten

Nach dem Einlesen der Skelettdaten wird die resultierende Kraft \vec{R} und der Winkel φ , den sie mit der Senkrechten einschließt, berechnet. Anschließend wird die maximale Fläche bestimmt, die den von der Hüftgelenkpfanne ausgeübten Druck aufnehmen kann. Danach werden die Parameter A und B der jeweiligen Druckverteilungsfunktion bestimmt, womit die Druckverteilungsfunktion bekannt ist. Darauf hin wird eine Wertetabelle der Druckverteilungsfunktion für den interessierenden Bereich erstellt. Zuletzt werden die Skelettdaten zusammen mit einigen berechneten Daten und natürlich der Wertetabelle ausgegeben.

Die Berechnung der Druckverteilungsfunktion kann nicht in geschlossener Form erfolgen. Erstens sind Teile der auftretenden Integrale nur numerisch lösbar. Zweitens ist die Druckverteilungsfunktion eigentlich eine abschnittsweise definierte Funktion:

$$pp(x, y) = \begin{cases} p(x, y) & \text{für } p(x, y) > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Beide Umstände zusammengenommen erfordern eine iterative Lösungssuche. Die Bestimmungsgleichungen (3.9) und (3.11) werden für die Anfangswerte von A und B gelöst. Solange nun deren Ergebnisse zu stark von den Vorgaben ($R_z = R$, $R_x = 0$) abweichen, bestimmt der Optimierungsalgorithmus neue Werte für A und B und die Bestimmungsgleichungen werden erneut gelöst.

Nachfolgend werden die beiden benutzten Algorithmen für die numerische Integration sowie die Iteration beschrieben und wie sie im Programm verwendet werden erläutert.

In [14] ist der Integrationsalgorithmus gut verständlich erklärt. Die verwendete Optimierung ist in [11] sehr anschaulich erklärt, auch die Integrationsmethode wird erläutert. Der Schwerpunkt liegt jedoch hauptsächlich auf den Beispielprogrammen. Diese sind dann auch in leicht modifizierter Form für die Berechnungen verwendet worden.

4.2.1 Integration

Als Integrationsalgorithmus wurde die *Gaußsche Quadratur* gewählt. Diese ist schnell und eignet sich sehr gut für Polynome, da diese bis zu einem bestimmten Grad hin exakt integriert werden. Um genaue Ergebnisse zu erhalten ist es daher notwendig, daß die Integranden gut durch Polynome approximierbar sind. Die lineare Druckverteilung ist ein Polynom 1. Grades, die hooke'sche Druckverteilung kann näherungsweise gut durch ein Polynom dargestellt werden.

Die Grenzen der Flächen, über die integriert wird, werden in x -Richtung durch Angabe eines unteren und eines oberen x -Wertes und in y -Richtung durch Angabe einer oberen und einer unteren Grenzfunktion $f_o(x)$ und $f_u(x)$ bestimmt, wie in Abb. 4.1 gezeigt.

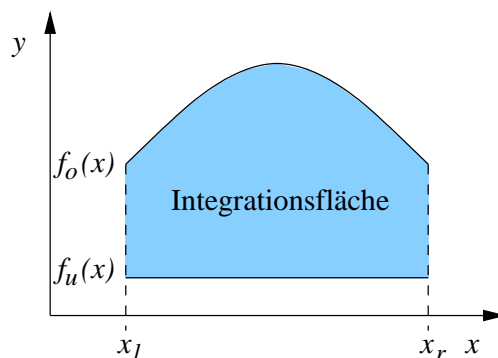


Abbildung 4.1: Integration über eine Fläche

Auch der Verlauf der Grenzfunktionen beeinflusst die Integrationsgenauigkeit, da sie in den Integranden der äußeren Integration eingehen. So leidet die Integrationsgenauigkeit, wenn die Grenzfunktionen zu ihrem Rand hin in die Senkrechte übergehen. Darum wird die Gesamtfläche durch 2 Geraden $x = x_{ew}$ und $x = x_{ks}$ in drei Teile geteilt. Über die mittlere Fläche wird so integriert wie in den Formeln angegeben. Bei den äußeren ist die Integrationsreihenfolge vertauscht. In Abb. 4.2 sind die 3 Flächen verschieden schraffiert, und für die äußeren Flächen ist das jeweilige für die Integration benutzte Koordinatensystem eingezeichnet. Durch das beschriebene Vorgehen werden zu große Steilheiten der Grenzfunktionen vermieden.

Dazu kommt noch, daß die Fläche an sich schon aus einem Kreis- und einem Ellipsenabschnitt besteht, was weitere Unterteilungen notwendig macht. Je nach Lage der Geraden

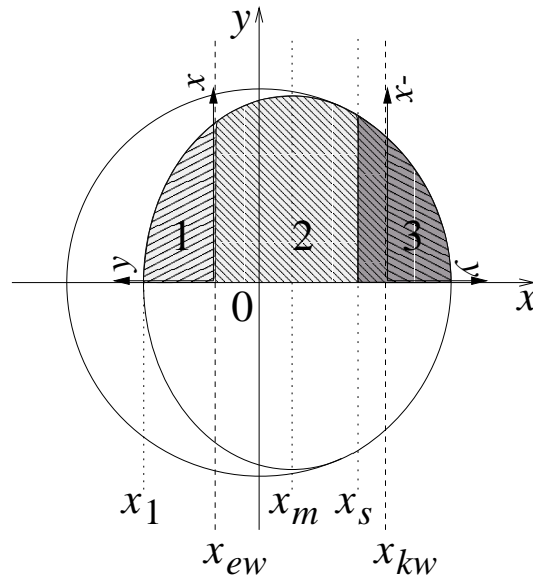


Abbildung 4.2: Integration über die Kontaktfläche: Die Flächen 1, 2 und 3 sind durch die Geraden $x = x_{ew}$ und $x = x_{ks}$ getrennt. Der Kreisabschnitt ist dunkel unterlegt, der Ellipsenabschnitt hell. Die Gerade $x = x_s$ trennt die beiden Abschnitte. Die kleinen Koordinatensysteme links und rechts besagen, daß für die Integration über diese Flächen 1 und 3 die Variablen vertauscht werden.

x_s , die die beiden Abschnitte voneinander abgrenzt, werden bis zu fünf Flächen für die Integration verwendet. x_s ist die Schnittgerade der Pfanneneingangsebene mit der Projektionsebene.

Es werden insgesamt 5 Fälle unterschieden, die festlegen, welche Flächenstücke für die Integration benutzt werden:

1. $x_s < -sgs$, x_s liegt also links außerhalb des Großkreises.
2. x_s liegt im Intervall $[-sgs, x_{es}[$
3. x_s liegt im Intervall $[x_{ks}, x_{es}]$
4. x_s liegt im Intervall $]x_{ks}, sgs]$
5. $x_s > sgs$, x_s liegt also rechts außerhalb des Großkreises.

In der Abb. 4.3 sind diese Fälle in der Reihenfolge, wie aufgezählt, zu sehen. Von oben nach unten schiebt sich x_s von rechts nach links. Die Buchstaben E und K in den Flächen teilen stehen für Ellipsenabschnitt und Kreisabschnitt. Die farbig unterlegten Teile der zwei Flächen in der zweiten und vierten Reihe entsprechen den nächstaußenliegenden

Flächen. Die Ergebnisse der Integration über sie werden von den Ergebnissen der Integration über die beiden Flächen abgezogen. Dieses Vorgehen ist einfacher, als nur über den nicht unterlegten Teil der Flächen zu integrieren.

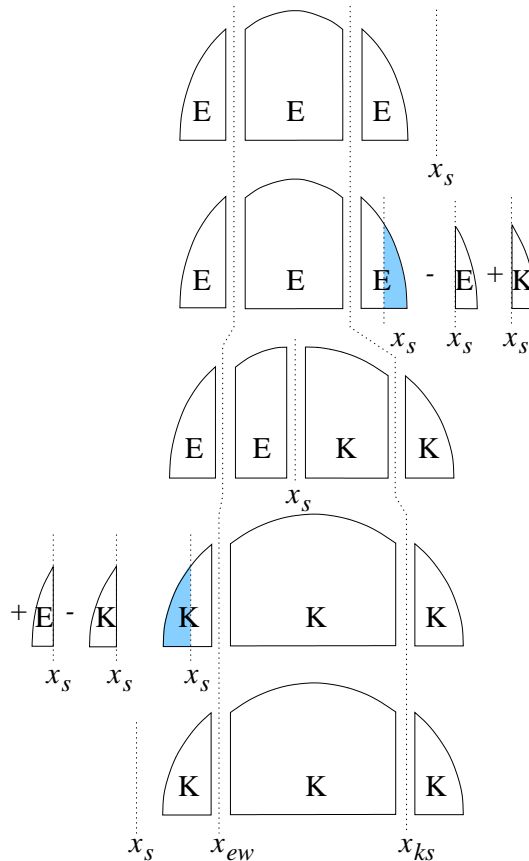


Abbildung 4.3: Aufteilung der Kontaktfläche für die Integration: Um die Genauigkeit der Integration zu erhöhen, wird die zu integrierende Fläche in bis zu 5 Flächen aufgespalten, die einzeln berechnet werden. Abhängig von den Werten für x_{ew} , x_{ks} und x_s werden insgesamt 5 Fälle unterschieden, aus welchen Flächen sich die Gesamtfläche zusammensetzt. Die negativen Vorzeichen in Fall 2 und 4 vor den kleinen Flächen, rechts E, links K, bedeuten, daß die Flächen von der Gesamtsumme abgezogen werden.

Durch diese Aufteilung sind immer flache Grenzfunktionen gewährleistet und somit eine ausreichende Integrationsgenauigkeit, bei geringer Anzahl der Stützstellen pro Integration.

Integriert wird immer über die gesamte Kontaktfläche und im Bedarfsfall p Null gesetzt. Zwar lassen sich die Nulldurchgänge der Druckverteilung leicht ermitteln: Für den Fall $p(x, y) = Ax + B$ ist die Nullkurve $p(x, y) = 0$ eine Gerade bei $x = -\frac{B}{A}$ und für

$p(x, y) = Ax + B\sqrt{S^2 - x^2 - y^2}$ ist sie eine Ellipse mit $((\frac{A}{B})^2 + 1)x^2 + y^2 = S^2$. Es ist jedoch einfacher, bei der Berechnung jeden Wert p zu prüfen.

4.2.2 Gaußsche Quadratur

Eine Klasse von Integrationsmethoden basiert auf der Approximation des Integranden durch Interpolationspolynome.

Es sei ein Integral

$$I := \int_a^b f(x) dx \quad (4.1)$$

gegeben. $f(x)$ sei eine reelle im Intervall $[a, b]$ stetige Funktion. Zu den Stützstellen

$$a \leq x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n \leq b \quad (4.2)$$

und den zugehörigen Stützwerten $f(x_k)$ mit $k = 0, 1, \dots, n$ existiert das eindeutige Interpolationspolynom $P_n(x)$ vom Grad kleiner oder gleich n , das mit den Lagrange-Polynomen $L_k(x)$ die Darstellung

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n f(x_k) L_k(x) \quad (4.3)$$

besitzt. Dann approximiert

$$Q_n := \int_a^b P(x) dx = \sum_{k=0}^n f(x_k) \int_a^b L_k(x) dx \quad (4.4)$$

das Integral I .

Definitionsgemäß liefert Q für Polynome vom Grade kleiner gleich n den exakten Wert des bestimmten Integrals. Im anderen Fall stellt es eine Näherung für I mit einem vom Integranden abhängigen Fehler dar.

Die Newton-Cotes Quadraturformeln verwenden äquidistante Stützstellen. Definiert man

$$Q_n := (b - a) \sum_{k=0}^n w_k f(x_k) \quad , \quad (4.5)$$

dann sind

$$w_k := \frac{1}{b - a} \int_a^b L_k(x) dx, \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (4.6)$$

die Integrationsgewichte der Quadraturformel.

Bei der Gaußsche Quadratur werden nun neben den Integrationsgewichten auch die Stützstellen so gewählt, daß die Quadraturformel den maximalen Genauigkeitsgrad besitzt. D. h. sie soll alle Polynome bis zu einem Grad m exakt integrieren, wobei m die größtmögliche Zahl mit dieser Eigenschaft ist.

Auf dem Intervall $[-1,1]$ sei

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \sum_{k=1}^n w_k f(x_k) + E_n[f] = Q_n + E_n[f], \quad x_k \in [-1, 1] \quad (4.7)$$

gegeben, wobei

Dann läßt sich zeigen, daß man den maximalen Genauigkeitsgrad von $(2n - 1)$ genau dann erreicht, wenn man in

$$Q_n := \sum_{k=1}^n w_k f(x_k) \quad x_k \in [-1, 1] \quad (4.8)$$

die n Stützstellen auf die Nullstellen des n -ten Legendre-Polynoms $P_n(x)$ legt.

Die Festlegung auf das Intervall $[-1, 1]$ stellt keine Einschränkung dar, da jedes endliche Intervall $[a, b]$ mit einer linearen Transformation auf das betreffende Intervall abgebildet werden kann.

Die Stützstellen und die Stützwerte müssen nicht während der Integration berechnet werden. Stattdessen kann man diese Werte vorher berechnen oder Tabellen verwenden, in denen die Werte jeweils für einen bestimmten Genauigkeitsgrad zusammengestellt sind.

4.2.3 Optimierung

Als *Optimierung* oder *Minimierung* bezeichnet man das Vorgehen, zu einer gegebenen Funktion, die von bestimmten Parametern abhängt, diejenigen Parameter zu bestimmen, für die die Funktion ein Minimum hat. Die gegebene Funktion heißt *Bewertungsfunktion*. Die Optimierung erfolgt iterativ.

Im vorliegenden Fall müssen die Parameter A und B optimiert werden, d. h. so gewählt werden, daß die Bestimmungsgleichungen (3.9) und (3.11) möglichst gut erfüllt sind. Diese lassen sich zwar nach A und B auflösen. Da aber die Integrale implizit von A und B abhängen, können letztere nicht auf diesem Wege berechnet werden.

Diese implizite Abhängigkeit liegt in der abschnittswisen Definition von p begründet: In den Gleichungen (3.9) und (3.11) werden in der Integration Werte von $p(x, y)$, die kleiner

Null sind, auf Null gesetzt. Mit dem gleichen Ergebnis kann man die Integration auch nur über die positiven Werte von p ausführen. Das bedeutet jedoch, daß die Integrationsgrenzen von p und somit von A und B abhängen. D. h. die rechte Seite der nach A bzw. B aufgelösten Gleichungen ist nicht unabhängig von den Parametern.

Die Bewertungsfunktion hängt von den beiden genannten Parametern ab. Sie muß für die Werte der Parameter ein Minimum haben, für die die beiden Bestimmungsgleichungen genau erfüllt sind. Für die Berechnung wurde

$$\text{minf}(A, B) = R_x^2(x, y) + (R_z(x, y) - R)^2 + 1 \quad (4.9)$$

als Bewertungsfunktion gewählt. $R_x(x, y)$ steht für die rechte Seite der Gleichung (3.9), $R_z(x, y)$ für die rechte Seite der Gleichung (3.11). 0 und R sind die bekannten Lösungen der beiden Gleichungen. Die zusätzliche 1 verhindert, daß die Funktion Null werden kann. Das hängt mit der Wahl des Abbruchkriteriums zusammen. Die genaue Bedeutung der hier genannten Ausdrücke wird in der Beschreibung des verwendeten Algorithmus in Kapitel 4.2.4 erläutert. Hier nur soviel: Als Abbruchkriterium wird ein relativer Abstand zwischen zwei Werten definiert:

$$\text{rel} = \frac{\text{minf}(\text{max}) - \text{minf}(\text{min})}{\text{minf}(\text{max}) + \text{minf}(\text{min})} \quad (4.10)$$

Liegt rel unterhalb eines bestimmten Wertes, beispielsweise 10^{-5} , bricht die Optimierung ab. Ist $\text{minf}(\text{min})$ genau Null, ergibt Gleichung (4.10) immer $\text{rel} = 1$. Obwohl die Routine den tiefsten Punkt gefunden hat, wird dies nicht erkannt und die Routine bricht nach Ausführung der maximal erlaubten Zahl von Iterationsschritten mit einer Fehlermeldung ab. Mit der zusätzlich addierten 1 wird dieser Fall ausgeschlossen, da nun die Bewertungsfunktion nicht kleiner 1 wird.

Für die Wahl der Anfangswerte für die Parameter A und B ist es hilfreich, sich den Verlauf der Minimumsfunktion anzusehen. Die abschnittsweise Definition von p wirkt sich auch auf den Verlauf der Bewertungsfunktion aus. In den Abb. 4.4 bis 4.6 sieht man, daß die Bewertungsfunktion ein Plateau aufweist. Ein fehlgeschlagener Versuch während der Entwicklungsphase, in einer Berechnung ein akzeptables Minimum zu finden, gab Anlaß, sich genauer mit der Bewertungsfunktion zu beschäftigen. Die Fehlerursache war, daß der willkürlich gewählte Startwert auf dem Plateau lag, zu weit vom Minimumstall entfernt, so daß der Algorithmus das Minimum nicht erreichen konnte. Die Abb. 4.4 bis 4.9 sollen den Verlauf der Bewertungsfunktion verdeutlichen. Das Minimum liegt ungefähr beim Punkt $P(A, B) = (0, 0)$. Für verschiedene Skelettdaten und Sigmawerte kann sich die Richtung des Minimumstals stark ändern. Die Höhe des Plateaus ändert sich etwas und die Lage des Minimums nur wenig, wenn man das Bild betrachtet. Wie zu sehen, hängt aber die Bewertungsfunktion in der Nähe des Minimums empfindlich von den Parametern ab.

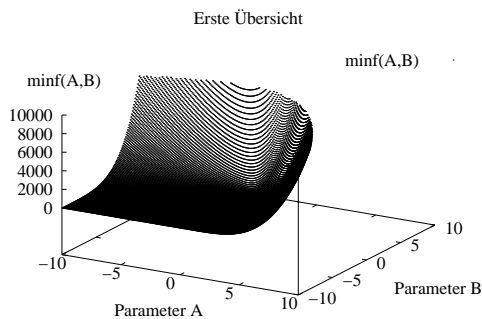


Abbildung 4.4: Grobe Übersicht über die Bewertungsfunktion. Nach hinten und rechts steigt die Funktion parabelförmig an.

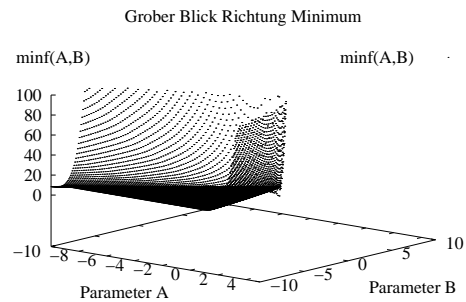


Abbildung 4.5: Leicht gedrehter Ausschnitt aus dem linken Bild. Vorne ist das Plateau zu sehen. Das Minimum liegt nahe am Punkt $P(A, B) = (0, 0)$.

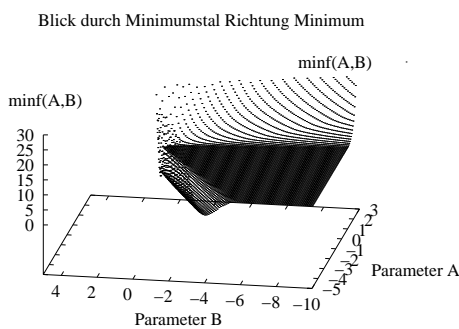


Abbildung 4.6: Abb. 4.5, um etwa 90° gegen den Uhrzeigersinn um die z-Achse gedreht. Blick durch das Minimumstal.

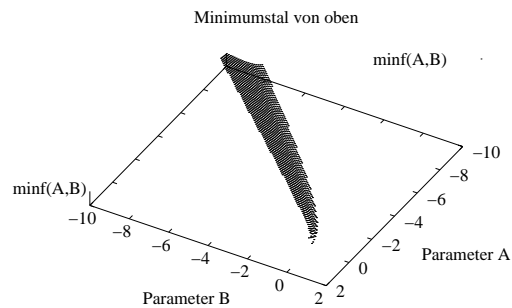


Abbildung 4.7: Abb. 4.6 leicht gedreht und steiler von oben gesehen. Nur Werte über $z = 10$ sind weggelassen. Dadurch wird der Verlauf des Minimumstal sichtbar.

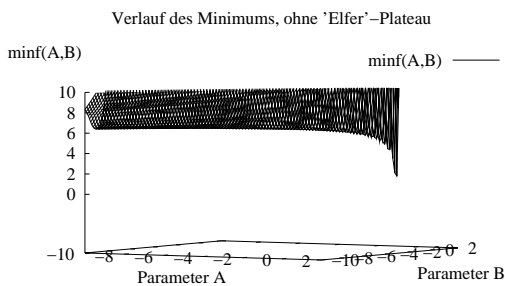


Abbildung 4.8: Abb. 4.7, wieder um z-Achse zurückgedreht und von der Seite betrachtet. Die zum Minimum hin abfallende Talsole ist schön sichtbar.

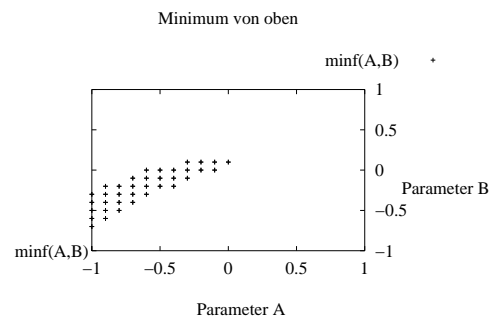


Abbildung 4.9: Eine Vergrößerung der Stelle um das Minimum. Das Minimum liegt nicht genau bei Null.

4.2.4 Downhill Simplex Algorithmus

Der 1965 von Nelder und Mead vorgestellte *Downhill Simplex Algorithmus* ist ein mehrdimensionaler Optimierungsalgorithmus. Er ist kein schneller Algorithmus, aber einfach zu implementieren und es werden keine Ableitungen der Funktionen gebraucht. Der Algorithmus ist geometrisch sehr anschaulich. Bildlich gesprochen und zweidimensional betrachtet gleicht das Verfahren dem Vorgehen einer Amöbe, die auf einem Terrain den tiefsten Punkt sucht und immer Richtung tiefstem Punkt “fließt”.

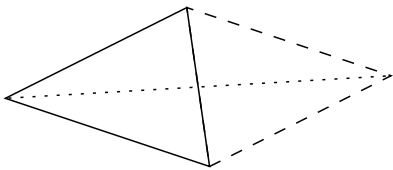
Ein *Simplex* in einem N -dimensionalen Raum besteht aus $N+1$ Punkten und allen sie verbindenden Geradenabschnitten und Flächen. Im zweidimensionalen Fall ist er ein Dreieck. Für die Berechnung ist es wichtig, daß der Simplex nicht degeneriert ist, d.h. sein Volumen im N -dimensionalen nicht verschwindet. Bevor der Algorithmus gestartet wird, muß ein Anfangssimplex festgelegt werden, indem seinen $N + 1$ Punkten bestimmte Anfangswerte zugewiesen werden. Eine Möglichkeit diese Werte zu definieren ist, einen Punkt P_0 als einen Punkt des Simplexes festzulegen und die anderen N Punkte als

$$P_i = P_0 + \lambda e_i \quad (4.11)$$

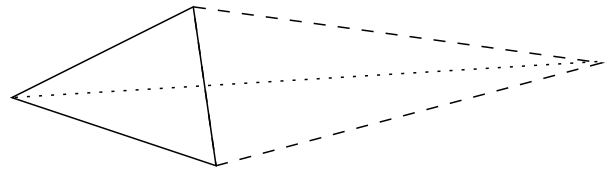
wobei e_i die N Einheitsvektoren sind, und λ eine für das Problem charakteristische Länge.

Der Downhill Simplex Algorithmus kennt 4 Arten, den Simplex zu verändern. Diese Arten sind im Abb. 4.10 beschrieben. In jeder neuen Iteration wird zunächst versucht, den höchsten Punkt, also den mit dem höchsten Wert der Bewertungsfunktion, auf mehrere Weisen an eine andere Stelle zu versetzen. Der Punkt wird nur dann versetzt, wenn die Bewertungsfunktion für die neue Stelle einen kleineren Wert als für die alte Stelle ergibt. Schlägen diese Versuche fehl, werden alle Punkte zum tiefsten Punkt, dem Punkt mit der kleinsten Wert der Bewertungsfunktion, hin verschoben.

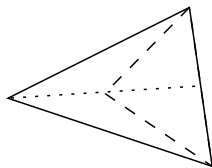
Innerhalb einer Iteration werden folgende Schritte ausgeführt: Zuerst wird versucht, den höchsten Punkt an der gegenüberliegenden Fläche zu spiegeln (*Reflexion*). Ist das Resultat besser als der beste (tiefste) Punkt, wird versucht, den Punkt in gleicher Richtung weiter versetzen (*Extrapolation*). Dann wird ein neuer Iterationsschritt begonnen. Ist das Resultat schlechter als der zweitschlechteste Punkt (zweithöchste) Punkt, wird versucht, den Punkt näher zur Mitte des Simplex zu verschieben (*Kontraktion in einer Dimension*). Wird dabei kein tieferer Punkt gefunden, werden alle Simplexpunkte zum tiefsten Punkt hin verschieben (*Kontraktion in N Dimensionen*).



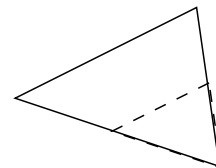
a) *Reflexion*: Der Punkt wird an der gegenüberliegenden Fläche gespiegelt.



b) *Extrapolation*: Der Punkt wird gespiegelt und mittels zentrischer Streckung weiter von der Fläche weg verschoben.



c) *Kontraktion in einer Dimension*: Der Punkt wird durch zentrische Streckung näher an die gegenüberliegende Fläche gebracht.



d) *Kontraktion in allen Dimensionen*: Alle Punkte werden durch zentrische Streckung näher an den tiefsten Punkt gebracht.

Abbildung 4.10: Die Arten, auf welche der Algorithmus den Simplex verändert, hier am Beispiel des zweidimensionalen Falles gezeigt. Der Ausgangssimplex ist in durchgezogen Linien dargestellt, der neugebildete in gestrichelten. Bis auf das Beispiel d), wo alle Punkte bewegt werden, wird immer nur der höchste Punkt verschoben.

4.3 Grafische Darstellung

Die Visualisierung der vom Programm *coxacalc* berechneten und in einer Datei gespeicherten Druckverteilung erfolgt im Programm *coxagraf*. Für die Darstellung der Daten wird ein Fenster geöffnet, und der Benutzer kann nun interaktiv mit Maus und Tastatur die Darstellung der Daten beeinflussen. In einer Bedienungsanleitung sind alle möglichen Eingaben und ihre Auswirkungen zusammengestellt.

Die Programmausführung kann grob in 3 Schritte geteilt werden. Im ersten Schritt werden die Daten eingelesen, im zweiten werden alle Objekte, die im Fenster dargestellt werden können, erzeugt. Dies umfaßt z.B. die Informationsfenster und den Femurkopf mit der Druckverteilung, deren Erstellung einen breiten Raum innerhalb dieses Schrittes einnimmt. Im letzten Schritt werden die Objekte im Fenster angezeigt und Eingaben des Benutzers entgegengenommen.

In der Eingabedatei werden 3 verschiedene Typen von Datensätzen erwartet, die unabhängig voneinander weiterverarbeitet werden. (Inkonsistenzen zwischen ihnen werden nicht bemerkt, und sollen es auch nicht). Der Datensatztyp *Skelettdaten* enthält die Eingabedaten für das Druckberechnungsprogramm *coxacalc*. Sie werden im Fenster *Skelettdaten* angezeigt und informieren den Benutzer über die Skelettdaten, die der dargestellten Druckverteilung zugrunde liegen. Einige Werte sind in der grafischen Darstellung eingezeichnet. Im Datensatztyp *Hueftdaten* sind die aus den Skelettdaten berechneten Daten abgelegt, die mit der Druckverteilung zu tun haben, aber keine Druckverteilung darstellen. Ein kleiner Teil, z.B. die relative Muskelkraft und die relative Resultierende werden im Fenster *Skelettdaten* angezeigt. Die meisten Daten sind aber Längen und Winkel und werden als „Bemaßung“ im Bild selbst angezeigt. Die Druckverteilung selber liegt tabelliert über einem quadratischen Gebiet im Datensatz Tabelle vor.

Die Darstellung der Druckverteilung erfolgt farbkodiert. Jedem Druckwert ist eine bestimmte Farbe zugeordnet. Eine Farbskala ermöglicht die Zuordnung der Farben und Druckwerte zueinander.

Den größten Teil des vom Programm geöffneten Fensters nimmt die grafische Darstellung des Knochens mit der Druckverteilung ein. Links und rechts am Rand befinden sich zwei Informationsfenster. Das linke Fenster *Skelettdaten* zeigt bestimmte Daten als Zahlen an, das rechte Fenster *Druckverteilung* enthält die Farbskala.

4.3.1 Die Grafik

Die Bildschirmausgabe setzt auf eine 3D-Grafikbibliothek mit einer *OpenGL* konformen API¹ namens *Mesa* auf. *OpenGL* ist ein von der Firma *Silicon Graphics Inc.* geprägter

¹Application Programming Interface: Bezeichnung für den Funktionsumfang der Bibliothek und die Form in der die Bibliotheksroutinen aufgerufen werden.

Standard für low-level 2D und 3D Grafikoperationen. Low-level bedeutet, daß alle Objekte aus Punkten, Linien und Flächen zusammengesetzt werden müssen und keine komplexen Objekte wie Würfel vordefiniert sind. Mit dieser Bibliothek können dreidimensionale Objekte auf einfache Weise dargestellt werden. Effekte wie Licht, Nebel und Durchsichtigkeit von Objekten lassen sich verhältnismäßig einfach programmieren. Auf der Unterstützung von Texturen durch OpenGL basiert die Darstellung der Druckverteilung. Dies wird in 4.3.2 genauer erläutert. Ein großer Vorteil ist die Tatsache, daß verschiedene Implementierungen von OpenGL vorhandene 3D-Beschleunigungshardware ausnutzen können. Erst dadurch wird effizientes interaktives Arbeiten möglich. Lösungen ohne unterstützende 3D Hardware sind viel zu langsam. Weiterhin ist OpenGL ein hardwareunabhängiger Standard, was die Portierbarkeit des Programms erleichtert.

Da OpenGL als reine Grafikkbibliothek keinerlei Unterstützung für interaktive Benutzereingaben bietet, wurde zusätzlich die GLUT-Bibliothek² verwendet. Diese ist eine Sammlung kleiner nützlicher Routinen und bietet im wesentlichen Unterstützung für interaktive Eingaben mit der Maus, über Pop-upmenüs und rudimentär auch über die Tastatur.

Eine gute Einführung in die Programmierung mit OpenGL bietet [10], alle OpenGL Befehle sind in [4] beschrieben. Weiterführende Informationen zu OpenGL lassen sich im Internet unter <http://www.sgi.com> finden. Eine umfassende Beschreibung der GLUT-Bibliothek findet sich in [5].

4.3.2 Anzeigen der Druckverteilung

Im Modell wird der Hüftgelenkkopf als eine Kugel angesehen. Im Programm wird daher um den etwas unregelmäßigen Hüftgelenkkopf des angezeigten Oberschenkelknochens eine Kugel gelegt, auf die wiederum die Druckverteilung projiziert wird.

In OpenGL erfolgen alle Ortsangaben im dreidimensionalen Raum durch Punkte (*Vertices*, Sing. *vertex*). Alle anderen Objekte werden durch die Angabe ihrer Eckpunkte definiert. Jeder Vertex hat außer seiner Lage im Raum weitere Eigenschaften, z. B. seine Farbe oder seine *Texturkoordinaten*. Eine *Textur* ist ein ein- oder zweidimensionales Bild, das auf eine Linie oder Oberfläche eines Objektes abgebildet wird. Die Texturkoordinaten legen nun eine Abbildungstransformation für das Bild auf die Vertices fest. Sie geben für jeden Vertex an, welche Texturposition auf ihn abgebildet wird, und damit welcher Texturpunkt auf ihm zu liegen kommt. Die Texturkoordinaten der nicht direkt auf den Vertices liegenden Teile eines Objekts werden durch lineare Interpolation der Texturkoordinaten der angrenzenden Vertices gewonnen.

²OpenGL Utility Toolkit

Die den Hüftgelenkscopf darstellende Kugel ist nun aus Flächen aufgebaut, die durch die Angabe ihrer Eckpunkte bestimmt sind, siehe Abb 4.11. Die Texturkoordinaten dieser Punkte sind so gewählt, daß eine Textur, die in einer zur resultierenden Kraft \vec{R} orthogonalen Ebene liegt, parallel auf die Kugeloberfläche projiziert wird. Dies ist in Abb. 4.12 veranschaulicht.

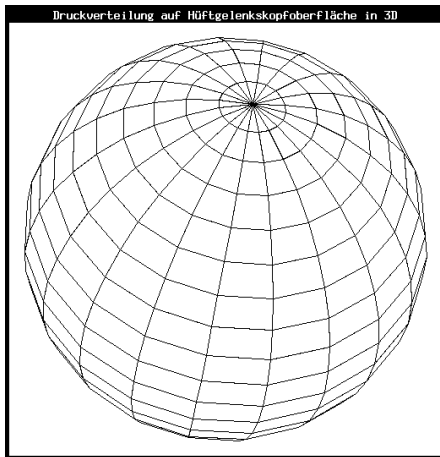


Abbildung 4.11: Aufbau der Kugel: Alle Flächen werden durch Angabe ihrer Eckpunkte festgelegt.

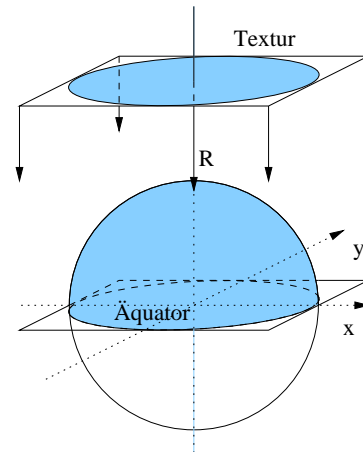


Abbildung 4.12: Parallelprojektion der Textur in Richtung \vec{R} auf die Kugeloberfläche.

Der Vorteil dieses *texture mapping* genannten Verfahrens gegenüber anderen liegt darin, daß es sehr einfach ist und durch OpenGL in Hardware ausgeführt werden kann. Dadurch werden Bewegungen der Objekte schneller ausgeführt, die CPU des Rechners wird entlastet. Der Nachteil in diesem speziellen Fall der Parallelprojektion einer Ebene auf eine Kugel entlang einer Gerade, die durch den Mittelpunkt der Kugel geht besteht in den Verzerrungen, von denen verstärkt die Ränder der Textur betroffen sind, die ja nahe an den Äquator abgebildet werden.

Woraus besteht nun die Textur? Die Textur ist ein farbiges Bild, das aus den tabellierten Druckwerten erzeugt wird, die mit der Eingabedatei eingelesen wurden. Die Druckwerte sind gemäß dem Modell aus Kapitel 3 für eine quadratische Fläche tabelliert, der Projektionsebene der Hüftgelenkkopfes. Jeder Druckwert wird in einen Bildpunkt des Texturbildes umgesetzt. Durch OpenGL ist die Zahl der Bildpunkte in einer Zeile auf 2^n beschränkt ($n = 0, 1, 2, \dots$). Das Programm setzt zusätzlich voraus, daß die Zahl der Zeilen und Spalten gleich ist.

Im übrigen spielt es für das Programm natürlich keine Rolle, welche Bedeutung diese tabellierten Werte haben, die eingelesen werden. Vorausgesetzt, das Format der Eingabedatei wird beachtet, lassen sich im Prinzip beliebige Daten mittels einer Farbverteilung in diesem Programm darstellen.

4.3.3 Die Farbskala

Um die Farbverteilung zu erhalten, müssen die Druckwerte zuerst in Farbwerte umgesetzt werden. Dies geschieht mit Hilfe einer Tabelle, in der paarweise eine Anzahl von Druckwerten und die zugehörigen Farbwerte gespeichert sind. Diese sind nach steigenden Druckwerten sortiert. Zwei weitere Farbwerte geben an, welche Farbe solche Druckwerte bekommen, die nicht im durch die Tabelle abgedeckten Druckwerteintervall liegen. Liegt ein Druckwert zwischen zwei Druckwerteinträgen, wird die Farbe aus den beiden zugehörigen Farbeinträgen linear interpoliert. Diese Interpolation erfolgt getrennt für alle drei Farbkomponenten rot, grün, blau.

4.3.4 Die grafischen Objekte

Alle grafischen Objekte wie der Oberschenkelknochen, der Hüftgelenkkopf oder die Beschriftung werden einzeln in sogenannten *Display Listen* abgespeichert. Um ein Objekt anzuzeigen, muß dann nur noch die Nummer der jeweiligen Display Liste angegeben werden. Diese Listen werden am Programmanfang generiert, und können dann abhängig von den Eingaben des Benutzers angezeigt werden oder nicht. Auf diese Weise kann die Beschriftung, die „Bemaßung“, der Femur und viele andere Objekte ein- und ausgeblendet werden.

Der Internetseite <http://isb.ri.ccf.org/data/delp/> [15] sind die Daten für den Oberschenkelknochen entnommen. Die Detailauflösung des aus etwa 350 Vertices bestehenden Knochens ist recht gering, erlaubt aber zügige Bewegungen der Objekte und vermittelt eine ungefähre Vorstellung von der Lage des Hüftgelenkkopfes, der Gelenkkräfte und des Femurs zueinander. Das Femurmodell hat aber zu wenig Punkte und es fehlten genaue Daten, um die Form des Knochens den am Röntgenbild gemessenen geometrischen Skelettdaten anzupassen.

Kapitel 5

Anwendungsbeispiele

Da das Ziel dieser Arbeit darin lag, eine Visualisierung zu bereits bekannten Modellen zu erstellen, bestehen die Ergebnisse in einer Darstellung, wie dieses Programm angewendet werden kann.

In [6] wurde ein Vorläufermodell des hier verwendeten Modells für die Berechnung der Druckbeanspruchung verwendet. Zur Illustration sind dort eine Reihe von Fallbeispielen aufgeführt, die die Diagnose und die prä- und postoperativen Skelettdaten der Patienten umfassen, nebst einer Diskussion der angewendeten Operationsmethoden. Für zwei ausgewählte Fälle wird hier mit dem dem hooke'schen Gesetz folgenden Modell die Druckverteilung neu berechnet und visualisiert. Außerdem wird noch ein Datensatz verwendet, der in [1] für Berechnungen mit dem Vorläufermodell verwendet wurde. Für diesen war keine erläuternde Dokumentation verfügbar.

Der Vorteil, interaktiv mit dem Programm zu arbeiten und die Darstellung aus allen Richtungen anschauen zu können, ist im Rahmen dieser Ausführungen nicht wiederzugeben, da die Abbildungen nur feststehende Einzelbilder sein können. Um wenigstens einigermaßen einen räumlichen Eindruck von der Darstellung, bzw. der berechneten Druckverteilung zu geben, wurden die Druckverteilungen aus zwei verschiedenen Perspektiven aufgenommen: einmal von vorne, also in der Frontalebene, und einmal von schräg oben, parallel zur resultierenden Kraft \vec{R} . Vereinzelt wurde noch eine weitere Perspektive hinzugenommen.

Im allgemeinen werden zur Schilderung des Zustands eines Hüftgelenks drei Bilder verwendet. Im ersten sind die Skelettdaten zu sehen, wie sie dem Röntgenbild entnommen wurden, das zweite zeigt das Hüftgelenk mit der Druckverteilung von vorne und das dritte von oben.

Die Bilder sind kommentiert. Manche Eigenschaften, die in den Bildunterschriften beschrieben sind, werden nicht im Text erwähnt, weil sie ohne Bild nicht gut zu beschreiben,

am Bild aber offensichtlich sind. Die in den Bildbeschreibungen auftretenden medizinischen Fachbegriffe sind nicht weiter erklärt.

Abbildungen, in denen nur die Skelettdaten eingezeichnet sind, werden als Skelettdatendarstellung bezeichnet. In der Druckverteilungsdarstellung ist die Druckverteilung auf dem Hüftgelenkkopf abgebildet.

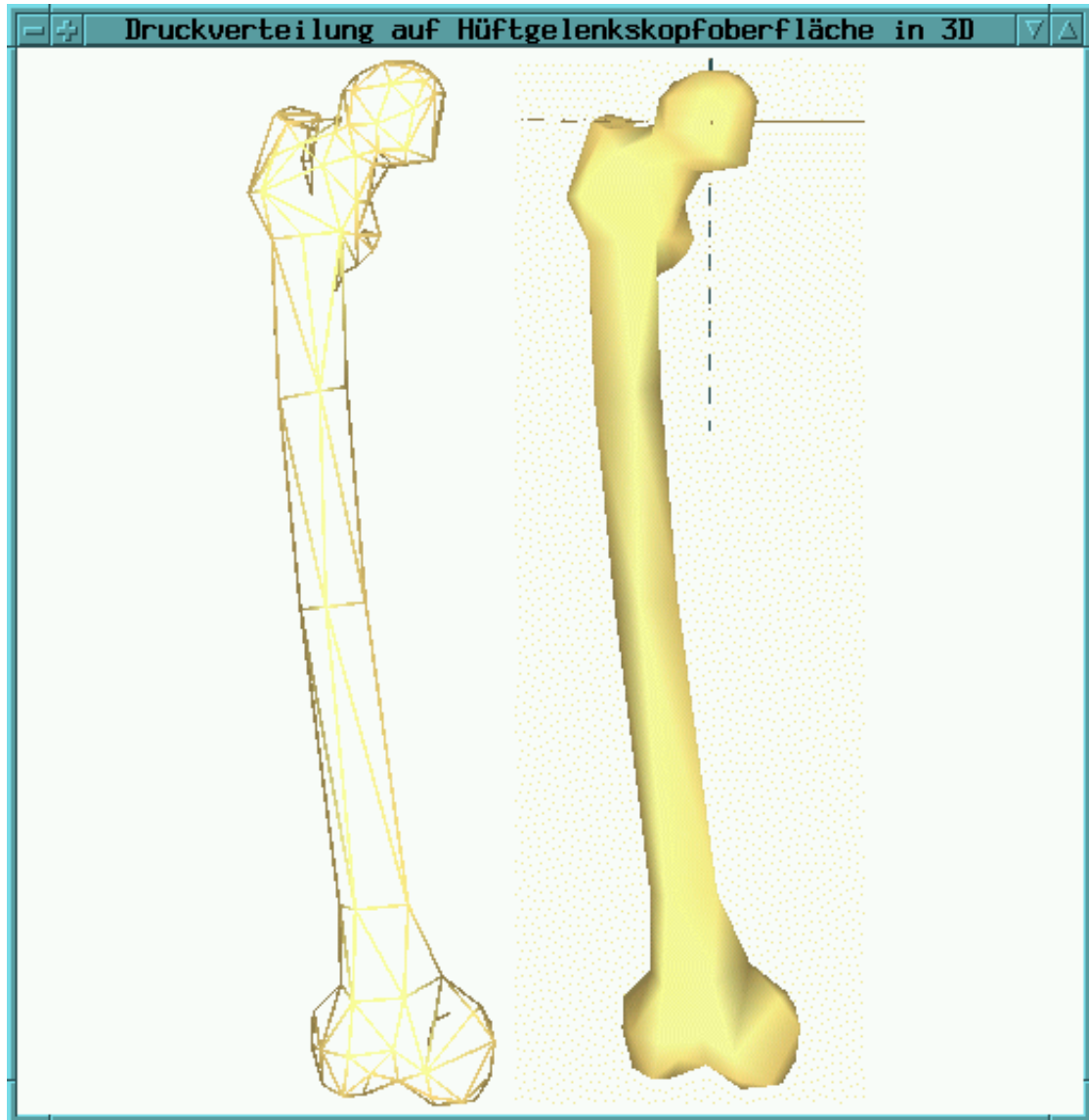


Abbildung 5.1: So sieht der im Programm verwendete exemplarische Oberschenkelknochen von vorne aus, links als Drahtmodell, rechts als Oberflächenmodell dargestellt. Der eigentlich interessierende Bereich, der Hüftgelenkkopf, auf dem bei der Visualisierung die Druckverteilung dargestellt wird, befindet sich am oberen Ende des Knochens. Der untere Teil des Knochens dient nur der Lageorientierung und Anschauung.

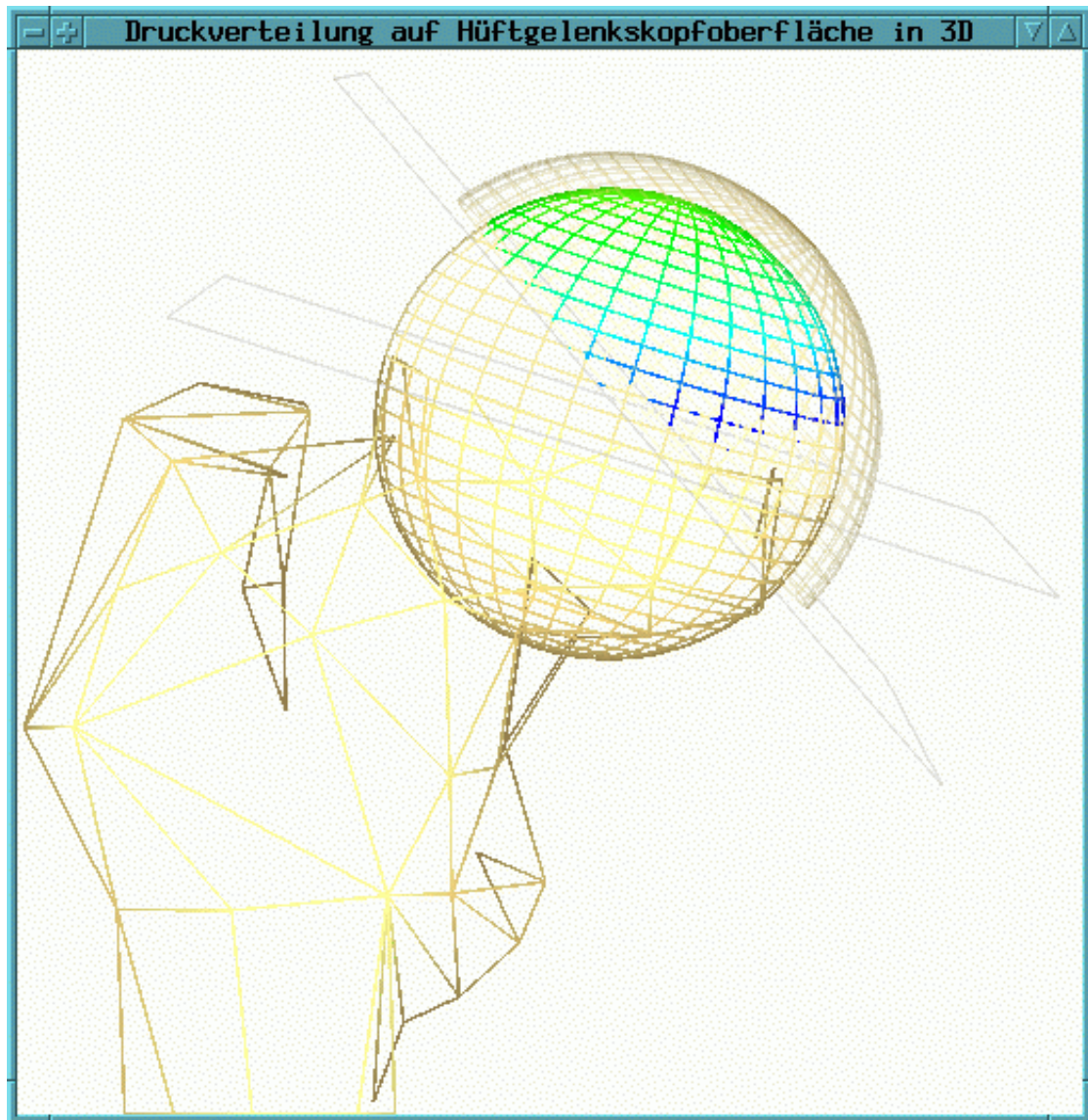


Abbildung 5.2: Ansicht des Hüftgelenkkopfes als Drahtmodell. Nach links unten hin erstreckt sich der Oberschenkelknochen. Die gelbe Kugel ist der Hüftgelenkkopf, dessen tragender Teil entsprechend der Druckbeanspruchung in grünen und blauen Linien gezeichnet ist. Rechts oben ist die Hüftgelenkspfanne dargestellt, die den Hüftgelenkkopf umfaßt. Die steilere der beiden sichtbaren Ebenen ist die Pfanneneingangsebene, die andere ist die Projektionsebene, die orthogonal zur Resultierenden \vec{R} liegt.

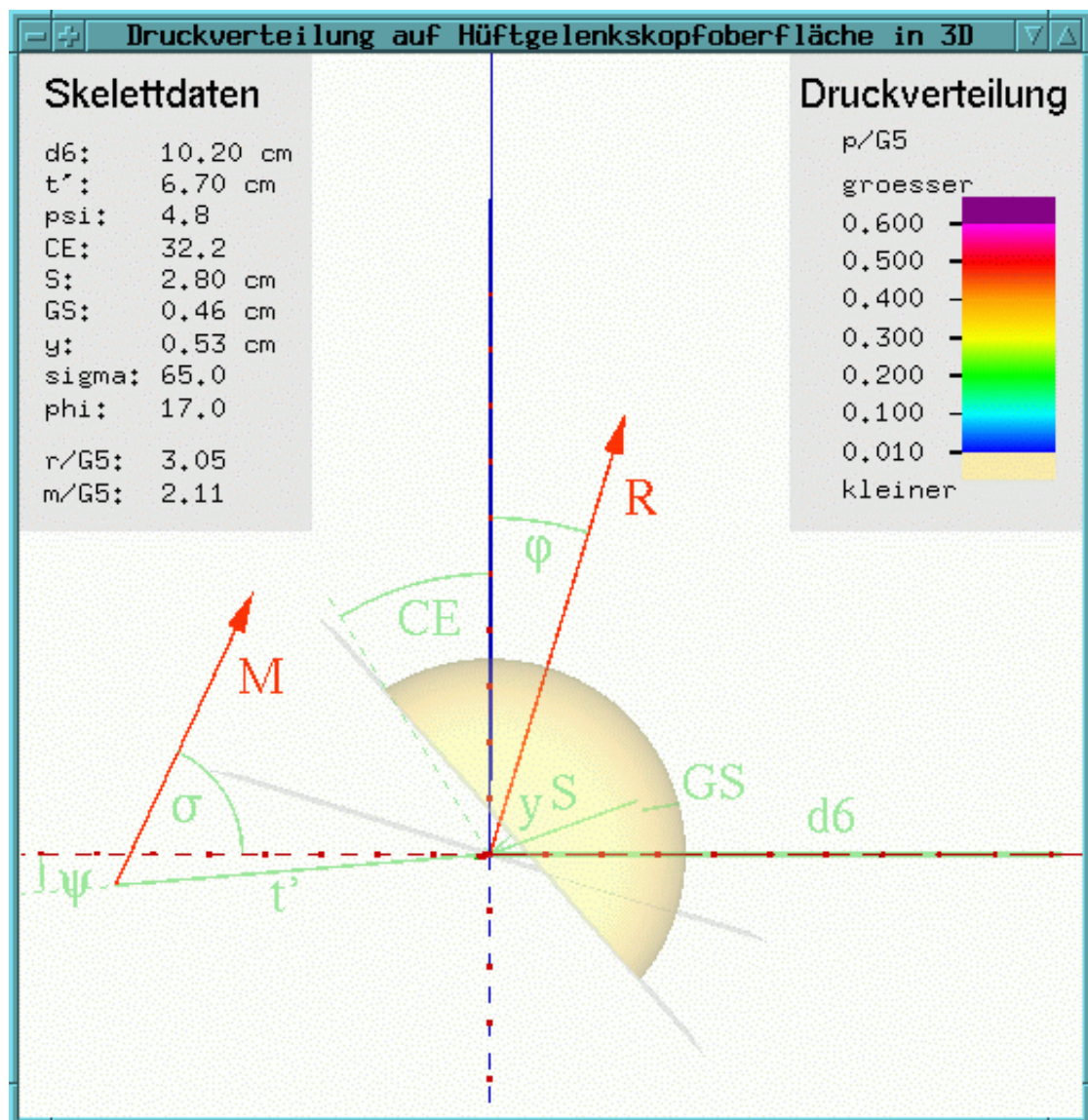


Abbildung 5.3: Die Skelettdaten für eine männliche Normhüfte, wie sie das Programm darstellt. Zum Vergleich: Auf Seite 25 in Abb. 25 sind diese Skelettdaten an einer Röntgenaufnahme des Beckens eingezeichnet.

Das Koordinatensystem wird durch 3 Achsen dargestellt. Nach oben und unten hin erstreckt sich die blau gezeichnete z-Achse. Nach links und rechts verläuft die rot gezeichnete x-Achse. Die grüne y-Achse verläuft senkrecht zur Papierebene. Die positiven Bereiche der Achsen sind durchgezogen, die negativen gestrichelt gezeichnet. Der Abstand zwischen zwei benachbart auf einer Achse liegenden kleinen dunkelroten Würfeln ist 1 cm. Rot eingezeichnet sind die Muskelkraft \vec{M} , und die resultierende Kraft \vec{R} , die die Druckverteilung auf der Hüftgelenkskopfoberfläche erzeugt. Die Skelettdaten sind durch die hellgrün eingezeichneten Strecken oder Winkel im Bild gekennzeichnet.

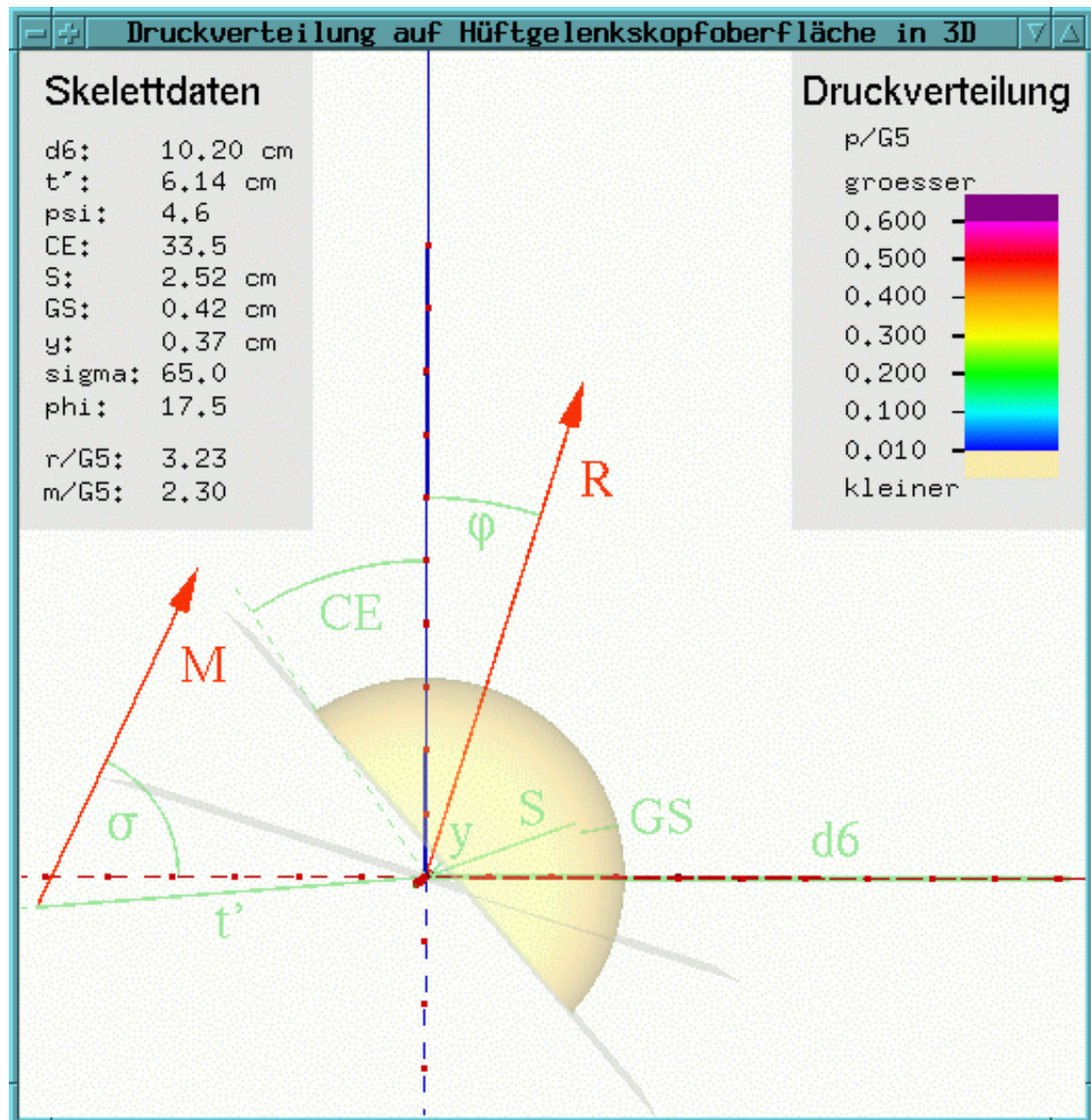


Abbildung 5.4: Die Skelettdaten für eine weibliche Normhüfte. Sie unterscheiden sich wenig von den Daten des Mannes, weshalb die Druckverteilung fast identisch ist.

Im Fenster *Skelettdaten* (links oben) sind die Skelettdaten aufgelistet, auf deren Grundlage die Druckberechnung erfolgte. Der Winkel φ (im Fenster mit *phi* bezeichnet) der den Winkel zwischen der z-Achse und \vec{R} angibt, ist die einzige berechnete Größe im oberen Zeilenblock. Im unteren sind die Beträge der Muskelkraft \vec{M} und der Resultierenden \vec{R} relativ zur Gewichtskraft ausgedrückt.

In der Abbildung ist hellgelb getönt die Hüftgelenkspfanne zu erkennen. Sie wird von der Pfanneneingangsebene begrenzt, die im Bild als graue Linie abgebildet ist. Die immer durch den Ursprung gehende Projektionsebene ist ebenfalls zu sehen. Beide Ebenen werden in dieser Perspektive von der Seite betrachtet.

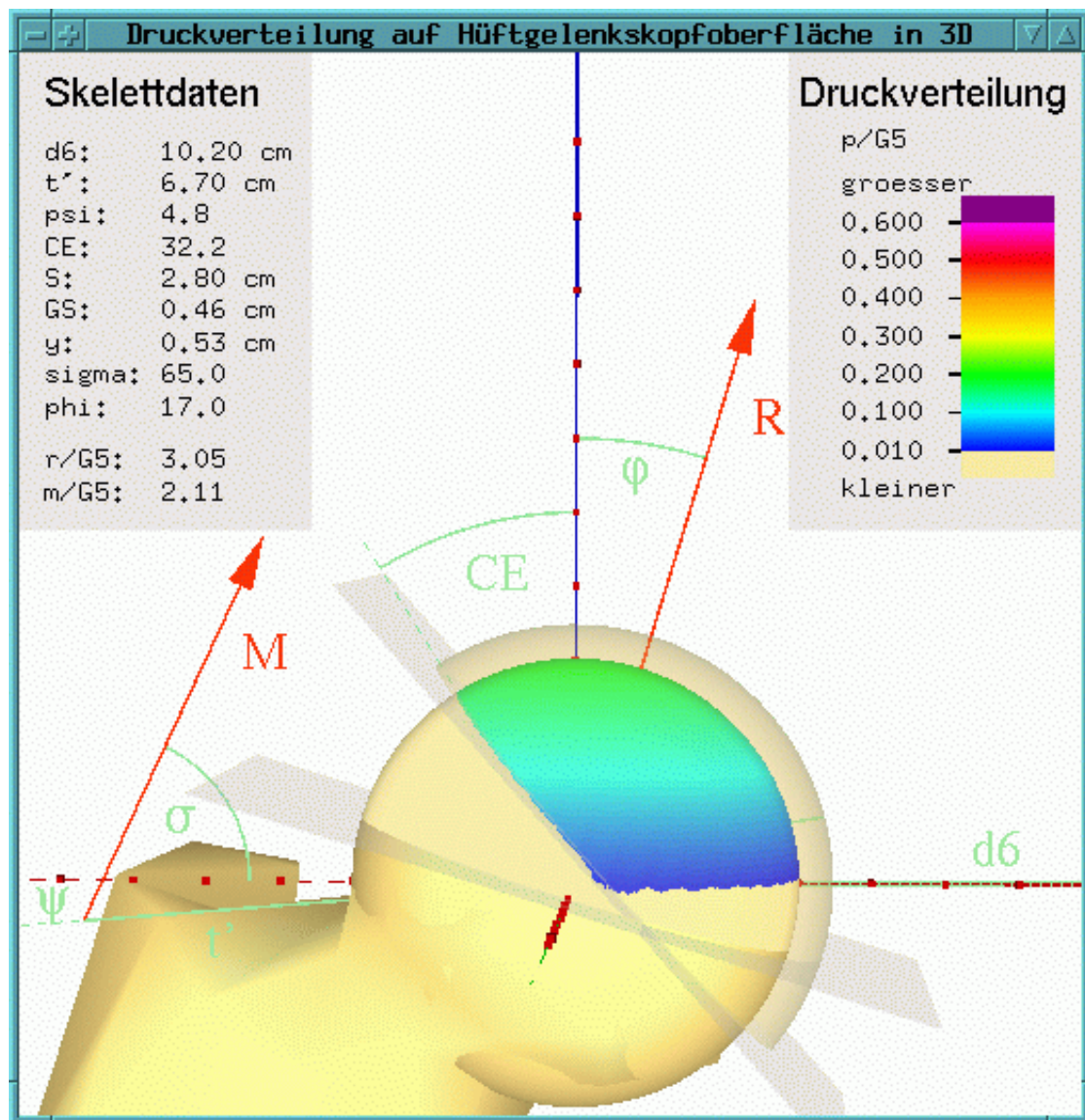


Abbildung 5.5: Die Druckverteilung für ein männliches Normhüftgelenk von vorne gesehen. Die Druckverteilung ist farbkodiert dargestellt. Im Fenster *Druckverteilung* ist zur Orientierung eine Farbtabelle eingeblendet. Die Bezeichnungen *groesser* und *kleiner* besagen, daß Drücke, die größer bzw. kleiner als der größte bzw. kleinste in der Tabelle vorkommende Wert sind, in der obersten bzw. untersten sichtbaren Farbe angezeigt werden. Drücke kleiner Null existieren nicht. Drücke bei Null werden fast knochenfarben angezeigt. Drücke oberhalb 0.6 werden als so pathologisch eingestuft, daß ihr genauer Wert nicht mehr von großem Interesse ist, zumal eine Ausdehnung des Wertebereichs eine Verschlechterung der Farbauflösung mit sich bringen würde.

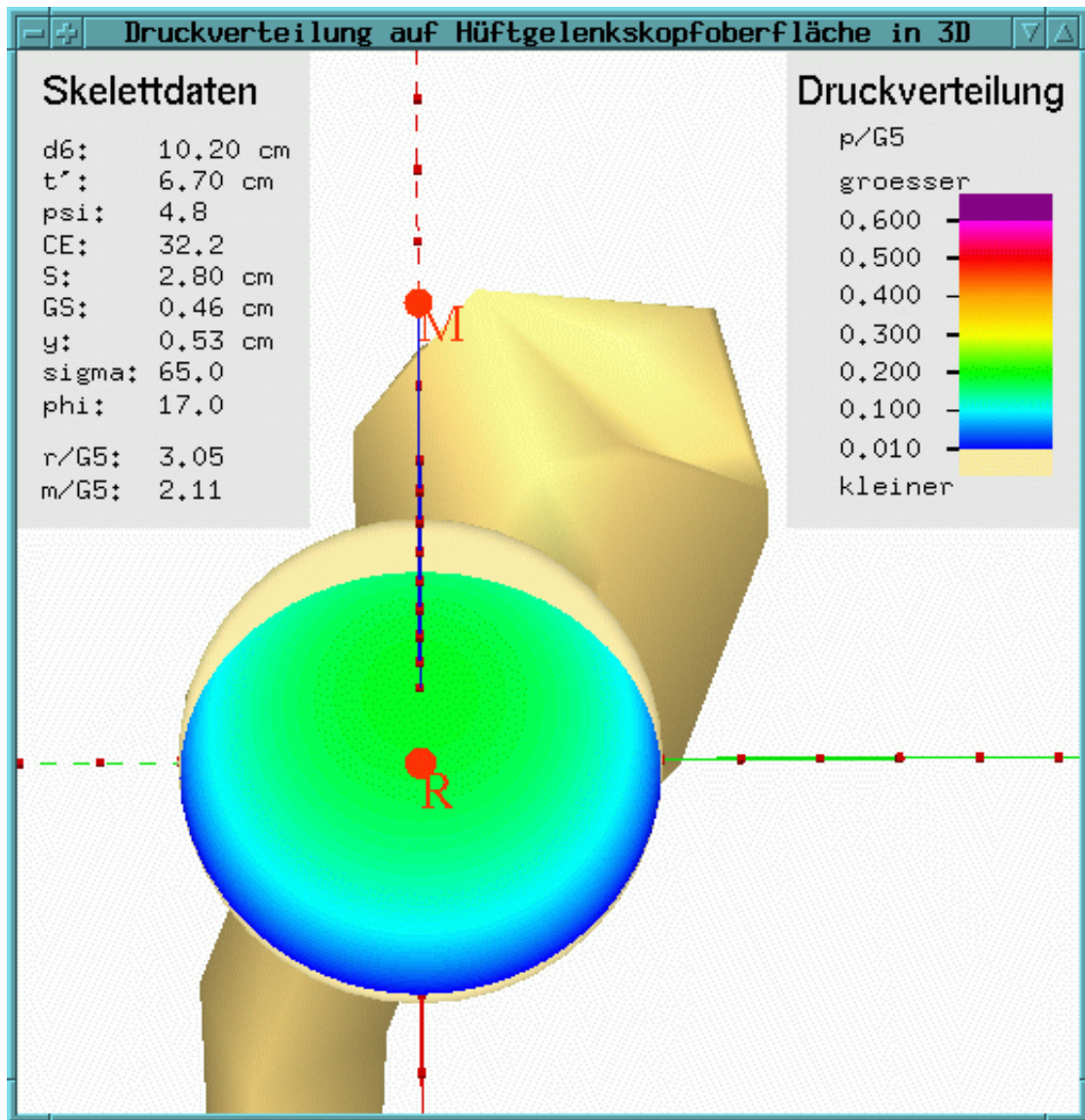


Abbildung 5.6: Die Druckverteilung für ein männliches Normhüftgelenk von oben gesehen. Die resultierende Kraft \vec{R} zeigt aus der Papierebene heraus. Oben im Bild ist das obere Ende des Femurschafts mit dem Trochanter major zu sehen, unten der Femurschaft. Man sieht, daß die Druckverteilung punktsymmetrisch zu einem bestimmten Punkt ist, der aber nicht der Durchstoßpunkt der resultierenden Kraft durch den Hüftgelenkkopf ist, sondern von letzterem aus gesehen, auf der x-Achse liegend, bei kleineren x-Werten liegt. Im Bild liegt dieser Punkt etwas oberhalb von \vec{R} . Zur Druckverteilung selber: Man sieht, daß sich diese im grünen Bereich befindet, also normal ist. An den Rändern fällt der Druck dem verwendeten Modell gemäß nach Null hin ab.

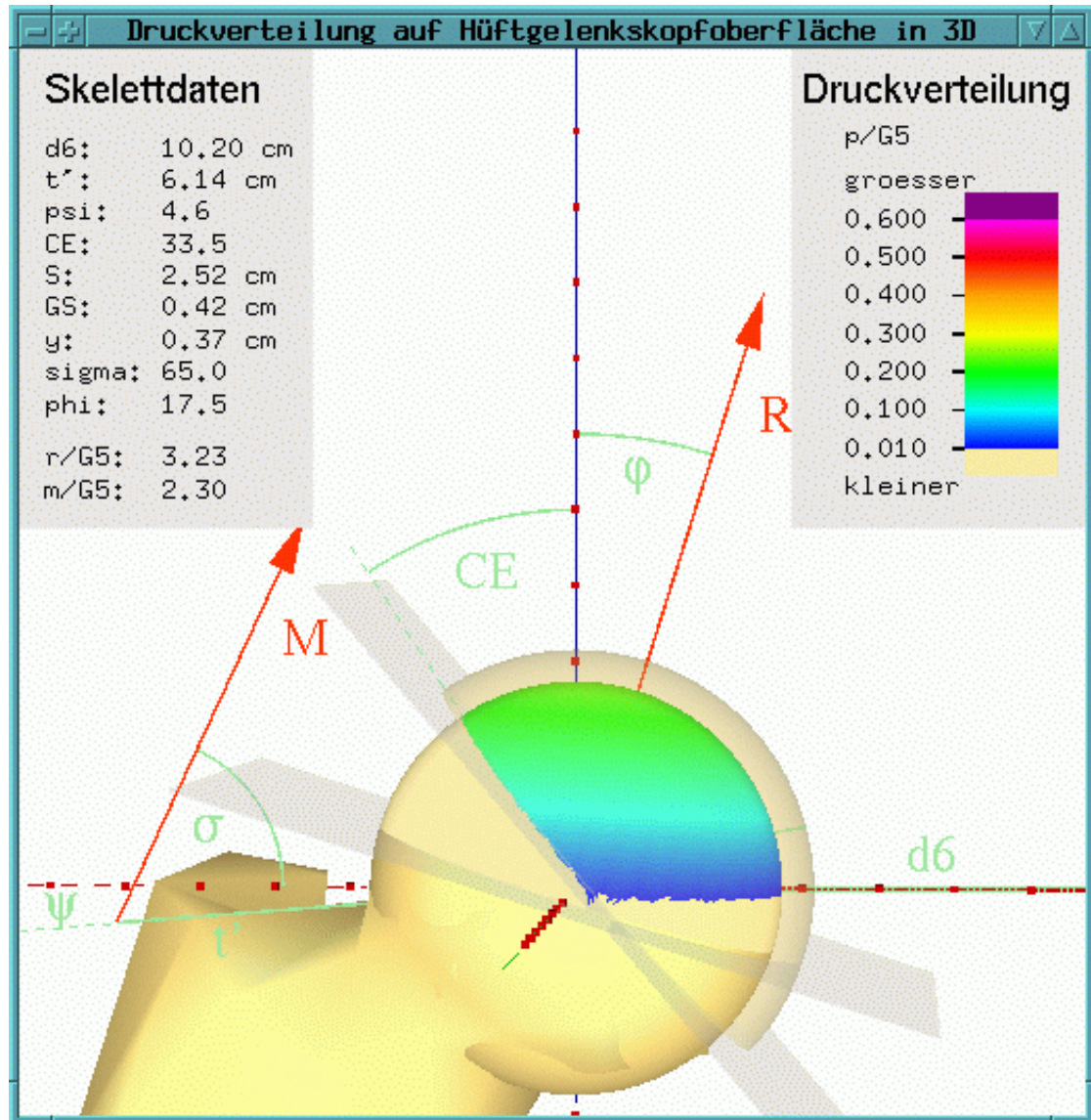


Abbildung 5.7: Die Druckverteilung für ein weibliches Normhüftgelenk von vorne gesehen. Gegenüber dem männlichen Normhüftgelenk treten hier minimal höhere Druckwerte auf. Da der Knochen gegenwärtig noch nicht an die Skelettdaten angepaßt wird, stimmt der Trochanter major des Knochens nicht mit dem tatsächlichen Ansatzpunkt der Muskelkraft \vec{M} überein.

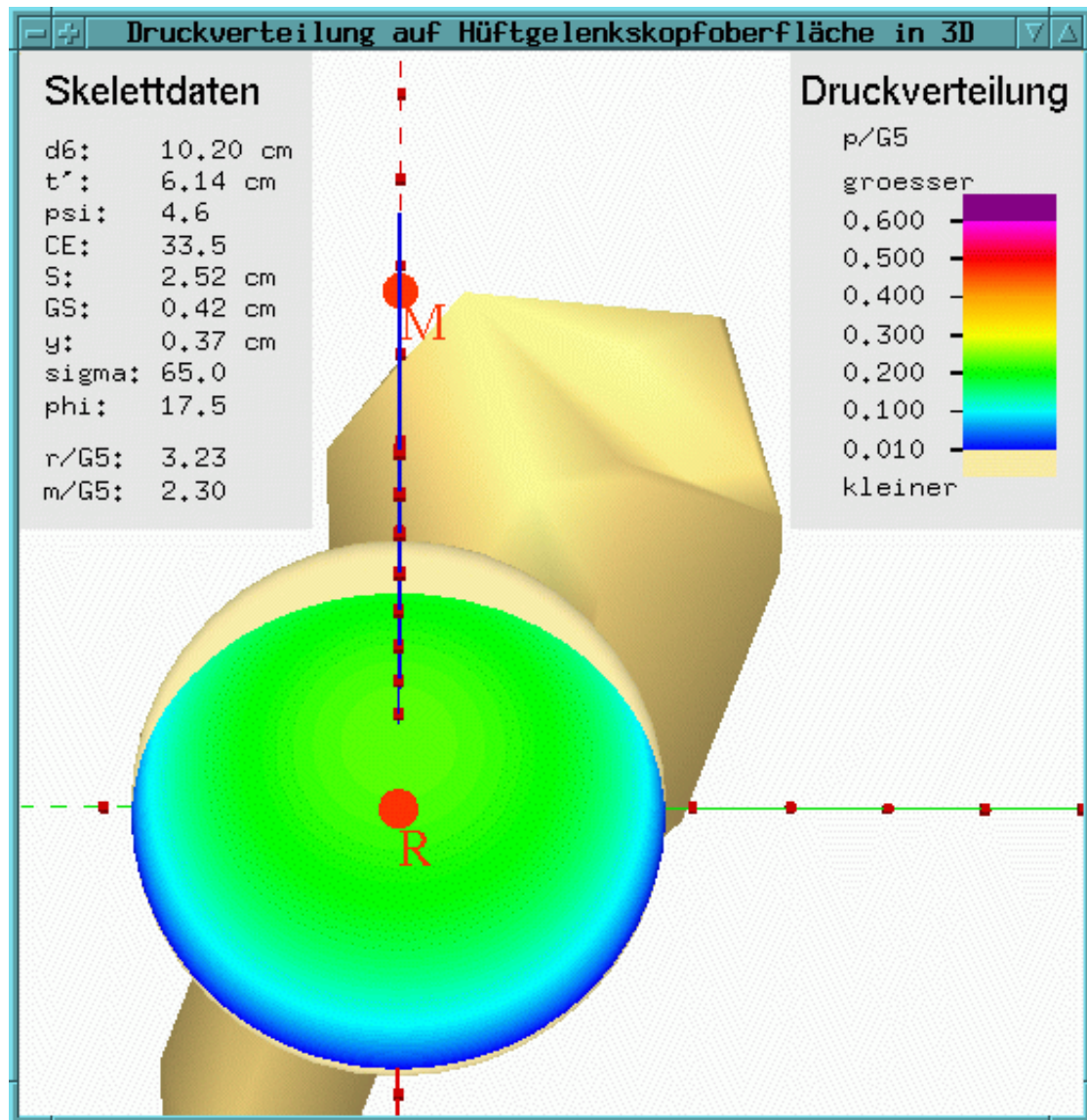


Abbildung 5.8: Die Druckverteilung für ein weibliches Normhüftgelenk von oben gesehen. Hier sieht man deutlicher als in Abb. 5.7, daß im Vergleich mit der Druckverteilung der männlichen Hüfte in Abb. 5.6 der grüne Bereich etwas größer ist. Weiter sieht man, daß bei normalen Verhältnissen die Resultierende Kraft \vec{R} auf eine große Fläche verteilt wird.

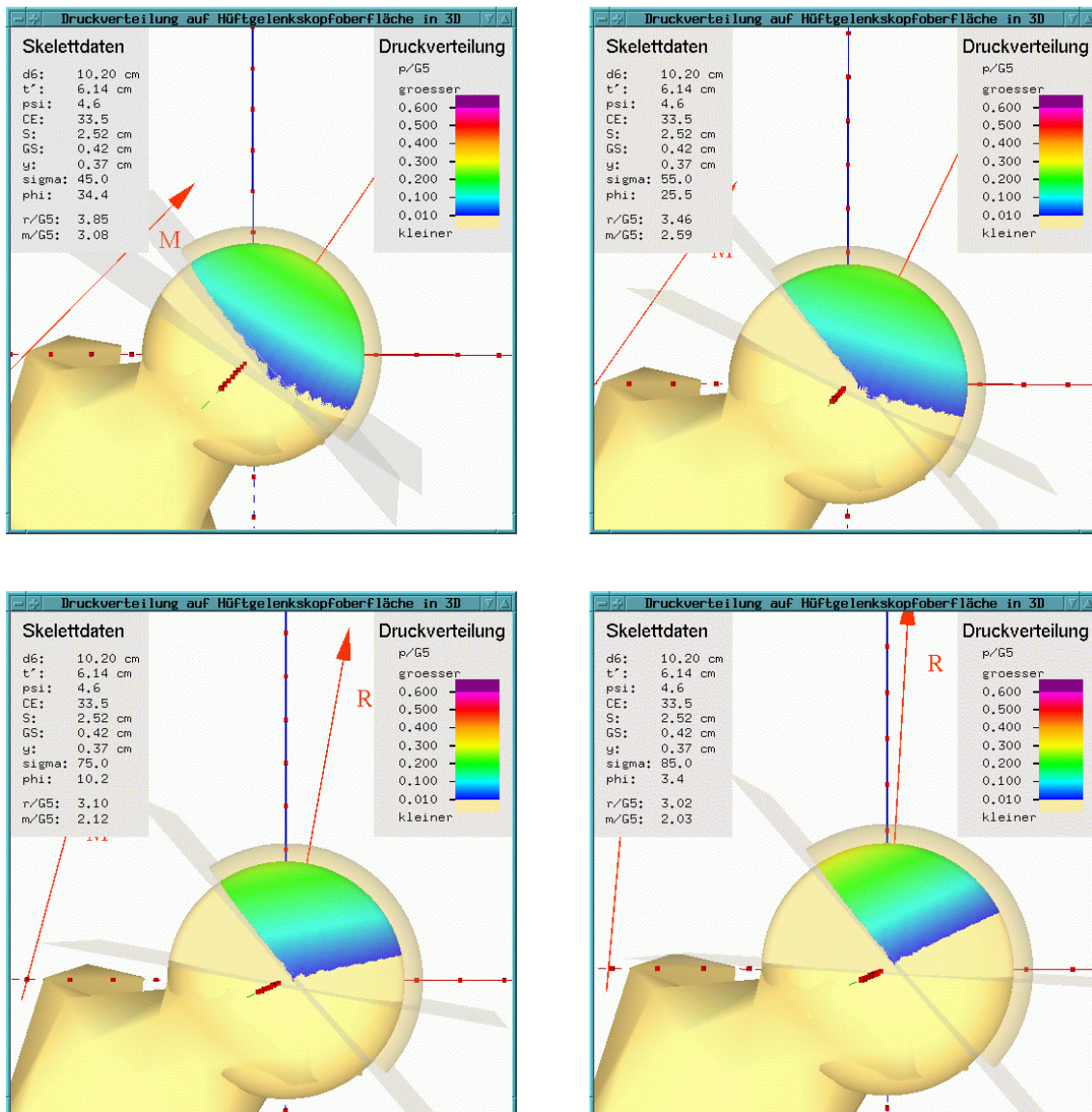


Abbildung 5.9: Es soll nun die Druckverteilung in Abhängigkeit vom Winkel σ betrachtet werden, welcher der von der Muskelkraft \vec{M} und der x-Achse eingeschlossene Winkel ist. Die Hüftgelenke sind von vorne dargestellt. Anhand dieser Bilder läßt sich leicht die in [7] geäußerte Aussage illustrieren, daß sich die Druckbelastung bei einer gesunden Hüfte innerhalb eines weiten Bereiches von σ wenig ändert. Von links oben nach rechts unten nimmt der Winkel σ zu und die dadurch immer steiler einfallende resultierende Kraft \vec{R} sowie die tragende Fläche ab. Man sieht, daß trotz einer Kraftabnahme wegen der ebenfalls zurückgehenden tragenden Fläche eine leichte Erhöhung der Druckbeanspruchung die Folge ist. Aus dieser Perspektive ist noch besonders gut zu sehen, in welcher Weise sich die tragende Fläche ändert. In guter Näherung kann die tragende Fläche als symmetrisch zur Resultierenden Kraft angesehen werden. Diese Annahme ist in [6] und [7] in einem Vorläufer des hier verwendeten Druckbeanspruchungsmodells benutzt worden.

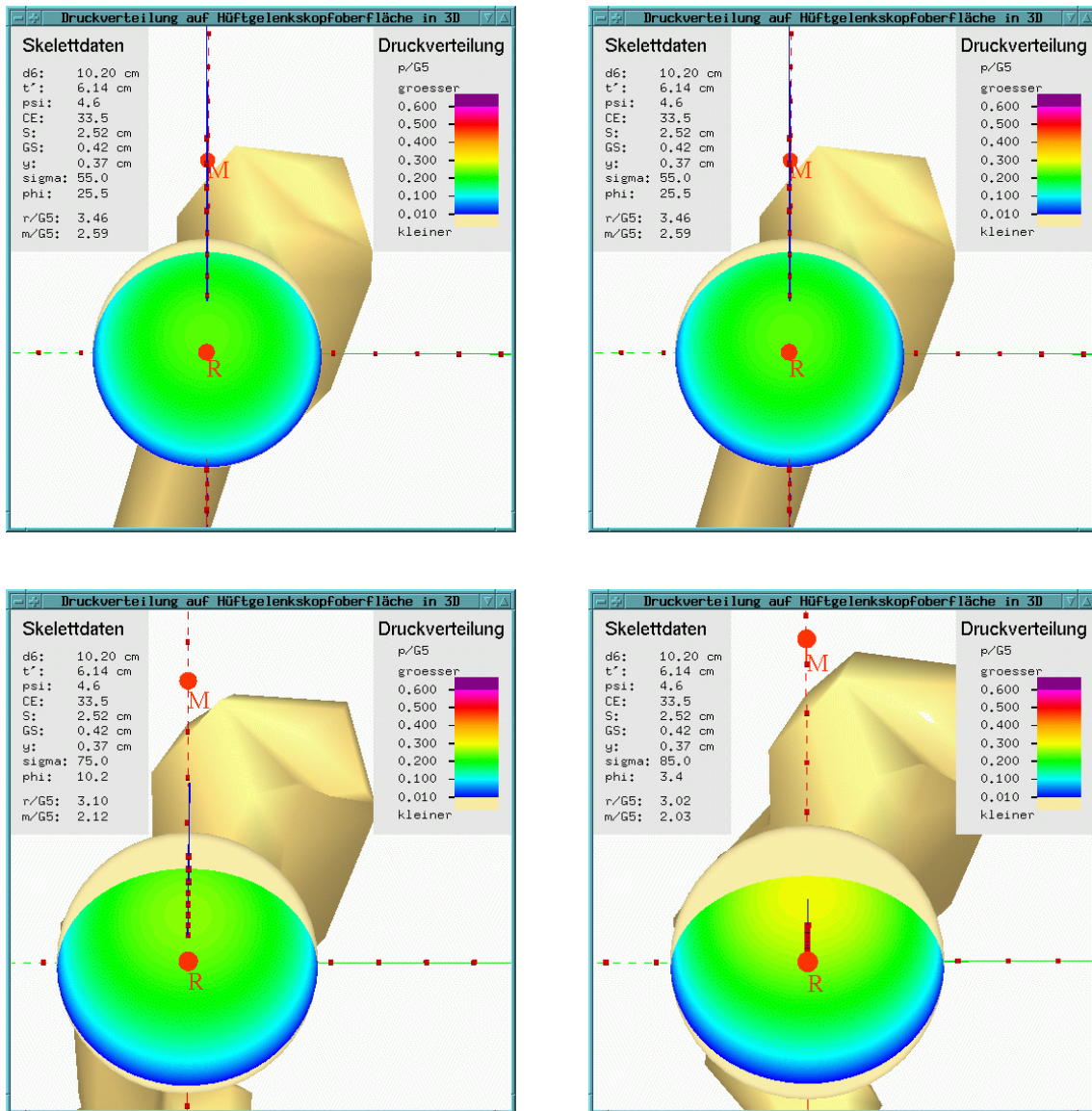


Abbildung 5.10: In dieser Abbildung ist die Druckverteilung in Abhängigkeit vom Winkel σ von oben gesehen dargestellt. Mit jedem Bild wird der Betrachtungswinkel steiler, im letzten der vier Bilder schaut man fast senkrecht von oben auf den Knochen. Aus dieser Perspektive wird deutlich, daß der maximale Druck vom Bild oben links nach unten rechts zunimmt. Der auch zunehmende blaue Rand täuscht aus dieser Perspektive eine Zunahme der Fläche mit niedriger Druckbelastung vor. Bei einem Blick zurück zur vorhergehenden Abbildung sieht man aber, daß diese Fläche in Wirklichkeit kleiner wird. Immer noch liegen diese Drücke weit unterhalb schädlicher Werte. Im übrigen sind σ -Winkel von 45° und 85° eher theoretischer Natur, da sie, wie in [6] dargelegt wird, in Wirklichkeit nicht vorkommen können.

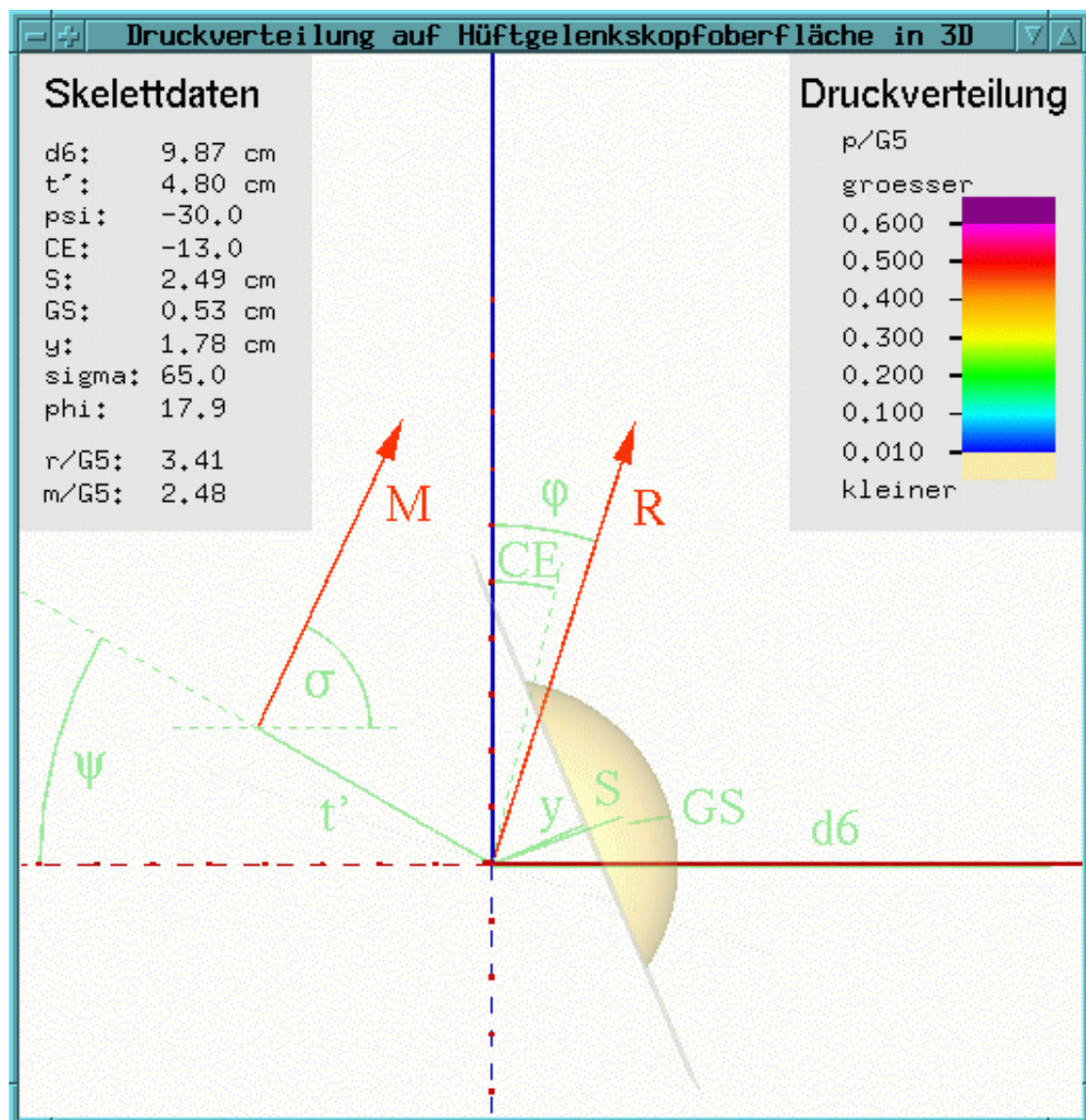


Abbildung 5.11: Kranke Hüfte Beispiel 1 vor der Operation: Nun soll an zwei Beispielen gezeigt werden, wie mittels chirurgischer Eingriffe die Beanspruchungssituation im Hüftgelenk verbessert werden kann. Die ersten Bilder zeigen jeweils die Lage vor der Operation, die nachfolgenden die Lage nach der Operation. Die Daten sind aus [6] entnommen:

Patient E.I., weibl. 16.J., linke Hüfte; Diagnose: Hüftgelenkdysplastie links, Coxa vara, Trochanterhochstand; Therapie: Derotationsvarisierungsosteotomie, Beckenosteotomie nach Salter, Trochanterversetzung.

In der Skelettdatendarstellung fällt sofort auf, daß die Überdachung des Hüftgelenkkopfes mehr als mangelhaft ist, sie reicht nach außen (nach links im Bild) nicht einmal bis über den Mittelpunkt des Hüftgelenkkopfs hinaus. Außerdem ist die Pfanneneingangsebene ungewöhnlich weit vom Mittelpunkt des Hüftgelenkkopf entfernt. Der Trochanterhochstand ist deutlich zu sehen, die Coxa vara wird durch das Modell nicht erfaßt.

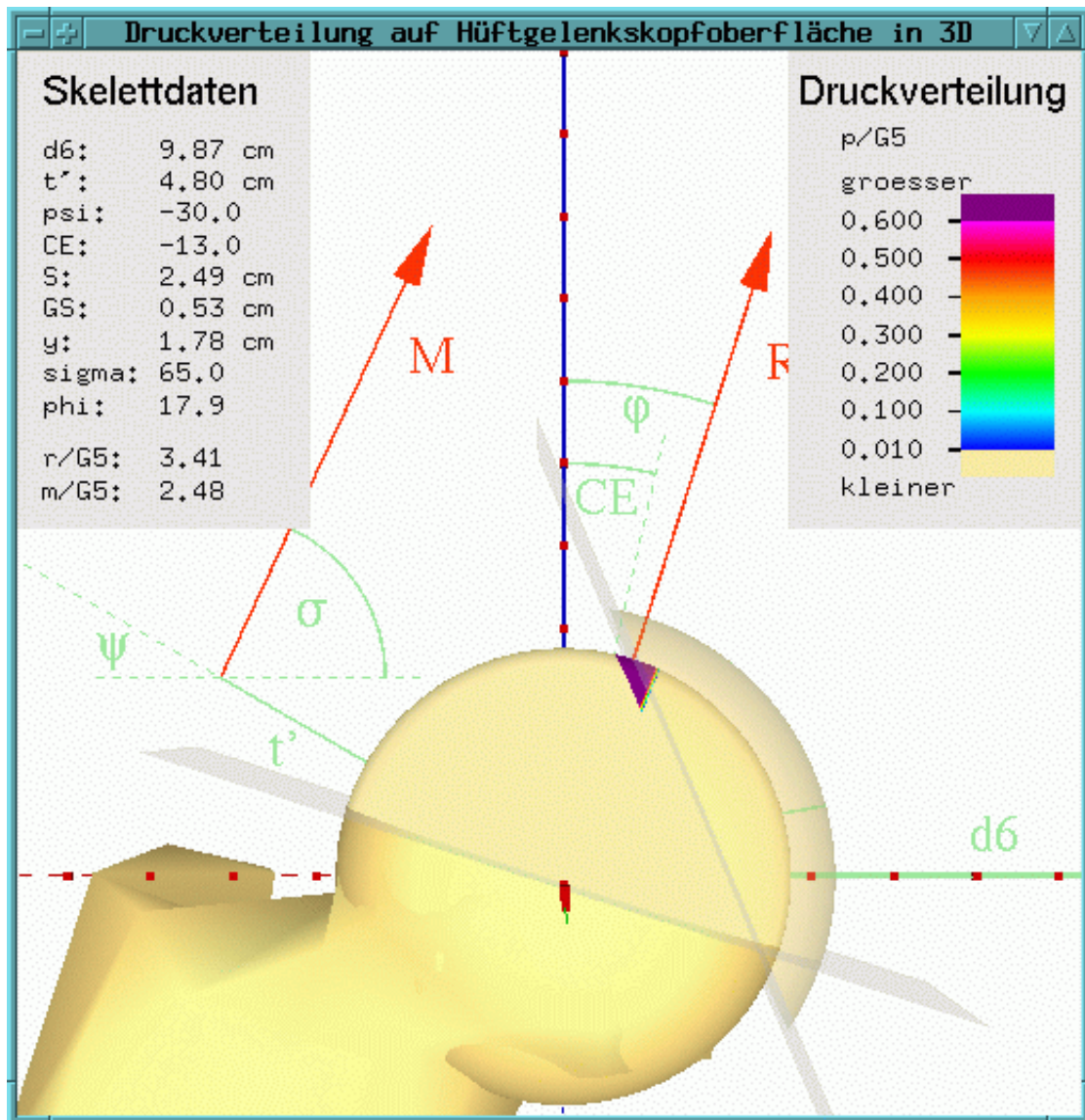


Abbildung 5.12: Kranke Hüfte Beispiel 1 vor der Operation: In der Abbildung von vorne ist sichtbar, daß sich die Druckbeanspruchung auf ein ganz kleines Gebiet um den Durchstoßpunkt der Resultierenden konzentriert. Die Farbe zeigt an, daß die Druckwerte so weit im krankhaften Bereich liegen (über 0.6 cm^{-2}), daß sie im Bild dunkelviolett erscheinen. Diesen krankhaften Zustand dürfte das benutzte Modell nicht mehr ganz zutreffend beschreiben, weil die Fläche so klein ist und der Druck so hoch, daß hier sicher Verformungen auftreten, die wiederum die Druckverteilung beeinflussen. Sicher ist jedoch, daß das Modell die richtige Aussage macht, nämlich daß in diesem Fall extreme Druckbeanspruchungen vorliegen.

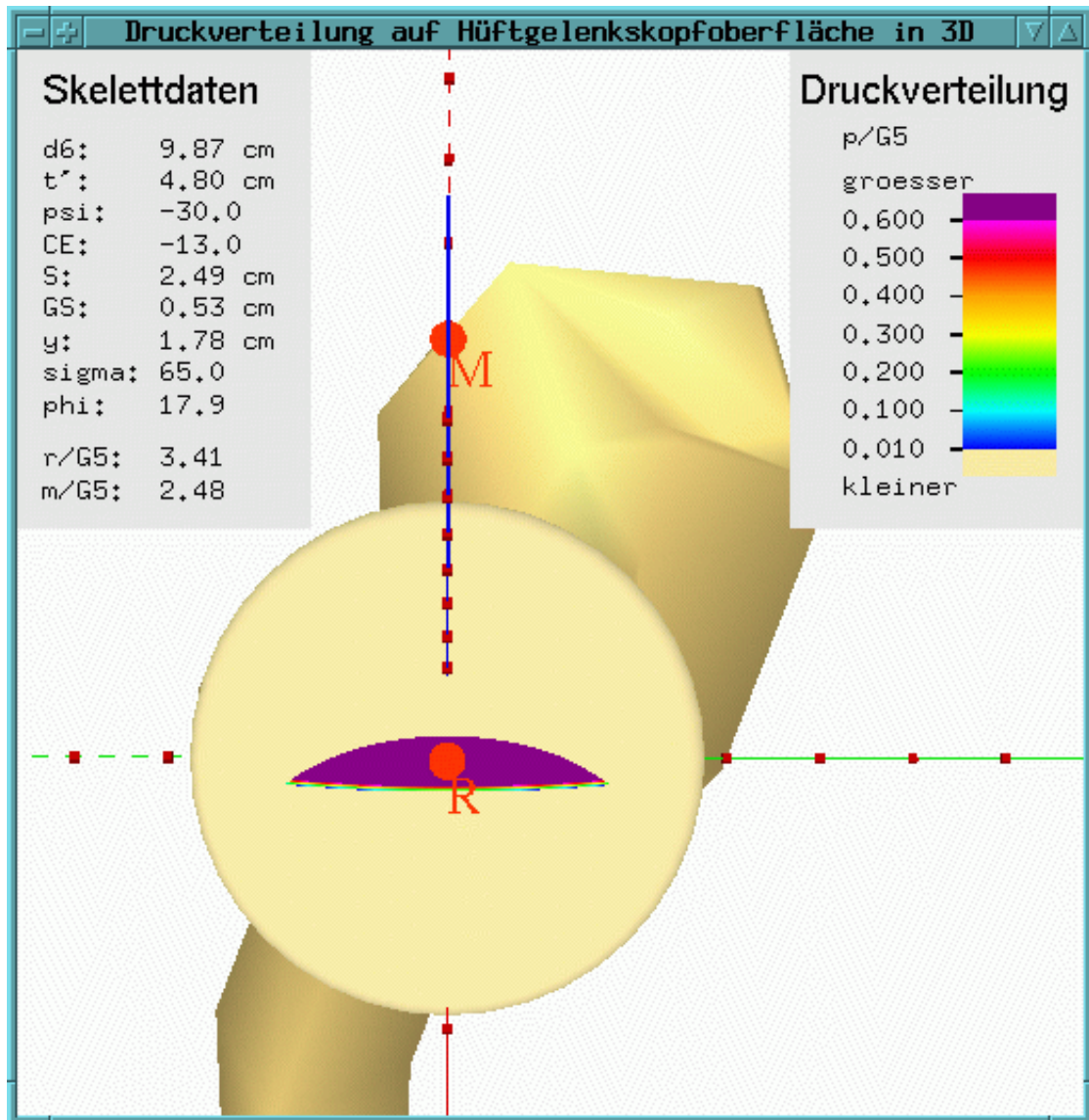


Abbildung 5.13: Kranke Hüfte Beispiel 1 vor der Operation: Die Ansicht von oben verdeutlicht nochmals, wie klein die tragende Fläche ist.

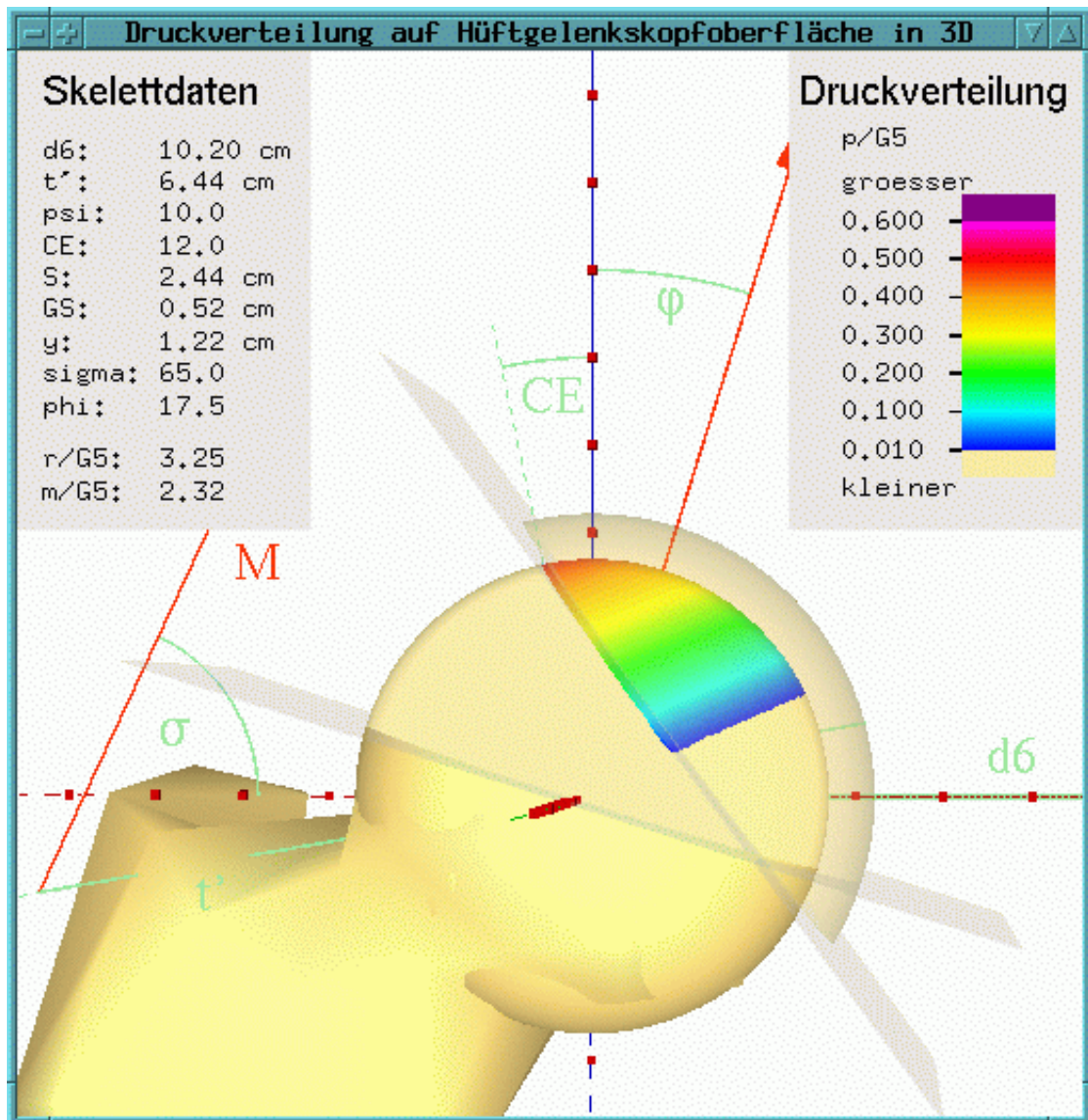


Abbildung 5.15: Kranke Hüfte Beispiel 1 nach der Operation: Diese Abbildung zeigt das operierte Hüftgelenk von vorne. Wie erwähnt, ist die tragende Fläche nun wesentlich größer. Der Verlauf in die roten Töne zum oberen Teil des Hüftgelenkkopfes hin zeigt aber, daß trotzdem keine normalen Werte für die Druckverteilung erreicht werden. Im Vergleich zum vorherigen Zustand ist das Resultat der Operation jedoch befriedigend.

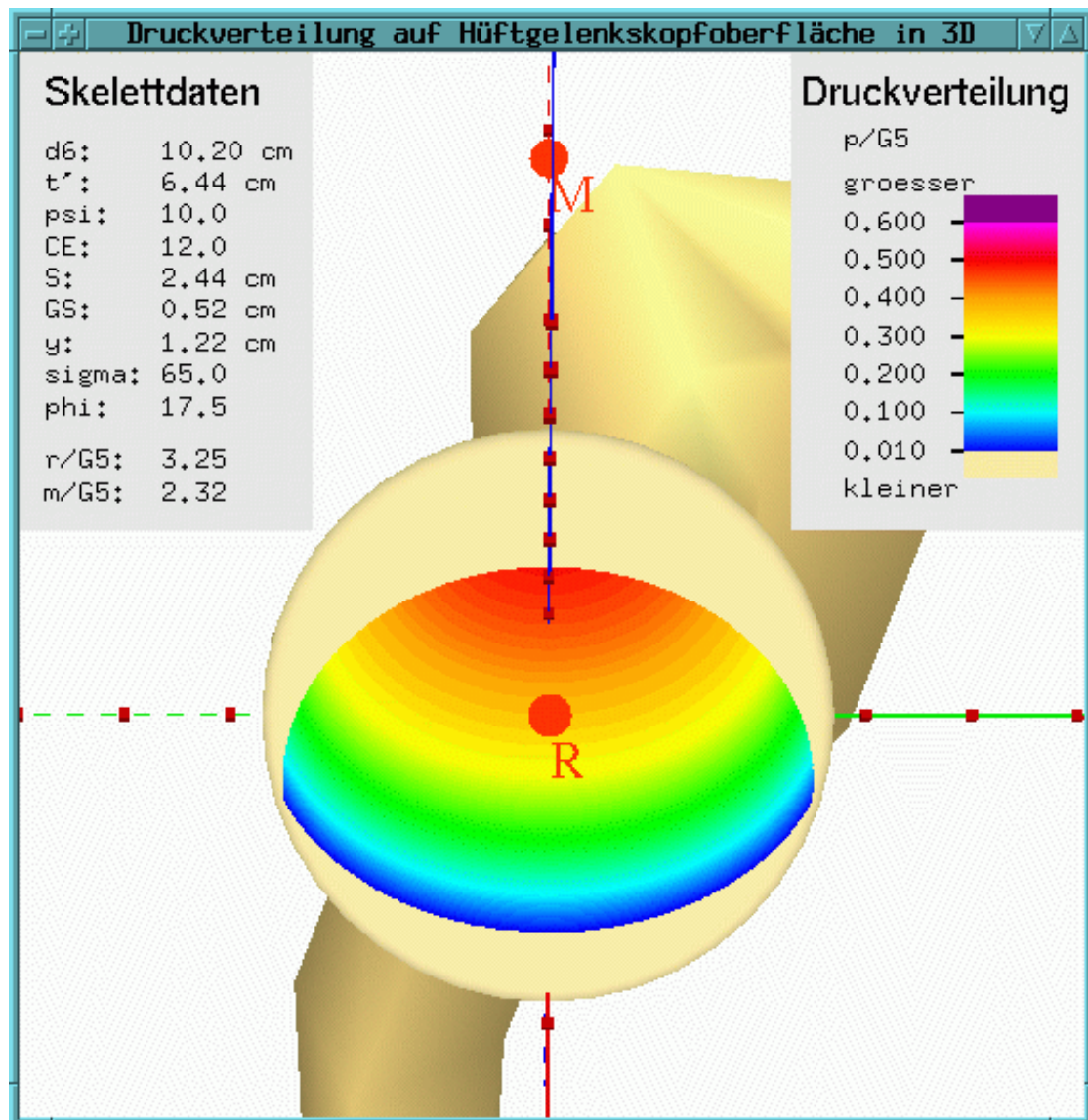


Abbildung 5.16: Kranke Hüfte Beispiel 1 nach der Operation: Von oben her betrachtet sieht man, daß der Maximaldruck in diesem Fall am Pfannendachrand auftritt. Im Normalfall sollte er zwischen Pfannendachrand und dem Durchstoßpunkt der Resultierenden \vec{R} durch den Hüftgelenkkopf liegen.

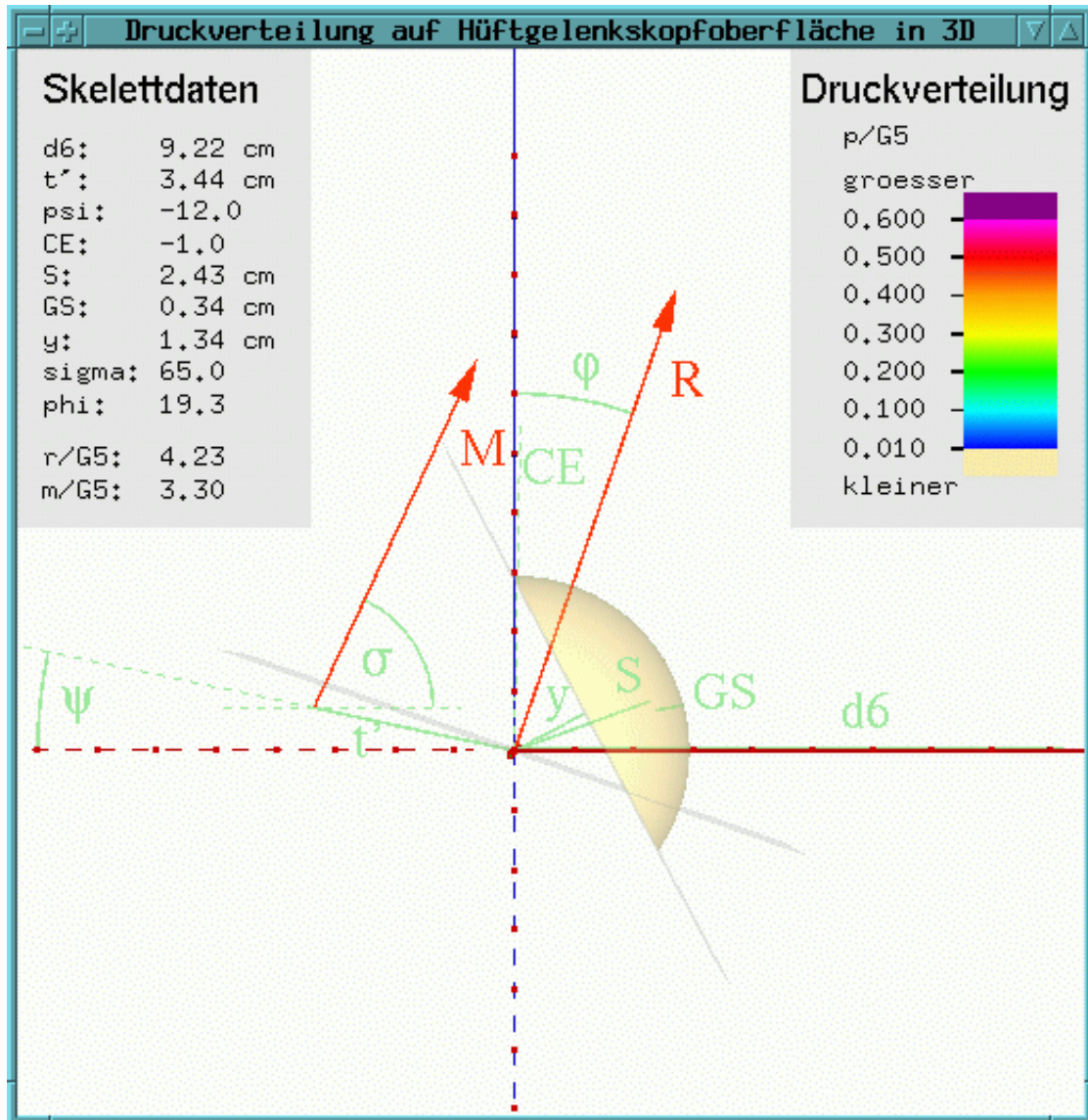


Abbildung 5.17: Kranke Hüfte Beispiel 2 vor der Operation: Auch für diesen zweiten Fall lassen die Skelettdaten auf eine zu hohe Druckbelastung des Hüftgelenks schließen. Auffällig ist hier die kurze Strecke t' . Schlechte Werte weisen die Skelettdaten für den CE-Winkel und y auf. Auffällig sind die erhöhten Werte für die berechnete Muskelkraft und besonders die Resultierende \vec{R} . Die Patientendaten lauten:

Patient T.M., weibl. 31.J.; Diagnose: Hüftgelenkdysplastie rechts., Coxa valga subluxane; Therapie: Derotationsvarisierungsosteotomie, Beckenosteotomie nach Chiari.

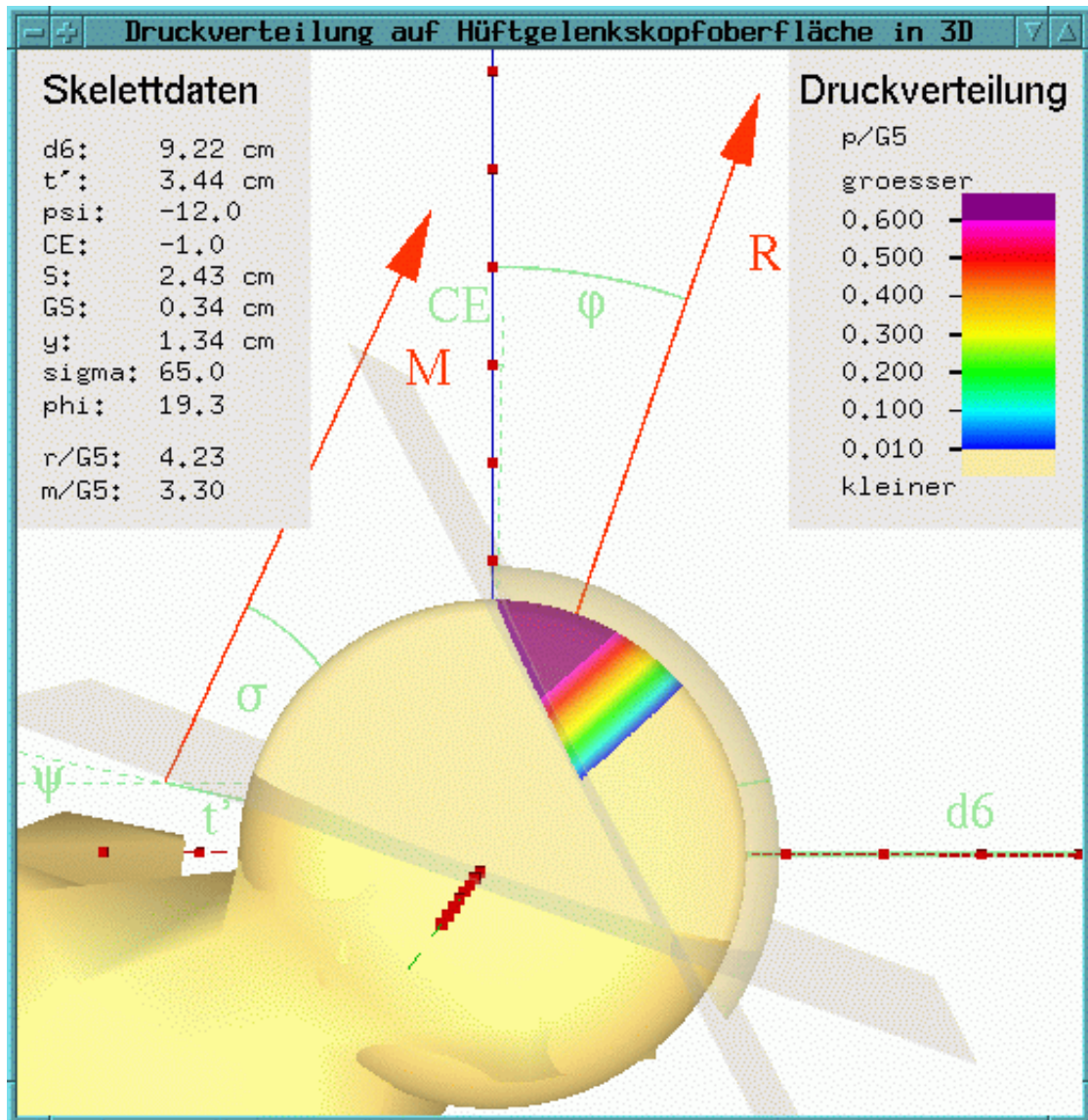


Abbildung 5.18: Kranke Hüfte Beispiel 2 vor der Operation: Die Ansicht des kranken Hüftgelenks zeigt gegenüber dem ersten Fall in Abb. 5.12 eine deutlich größere tragende Fläche, jedoch sind die vorkommenden Druckwerte zu hoch. Gegenüber dem Normalfall ist die tragende Fläche immer noch zu klein.

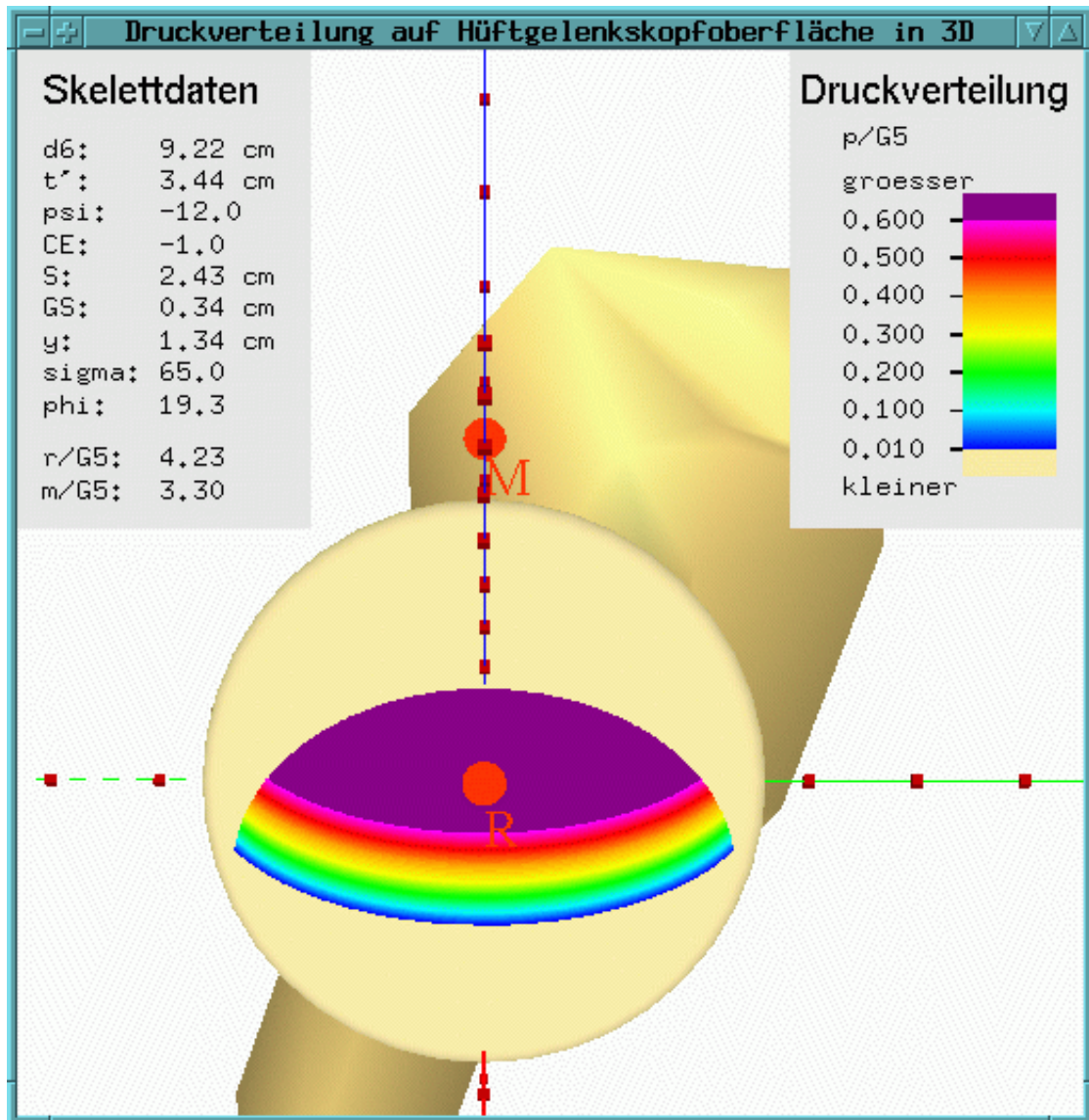


Abbildung 5.19: Kranke Hüfte Beispiel 2 vor der Operation: Die tragende Fläche wird zu stark belastet und ist nicht groß genug.

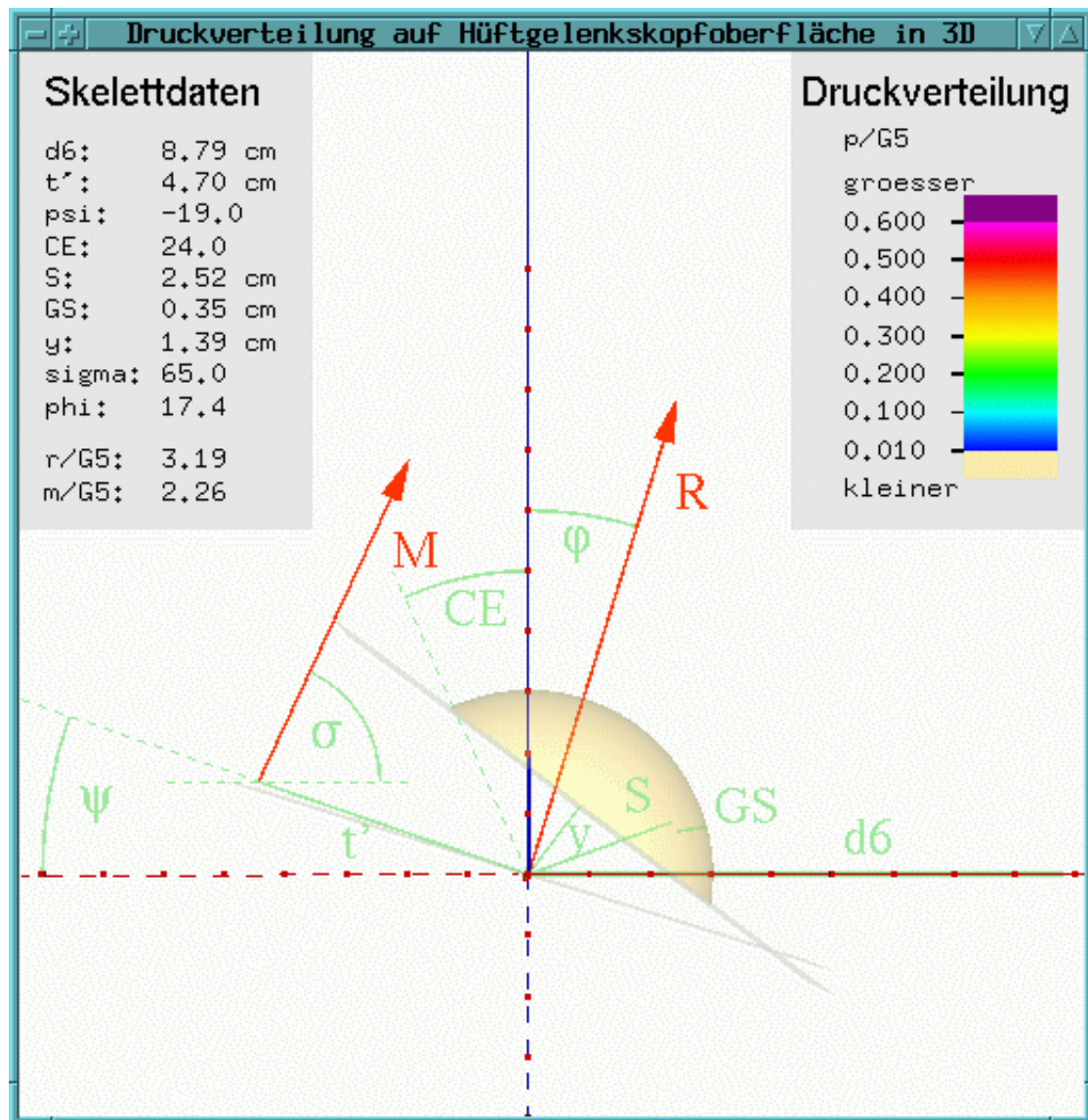


Abbildung 5.20: Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Die Überdachung des Hüftpfannenkopfes wurde durch die Beckenosteotomie nach Chiari stark verbessert. Im Vergleich der prä- und postoperativen Skelettdaten in Abb. 5.17 und 5.20 kann man gut die mit der Hüftpfanne durchgeführte Rotation sehen. Der Trochanter major liegt nach der Derotationsvarisierungsosteotomie etwas weiter oben. Der Abstand der Pfanneneingangsebene zum Hüftgelenkmittelpunkt y wurde nicht verändert.

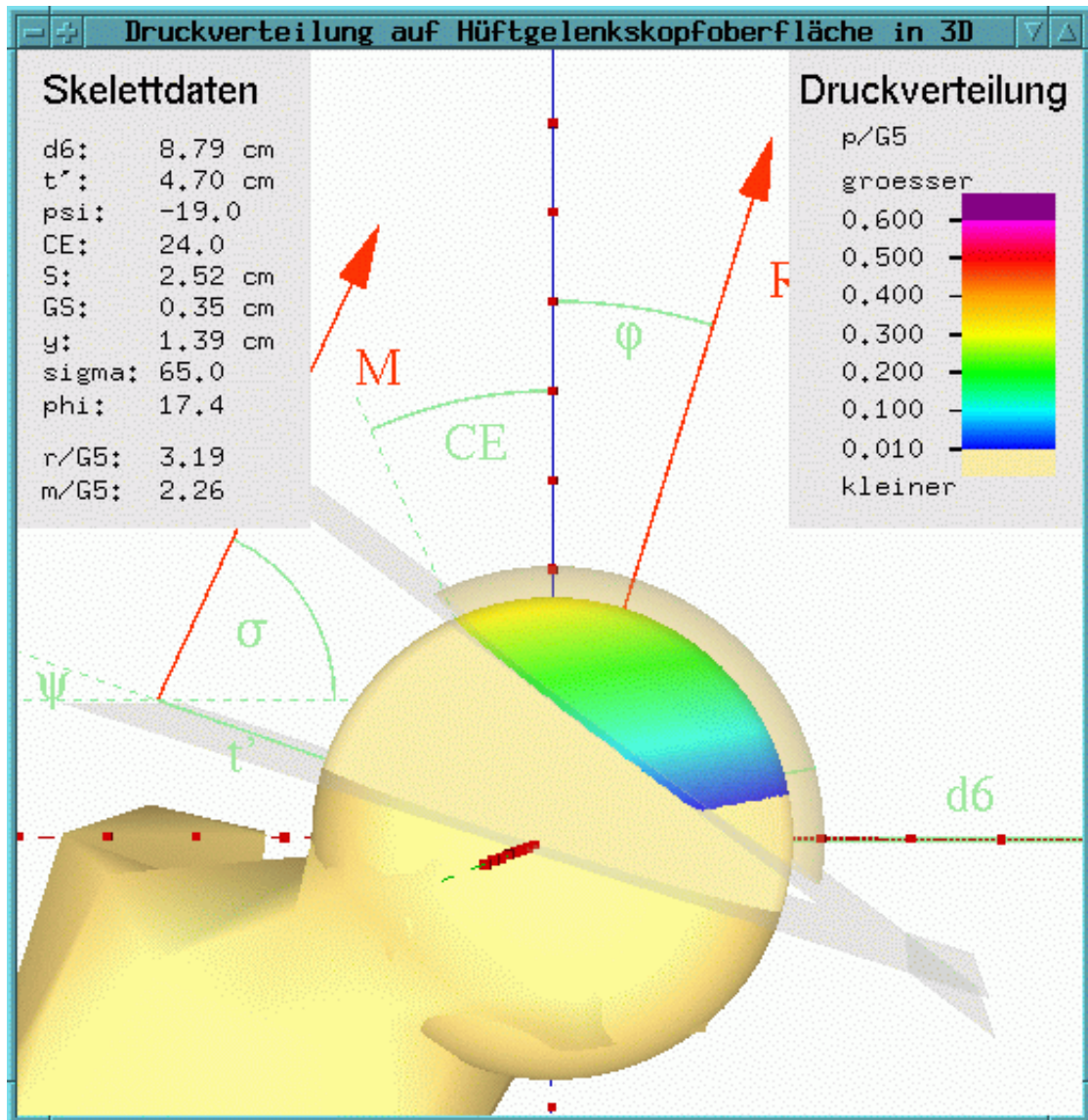


Abbildung 5.21: Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Die Druckverteilung hat sich stark verbessert. Krankhafte Druckwerte werden nicht mehr erreicht. Gegenüber einer normalen Hüfte ist die Pfanneneingangsebene zu weit vom Hüftmittelpunkt entfernt. Aus diesem Grund liegt die Druckverteilung auch etwas über der Norm.

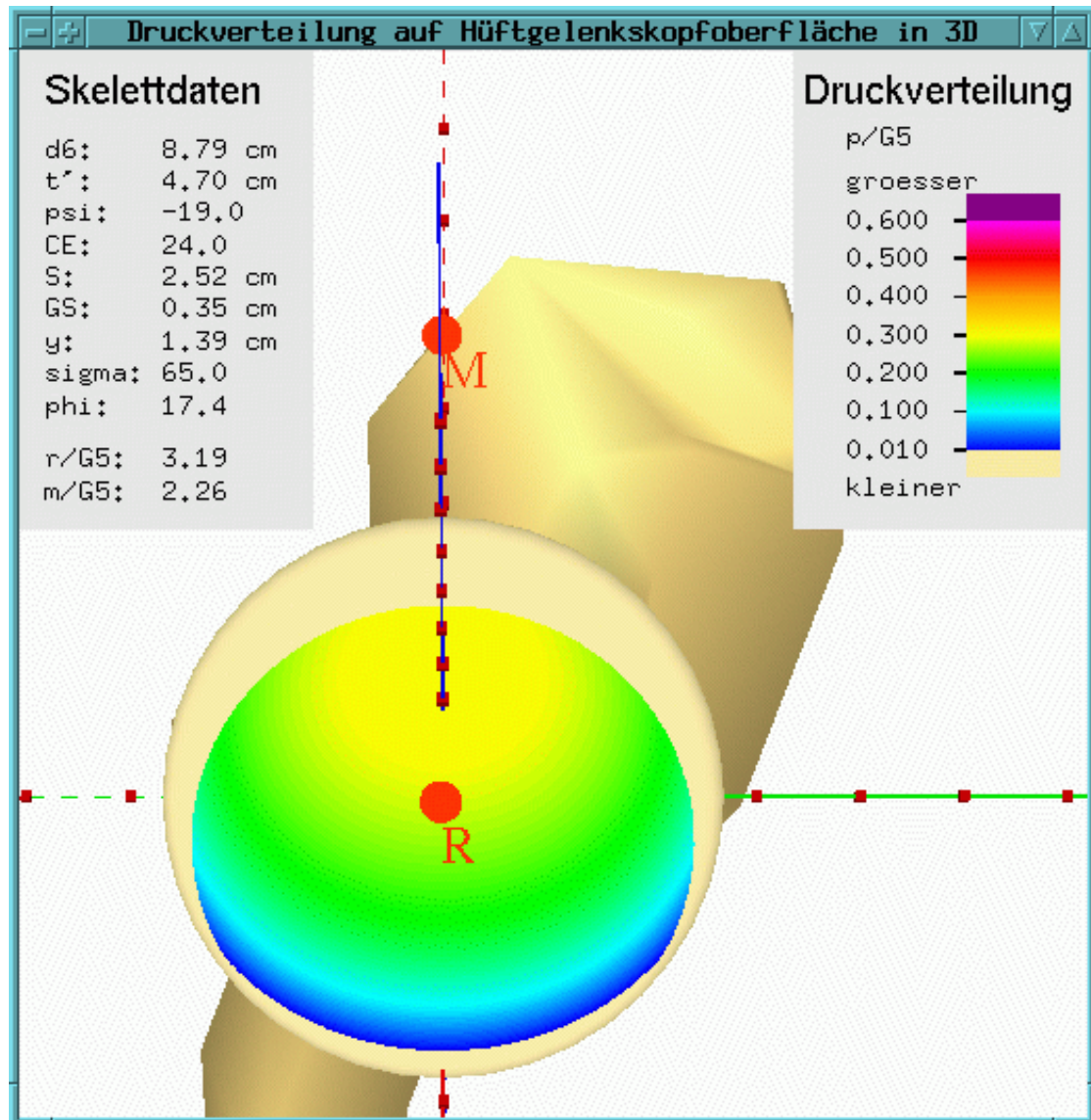


Abbildung 5.22: Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Ein großer Teil der zur Verfügung stehenden Fläche für die Druckaufnahme (Kontaktfläche) wird beansprucht.

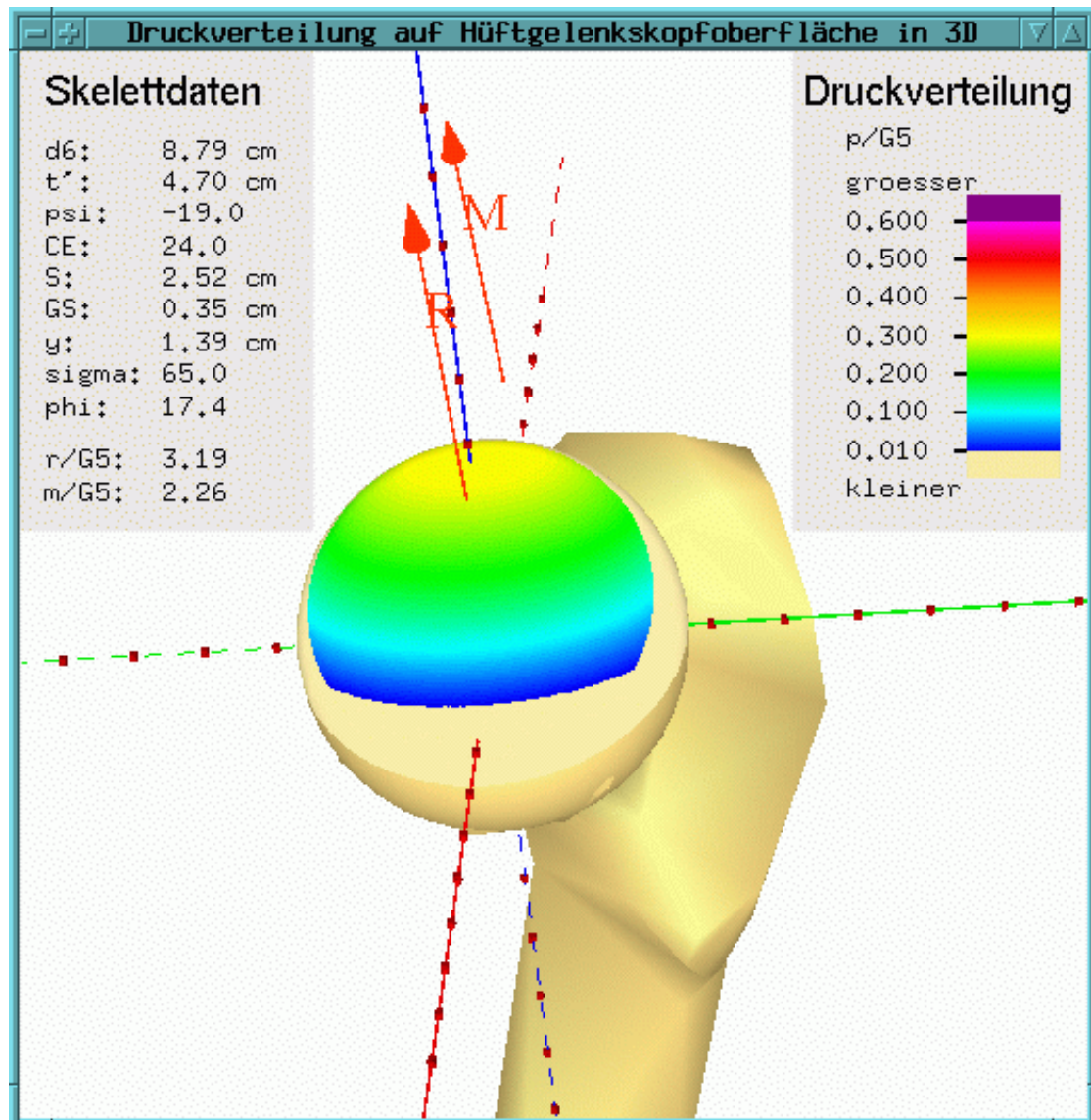


Abbildung 5.23: Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Dieses Bild zeigt die Hüfte im postoperativen Zustand von der Körpermitte her nach außen und leicht nach unten gesehen. Im Bild rechts unten ist der Trochanter minor zu sehen, rechts oben der Trochanter major.

Da das Modell auf zweidimensionalen Daten basiert, wird der Muskelansatz immer in der x-z-Ebene gezeichnet, obwohl der Trochanter major etwas weiter dorsal (zum Rücken hin) liegt.

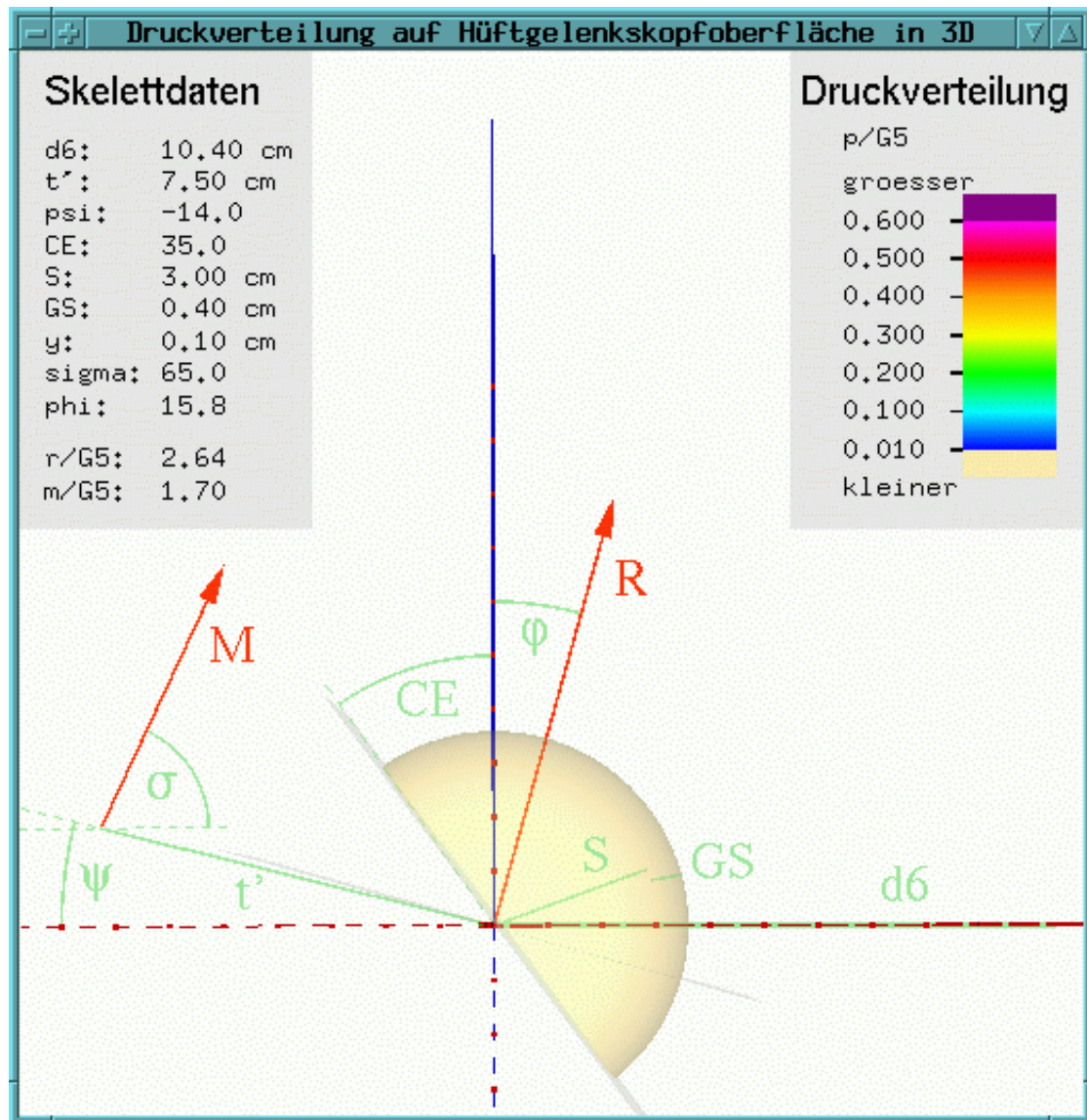


Abbildung 5.24: Kranke Hüfte Beispiel 3 vor der Operation: Die Daten dieses letzten gezeigten Falles wurden einem bereits vorhandenen Datensatz entnommen, der für Berechnungen mit dem Vorläufer [6] des hier verwendeten Modells verwendet wurde. Diese Daten waren nicht kommentiert. Welche Operation ausgeführt wurde, ist unbekannt. An diesem Beispiel sieht man, daß ungünstige Skelettdaten zu niedrige Druckwerte bewirken können. Das kann ebenfalls zu krankhaften Veränderungen des Hüftgelenks führen. Auffällig sind hier die sehr niedrigen Kräfte \vec{M} und \vec{R} , verursacht durch eine lange Strecke t' in Verbindung mit einem stark negativen Winkel ψ und einer stark ausgeprägten Überdachung des Hüftgelenkkopfes.

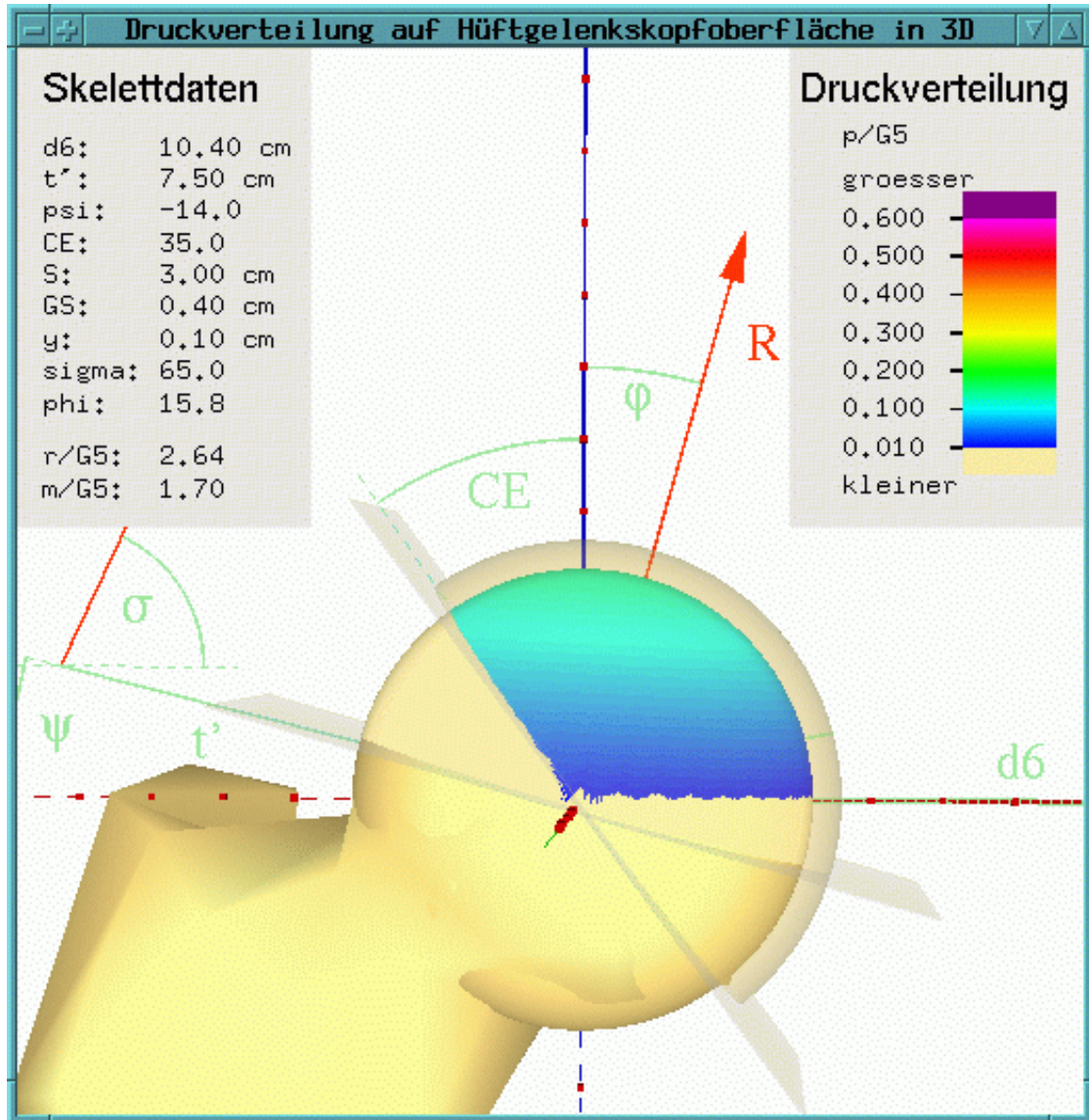


Abbildung 5.25: Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Die für die Druckaufnahme zur Verfügung stehende Fläche wird gut ausgenutzt. Die Druckwerte sind gegenüber einer Normhüfte zu niedrig.

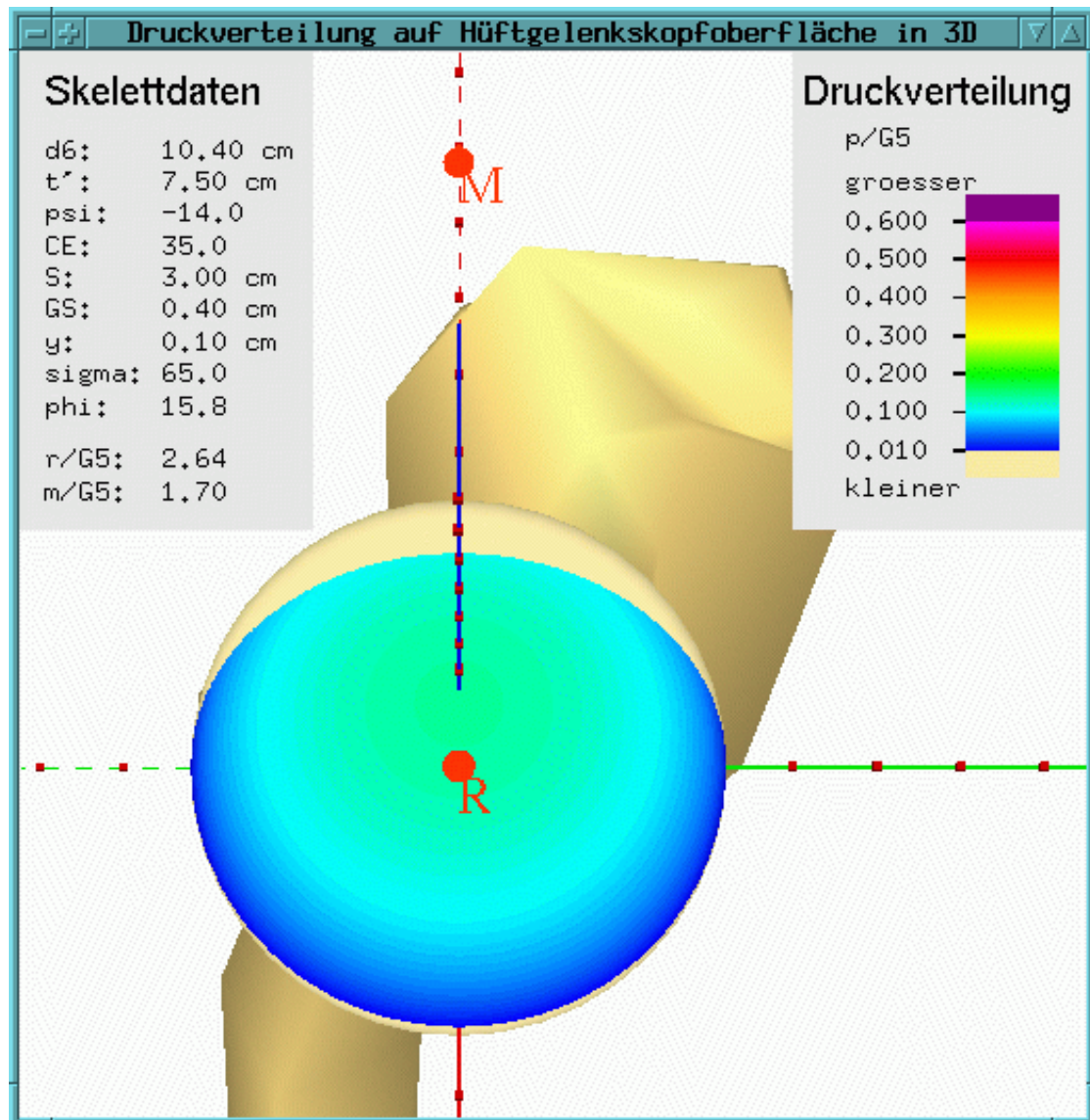


Abbildung 5.26: Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Von oben betrachtet sieht man wiederum die gute Flächenausnutzung, und daß die Druckwerte zu niedrig sind. Weiter ist zu erkennen, daß der Punkt, zu dem die Druckverteilung symmetrisch ist, nahe an der z-Achse liegt. Kommt dieser Punkt auf der tragenden Fläche zu liegen, liegt dort auch der Punkt mit dem maximalen Druck. Liegt dieser Punkt außerhalb der tragenden Fläche, tritt der maximale Druck am Rand des Pfannendächerkers auf.

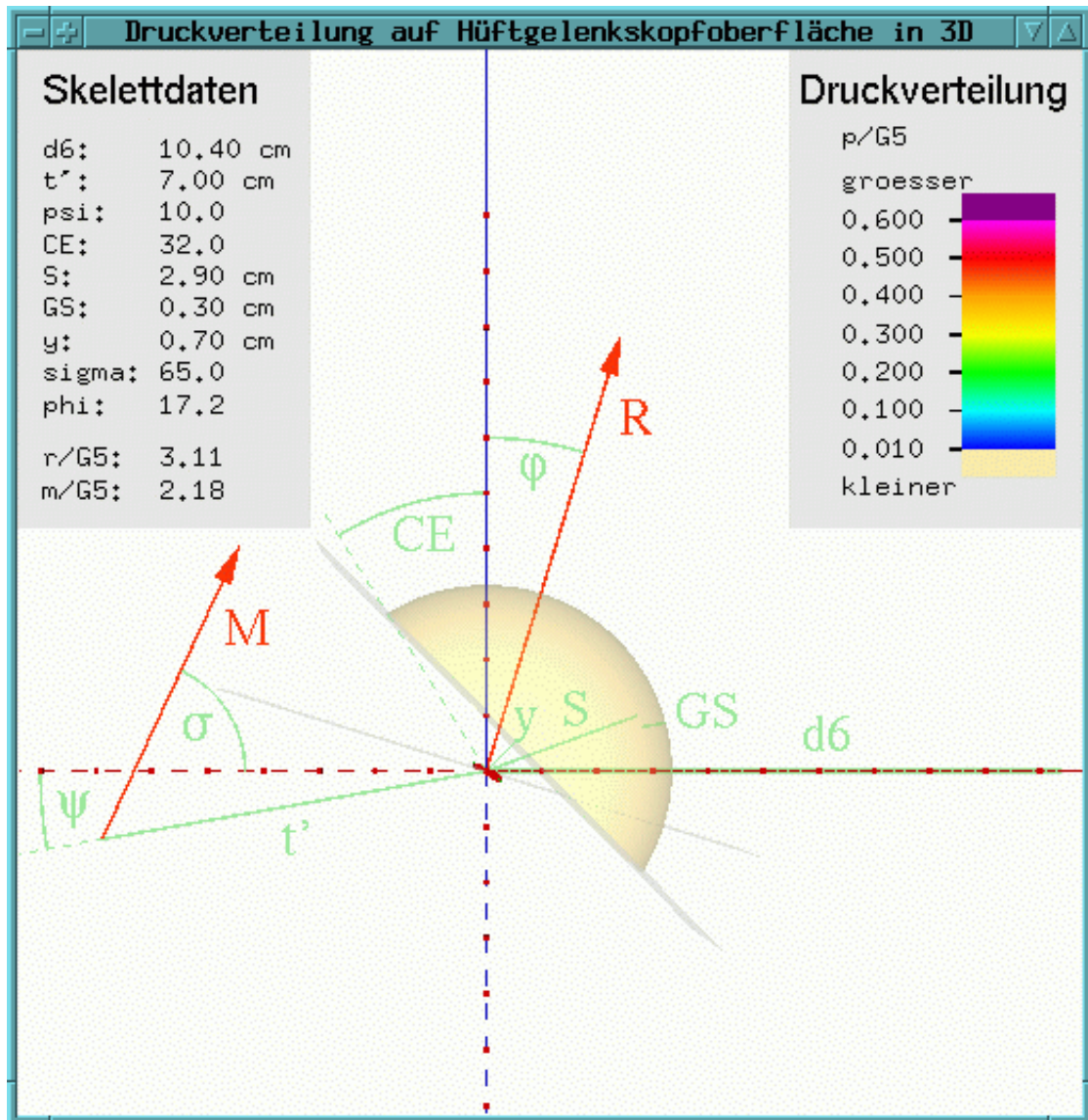


Abbildung 5.27: Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Die Skelettdaten weisen nun normalere Werte auf. Stark verändert wurden der Winkel ψ und der Abstand der Pfanneneingangsebene zum Hüftgelenkkopfmittelpunkt. Dadurch haben sich die Kraftwerte erheblich gebessert und liegen im normalen Bereich.

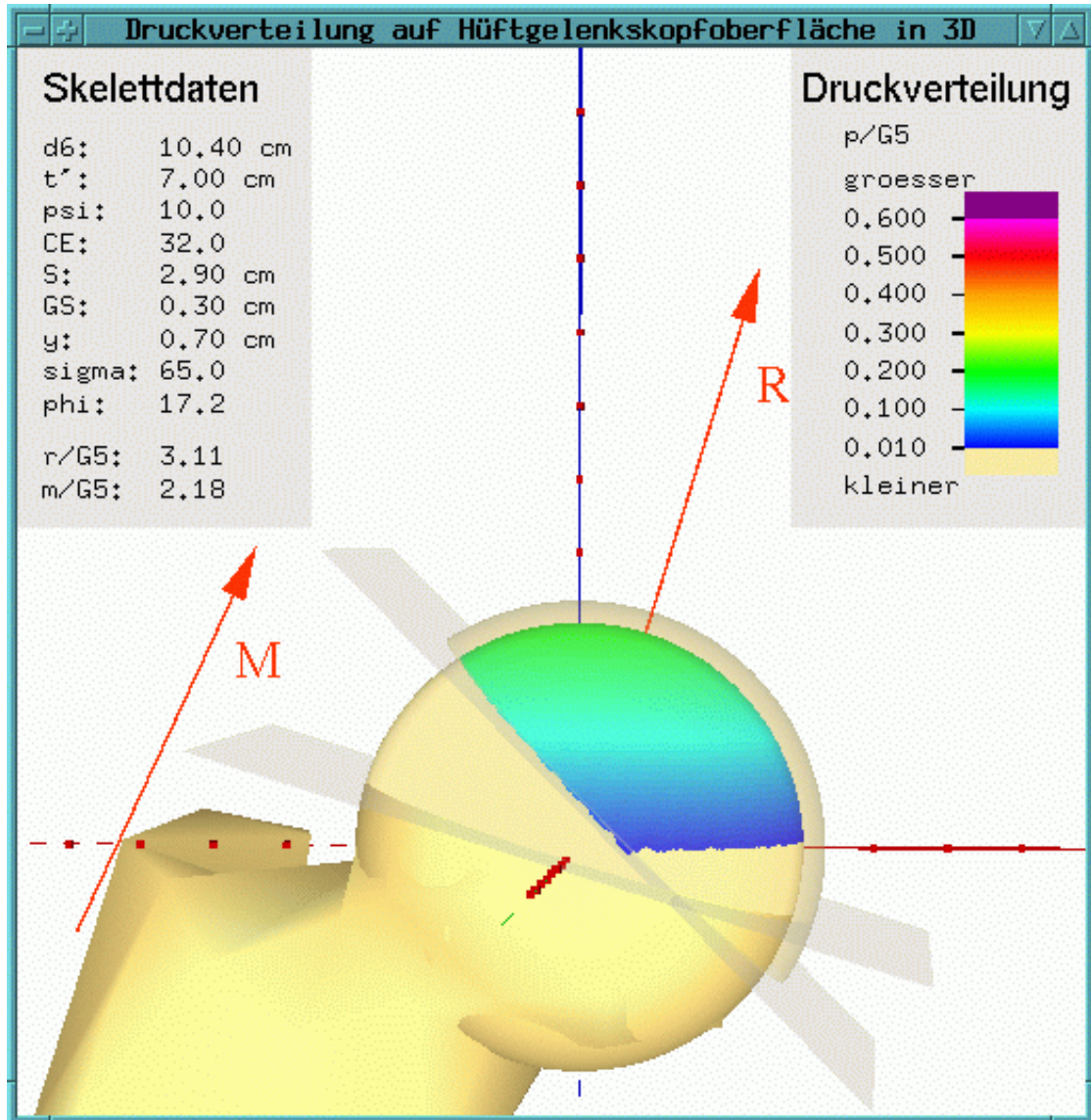


Abbildung 5.28: Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Obwohl die Kräfte im normalen Bereich liegen, wird eine normale Druckverteilung nicht ganz erreicht.

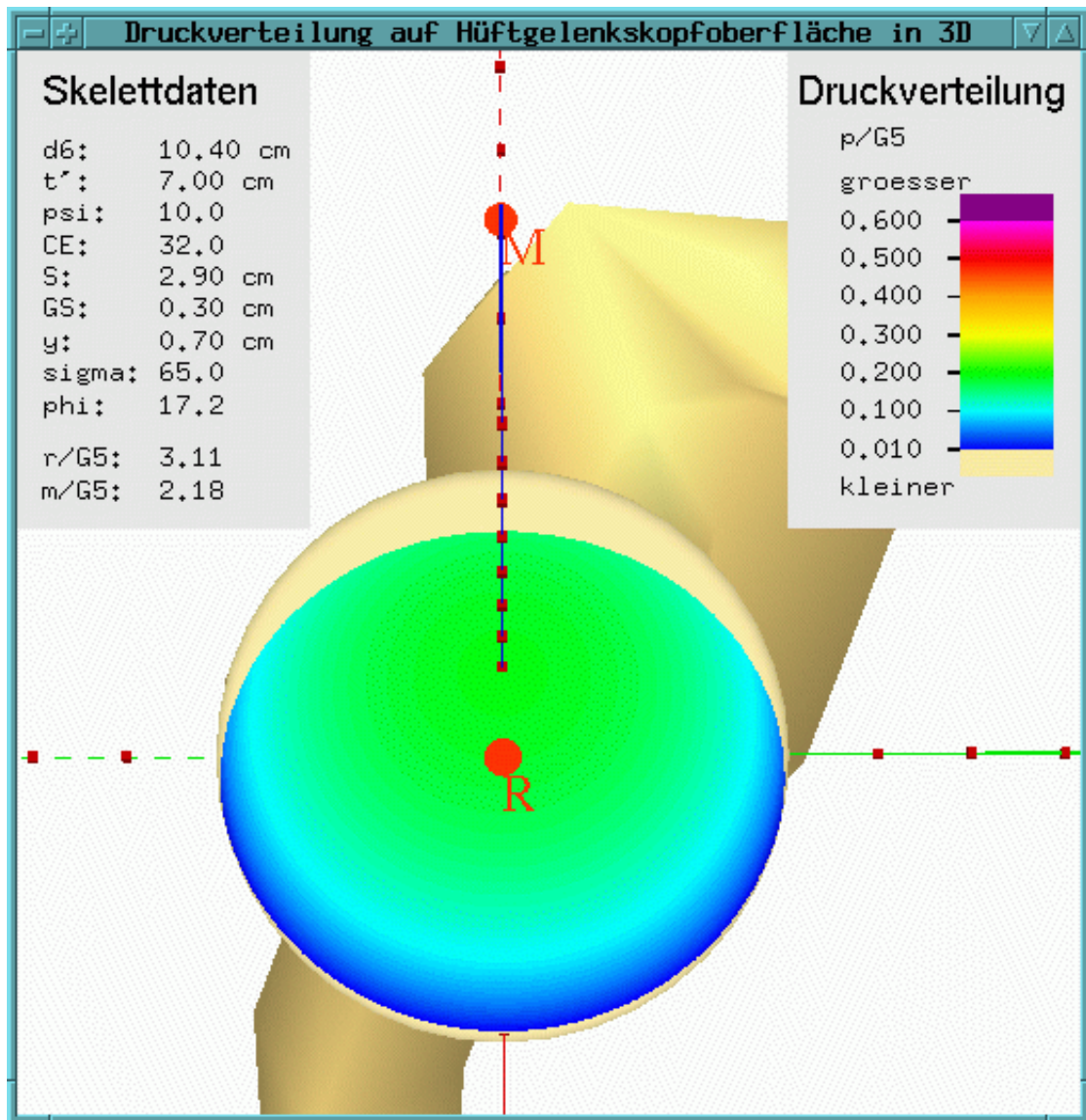


Abbildung 5.29: Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Im Blick von oben ist am Anteil der grün eingefärbten Fläche zu erkennen, daß die Beanspruchung sichtbar zugenommen hat.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Für ein reibungsfreies Funktionieren der Hüftgelenke spielt deren Belastung eine entscheidende Rolle. Bestimmte krankhafte Veränderungen der Hüftgelenke haben ihre Ursache in einer zu geringen oder häufiger noch in einer zu hohen Druckbeanspruchung. Die Druckverteilung in Hüftgelenk hängt stark von seiner Geometrie ab, wobei mit Hüftgelenk alles gemeint sein soll, was funktionell mit dem Hüftgelenk zusammenhängt, insbesondere auch Muskeln, welche die resultierende Kraft, die auf das Hüftgelenk wirkt, beeinflussen. Kennt man diese Auswirkungen, kann man versuchen, mit einem chirurgischen Eingriff die Geometrie des Hüftgelenks so zu ändern, daß die Druckbeanspruchung verbessert wird (*gelenkerhaltende Korrekturosteotomien*). Darum wurden bereits mehrere Modelle entwickelt, die den Zusammenhang zwischen Geometrie und Druckbeanspruchung des Hüftgelenks zum Gegenstand haben [6]. Operationen die eine Änderung solcher „Fehlstellungen“ des Hüftgelenks durchführen sind Standardoperationen.

Ein Kriterium für die klinische Verwendbarkeit eines Beanspruchungsmodells des Hüftgelenkkopfes ist die leichte Zugänglichkeit der Skelettdaten der Patienten. Wichtig ist weiter eine anschauliche Aufbereitung der gewonnenen Ergebnisse.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei Programme erstellt. Das erste (*coxacalc*) berechnet anhand bestimmter aus einem Röntgenbild gewonnener geometrischer Daten nach einem in [8] vorgestellten und in [9] verfeinerten Modell die Druckverteilung auf der Oberfläche des Hüftgelenkkopfes. *coxagraf* visualisiert interaktiv die berechnete Druckverteilung. Es zeigt einen Hüftgelenkkopf, auf dem die Druckverteilung dargestellt wird, und die zugehörigen Skelettdaten an. Die Visualisierung erlaubt eine einfache Interpretation der berechneten Druckverteilung. Das Programm wurde in C/C++ geschrieben, wobei auf leichte Erweiterbarkeit geachtet wurde. Ohne große Änderungen kann die Druckberechnung in andere Programme eingebunden werden, um in größerem Rahmen eines Modells die Druckverteilung im Hüftgelenk zu berechnen. Auch das Visualisierungsprogramm ist bequem erweiterbar, um beliebige Objekte darzustellen. Im Kapitel 5 wurde anhand einiger Beispiele die Verwendung der Programme *coxacalc* und *coxagraf* gezeigt.

Mit Hilfe dieser Programm ist eine einfachere Beurteilung der Druckverhältnisse im Hüftgelenk möglich. Die Druckverteilung auf der Hüftgelenkkopfoberfläche kann mit einem Blick erfaßt werden, wohingegen die Skelettdaten schwieriger zu interpretieren sind. Eine Anwendung liegt darin, die Orthopäden bei der Operationsplanung von Korrekturosteotomien zu unterstützen. Durch die Eingabe verschiedener Skelettdaten können die zugehörigen Druckverteilungen miteinander verglichen werden und so die optimalsten Werte für die Skelettdaten bestimmt werden.

Ein großes Problem bei Modellen, die den Menschen betreffen ist die Verifizierung des Modells und der Daten. Im Gegensatz zu anderen Bereichen der Modellierung ist es da kaum möglich, eine genau definierte Versuchsumgebung zu erhalten, um die gewünschten Messungen vorzunehmen. Auch die Messung selber bereitet Probleme. Aus ethischen Gründen verbieten sich Versuche am Menschen weitgehend. Als Ausweg werden z.B. Versuche an Leichen durchgeführt. Manche Messungen, wie die in Kapitel 3 erwähnten Kraftmessungen werden in künstlichen Körperteilen durchgeführt. Immer muß sorgfältig überprüft werden, ob die so erhaltenen Ergebnisse auch auf den lebenden Menschen übertragbar sind.

Im vorliegenden Fall kann der Druck im Hüftgelenk mit Druckmeßfolien gemessen werden. Diese können aber nur den maximal aufgetretenen Druck messen. Eine andere Möglichkeit besteht im Einbringen von piezoelektrischen Druckmeßsensoren in den Hüftgelenkspalt. Deren exakte Positionierung ist jedoch sehr schwierig, so daß die Messungen verschiedener Drucksensoren nicht vergleichbar sind. Außerdem können so keine Druckverteilungen gemessen werden. Der Vorteil ist aber eine kontinuierliche Meßwerterfassung.

In diesem Zusammenhang soll von der Orthopädischen Universitätsklinik Tübingen in Zusammenarbeit mit der Industrie ein Drucksensor entwickelt werden, mit dem die Druckverteilung in Hüftgelenk gemessen werden kann, um damit anschließend Messungen durchführen.

Neben der bisherigen Visualisierungsmöglichkeit durch das Programm *coxagraf* könnte in einem weiteren Schritt ein Programm entwickelt werden daß im Zuge der Operationsplanung einer gelenkerhaltenden Korrekturosteotomie anhand der vorhandenen Skelettdaten Vorschläge zur Änderung der Geometrie des Hüftgelenks macht. Dazu müßte für jedes einzelne Skelettdatenelement eine Gewichtungsfunktion erstellt werden, die angibt wie leicht sich dieses ändern läßt und die dafür sorgt, daß nicht ein zwar „idealer“, aber nicht realisierbarer Vorschlag unterbreitet wird.

Es bietet sich an, den Ablauf der Datenerfassung zu automatisieren. Die Dateneingabe könnte statt über die Tastatur auf dem Bildschirm in eine eingescannte Röntgenaufnahme erfolgen.

Da die Entwicklung der Computer und im Bereich der medizinischen Datenerfassung große Fortschritte macht, können wohl bald auch komplexere Modelle in kurzer Zeit

berechnet werden und die Ergebnisse noch besser visualisiert und auch besser validiert werden.

Anhang A

Datenformat der Ein- und Ausgabedateien

Die Formate für die Ein- und Ausgabedateien sind gleich. Die Daten sind zur bequemeren Handhabbarkeit im ASCII-Text Format gespeichert und in Datensätzen zusammengefaßt.

Das Programm `coxacalc` liest nur Daten des Datensatztyps *Skelettdaten* ein. Aus dessen Ausgabe liest das Programm `coxagraf` Daten der drei Datensatztypen *Skelettdaten*, *Hueftdaten* und *Tabelle* ein.

Umseitig ist das Format für Eingabedateien anhand eines abgedruckten Beispiels einer Eingabedatei für das Programm `coxacalc` erläutert.

Für den Datensatztyp *Tabelle* gilt ein etwas anderes Format, als für die anderen beiden. Das folgende Beispiel ist ein Ausschnitt aus der Ausgabedatei der Programms `coxacalc`. In der Zeile, die der Überschrift folgt, stehen die Zeilen- und Spaltenzahl der Tabelle. Die restlichen Zeilen enthalten die Wertetabelle im dreispaltigen Format:

x -Wert, y -Wert, Funktionswert $p(x, y)$.

Tabelle:

```
x: 4 y: 4
-2.615 -2.615 0
-2.615 -0.871667 0
-2.615 0.871667 0
-2.615 2.615 0
-0.871667 -2.615 0
-0.871667 -0.871667 0.241067
```

Beispiel einer Eingabedatei für das Programm "coxacalc".

Regeln für den Aufbau von Eingabedateien:

- * Die Reihenfolge unterschiedlicher Datensätze ist beliebig.
- * Ein Datensatz wird durch eine am Zeilenanfang beginnende Überschrift eingeleitet.
- * Die Reihenfolge und Zahl der Datenzeilen eines Datensatzes sind festgelegt.
- * Leerzeilen innerhalb eines Datensatzes kommen nicht vor.
- * Das Format der Zeile ist festgelegt:
 - Der Datenwert steht in der zweiten Spalte einer Tabellenzeile, deren Spalten durch Leerzeichen getrennt sind.
 - Die Zahl der Leerzeichen zwischen zwei Spalten ist beliebig.
 - Alle anderen Inhalte der Zeile sind beliebig.
- * Alle Zeilen, die nicht einem Datensatz angehören sind beliebig.
- * Nur der erste Datensatz eines Typs in einer Datei gilt.

Die Zeilen bis "Skelettdaten:" werden also ignoriert, die Zeilen nach den Daten ebenfalls.

```

Skelettdaten: ---- Datensatzüberschrift
tstr: 5.8 cm ---- Datenzeile
psi:  5.3 °
d6:   9.31 cm
ce:   32.4 °
s:    2.41 cm
gs:   0.41 cm
y:    0.38 cm
^      ^      ^
|      |      + ----- Anfang der restlichen Zeile
|      + ----- 2. Spalte
+----- 1. Spalte

```

Skelettdaten: ---- weitere Datensätze des Typs Skelettdaten
 tstr: 5.8 cm ---- werden nicht einmal ignoriert.

Anhang B

Druckberechnung

Hier sind alle für die Druckberechnung benötigten Ausdrücke und Zusammenhänge angegeben.

Die für die Druckaufnahme zur Verfügung stehende Fläche auf dem Hüftgelenkkopf wird im folgenden Kontaktfläche genannt. Sie ist nicht identisch mit der Fläche, die tatsächlich auf Druck beansprucht wird, wie weiter unten dargelegt wird.

Für die Integration des auf die Hüftgelenkkopfoberfläche wirkenden Drucks über die Kontaktfläche gilt

$$\vec{R} = \int_F d\vec{R} = \int_F p d\vec{f} \quad . \quad (\text{B.1})$$

Die drei Komponenten der Gleichung lauten damit explizit:

$$R_x = 0 = \iint_{F_p} \frac{x p(x, y)}{\sqrt{S_{GS}^2 - x^2 - y^2}} dx dy \quad (\text{B.2})$$

$$R_y = 0 = \iint_{F_p} \frac{y p(x, y)}{\sqrt{S_{GS}^2 - x^2 - y^2}} dx dy \quad (\text{B.3})$$

$$R_z = R = \iint_{F_p} p(x, y) dx dy \quad . \quad (\text{B.4})$$

Gleichung (B.3) ist nach vorausgesetzter Symmetrie zur x - z -Ebene immer erfüllt.

Damit bleiben noch die Gleichungen (B.2) und (B.4) für die Bestimmung der Parameter A und B der vorgegebenen Druckverteilungsfunktion.

Der obere Teil der Abb. B.1 zeigt den kugelförmigen Hüftgelenkkopf, an dem die Kontaktfläche farblich hervorgehoben ist. Die Schnittpunkte der Pfanneneingangsebene mit

der Hüftgelenkkopfoberfläche bilden einen Kreis. Dieser begrenzt zusammen mit dem Großkreis, dessen Ebene senkrecht zu \vec{R} steht, die Kontaktfläche.

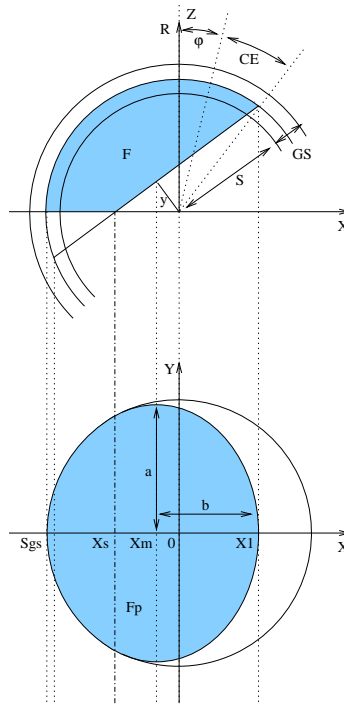


Abbildung B.1: Kontaktfläche und ihre Projektion entlang der z -Achse in die x - y -Ebene.

Die Fläche, über die die Integration erfolgt, ist die Projektion der auf einer Kugel liegenden Kontaktfläche entlang der z -Achse auf die x - y -Ebene. Diese setzt sich normalerweise aus zwei Teilen zusammen, einem Ellipsenanschnitt und einem Kreisabschnitt. In besonderen Fällen kann die Fläche auch nur aus einem der beiden Anteile bestehen. (Dann wird die Kontaktfläche auch nur von einem der beiden oben genannten Kreise begrenzt.) Im unteren Teil der Abb. B.1 ist die projizierte Kontaktfläche hervorgehoben.

Die zu berechnenden Integrale bestehen somit aus zwei Integrationen über die Teilflächen:

$$\iint_{F_p} f(x, y) dx dy = \int_{x_1}^{S_{GS}} \int_{y_1}^{y_2(x)} f(x, y) dy dx$$

$$2 \int_{x_1}^{x_S} \int_0^{\frac{a}{b} \sqrt{b^2 - (x-x_m)^2}} f(x, y) dy dx + 2 \int_{x_S}^{S_{GS}} \int_0^{\sqrt{S_{GS}^2 - x^2}} f(x, y) dy dx$$

(B.5)

Dabei steht $f(x, y)$ jeweils für die in (B.2) und (B.4) vorkommenden Integranden.

Die Form der Kontaktfläche hängt von den Größen S , GS , y , φ und CE ab. In den Grenzen der Integrale treten Größen auf, die von den gerade genannten in folgender Weise abhängen.

$$S_{GS} = S + \frac{GS}{2} \quad (\text{B.6})$$

$$x_1 = -(S + \frac{GS}{2}) \sin(\varphi + CE) \quad (\text{B.7})$$

$$x_s = \frac{\frac{S+GS}{2}}{y \frac{S+GS}{2}} \frac{(\sqrt{1 - (\frac{y}{S+GS})^2} \cos(\varphi + CE) - \frac{y}{S+GS} \sin((\varphi - CE)))}{y \frac{S+GS}{2}} \quad (\text{B.8})$$

$$x_m = y \frac{S+GS}{2} \left(\sqrt{1 - (\frac{y}{S+GS})^2} \cos(\varphi + CE) - \frac{y}{S+GS} \sin((\varphi - CE)) \right) \quad (\text{B.9})$$

$$a = S + \frac{GS}{2} \sqrt{1 - (\frac{y}{S+GS})^2} \quad (\text{B.10})$$

$$b = S + \frac{GS}{2} \sqrt{1 - (\frac{y}{S+GS})^2} \left(\frac{y}{S+GS} \cos((\varphi + CE)) + \sqrt{1 - (\frac{y}{S+GS})^2} \sin((\varphi + CE)) \right) \quad (\text{B.11})$$

Bei der Integration muß beachtet werden, daß für den Druck immer $p(x, y) \geq 0$ gelten muß. Über Flächen mit negativem Druck wird daher nicht integriert, bzw. negative Werte von $p(x, y)$ werden Null gesetzt. Daher fällt die druckaufnehmende Fläche des Hüftgelenkkopfs mit der Kontaktfläche nur dann zusammen, wenn p immer größer Null ist. Sonst ist die druckaufnehmende Fläche kleiner und liegt innerhalb der Kontaktfläche.

Tabellenverzeichnis

3.1	Für die Berechnung notwendige Ausgangsdaten	23
3.2	Die an dem Hüftgelenkkopf angreifenden Kräfte samt zugehörigen Winkeln	27

Abbildungsverzeichnis

2.1	Drehmoment	10
2.2	Knochenbälkchen	11
2.3	Freiheitsgrade eines Kugelgelenks	13
2.4	Der Anteversionswinkel	14
2.5	Der CCD-Winkel	14
2.6	Die Lage des Hüftgelenks im Körper	15
2.7	Kräfte im Zweibeinstand	16
2.8	Kräfte im Einbeinstand in der Frontalebene während der Standbeinphase .	17
2.9	Belastung des Hüftgelenks beim langsamen Gang während zweier Gang- zyklen	18
3.1	Darstellung der Skelettdaten ohne Knochen im Programm coxagraf	24
3.2	Beckenübersichtsaufnahme mit eingezeichneten Skelettdaten	25
3.3	Vergrößerter Ausschnitt der Beckenübersichtsaufnahme mit Skelettdaten.	26
3.4	Drehmoment- und Kräfteverhältnisse am Hüftgelenkkopf	28
3.5	Für die Druckaufnahme zur Verfügung stehende Hüftgelenkkopfoberfläche	30
4.1	Integration über eine Fläche	35
4.2	Integration über die Kontaktfläche	36
4.3	Aufteilung der Kontaktfläche für die Integration	37
4.4	Grobe Übersicht über die Bewertungsfunktion	41
4.5	Bewertungsfunktion: nähere Ansicht	41
4.6	Bewertungsfunktion: Blick durch das Minimumstal	41
4.7	Bewertungsfunktion: Blick auf das Minimumstal von oben	41

4.8	Bewertungsfunktion: Seitlicher Blick auf das Minimumstal	41
4.9	Bewertungsfunktion: Lage des Minimums von oben gesehen.	41
4.10	Die Arten, auf welche der Algorithmus den Simplex verändert.	43
4.11	Aufbau der Kugel: Alle Flächen werden durch Angabe ihrer Eckpunkte festgelegt.	46
4.12	Parallelprojektion der Textur in Richtung \vec{R} auf die Kugeloberfläche. . .	46
5.1	Der verwendete Oberschenkelknochen	51
5.2	Drahtmodell des Hüftgelenkkopfes	52
5.3	Die Skelettdaten für ein männliches Normhüftgelenk	53
5.4	Die Skelettdaten für ein weibliche Normhüftgelenk	54
5.5	Druckverteilung für männl. Normhüftgelenk von vorn	55
5.6	Druckverteilung für männl. Normhüftgelenk von oben	56
5.7	Druckverteilung für weibl. Normhüftgelenk von vorn	57
5.8	Druckverteilung für ein weibl. Normhüftgelenk von oben	58
5.9	Druckverteilung in Abhängigkeit von Sigma von vorne	59
5.10	Druckverteilung in Abhängigkeit von Sigma von oben	60
5.11	Kranke Hüfte Beispiel 1 vor der Operation: Skelettdaten	61
5.12	Kranke Hüfte Beispiel 1 vor der Operation: Ansicht von vorne	62
5.13	Kranke Hüfte Beispiel 1 vor der Operation: Ansicht von oben	63
5.14	Kranke Hüfte Beispiel 1 nach der Operation: Skelettdaten	64
5.15	Kranke Hüfte Beispiel 1 nach der Operation: Ansicht von vorne	65
5.16	Kranke Hüfte Beispiel 1 nach der Operation: Ansicht von oben	66
5.17	Kranke Hüfte Beispiel 2 vor der Operation: Skelettdaten	67
5.18	Kranke Hüfte Beispiel 2 vor der Operation: Ansicht von vorne	68
5.19	Kranke Hüfte Beispiel 2 vor der Operation: Ansicht von oben	69
5.20	Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Skelettdaten	70
5.21	Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Ansicht von vorne	71
5.22	Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Ansicht von oben	72
5.23	Kranke Hüfte Beispiel 2 nach der Operation: Ansicht von oben hinten . .	73
5.24	Kranke Hüfte Beispiel 3 vor der Operation: Skelettdaten	74

5.25	Kranke Hüfte Beispiel 3 vor der Operation: Ansicht von der Seite	75
5.26	Kranke Hüfte Beispiel 3 vor der Operation: Ansicht von oben	76
5.27	Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Skelettdaten	77
5.28	Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Ansicht von der Seite	78
5.29	Kranke Hüfte Beispiel 3 nach der Operation: Ansicht von oben	79
B.1	Kontaktfläche und ihre Projektion entlang der z -Achse in die x - y -Ebene.	88

Literaturverzeichnis

- [1] **Bechtle, D.:** *Die intertrochantäre valgisierende Femurosteotomie unter besonderer Berücksichtigung der Biomechanik des Hüftgelenks - Eine retrospektive Studie.* Med. diss., Friedrich Alexander Universität, Erlangen-Nürnberg, 1999.
- [2] **Berlin, BioMechanik-Labor:** *Ergebnisse der Messungen am Hüftgelenk.* Orthopädische Klinik der Freien Universität Berlin, <http://www.medizin.fu-berlin.de/biomechanik/Reship1d.htm>, 1999.
- [3] **Fischer, O.:** *Der Gang des Menschen.* Abh. K. Sächs. Ges. Wiss. Teubner Verlag, 1899.
- [4] INC., SILICON GRAPHICS (Hrsg.): *OpenGL Reference Manual.* Addison-Wesley, 1992.
- [5] **Kilgard, Mark J.:** *The OpenGL Utility Toolkit (GLUT) API Version 3.* Silicon Graphics, Inc., 1996.
- [6] **Legal, Dr. H.:** *Biomechanische Analyse des Hüftgelenks.* Med. habil., Friedrich Alexander Universität, Erlangen-Nürnberg, 1977.
- [7] **Legal, H. und Ruder, H.:** *Zur biostatistischen Analyse des Hüftgelenks.* Z. Orthop. **115** (1977), 215–234.
- [8] **Legal, H.; Reinecke M. und Ruder, H.:** *Zur biostatistischen Analyse des Hüftgelenks II.* Z. Orthop. **116** (1978), 889–896.
- [9] **Legal, H.; Reinecke, M. und Ruder, H.:** *Zur biostatistischen Analyse des Hüftgelenks III.* Z. Orthop. **118** (1980), 804–815.
- [10] **Neider, Jackie; Davis, Tom und Woo, Mason:** *OpenGL Programming Guide.* Addison-Wesley, 1993.
- [11] **Press, William H.; Teukolsky, Saul A. ◊ Vetterling, William T. und Flannery, Brian P.:** *Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing.* Cambridge University Press, Cambridge, 1988.

- [12] **Rauber/Kopsch:** *Anatomie des Menschen*, Bd. I Bewegungsapparat. Georg Thieme Verlag, Stuttgart, 1987.
- [13] **Schultz, Olaf:** *Analyse des muskulären Einflusses auf die femorale Belastung anhand eines Finite Elemente Modells*. Technische Universität Hamburg-Harburg, <http://experte.kt2.tu-harburg.de/femur/index.html>, 1995.
- [14] **Schwarz, H. R.:** *Numerische Mathematik*. B. G. Teubner, Stuttgart, 1993.
- [15] **Scott L. Delp, Ph.D.:** *Parameters for a model of the lower limb*. International Society of Biomechanics, <http://isb.ri.ccf.org/data/delp/>, 1999.
- [16] **Stroustrup, Bjarne:** *Die C++-Programmiersprache*, 2. Aufl. Addison-Wesley, Bonn, 1995.

Danksagung

Für ihre hilfreiche Unterstützung möchte ich mich besonders bei Prof. Ruder, Dr. Otto Müller, Valentin Keppler, Arnim Henze, Helmut Mutschler und Henrike Prochel bedanken.