Dynamik der Riesenfelge am Reck im Rahmen von Mehrkörpersystemen

Diplomarbeit

Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik
der Eberhard-Karls-Universität Tübingen
vorgelegt von

Harald Böhm

1997

Dynamik der Riesenfelge am Reck im Rahmen von Mehrkörpersystemen

Diplomarbeit
von
Harald Böhm

Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik
der Eberhard-Karls-Universität Tübingen

Mai 1997

Die vorliegende Arbeit wurde im Zeitraum von April 1996 bis Mai 1997 am Lehrstuhl für Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen unter Obhut von Herrn Prof. Ruder angefertigt.

Diese Arbeit wurde von mir selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel ausgeführt.

Mai 1996

P.S.: Etwas ungewohnt erscheint die Verwendung der neuen Rechtschreibreform bei der ß nach einem kurzen Vokal zu ss wird, z.B. daß wird zu dass.

Die neue Reform tritt zwar erst am 1.8.1998 in Kraft, und die alte Schreibweise wird ab 31.6.2005 als Fehler behandelt. Um mich aber jetzt schon einmal an die neue Rechtschreibung zu gewöhnen, habe ich versucht, sie in der Diplomarbeit zu beachten.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Im täglichen Leben wird man häufig mit Computerbildern biomechanischer Menschenmodelle konfrontiert, sei es auf dem Schuhkarton der neuen Joggingschuhe oder im Prospekt einer süddeutschen Autofirma. In beiden Fällen wird mit Hilfe eines mathematischen Menschenmodells versucht, die auftretenden Kräfte abzuschätzen und aufgrund dessen Verbesserungen des eingesetzten Materials einzuführen.
Der Bedarf an einem derartigen Menschenmodell mit biologischen Gelenken, Muskelmodellen und Steuerungskonzepten ist auch noch in vielen anderen Disziplinen, wie z.B. in der Orthopädie, Gerichtsmedizin und Sportwissenschaft vorhanden.

Um ein mathematisches Menschenmodell entwickeln zu können ist man jedoch auf einen Vergleich mit der Realität angewiesen. 1987 wurde von Karin Gruber ein dreigliedriges Modell zur Simulation von Niedersprüngen entwickelt [Gru87]. Auf Grund von Bodenreaktionskraftmessungen realer Niedersprünge konnte man erkennen, dass ein aus starren Körpern bestehendes Modell die Kraftmessungen nicht reproduzieren kann. Deshalb wurde es um drei Schwabbelmassen erweitert. Die Schwabbelmassen stellen die Weichteile dar, die bei einem Stoß im Gegensatz zu den knöchernen Anteilen nicht sofort abgebremst werden, sondern noch eine kurze Zeit weiterschwingen.

Dieses dreigliedrige Modell aus Rumpf, Ober- und Unterschenkel wurde in einer weiteren Arbeit von [Wid90] um zwei Segmente ergänzt und erfolgreich zur Optimierung von Auffangeinrichtungen [Hos93] im Baugewerbe verwendet.
Um die Grenzen dieses Modelles in der Anwendbarkeit auf andere Bewegungen zu zeigen und daraufhin zu verbessern, müssen weitere Anwendungen

untersucht werden. Bewegungen im Sport eignen sich dazu besonders, da sie hochdynamische aktive und passive Bewegungskomponenten enthalten, und sich im Gegensatz zu Autounfällen, in der gleichen Abfolge mehrmals wiederholen lassen.

An der Sporthochschule in Köln wurden Riesenfelgen von Turnern am Reck untersucht. Dabei wurden Videoaufnahmen des Reckturners und Kraftmessungen an der Reckstange durchgeführt. In diesem Fall ging es um vorbereitende Riesenfelgen für nachfolgende Abgänge. Diese Riesenfelgen sind hochdynamisch, da sie mit einer hohen Anfangsgeschwindigkeit beginnen, um möglichst viel Drehimpuls für den nachfolgenden Doppel- oder sogar Dreifachsalto zu erzeugen.
Herr Brüggemann, Professor an der Sporthochschule in Köln, hat mir die Daten dieser Untersuchung freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

In der vorliegenden Arbeit wird der Frage nachgegangen, ob die Riesenfelge mit einem sechsgliedrigen Modell mit fünf Schwabbelmassen simuliert werden kann. Zuerst werden mit der Methode der inversen Dynamik aus der vorgegebenen Bewegung die resultierenden Gelenkmomentaktionen des Turners bestimmt, die danach als Input für die direkte dynamische Rechnung dienen.
Für den Abgang vom Reck liegen bisher keine experimentellen Vergleichsdaten vor, so dass mit dem Turnermodell zunächst ein Niedersprung aus 35 cm Hoehe auf eine Kraftmessplatte nachgerechnet wird.

Zur Simulation wurde das kommerzielle Programmpaket DADS der amerikanischen Firma CADSI verwendet, das es schon seit zehn Jahren auf dem Markt gibt und bei vielen Problemen der Maschinendynamik angewendet wurde. Dessen Anwendbarkeit auf biomechanische Modelle zu zeigen, war ebenfalls ein Ziel dieser Arbeit.

Kapitel 2

Dynamik von Mehrkörpersystemen

2.1 Modellbildung mechanischer Systeme

Untersucht man die dynamischen Eigenschaften mechanischer Systeme, muss man zunächst ein mathematisches Modell erstellen. Dieses Modell kann nicht alle Details des realen Systems wiedergeben. Man ist dazu gezwungen, Vereinfachungen zu machen, die nachher entscheidend sind für die Aussagekraft der Untersuchungsergebnisse. In der technischen Dynamik [Sch86] unterscheidet man die folgenden drei Methoden, mit denen man ein Modell mathematisch beschreiben kann:

Die Kontinuierliche Methode geht von der stetigen Verteilung von Masse und Elastizität im Körper aus. Die Bewegungsgleichungen können deshalb nur lokal für ein infinitesimal kleines Volumenelement formuliert werden und stellen partielle von Ort und Zeit abhängige Differentialgleichungen dar. Eine strenge Lösung der lokalen Bewegungsgleichungen gelingt nur für einfache Fälle.

Bei der Methode der Finiten-Elemente werden elastische Körper verwendet, auf die an diskreten Punkten Kräfte und Momente einwirken. Durch Verknüpfung der Knotenpunkte wird das Gesamtsystem aufgebaut. Die Finite-Elemente Methode eignet sich für elastische Systeme, die nur kleine Bewegungen relativ zu einem inertialen Referenzsystem ausführen. Ein Beispiel ist die elastische Reckstange, deren Auslenkung gegenüber der Reckaufhängung bei einer Gesamtlänge von 2,4 m maximal 16 cm beträgt, also nur 7 %.

Bei der Mehrkörpermethode verwendet man starre Körper, auf die an bestimmten Punkten Kräfte und Momente einwirken. Sie hat sich bei Systemen aus der Maschinendynamik bewährt, die in guter Näherung aus starren Körpern bestehen, und große nichtlineare Bewegungen ausführen. Wegen der hohen Dynamik der Bewegungen beim Reckturnen wird daher zur Modellierung die Mehrkörpermethode verwendet.
Reicht die Anforderung an Genauigkeit nicht aus, so besteht die Möglichkeit in das Mehrkörpermodell unter dem Simulationsprogramm DADS auch Finite-Elemente Bewegungsgleichungen mit einzubeziehen.
Das kann z.B. der Fall sein bei der Modellierung einer starren Reckstange, die mit Federn an der Aufhängung befestigt ist.

2.2 Bewegungsgleichungen des starren Körpers

Ein starrer Körper besitzt sechs Freiheitsgrade . Die sechs unabhängigen Gleichungen zur Beschreibung seiner Bewegung im Raum können mit Hilfe des Impuls und Drehimpulssatzes formuliert werden, unter der Vorgabe aller auf ihn wirkenden Kräfte und Momente [Nol89].

Der Impulssatz , im Falle des Starrkörpers auch Schwerpunktsatz genannt, liefert drei Gleichungen:

$$M\ddot{\boldsymbol{R}} = \sum_i \boldsymbol{F}^{(ex)} \tag{2.1}$$

M	: Gesamtmasse Starrkörper
$\ddot{\boldsymbol{R}}$	: Schwerpunktsbeschleunigung
$\boldsymbol{F}_i^{(ex)}$	: Äußere Kräfte, die am Körper angreifen

Der Drehimpulssatz liefert drei Gleichungen:

$$\dot{\boldsymbol{L}} = \sum_i \boldsymbol{T}_i^{(ex)} \tag{2.2}$$

$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\omega}$	: Drehimpuls = Trägheitstensor $\times$ Winkelgeschwindigkeit
$\boldsymbol{T}_i^{(ex)}$	: Äußere Momente auf den Körper

In dieser Form gilt der Drehimpulssatz allerdings nur im Inertialsystem (X, Y, Z). Dort sind aber nicht nur die Komponenten der Winkelgeschwindigkeit , sondern auch die Komponenten des Trägheitstensors wegen der Drehbewegung des starren Körpers zeitlich veränderlich.
Transformiert man 2.2 in ein mitrotierendes körperfestes Hauptachsenbezugssystem (x, y, z), erhält man die Eulerschen Gleichungen, in denen der Trägheitstensor zeitunabhängig und diagonal ist:

$$\dot{\boldsymbol{L}} + (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{L}) = \boldsymbol{T}^{(ex)} \tag{2.3}$$

In Komponentenschreibweise bezüglich des körperfesten Hauptachsensystems (x, y, z) lauten die Gleichungen:

$$\begin{pmatrix} \Theta_x & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_y & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \omega_y\omega_z(\Theta_z - \Theta_y) \\ \omega_x\omega_z(\Theta_x - \Theta_z) \\ \omega_x\omega_y(\Theta_y - \Theta_z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_x^{(ex)} \\ T_y^{(ex)} \\ T_z^{(ex)} \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

Zur konkreten Auswertung des Gleichungssystems benötigt man die Komponenten des Drehmomentes im körperfesten Hauptachsensystem. Da das Drehmoment durch äußere Kräfte bewirkt wird, werden auf der rechten Seite im Allgemeinen Größen erscheinen, die im raumfesten Inertialsystem vorgegeben sind. Man muss deshalb Beziehungen zwischen dem raumfesten und körperfesten Bezugssystem aufstellen. Dies gelingt z.B. durch die Eulerwinkel [Nol89], mit deren Hilfe die Transformation zwischen dem Körperfesten und dem Inertialsystem durchgeführt werden kann.

Bei Bewegungen in der Sagitalebene (X, Y) existieren nur Rotationen mit einer Winkelgeschwindigkeit in Richtung der Z-Achse. Die Eulergleichungen vereinfachen sich erheblich:

$$\Theta_z \ddot{\varphi} = T_z^{(ex)} \tag{2.5}$$

Θ_z ist ein Skalar und $T_z^{(ex)}$ entspricht direkt der Z-Komponente des äußeren Momentes im Inertialsystem, Bei einer äußeren Kraft, die nicht im Schwerpunkt eines Starrkörpers angreift und somit ein Moment auf ihn ausübt, gilt:

$$T_z^{(ex)} = (\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F})_Z \tag{2.6}$$

$\boldsymbol{r}$: Ortsvektor, an dem die Kraft $\boldsymbol{F}$ angreift

Zusammenfassend lauten die drei Bewegungsgleichungen für den Starrkörper in der Ebene:

$$\boxed{\begin{array}{rcl} M\ddot{X} & = & \sum F_X^{(ex)} \\ M\ddot{Y} & = & \sum F_Y^{(ex)} \\ \Theta_z\ddot{\varphi} & = & \sum T_z^{(ex)} \end{array}} \tag{2.7}$$

Werden die generalisierten Koordinaten (X, Y, φ) zu einem Vektor $\boldsymbol{q}$ zusammengefasst ergibt sich als verkürzte Schreibweise

$$\boxed{\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} = \sum \boldsymbol{Q}^{(ex)}} \tag{2.8}$$

$\boldsymbol{M}$	Massenmatrix
$\boldsymbol{q} = (X, Y, \varphi)^T$	: Vektor der generalisierten Koordinaten, die einzelnen Komponenten q_i haben nicht unbedingt die Dimension einer Länge.
$\boldsymbol{Q} = (F_X, F_Y, T)^T$	: Vektor der generalisierten Kräfte, die einzelnen Komponenten Q_i haben nicht unbedingt die Dimension einer Kraft, aber das Produkt $Q_i \times q_i$ besitzt die Dimension der Arbeit.

Werden dem Starrkörper Zwangsbedingungen auferlegt, sind die Koordinaten X, Y, φ nicht mehr unabhängig voneinander. Im Gegensatz zu [Nol90] wird dann hier analog zu [Hau89] der Begriff generalisierte Koordinaten auch für voneinander abhängige vollständige Koordinaten verwendet, die aus Winkeln und kartesischen Koordinaten zusammengesetzt sind.

2.3 Bewegungsgleichungen mehrerer starrer Körper unter Zwangsbedingungen

Ein Mehrkörpersystem besitzt oft geometrische Bindungen, die die Bewegungen der Starrkörper einschränken .
Ein physikalisches Doppelpendel besitzt nur noch zwei Freiheitsgrade: siehe Abb.2.1 linke Seite. In den Bewegungsgleichungen des Pendels werden die Bindungen durch Zwangskräfte berücksichtigt, die zusätzlich zu den äußeren Kräften auf das Pendel einwirken: siehe Abb.2.1, rechte Seite.
Die Zwangskräfte sind in der Regel unbekannt, bekannt sind nur ihre Auswirkungen, die die freie Bewegung des Körpers verhindern. Sie müssen daher aus der Lösung gefunden werden, die man sucht.

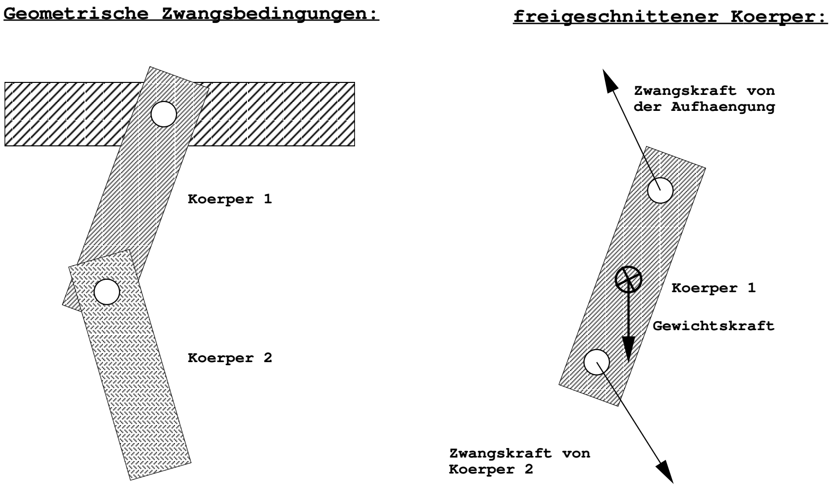


Abbildung 2.1: Zwangsbedingungen und Zwangskräfte: *Auf der linken Seite werden die geometrischen Zwangsbedingungen eines Doppelpendels dargestellt. Rechts wird ein einzelner Körper aus dem Doppelpendel gezeigt, auf den an bestimmten Orten Kräfte einwirken.*

Man unterscheidet beim Aufstellen der Bewegungsgleichungen zwei Methoden:

- Einführung reduzierter Koordinaten.
- Verwendung von Lagrangemultiplikatoren.

Die Verwendung von reduzierten Koordinaten ist nur möglich, wenn holonome Zwangsbedingungen vorliegen. Dies ist für ein biomechanisches Menschenmodell immer erfüllt, das aus mehreren Körpern besteht, die durch Scharniergelenke miteinander verbunden sind. Werden jedoch kompliziertere Gelenkmodelle, analog zu einem rollenden Rad auf einer Ebene realisiert, liegen die Zwangsbedingungen als gekoppelte Differentialgleichungen vor. Diese können nicht integriert werden, bevor man nicht das vollständige Problem gelöst hat.
Die Zwangsbedingungen können jedoch zusammen mit den Bewegungsgleichungen in vollständigen Koordinaten aufgestellt werden. In diesen abhängigen Gleichungen werden dann die Zwangskräfte durch Lagrange Multiplikatoren als zusätzliche Unbekannte ausgedrückt, die sich bei der Lösung des gesamten Gleichungssystems neben den Beschleunigungen mit berechnen.
Die Formulierung der Bewegungsgleichungen in vollständigen Koordinaten

unter Erhöhung der Anzahl der Gleichungen, ist zudem sehr übersichtlich und systematisch.
Ein Algorithmus zur automatischen Bewegungsgleichungsgenerierung ist deshalb leichter zu implementieren, als bei der Methode der reduzierten Koordinaten, bei der zuerst die unabhängigen Koordinaten ermittelt werden müssen.
Das Mehrkörpersimulationsprogramm DADS verwendet das Verfahren der Lagrange Multiplikatoren, auf das im Abschnitt 2.3.2 genauer eingegangen wird.

2.3.1 Verwendung von Reduzierten Koordinaten

Die grundlegende Idee bei dieser Methode ist, die Zwangsbedingungen durch Einführung geeigneter Koordinaten implizit zu erfüllen. Man transformiert auf voneinander unabhängige, reduzierte Koordinaten, in denen das Mehrkörpersystem nur noch solche Konfigurationen annehmen kann, die mit den Zwangsbedingungen verträglich sind. Man kann daher in den reduzierten Koordinaten keine Systemkonfiguration angeben, die nicht automatisch die Zwangsbedingungen erfüllt.
Dieser Weg ist nur möglich, wenn k holonome Zwangsbedingungen $\mathbf{\Phi}$ für n starre Körper vorhanden sind, die dadurch definiert sind , dass sie in der Form

$$\mathbf{\Phi}(X_1, Y_1, \varphi_1, ...X_n, Y_n, \varphi_n) = \mathbf{0} \tag{2.9}$$

vorliegen . Daraus können 3n Transformationsformeln auf die reduzierten Koordinaten $q_1 ... q_f$ erstellt werden:

$$\begin{aligned} X_1 &= X_1(q_1..q_f) \\ Y_1 &= Y_1(q_1..q_f) \\ \varphi_1 &= \varphi_1(q_1..qf) \\ &\vdots \\ \varphi_n &= \varphi_n(q_1..qf) \end{aligned} \tag{2.10}$$

Man ersetzt die allgemeinen Koordinaten in allen 3n Bewegungsgleichungen. Dann drückt man die Zwangskräfte in f unabhängigen Gleichungen mit Hilfe der restlichen k = 3n-f Bewegungsgleichungen aus, in denen diese ebenfalls vorkommen, und erhält ein Gleichungssystem mit f = 3n-k Gleichungen in f unabhängigen Variablen.
Dieses allgemein dargestellte Verfahren wird sehr schnell klar, wenn man es

eimal mit einem physikalisches Pendel durchführt. Die Bewegungsgleichungen lauten für das Pendel, das mit dem Hebelarm $\boldsymbol{l}$ an der Decke befestigt ist, in vollständigen Koordinaten:

$$
\begin{aligned}
m\ddot{X}_1 &= F_{zx} && (2.11)\\
m\ddot{Y}_1 &= F_{zy} - mg && (2.12)\\
\Theta_z \ddot{\varphi}_1 &= (\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{F}_z)_z && (2.13)
\end{aligned}
$$

die geometrischen Zwangsbedingungen sind:

$$
\boldsymbol{\Phi}(X_1, Y_1, \varphi_1) = \begin{pmatrix} X_1 - l\,cos(\varphi_1) \\ Y_1 - l\,sin(\varphi_1) \end{pmatrix} = \mathbf{0} \qquad (2.14)
$$

Mit den Transformationsformeln

$$
\begin{aligned}
X_1 &= l\,cos(\varphi_1) && (2.15)\\
Y_1 &= l\,sin(\varphi_1)
\end{aligned}
$$

lassen sich die Zwangskräfte in Abhängigkeit von φ ausdrücken:

$$
\begin{aligned}
F_{zx} &= -ml\,cos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 - ml\,sin(\varphi_1)\,\ddot{\varphi}_1 && (2.16)\\
F_{zy} &= -ml\,sin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 + ml\,cos(\varphi_1)\,\ddot{\varphi}_1 - mg
\end{aligned}
$$

Eingesetzt in die Gleichung 2.13 ergibt sich die bekannte Gleichung für das physikalische Pendel:

$$
(\Theta_z \ddot{\varphi}_1 - ml^2) = mg\,l\,cos(\varphi_1) \qquad (2.17)
$$

Wenn als Kinematik eine konstante Winkelgeschwindigkeit vorgegeben wird: $\varphi_1 = \omega_0\,t$, erhält man für die Zwangskräfte:

$$
\begin{aligned}
F_{zx} &= -ml\,\omega_0^2\,cos(\omega_0 t) && (2.18)\\
F_{zy} &= -ml\,\omega_0^2\,sin(\omega_0 t) + mg && (2.19)
\end{aligned}
$$

Bei diesem Beispiel handelt es sich nicht um ein eigentliches Mehrkörpersystem, da die Decke, an der das Pendel fixiert ist, keinen Freiheitsgrad besitzt. Somit hat die Zwangskraft keine Auswirkungen auf die Bewegung der Decke. In [Nig94], chapter 4.4 example 11, kann man dieses Verfahren auch am Beispiel eines Doppelpendels nachvollziehen.

2.3.2 Methode der Lagrange Multiplikatoren

Bei diesem Verfahren werden die Zwangsbedingungen zusammen mit den Bewegungsgleichungen in vollständigen Koordinaten aufgestellt. Die Herleitung der Bewegungsgleichungen unter Verwendung der Lagrangemultiplikatoren wird in dem folgenden Abschnitt kurz skizziert. Danach wird im selben Formalismus die Berechnung der Zwangskräfte an einem Beispiel durchgeführt, und die Methode der Inversen und Direkten Dynamik erklärt. Auf die vollständigen Herleitungen aller verwendeten Formeln wurde verzichtet, da sie in [Hau89] sehr ausführlich dargestellt sind.

Bewegungsgleichungen

Mit der Einführung der virtuellen Verrückungen $\delta \boldsymbol{q}$ (infinitesimalen Koordinatenänderungen, die mit den Zwangsbedingungen verträglich sind und momentan durchgeführt werden) und dem d'Alembertschen Prinzip, nach dem die virtuelle Arbeit der Zwangskräfte verschwindet, erhält man die folgende Variationsformulierung der Bewegungsgleichungen für ein System aus n Körpern:

$$\delta \boldsymbol{q}^T(\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{Q}^{(\boldsymbol{ex})}) = 0 \tag{2.20}$$

$\boldsymbol{M} = diag(\boldsymbol{M}_1, ..\boldsymbol{M}_n)$	: Massenmatrix
$\boldsymbol{q} = (\boldsymbol{q}_1^T, ..\boldsymbol{q}_n^T)^T$	: generalisierte Koordinaten
$\boldsymbol{Q} = (\boldsymbol{Q}_1, ..\boldsymbol{Q}_n)^T$	: generalisierte Kräfte
$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{Q}^{(ex)} + \boldsymbol{Q}^{(Z)}$	: generalisierte Kräfte sind aus äußeren- und Zwangskräften zusammengesetzt

Mit Einführung der Lagrange Multiplikatoren wird 2.20 reduziert auf ein gemischtes System von algebraischen Differentialgleichungen

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{Q}^{(ex)} \tag{2.21}$$

$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}$: Jakobimatrix der Zwangsbedingungen

Vergleicht man 2.21 mit den Bewegungsgleichungen eines einzelnen starren Körpers 2.8, so kann man den Term $\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{\lambda}$ als Vektor aller generalisierten Zwangskräfte interpretieren, die zusätzlich zu den äußeren Kräften auf den Körper wirken, um die Zwangsbedingungen zu realisieren.

Mit 2.21 erhält man 3 n Gleichungen mit 3 n generalisierten Koordinaten und so vielen unbekannten Lagrange Multiplikatoren, wie Zwangsbedingungen vorliegen. Also muss man noch die Gleichungen der Zwangsbedingungen an das System 2.21 anfügen um das gesamte System dann lösen zu können. Eine Beziehung, in der die Beschleunigungen vorkommen, erhält man aus zweimaliger totaler Differentiation der Zwangsbedingung $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{q}, t) = \mathbf{0}$ nach der Zeit und durch Auflösen nach der Beschleunigung:

$$\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}\ddot{\boldsymbol{q}} = -(\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}\dot{\boldsymbol{q}})_{\boldsymbol{q}}\dot{\boldsymbol{q}} - 2\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}_t}\boldsymbol{q} - \boldsymbol{\Phi}_{tt} \equiv \gamma \tag{2.22}$$

(die Indizes entsprechen den partiellen Ableitungen nach dieser Größe.)

Zusammengefasst ergeben sich mit 2.21 und 2.22 die Bewegungsgleichungen:

$$\boxed{\begin{pmatrix} \boldsymbol{M} & \boldsymbol{\Phi}_q^T \\ \boldsymbol{\Phi}_q & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}^A \\ \gamma \end{pmatrix}} \tag{2.23}$$

Dieses gemischte System von Differentialgleichungen wird aufgelöst, und unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen integriert.
Zur Verdeutlichung der Notation werden die Bewegungsgleichungen noch einmal für ein Einfachpendel aufgestellt. Mit den Zwangsbedingungen von 2.14, ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \Theta_z & lsin(\varphi_1) & -lcos(\varphi_1) \\ 1 & 0 & lsin(\varphi_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -lcos(\varphi_1) & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{Y}_1 \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \\ -lcos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ -lsin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \end{pmatrix}$$

Berechnung der Zwangskräfte und Zwangsmomente

Wirkt eine Zwangskraft k von einem Körper j auf einen Körper i: Abb.2.2, so werden die Zwangskräfte und Momente, die durch die Zwangsbedingung entstehen, nach [Hau89] Abschnitt 6.6, wie folgt, berechnet:

$$\boxed{\begin{aligned} \boldsymbol{F}_i^k &= -\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{r}_i}^{kT}\boldsymbol{\lambda}^k \\ \boldsymbol{T}_i^k &= (\boldsymbol{\Phi}_{\varphi_i}^{kT} - \boldsymbol{s}_i^{\prime PT}\boldsymbol{B}_i^T\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{r}_i}^{kT})\boldsymbol{\lambda}^k \end{aligned}} \tag{2.24}$$

$\boldsymbol{s}^{\prime P}$: Ortsvektor des Kraftangriffspunktes im körperfesten Bezugsystem.

$\boldsymbol{B_i} = \begin{pmatrix} -sin\varphi_i & -cos\varphi_i \\ cos\varphi_i & -sin\varphi_i \end{pmatrix}$: Ableitung der Drehmatrix nach dem Winkel φ_i.

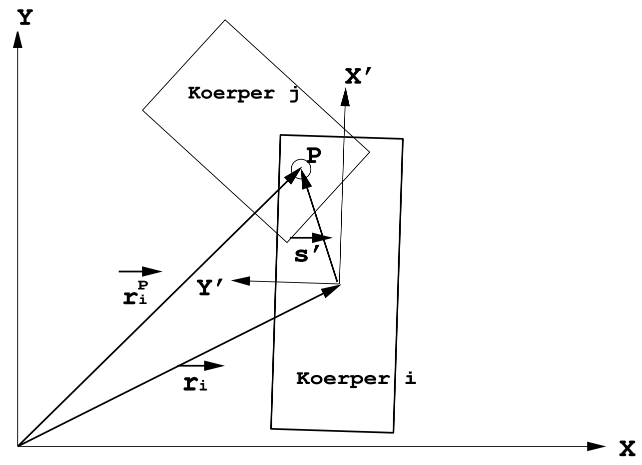


Abbildung 2.2: *Zwangsbedingung, die im Punkt P von dem Körper j auf den Körper i wirkt.*

Bestimmt man die Lagrangemultiplikatoren für das kinematisch, mit konstanter Winkelgeschwindigkeit geführte Einfachpendel, aus dem Abschnitt 2.3.1, können die Zwangskräfte mit Hilfe der geometrischen Zwangsbedingungen ausgerechnet werden. Die Führung wird als zusätzliche Zwangsbedingung aufgefasst:

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{q},t) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\Phi}^{Decke} \\ \Phi^{F\ddot{u}hrung} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 - l\,cos(\varphi_1) \\ Y_1 - l\,sin(\varphi_1) \\ \varphi_1 - \omega_0 t \end{pmatrix} = \mathbf{0} \tag{2.25}$$

Daraufhin ergibt sich für die Bewegungsgleichungen:

$$\begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{Y}_1 \\ \ddot{\varphi}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ l\,sin(\varphi_1) & -l\,cos(\varphi_1) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & l\,sin(\varphi_1) \\ 0 & 1 & -l\,cos(\varphi_1) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{Y}_1 \\ \ddot{\varphi}_1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} l\,cos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ l\,sin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

löst man 2.27, ergibt sich:

$$\begin{pmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{Y}_1 \\ \ddot{\varphi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -l\,cos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ -l\,sin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

Eingesetzt in 2.26 erhält man die Lagrangemultiplikatoren.

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mlcos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ mlsin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 - mg \\ -mglcos(\varphi_1) \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

Berechnet man damit die Zwangskräfte, die von dem Gelenk an der Decke auf das Pendel wirken, ergibt sich:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_z &= -\boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{r}_1}^{Decke\,T} \boldsymbol{\lambda}^{Decke} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} mlcos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ mlsin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 - mg \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -mlcos(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 \\ -mlsin(\varphi_1)\dot{\varphi}_1^2 + mg \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dies entspricht genau den Zwangskräften, die man in Abschnitt 2.3.1 für dasselbe Einfachpendel berechnet hat.

Inverse Dynamik

Fragt man nach den Kräften und Momenten, die benötigt werden, um eine vorgegebene Bewegung eines mechanischen Systems zu erzwingen, müssen nach 2.24 für die kinematischen Führungen, die formal einer Zwangsbedingung entsprechen, die dazugehörigen Lagrangemultiplikatoren bestimmt werden.
Ist die Matrix aller Zwangsbedingungen nicht singulär und somit invertierbar, so erhält man die Multiplikatoren aus den Bewegungsgleichungen:

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{q}}^{-1T}(\boldsymbol{Q}^{ex} - \boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}}) \tag{2.30}$$

In der Praxis erhält man aus Videodaten Orts- und Winkelverläufe über die Zeit, die man als kinematische Führung in DADS einliest. Intern werden die Werte zwischen den Datenpunkten durch kubische Splinefunktionen interpoliert und danach zweimal differenziert, bevor sie als Beschleunigung in Gleichung 2.30 eingehen.
In dem vorherigen Abschnitt hat man für das Einfachpendel bereits einen Teil der inversen Dynamik durchgeführt, indem man dem Pendel eine konstante Winkelgeschwindigkeit als Kinematik vorgegeben hat, und damit die Lagrangemultiplikatoren bestimmen konnte. Bei sportlichen Bewegungen interessiert jedoch oft das Gelenkmoment, das zu bestimmten Zeitpunkten aufgebracht werden muss, um die Kinematik einzuhalten. Übertragen auf das Einfachpendel, wäre es das Moment das auf das Pendel wirken muss, um

eine konstante Winkelgeschwindigkeit im Schwerefeld zu ermöglichen. Es berechnet sich nach 2.24:

$$\begin{aligned} T_1^{Führung} &= \mathbf{\Phi}_{\varphi_1}^{Führung\,T} \boldsymbol{\lambda}^{Führung} \\ &= (1)(-mg\,l\,cos(\varphi_1)) = -mg\,l\,cos(\varphi_1) \end{aligned}$$

Direkte Dynamik

Hat man nun mit Hilfe der inversen Dynamik aus den ursprünglichen Videodaten einer real geturnten Bewegung die äußeren Kräfte und inneren Gelenkmomente herausgefunden, die zu der Bewegung führten, so kann man diese wieder als Input verwenden, und mit den Bewegungsgleichungen 2.23 die gleiche Bewegung erzeugen. Damit hat man sich aber nur im Kreise gedreht. Diese Rechnung dient allein dem Test des Algorithmus der inversen und direkten Dynamik. Sinnvoller für die Bewegungsanalyse ist es, die Gelenkmomente in ihrer zeitlichen Koordination zu ändern und die Auswirkung auf die Bewegung zu betrachten.

Da man mit der Inversen Dynamik einen Anhaltspunkt für die Gelenkmomentaktionen des Turners gefunden hat, kann man auch versuchen, den Aufbau der Gelenkmomente zu algorithmisieren, anstelle dass man ihn durch eine bestimmte Funktion der Zeit vorgibt. Man berechnet z.B. in Äbhängigkeit von dem Unterarmwinkel und der Kraft in der Reckstange, die wirkenden Gelenkmomente und schaut, ob man damit eine Riesenfelgbewegung erzeugen kann. Mit diesem Verfahren der direkten Dynamik lernt man sehr viel über die grundsätzliche Erzeugung der Bewegung.
Insgesamt kann die direkte Dynamik den Trainern im Turnsport helfen, die wichtigsten Aktionsphasen der Bewegung und ihre Auswirkungen zu erkennen, um daraufhin das Training zu optimieren.

Kapitel 3

Modellanforderungen

3.1 Zweidimensionale Modellierung

Die meisten Bewegungen eines Reckturners können in der Sagittalebene beschrieben werden, insbesondere die Kombination von Riesenfelge - Doppelsalto - Landung, für deren Teil der Riesenfelge zweidimensionale Vergleichsdaten vorlagen.
Der Turner selbst besitzt komplizierte Gelenke, wie z.B das Schultergelenk, die Bewegungen in allen drei Raumrichtungen erlauben. Die Muskeln steuern diese Bewegung, indem sie mit ihren Sehnen über Hebelarme an den Knochen angreifen.
In dieser Arbeit wird der Turner vereinfacht durch ein Mehrkörpersystem dargestellt, und die einzelnen Körper werden durch ideale Scharniergelenke miteinander verbunden. Anstelle von Muskeln wirken aus allen Muskelaktionen resultierende Gelenkmomente in den Gelenkdrehpunkten. Da die geturnte Bewegung in der Ebene erfolgt, die Gelenke stark vereinfacht werden und keine Muskeln vorhanden sind, kann zunächst im zweidimensionalen Modus von DADS modelliert werden. Die Eulergleichungen vereinfachen sich in der Ebene erheblich , man spart dadurch Rechenzeit (eine Riesenfelgenbewegung von der realen Dauer einer Sekunde, wird in etwa 20 Sekunden CPU Zeit eines R4000 Silicon Graphics Rechners mit ausreichender Rechengenauigkeit ausgeführt).
Ein weiterer Vorteil ist, dass man die Bewegungsgleichungen noch leicht von Hand aufstellen kann, um die Berechnungen in DADS zu überprüfen.
In einer zukünftigen Arbeit kann der Turner auf drei Dimensionen erweitert werden, um auch Schraubenelemente zu berücksichtigen . Man hat dann mit dem zweidimensionalen Modell eine Vergleichsmöglichkeit zur Hand, die hilft

Modellierungs- oder auch Programmfehler aufzudecken.

3.2 Anforderungen an das Menschenmodell

Obwohl nur Vergleichsdaten der Riesenfelge vorliegen, wird das Modell so ausgelegt, das es auch für die Simulation des nachfolgenden Abganges und der Landung verwendet werden kann. Die Einteilung der Anforderungen erfolgt in drei Phasen nach den jeweils wirkenden äußeren Kräften auf den Turner : Am Reck, freier Flug und Landung.
Am Reck wirkt die Reaktionskraft der Reckstange. Im vorliegenden Fall steigt sie innerhalb 160 ms von 0 auf 3200 N an. In der Luft wirkt nur die Gravitationskraft auf den Schwerpunkt des Turners. Der Drehimpuls, bezüglich des Schwerpunktes ist in dieser Phase eine Erhaltungsgröße. Sobald der Turner den Boden berührt, wirkt auf seine Füße die Bodenreaktionskraft. Am Beispiel eines Niedersprunges aus 40 cm Höhe auf eine Bodenmatte, steigt die Bodenkraft in 40 ms auf 4000 N an.
Die Anzahl der Segmente des Turners sollte möglichst gering sein, damit eine Steuerung des Modells und eine Analyse der auftretenden Gelenkaktionen nicht zu unübersichtlich wird. Sie sollte hingegen ausreichend sein, um die wichtigsten Massenverlagerungen der Bewegung nachzuvollziehen.

3.2.1 Am Reck

Während der Riesenfelge sorgen das Beugen und Strecken des Hüftgelenkes zu 22 Prozent und des Schultergelenke zu 60 Prozent für die notwendige Energiezufuhr [Ara95].
Diese beiden Gelenke sollten auf jeden Fall in dem Modell enthalten sein. In einer Arbeit von Bauer [Bau76] reichte sogar ein zweigliedriges Modell mit einem Gelenk aus, um beim Schwungholen zwischen einer Riesenfelge rückwärts und vorwärts zu unterscheiden.

An Videoaufzeichnungen ist bei dem absteigenden Teil der Riesenfelge rückwärts zu erkennen , daß die Wirbelsäule extrem nach hinten gebeugt wird. Diese Konterbewegung hat das Ziel, die großen Muskelschlingen der Rumpfvorderseite vorzudehnen . Auf Grund der biologischen Gesetzmäßigkeit, dass eine vorgedehnte Muskulatur sich schneller kontrahieren kann als eine lockere, wird dann im Tiefpunkt der Riesenfelge eine wesentliche Erhöhung der Kontraktionsgeschwindigkeit des vorgedehnten Muskels erreicht. Da noch keine

Muskeln in dem Modell enthalten sind, spielt die Vordehnung keine Rolle . Die Durchbiegung der Wirbelsäule aber kann im Vergleich zu einem starren Rumpf zu Schwerpunktsverschiebungen führen , die bei der Berechnung der zur Bewegung notwendigen Gelenkmomente zu Fehlern führen können.
Weil jedoch bei der Videobearbeitung keine Punkte digitalisiert wurden die die Rumpfdurchbiegung darstellen , wird der Rumpf als starrer Körper angenommen.

3.2.2 Freier Flug

Um eine hohe Drehgeschwindigkeit zu erreichen, sollte sich der Turner maximal zusammenziehen können, damit sein Trägheitsmoment verkleinert wird. Er braucht also weiterhin ein Knie- und Ellbogengelenk.
Zusätzlich sind Gelenkanschläge notwendig, die ein Moment aufbauen, um zu verhindern, dass sich die einzelnen Segmente gegenseitig durchdringen.

3.2.3 Landung

Durch den schnellen Anstieg der Bodenreaktionskräfte beim Aufprall entstehen hohe Beschleunigungen , die die Verwendung von Schwabbelmassen unumgänglich machen. Nach dem Untersuchungen von Gruber [Gru87], reichen Rumpf, Ober- und Unterschenkel die mit Schwabbelmassen versehen sind aus, einen senkrechten Niedersprung zu simulieren. Wegen der horizontalen Komponente der Geschwindigkeit des Schwerpunktes bei dem Abgang vom Reck, ist es sinnvoll noch ein Fußgelenk einzuführen. Mit dessen zusätzlichem Moment kann der Turner leichter zum Stillstand gebracht werden.

3.3 Das Menschenmodell

Aus den beschriebenen Anforderungen ergibt sich ein ebenes Menschenmodell Abb 3.1, mit sechs Segmenten: Unterarm, Oberarm, Rumpf, Oberschenkel, Unterschenkel und einem Fuß. Die einzelnen Segmente werden durch ideale Scharniergelenke miteinander verbunden. Außer dem Fuß besitzt jedes Segment eine Schwabbelmasse.
Reicht die Anzahl der Segmente oder die starre Form der Scharniergelenke nicht aus, die Bewegung mit ausreichender Genauigkeit nachzuvollziehen, so muss das Modell in einem späteren Schritt noch verbessert werden .

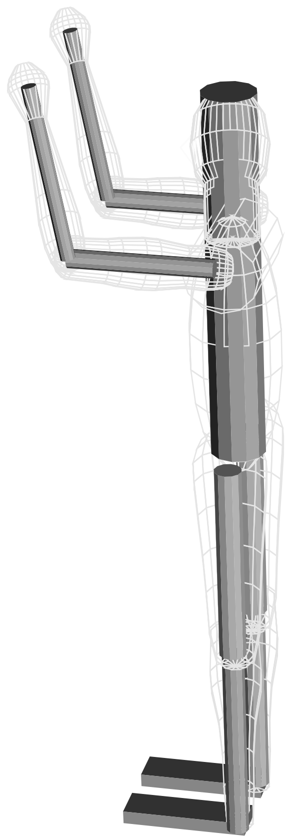


Abbildung 3.1: *Zweidimensionales Menschenmodell in dreidimensionaler Darstellung. Die Schwabbelmassen werden mit Gittern dargestellt.*

Dabei hat sich gezeigt, dass in DADS bestehende gelenkige Verbindungen, leicht veränderbar sind. Will man jedoch nachträglich einen zusätzlichen Körper in die kinematische Kette einführen, so stellt das einen grösseren Aufwand dar. Ich habe die Erfahrung gemacht, dass es bedeutend leichter ist, alle vielleicht benötigten Segmente von Anfang an zu implementieren und für die erste Rechnung vorerst einmal mit Zwangsbedingungen zu einem Segment zusammenzufassen. Es wäre z.B. einfacher, den Rumpf schon von Anfang an aus zwei Teilen zusammenzusetzen, wenn man später vielleicht einmal die Wirbelsäule mit einem zusätzliches Gelenk modellieren wollte.

Kapitel 4

Modellkonstruktion mit DADS

4.1 Schwabbelmassen

Mit Hilfe der Schwabbelmassen werden Muskulatur, Fettgewebe, Bänder und Haut als starre Körper modelliert, die nichtlinear-elastisch, verschiebbar und verdrehbar an die Knochen gekoppelt sind.
In der Arbeit von [Gru87] ergibt sich folgender Ansatz für die Kopplungskraft $\boldsymbol{F}_k$ die vom Knochen als rücktreibende Kraft auf die um $\Delta \boldsymbol{r}$ ausgelenkte Schwabbelmasse mit der Querschnittsfläche A wirkt:

$$F_{kl} = A(c_l \Delta r_l^3 + d_l \Delta \dot{r}_l) \tag{4.1}$$
$$F_{kt} = A(c_t \Delta r_t^3 + d_t \Delta \dot{r}_t) \tag{4.2}$$

Der Kraftverlauf mit der dritten Potenz der Auslenkung folgt aus dem nichtlinearen Spannungs-Dehnungsverhalten von Muskeln und Sehnen, die hauptsächlich für die Kopplung verantwortlich sind.
Für das Moment, das die Schwabbelmasse im Falle einer Verdrehung wieder parallel zu dem Knochen zurückstellt, gilt:

$$M_k = a\Delta\varphi + b\Delta\dot{\varphi} \tag{4.3}$$

Die Konstanten c_l, c_t und a geben die Frequenz der Schwingung der Schwabbelmasse in longitudinaler und transversaler Richtung und bei der Verdrehung an. Die Größe der Dämpfungskonstanten d_l, d_t, b entscheidet über die Anzahl der Schwingungen, die die Schwabbelmasse nach einer Auslenkung gegenüber dem Knochen ausführt.
Die gesamten Konstanten wurden an das Experiment „Standhochsprung mit Landung auf der Ferse" angefittet.

Bei dem Turner werden die gleichen Kopplungskonstanten verwendet. Sie stehen in der Parameterliste im Anhang. Es ist allerdings zu beachten, dass die Angaben in [Gru87] Abschnitt 5.3 e zusätzlich mit dem Gesamtgewicht des Turners multipliziert werden müssen.
Die Querschnittsflächen der Schwabbelmassen habe ich an mir selber ausgemessen (1.80m,75kg) und zur weiteren Berechnung der Schwabbelmassenkopplung des Turners (1.67m,66kg) verwendet.

Auf Grund der nichtlinearen Kopplungskräfte und des zusätzlichen Rückstellmoments, kann die Schwabbelmassenkopplung nicht durch ein Standardkraftelement im zweidimensionalen Modus von DADS beschrieben werden. Man muss daher die Kräfte und Momente in einer Fortran Kraft-Unterroutine „frc48.f" implementieren: siehe Anhang. In dieser Routine hat man die Möglichkeit, beliebige Kräfte und Momente auf den Schwerpunkt eines an der Menueoberfläche von DADS definierten Körpers zu geben.

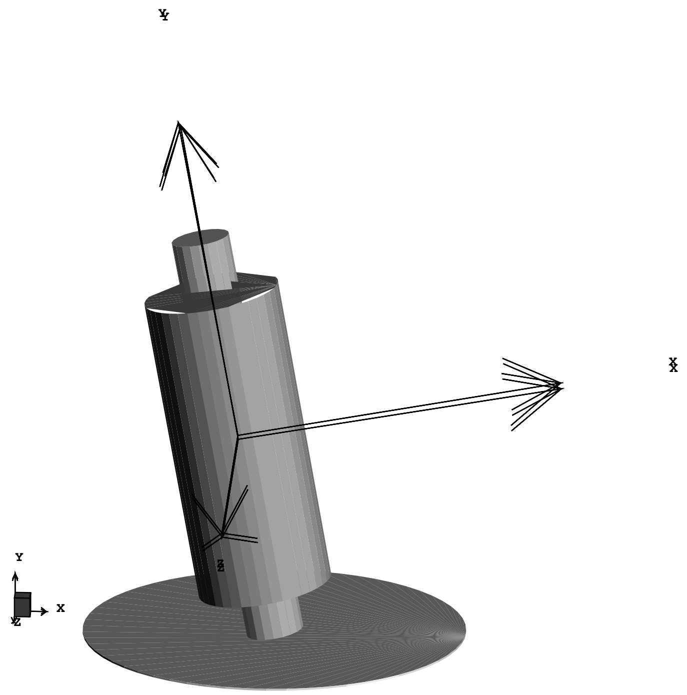


Abbildung 4.1: *Stab mit Schwabbelmasse, kurz nach dem Aufprall. Die körperfesten Koordinatensysteme des Knochens und der Schwabbelmasse sind gegeneinander verschoben und verdreht.*

Bevor die Schwabbelmassen in dem Turnermodell verwendet werden, wird die Implementierung der Schwabbelmassenkopplung überprüft. Dazu wird ein einfaches Beispiel eines zylinderförmigen Stabes verwendet, an den eine Schwabbelmasse gekoppelt ist: Abb. 4.1.
Der Stab mit angekoppelter Schwabbelmasse wird aus einer Höhe von 2 mm unter einem Winkel von 10 Grad, mit einer Anfangsgeschwindigkeit in y-Richtung von $-1\ \frac{m}{s}$, auf den Boden fallengelassen und erfährt beim Aufprall die Bodenreaktionskraft:

$$F_{bx} = -c_x x_f - d_x \dot{x_f} \tag{4.4}$$
$$F_{by} = c_y y_f^4 - d_y y_f^4 \dot{y_f} \tag{4.5}$$

x_f, y_f : Fußpunktskoordinaten

Die Länge des Knochens beträgt 43 cm . Die Massen, und das Trägheitsmoment betragen:

$$m_{Schwabbel} = 0.66\,kg \qquad \Theta_{Schwabbel} = 0.008184\,kgm^2$$
$$m_{Knochen} = 0.34\,kg \qquad \Theta_{Knochen} = 0.004216\,kgm^2$$

Für die Konstanten der Schwabbelmassenkopplung und der Bodenkraft wurden folgende Werte gewählt:

$$\begin{array}{lll} c_l = c_t = 8,40\ 10^{10}\frac{kg}{m^4 s^2} & c_x = 2.0\ 10^3\frac{kg}{s^2} & d_x = 2.0\ 10^2\frac{kg}{s} \\ d_l = d_t = 4,96\ 10^6\frac{kg}{m^3 s} & c_y = 2.4\ 10^{12}\frac{kg}{m^3 s^2} & d_y = 6.0\ 10^9\frac{kg}{m^4 s} \\ A = 0.01\,m^2 & a = 20\ \frac{kgm^2}{s^2} & b = 0.1\ \frac{kgm^2}{s} \end{array}$$

Die Ergebnisse der Simulation werden mit derselben Rechnung verglichen, die von Karin Gruber ausgeführt wurde. Sie stellte die Bewegungsgleichungen für den Stab mit dem Verfahren der reduzierten Koordinaten (Kapitel 2.3.1), von Hand auf und benutzte zum Integrieren der Bewegungsgleichungen den Integegrator „De" [Sha75] mit variabler Schrittweitensteuerung.
In DADS wird das PECE Integrationsverfahren [Hau89] verwendet. Der relative Fehler beider Rechnungen:

$$(relativerFehler) = \frac{(Vergleichsdaten - DADSDaten)}{(Vergleichsdaten)} \tag{4.6}$$

ist für die Bodenkraft in vertikaler Richtung in der Größenordnung von 10^{-4}. Schaut man sich auf der Abbildung 4.2 rechts unten, die Differenz beider Rechnungen an, so sieht man an dem Peak am Anfang, dass die Bodenkraft

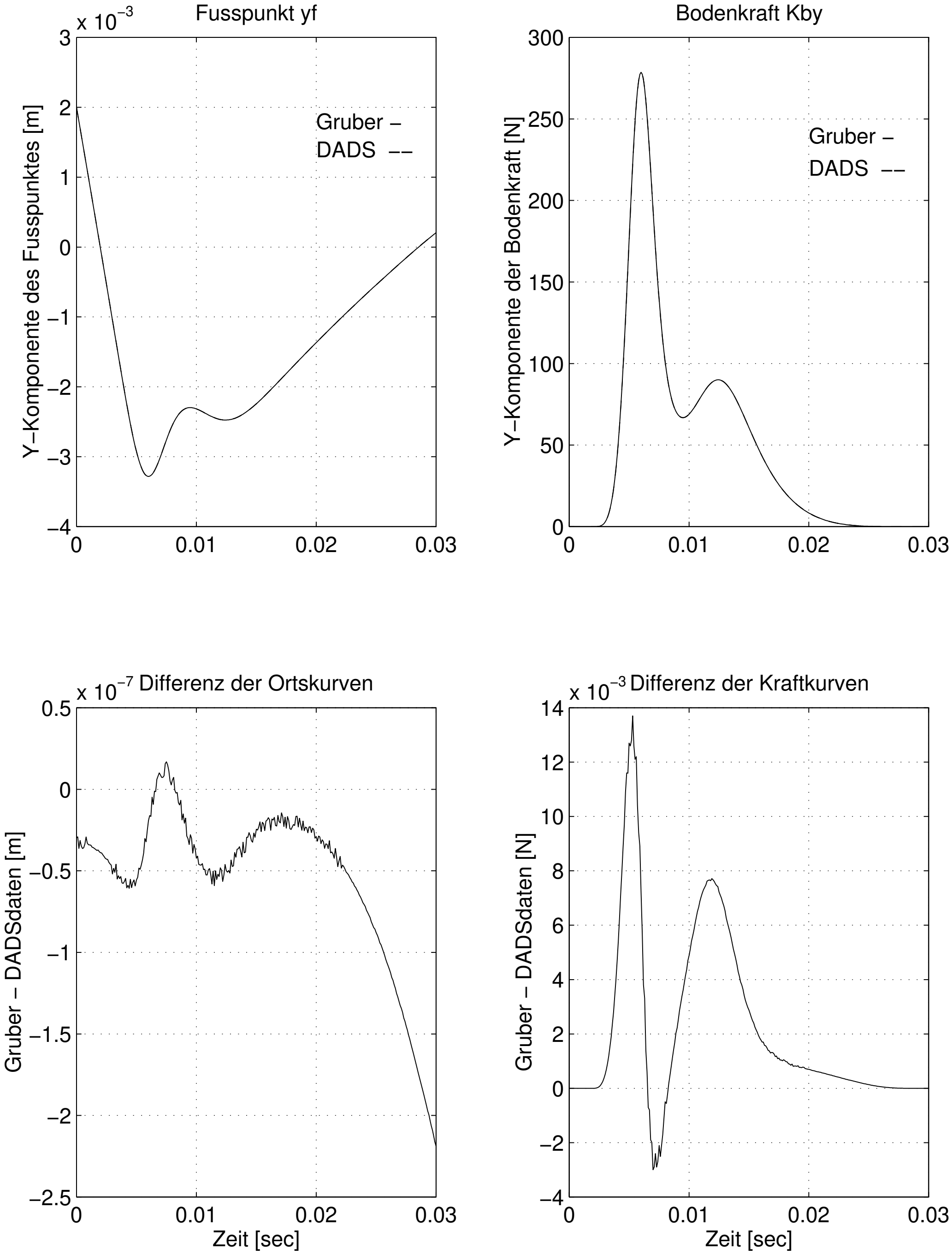


Abbildung 4.2: *Vertikale Bodenkraft, und Fußpunktskoordinate:*

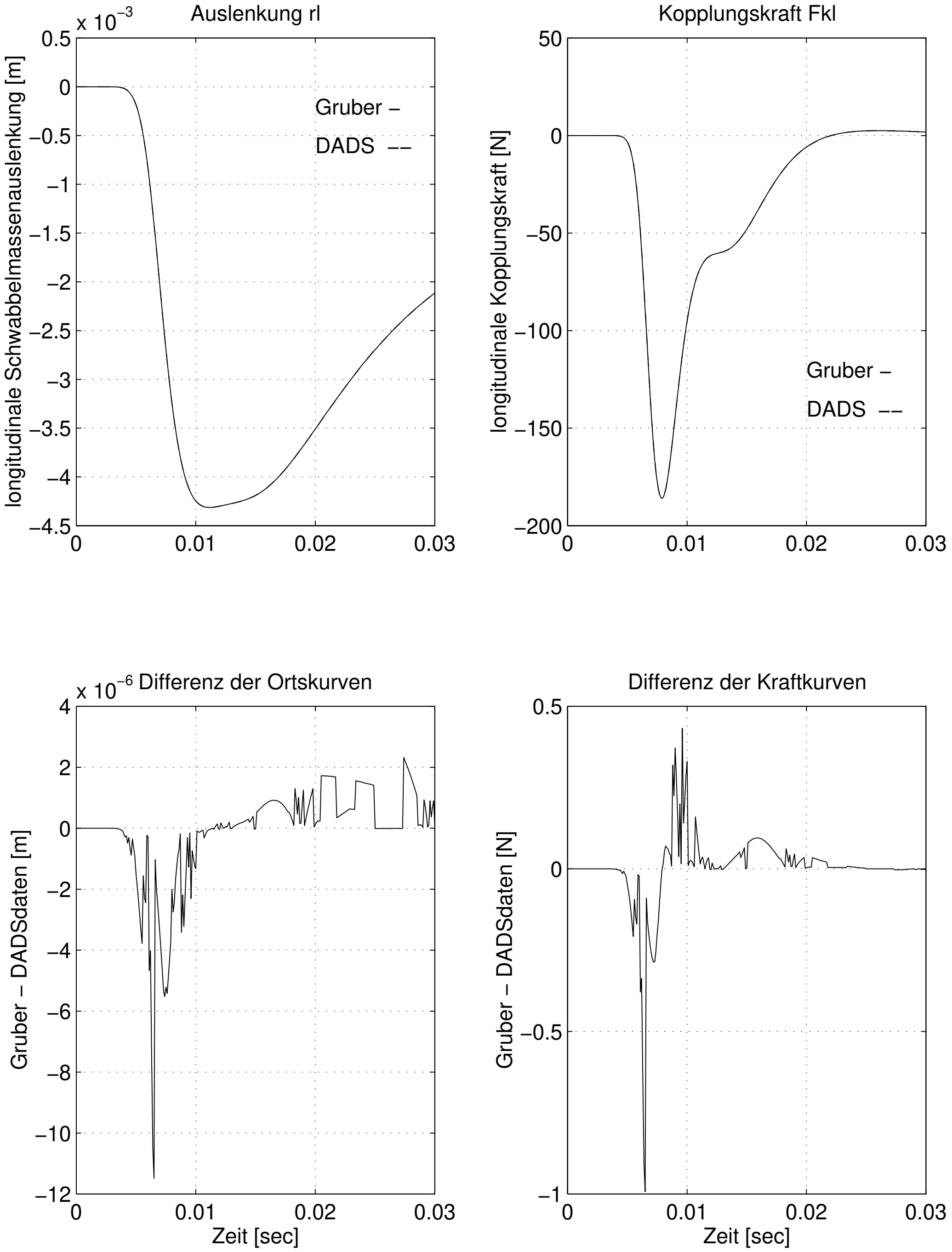


Abbildung 4.3: *Longitudinale Auslenkung der Schwabbelmasse relativ zum Knochen und dazugehörige Kopplungskraft.*

bei der Rechnung mit DADS später ansteigt. Dadurch wird der gesamte Kraftstoß auf das DADS Modell etwas geringer. Der DADS-Stab verlässt daher den Boden mit einer kleineren Geschwindigkeit. Das kann man sehr gut im Diagramm 4.2 daran erkennen, dass die beiden Fußpunkte gegen Ende der Bewegung auseinanderlaufen. Da zwei unterschiedliche Integrationsverfahren verwendet werden, ist es nicht verwunderlich, dass die unterschiedlichen Verfahren zur Schrittweitensteuerung den steilen Anstieg der Bodenkraft leicht versetzt angeben.
Da sich die Fehler bei der Bodenkraftberechnung auch auf die Schwabbelmassenauslenkung, und somit auf die Kopplungskraft übertragen, ist der relative Fehler für die Berechnung der Kopplungskräfte größer. Er ist in der Größenordnung von 10^{-2}: Abb. 4.3.

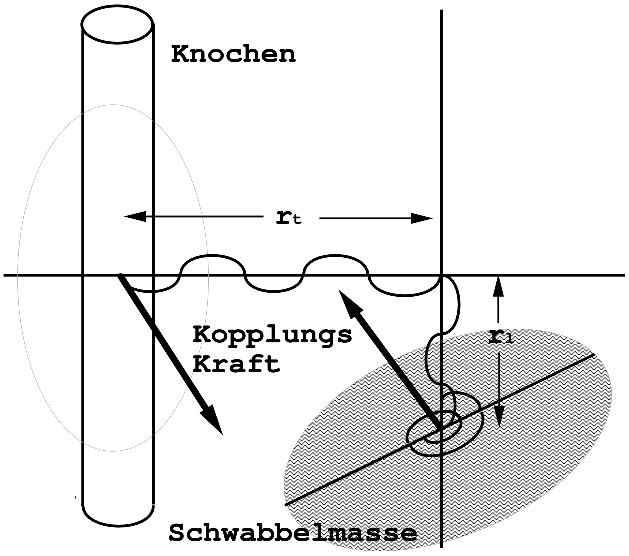


Abbildung 4.4: *Eingliedriger Stab mit Schwabbelmasse:*

Es ist oft hilfreich, den Impuls- und Drehimpulssatz bei der Rechnung zu überprüfen. Man vergleicht dabei zu jedem Zeitschritt den Impuls mit den Integrierten äußeren Kräften und den Drehimpuls mit den integrierten äußeren Momenten. Mit dieser Überprüfung lassen sich Modellierungsfehler leicht aufdecken. Leider ist solch eine Möglichkeit in DADS nicht vorgesehen, und man muss mühsam alle dafür benötigten Daten herausschreiben und in einem externen Programm miteinander vergleichen. Die für die Drehimpulssatzprüfung benötigten Daten, wie z.B. die Schwerpunktskoordinate, werden in der Kraftunterroutine „frc48.f" berechnet. Bei dem Stabmodell stellte sich

heraus, dass durch die Schwabbelmassenkopplung der Drehimpulssatz nicht erfüllt war.
Durch die nichtlineare Abhängigkeit der Kopplungskraft von der Auslenkung der Schwabbelmasse, wirkt die Rückstellkraft nicht immer entlang der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte. Die Kopplungskraft als innere Kraft erzeugt deshalb zusätzlich zu dem äußeren Moment Drehimpuls. Dieses Problem kann man dadurch beheben, dass man die Schwabbelmasse als einen Starrkörper betrachtet, der nicht direkt im Schwerpunkt des Knochens angreift, sondern da, wo er sich aufgrund seiner Auslenkung befindet. Dies kann man mit einem masselosen Gestänge (Abb. 4.4) verdeutlichen, das zusätzlich das Moment:

$$M = (\Delta \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}_k)_z \tag{4.7}$$

auf den Knochen überträgt. Damit ist der Drehimpulssatz erfüllt, wie man anhand der Abb. 4.5 erkennen kann.

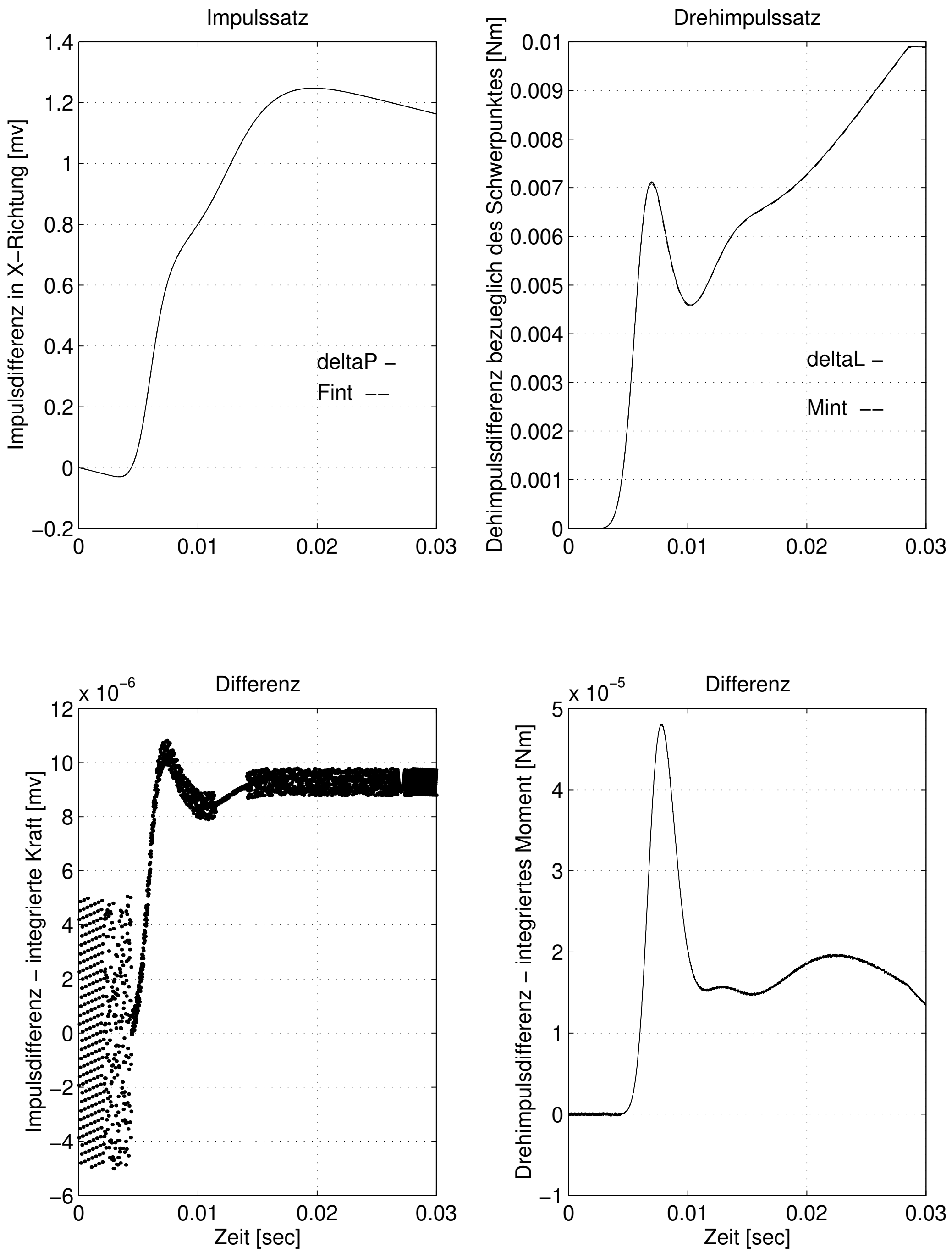


Abbildung 4.5: *Überprüfung des Impuls- und Drehimpulssatzes.*

4.2 Anthropometrie

Zur Beschreibung eines starren Körpers in zwei Dimensionen, benötigt man die Masse, das Trägheitsmoment und die Lage des Schwerpunktes. Bei dem Turnermodell, das aus mehreren starren Körpern zusammengesetzt wird, braucht man auch noch die Abstände zwischen den Gelenkpunkten.
Die Berechnung aller Größen erfolgte mit Hilfe von Regressionsgleichungen [Hah93], in die die Gesamtkörperlänge und Gesamtmasse des Menschen als unabhängige Variablen eingehen. Grundlage für die Regressionsgleichungen liefern Messungen der NASA [NAS78]. Dabei wurden lebende Körper in statischen Positionen vermessen, und es wurden aus einzelnen Segmenten von toten Objekten die Massen, Trägheitsmomente und Schwerpunkte bestimmt. Inwieweit jedoch Daten von Kadavern mit denen lebendiger Objekte übereinstimmen, ist unbekannt, da es Körperflüssigkeits- ,Gewebs- und Organverschiebungen in verschiedenen Positionen gibt.
Die Aufteilung der einzelnen Segmente des Turners in knöcherne und schwabbelnde Anteile, wurde von mir folgendermaßen durchgeführt: Die Länge der Gelenkverbindungen, und die ebenfalls aus den NASA Daten bekannten Knochenradien ergeben einen Zylinder, der mit einer homogenen Knochenmasse ($\rho_{Knochen} = 1,2\,\frac{g}{cm^3}$) ausgefüllt wird. Für diesen Zylinder ist die Masse, der Schwerpunkt und das Tragheitsmoment leicht zu berechnen. Zusammen mit der Schwabbelmasse muss der zylinderförmige Knochen genau die Eigenschaften des Gesamtsegmentes aus den NASA Daten besitzen. Aus dieser Bedingung kann man dann die Masse, den Schwerpunkt und das Trägheitsmoment der Schwabbelmasse bestimmen. Für den Rumpf liegt kein Knochenradius vor. Es wird ein fiktiver Zylinder angenommen, der vom Hüftgelenk bis zum Kopfende reicht.
Alle anthropometrischen Daten sind in der Parameterliste im Anhang aufgeführt.

Die Implementierung des Turnermodells in DADS erfolgt mit Hilfe von „CSYS" Koordinatensystemen. Diese werden entlang einer Kette, vom Unterarm bis zu dem Fuß, im Abstand der Segmentlängen definiert: Abb. 4.6. Mit Hilfe dieser Koordinatensysteme kann man den einzelnen Segmenten bestimmte Anfangsbedingungen im Raum vorgeben, ohne die Gelenkverbindungen zu verletzen.

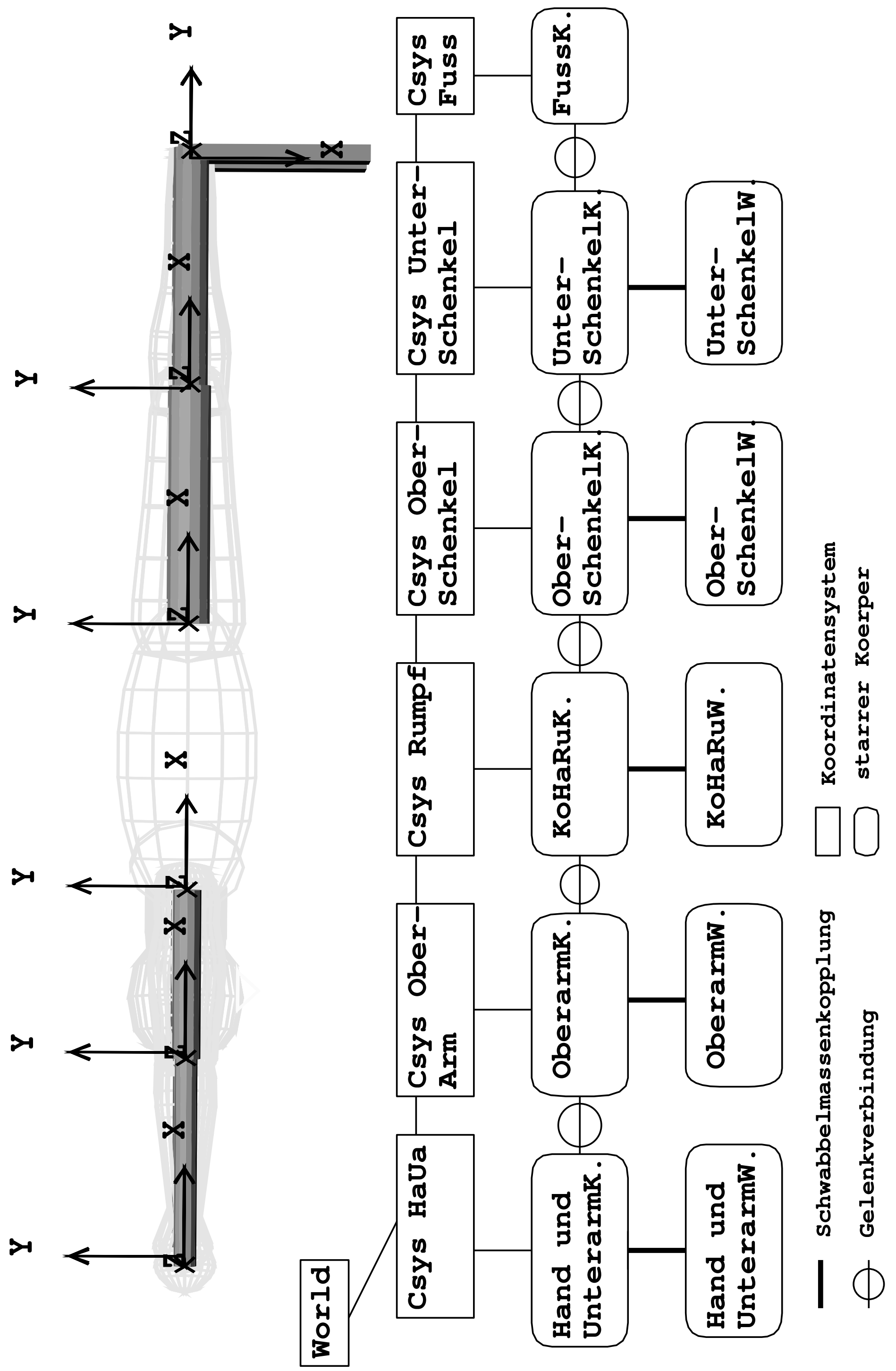


Abbildung 4.6: *Turnermodell aus Starrkörpern in DADS*

4.3 Gelenkanschläge

Damit sich die Starrkörper der kinematischen Kette nicht gegenseitig durchdringen, müssen ihre Rotationsfreiheitsgrade auf einen bestimmten Winkelbereich begrenzt werden.
Beim Menschen begrenzen Gelenkkörper, Muskeln, Bänder und Weichteile das Ausmaß der Bewegung. Bei den Gelenken von Knie, Hüfte und Schulter wird eine Begrenzung hauptsächlich durch sich straffende Bänder oder Muskeln erreicht. Das Ellenbogen- und Fußgelenk besitzt zusätzlich eine Knochenhemmung: Bild 4.7 aus [Kop87], die sich aber auch elastisch verhält.

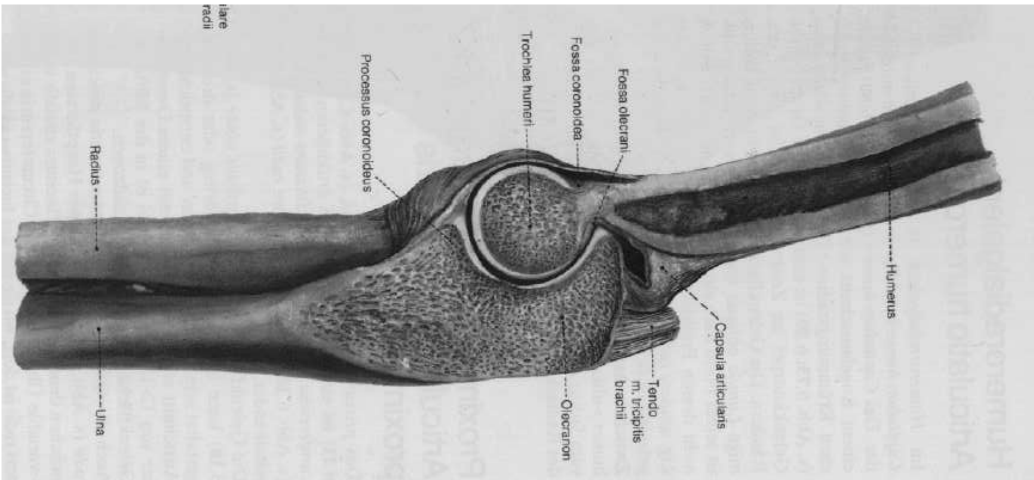


Abbildung 4.7: *Ellbogengelenk*

Beim Beugen kommt zusätzlich zur Begrenzung durch die Bänder der direkte Anschlag an das Weichteilgewebe dazu, z.B. wenn der Unterarm gegen den Bizeps gebeugt wird. Dabei geht ein Teil der ursprünglichen Bewegungsenergie bei der Verdrängung des Weichteilgewebes verloren.

Die Modellierung des Gelenkanschlages in der Ebene bei einem reinen Scharniergelenk, erfolgt durch die Angabe eines minimalen und eines maximalen Winkels, von dem an in Abhängigkeit vom Gelenkwinkel und der Gelenkwinkelgeschwindigkeit Drehmomente erzeugt werden. Diese hindern das Gelenk am Verlassen des erlaubten Bereichs.
Die Parameter für die Maximal- und Minimalwinkel können den NASA Daten entnommen werden. Durch Training kann jedoch die Dehnbarkeit der Bänder, und die Größe der Muskulatur erheblich gesteigert werden. Gerade bei Turnern ist zu beobachten, dass die Oberarmmuskulatur nicht unbedingt

der des weißen Nordamerikaners entspricht, so wie es den Nasa Daten zugrundeliegt.
Der Momentaufbau erfolgt in meiner Modellierung für alle Gelenke allein durch die sich straffenden Bänder, die über eine Umlenkrolle laufen: Abb. 4.9. Dies ist natürlich nur eine grobe Vereinfachung, da alle Gelenke eine völlig unterschiedliche Geometrie und Bänderbefestigung besitzen. Die Spannung, die in den elastischen Bändern wirkt, wird durch eine quadratische Funktion vorgegeben, die an eine experimentell in [Woo82] ermittelte Spannungs-Dehnungskurve angefittet wird. Der quadratische Verlauf stellt nur die Dehnung eines Bandes bis zu 4 Prozent der Ruhelänge dar. Weiter geht die Spannung in einen linearen Bereich über und erreicht dann ein Plateau, das dadurch entsteht, dass sich feine Einrisse in dem Band bilden. Wenn noch stärker gedehnt wird, reißt das Band und die Spannungskurve sinkt auf Null ab. Die Abbildung 4.8 aus [Nig94] zeigt solch einen typischen Verlauf.

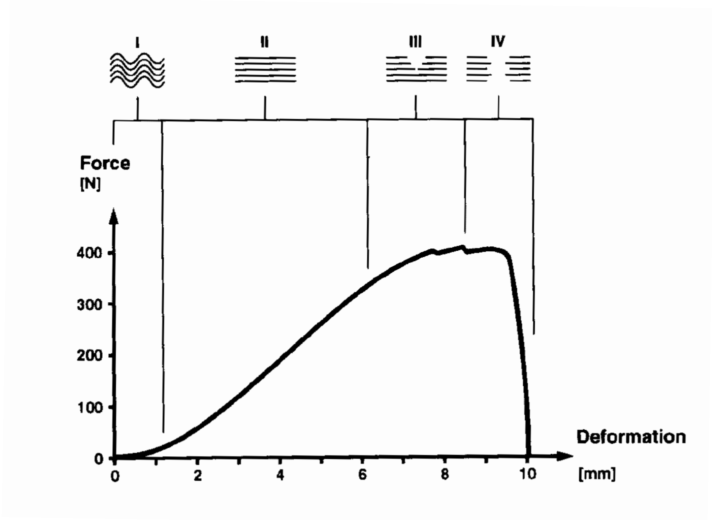


Abbildung 4.8: *Kraft-Dehnungskurve eines Bandes*

Bevor bei dem Turner traumatische Schädigungen der passiven Bandstrukturen auftreten, sorgen jedoch Rezeptoren in den Sehnen für eine Kontraktion der Muskeln. Diesem aktiven Verhalten wird dadurch Rechnung getragen, dass der parabelförmige Verlauf der verwendeten Spannungs- Dehnungskurve auch für den Dehnungsbereich oberhalb von 4 Prozent gilt. Insgesamt ergibt sich folgender Momentaufbau für den Anschlag:

$$M = R\, A_{Band}\, S_{Band}(\Delta\varphi)\ + D\, b_{Weichteil}\, |\Delta\varphi|\, \Delta\dot{\varphi} \qquad (4.8)$$

R	: Hebelarm in $[m]$
A_{Band}	: Querschnittsfläche des Bandes in $[m^2]$
$S_{Band}(\Delta\varphi) = 22000(\frac{\Delta\varphi\, 100}{\varphi_0})^2$	: Spannungs- Deformationszusammenhang des Bandes in $[\frac{N}{m^2}]$
$\frac{\Delta l\, 100}{l_0} = \frac{\Delta\varphi\, 100}{\varphi_0}$	: Dehnung in Prozent der Ruhelänge
D	: Dämpfungskonstante in $[Ns]$
$b_{Weichteil}$	: Breite der Weichteilfläche in $[m]$

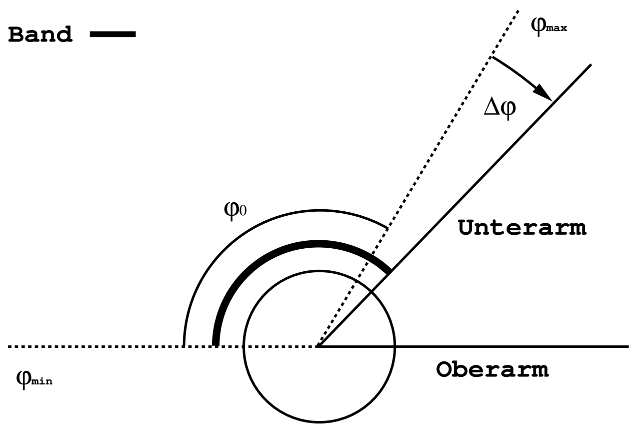


Abbildung 4.9: *Gelenkmodell*

Die Winkelabhängigkeit der Dämpfung soll berücksichtigen, dass mit zunehmendem Winkel immer mehr Fläche des Weichteilgewebes verdrängt wird. Für die Streckung des Ellbogens wurde solch ein Anschlag in Abb. 4.10 berechnet.
Der Unterarm wird dabei im Schwerefeld unter 80 Grad gegenüber der Horizontalen fallengelassen, während der Oberarm unter 0 Grad festgehalten wird. Dieses Experiment kann man selber leicht ausprobieren, wenn man den Oberarm auf eine Tischkante auflegt und den Unterarm möglichst passiv fallen lässt. Dabei sind mir vier merkbare Schwingungen aufgefallen. Daraufhin habe ich die Dämpfungskonstante so angepasst, dass in der Simulation etwa vier grössere Amplituden auftreten. Die Schwabbelmassenbewegung dämpft die Oszillationen der Knochen nach einem Anschlag stark ab: Abb 4.10 oben, so dass sie bei der Anpassung der Parameter für alle Gelenke auf jeden Fall mitberücksichtigt werden muss.

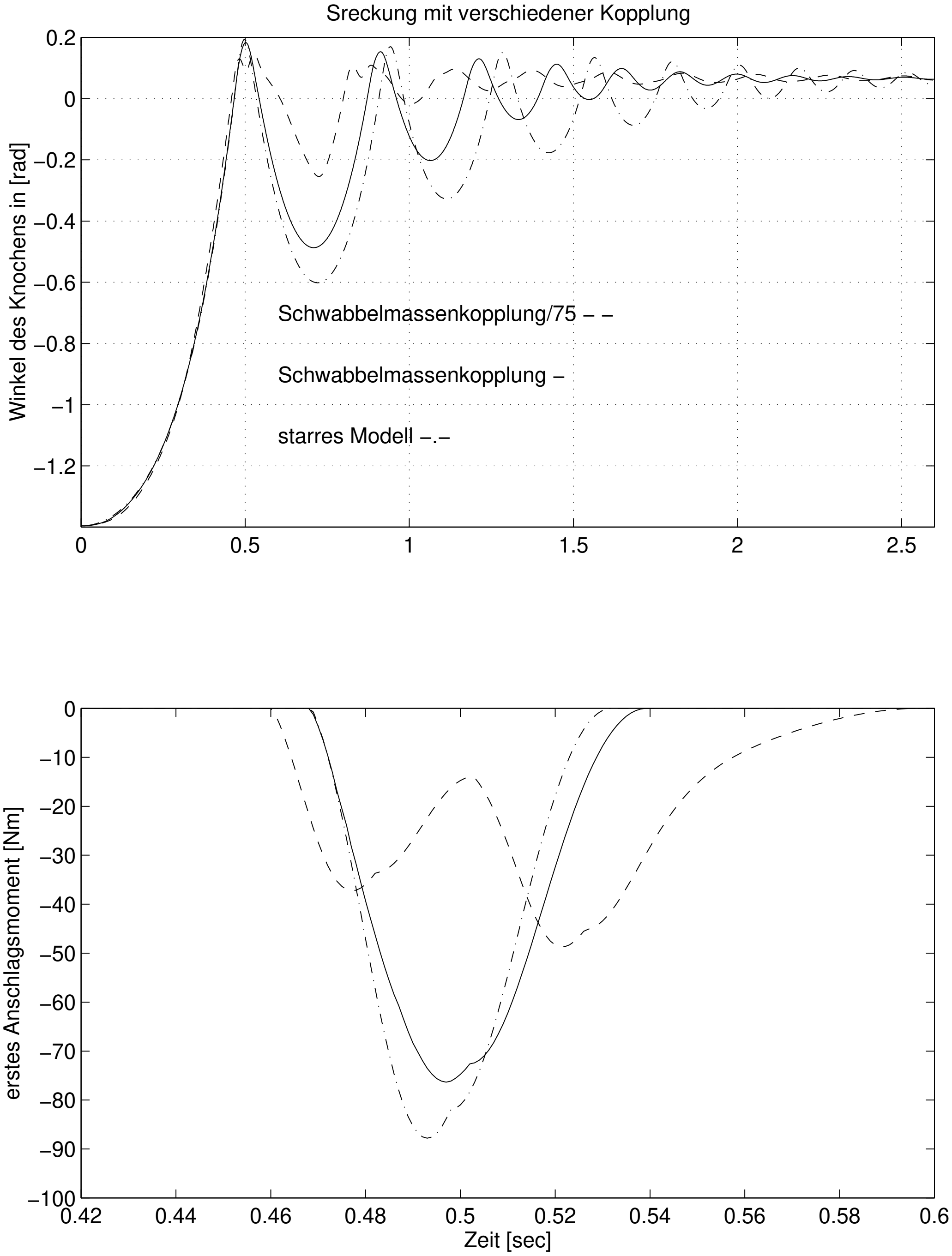


Abbildung 4.10: *Anschlag bei Streckung des Ellbogens*

4.4 Reckstangenmodell

Beim Turnen der Riesenfelge nutzt der Turner die während des Turnvorgangs in der elastischen Stange gespeicherte Energie zur Unterstützung des Bewegungsablaufs aus. Die dabei auftretende, schwach gedämpfte, Schwingung der Reckstange beeinflußt den gesamten Bewegungsablauf wesentlich und muss deshalb bei der Modellbildung berücksichtigt werden.

Die Reckstange selber besteht aus rostfreiem Federstahl, wiegt ca 12 kg, hat eine Länge von 2,4 m, einen Durchmesser von 2,8 cm und besitzt eine Bohrung von 10 mm Durchmesser, durch die aus Sicherheitsgründen ein Stahlseil gezogen wird, das im Falle eines Bruches den Turner am Gerät hält.
In zwei Dimensionen wird das schwingungsfähige System der Reckstange durch eine mitrotierende, stets in radialer Richtung wirkende, lineare Feder ersetzt. An dieser ist eine effektive Masse befestigt, die so gewählt wird, dass das Ersatzmodell die gleiche Eigenfrequenz aufweist wie die eingespannte Reckstange.
Aus den Kraftmessungen 5.3 kann man erkennen, dass die schwach gedämpfte Eigenschwingung der Reckstange ca. 10 Hz beträgt.
Die Federkonstante kann aus dem Vergleich der Kraftmessungen mit den Videoaufnahmen in Abschnitt 5.2 zu k=25500 abgeschätzt werden.
Aus der Formel für die Freguenz einer ungedämpften harmonischen Schwingung:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.9}$$

ergibt sich dann für die effektive Reckstangenmasse:

$$m_{eff} = \frac{k}{\omega^2} = \frac{25500\,\frac{N}{m}}{(2\pi\ 10Hz)^2} = 6.46\,kg \tag{4.10}$$

Ist das lineare Federmodell nicht ausreichend genau für die Simulation, besteht in DADS die Möglichkeit, Steifigkeitsmatritzen aus Finite-Element Programmen direkt zu übernehmen. Eine Berechnung der ersten Schwingungsmode einer fest eingespannten Reckstange mit einem Finite-Elemente-Programm lieferte eine Eigenfrequenz von 19,5 Hz. Da die gemessene Grundfrequenz der Reckstange jedoch niedriger ist, kann man schließen, dass die feste Einspannbedingung falsch ist, und die Aufhängung ebenfalls mitschwingt. Daher müsste man das gesamte Reck in die Modellierung mit einbeziehen, und das stellt einen nicht unerheblichen Aufwand dar.

Jeder, der schon einmal am Reck geturnt hat, weiß, dass tangential zu der Handfläche, durch Reibung an der Reckstange hohe Schubkräfte auftreten, die die Haut sehr stark beanspruchen und zu Verletzungen führen, bei denen Hautteile abgerissen werden.
Der Turner verwendet daher Lederriemen, die von den Fingern über die Handflächen bis zu dem Handgelenk gespannt sind. Zusätzlich entlasten die Reckriemen die Finger, indem sie einen Teil der wirkenden Kräfte direkt auf den Unterarm übertragen. Erst so wird es möglich Übungen zu turnen, bei denen hohe Zentrifugalkräfte auftreten.
Wegen des hohen Reibungskoeffizienten von Leder auf Stahl, treten große Reibungskräfte auf. Das zugehörige Reibungsmoment, das die Reckstange auf die Gesamtbewegung des Turners ausübt, ist aber wegen des kleinen Durchmesser der Reckstange gering. Der Turner kann deshalb in guter Näherung reibungsfrei an die Reckstange gekoppelt werden.

4.5 Bodenmodell und Kontaktmodellierung

Sobald der Turner den Boden berührt, wird der Kontakt an Ballen oder Ferse detektiert. Daraufhin wirkt eine Bodenreaktionskraft auf den Kontaktpunkt, die den Fuß abbremst. Die gesamte Schwerpunktsbewegung des Turners wird je nach aktiver Muskelaktion verlangsamt.
Die vertikale Kraft-Deformations-Charakteristik des Fersenpolsters und des Untergrundes wird durch ein nichtlineares, visko-elastisches Kraftelement aufgebracht:

$$F_{by} = c_y |\Delta y_f|^{a_y} - d_y |\Delta y_f|^{b_y} \dot{y_f} \tag{4.11}$$

Δy_f : Boden- und Fersendeformation in [m]

Die visko-elastische Eigenschaft wird durch den geschwindigkeitsabhängigen Term berücksichtigt. Dieser bewirkt, dass sich bei einer bestimmten Deformation die Spannung über die Zeit ändern kann. Dieses Verhalten hängt bei dem Fersenpolster vor allem mit der Verlagerung von Wasser im Gewebe zusammen. In [Gru87] Kapitel 3a wird ein solcher Kraft-Deformations-Verlauf für ein Fersenpolster experimentell bestimmt.
Wenn der Turner mit einer hohen Anfangsgeschwindigkeit den Boden berührt, verhindert eine zusätzliche Ortsabhängigkeit im Dämpfungsterm einen großen Kraftanstieg und somit numerische Instabilitäten. Physikalisch kann man diese Abhängigkeit als die Kontaktfläche des Fersenpolsters mit dem Untergrund interpretieren, die auf Grund der runden Form des Fersenpolsters

nichtlinear ansteigt.

Die horizontale Kraftkomponente wird durch eine lineare, gedämpfte Feder aufgebracht.

$$F_{bx} = -c_x \Delta x_f - d_x \dot{x_f} \tag{4.12}$$

Δx_f : Differenz zwischen der momentanen horizontalen Kontaktstelle und der ersten Kontaktstelle bei diesem horizontalen Auftreffereignis in [m]

In den Standard Kontaktkraftelementen in DADS können vertikal zu einer Kontaktfläche additiv ein beliebiger Kraft-Deformationsverlauf und ein Kraft-Deformationsgeschwindigkeits-Verlauf explizit als Datenpunkte vorgegeben werden. Ein multiplikativer Zusammenhang zwischen Deformation und Deformationsgeschwindigkeit, wie in dem zweiten Term von 4.11, ist nicht möglich. In horizontaler Richtung kann nur eine linear von der Geschwindigkeit abhängige Kraft wirken.
Wegen dieser Einschränkungen kann die experimentell überprüfte Bodenkraftformulierung mit den Standard Kontaktelementen nicht modelliert werden, und man muss die Kontaktdetektion aufwendig in einer Kraftunterroutine selber programmieren.

Kapitel 5

Experimentelle Eingabedaten

Bei den Weltmeisterschaften in Dortmund, 1994, wurden die Bewegungen der besten Turner am Reck mit zwei 50 Hz Videokamkordern aufgezeichnet. Zusätzlich wurde die Erlaubnis eingeholt, eine mit Dehnungsmeßstreifen versehene Reckstange verwenden zu dürfen. Synchron zu den Videoaufnahmen wurde damit die Reaktionskraft der Reckstange mit einer Auflösung von 500 Hz bestimmt.

5.1 Videoanalyse

Die beiden Videokamkorder wurden unter einem bestimmten Winkel zur Bewegungsebene aufgebaut. Eine Kamera zeichnete die Bewegung des gesamten Körpers auf. Mit der zweiten Kamera wurde nur die Reckstangenauslenkung in einem kleineren Bildausschnitt bestimmt. Der Abstand zwischen zwei Pixeln entsprach daher bei der einen Kamera 12 mm, bei der anderen, die nur auf die Reckstange gerichtet war, 1mm.

Die Digitalisierung der Bildpunkte erfolgte manuell mit dem „Peak Performance Bewegungsanalysesystem", in dem man auch den Relativwinkel der Kameras zu der Bewegungsebene so verrechnete, dass die Daten von einer Kamera erzeugt wurden, die unter dem rechten Winkel zur Bewegungsebene stand.
Um das hochfrequente Rauschen durch die manuelle Digitalisierung zu eliminieren, wurden die neun digitalisierten Datenpunkte an Handgelenk, Ellbogengelenk, Schultergelenk, Kopf, Hals, Hüftgelenk, Kniegelenk, Fußgelenk und Fußpitze mit einem Tiefpassfilter bei einer Cutofffrequenz von 6 Hz gefiltert.

Um die Qualität der digitalisierten und gefilterten Datenpunkte beurteilen zu können, habe ich zunächst die Segmentlängen zwischen den einzelnen Gelenken berechnet: siehe Abb.5.2 oben. Dabei ergab sich eine Änderung des Abstandes von Schulter und Hüftgelenk von bis zu 15 cm. Das kann man als Schulterbewegung und Streckung der Wirbelsäule, vor allem im Tiefpunkt bei 0.9 s, interpretieren. Von der Biologie her unverständlich ist aber eine Änderung der Unterschenkel und Fußlänge bei 0.8 s um ca. 10 cm. Der Fehler ist in der Videoauswertung zu suchen. Da der Turner sich bei 0.8 s genau hinter der Reckstange befand, konnten einige Bildpunkte im Video nicht erkannt werden, und man musste sie abschätzen.

Wenn man den Abstand der Reckstange und des Handgelenkes von der Aufhängung ausrechnet, sollte aufgrund der Zentrifugalkraft das Handgelenk weiter von der Aufhängung entfernt sein als die Reckstange. Dies ist auch in der ersten Hälfte der Bewegung erfüllt: Abb. 5.1. Gegen Ende, wenn der Turner sich schon wieder im aufsteigenden Teil der Riesenfelge befindet, erfolgt es aber genau andersherum. Der Grund dafür könnte wiederum die

Abbildung 5.1: *Reckturner aus einer Perspektive von 20 Grad:*

Videoauswertung sein. Wenn man den Turner aus einem leichten Winkel: Abb.5.1, betrachtet, gibt es tatsächlich aufgrund der Perspektive eine Position, in der sich das Handgelenk näher an dem vorderen Aufhängungspunkt befindet als die Reckstange. Dieser Effekt sollte aber eigentlich durch die korrekte Winkelumrechnung des Bildanalysesystems ausgeschlossen sein.

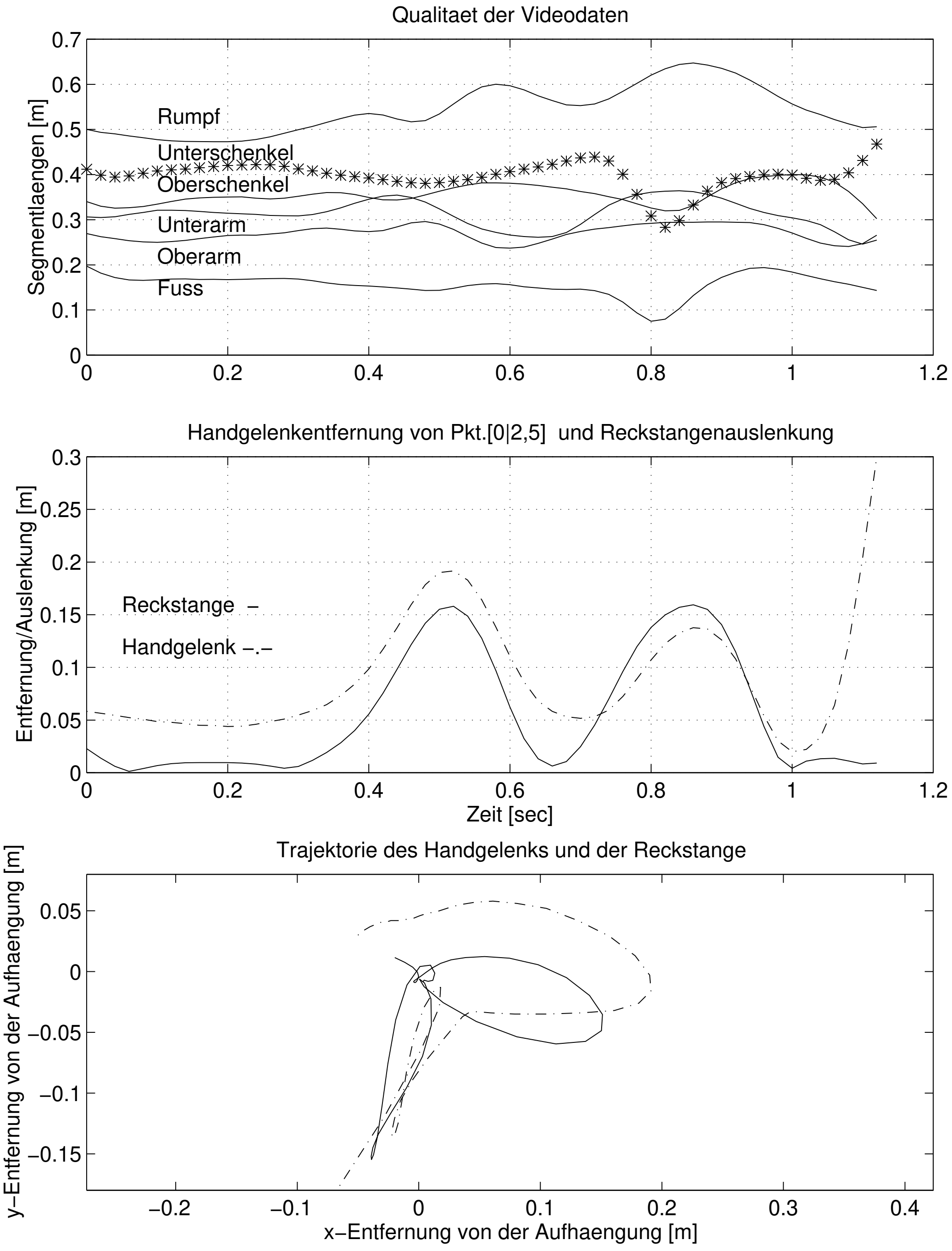


Abbildung 5.2: Analyse der Videodaten: *Auf dem oberen Bild sind die Segmentlängen über die Zeit aufgetragen. Die Mitte zeigt den Betrag des Abstandes des Handgelenks und der Reckstange von der Aufhängung. Das untere Bild zeigt die Trajektorien der Reckstange und des Handgelenks.*

5.2 Reaktionskraft der Reckstange

An der Reckstange wurden in vertikaler und horizontaler Richtung Dehnungsmessstreifen angebracht. Dadurch kann man die auftretende Verformung der Reckstange als Spannungssignal darstellen. Setzt man voraus, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Spannungssignal und Auslenkung und Kraft und Auslenkung besteht, kann das Spannungssignal direkt in eine Kraft kalibriert werden.
Zur Überprüfung der Linearität und zur Kalibrierung des Spannungssignals, wurden in fünf Schritten Gewichte bis zu 200 kg in horizontaler und vertikaler Richtung an die Reckstange angehängt, und so statisch die Spannungen bestimmt. Es zeigte sich in [Ara95], dass die Signale linear und isotrop waren.
Da jedoch bei der Riesenfelge bis zu 4000 N auftraten: Abb.5.3, wäre es sinnvoll gewesen, noch mehr als 200 kg Gewicht an die Reckstange zu hängen. So könnten eventuelle Nichtlinearitäten aufgezeigt werden, die vor allem bei großen Auslenkungen auftreten.

Betrachtet man die Riesenfelge auf dem Video, ist zusätzlich zu der Reckstangendurchbiegung eine horizontale und vertikale Abweichung der Aufhängung aus ihrer Ruhelage zu erkennen. Diese wird natürlich mit den Dehnungsstreifen nicht gemessen. Nimmt man an, dass es sich bei dem System der Reckstange mit Aufhängung, um zwei in Reihe geschaltete masselose Federn handelt, stellt das Spannungssignal der Reckstange in diesem Modell tatsächlich die Reaktionskraft des gesamten Systems dar. Wegen der Reihenschaltung wirkt immer die gleiche Kraft $\boldsymbol{F}$:

$$\boldsymbol{F} = k_{Aufh} \Delta \boldsymbol{r}_{Aufh} \tag{5.1}$$

$$\boldsymbol{F} = k_{Stange} \Delta \boldsymbol{r}_{Stange} \tag{5.2}$$

$$\boldsymbol{F} = k \Delta \boldsymbol{r} \tag{5.3}$$

$$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta \boldsymbol{r}_{Aufh} + \Delta \boldsymbol{r}_{Stange} \tag{5.4}$$

Also kann man über 5.2 die Kraft im ganzen System bestimmen, wenn die Auslenkung $\Delta \boldsymbol{r}_{Stange}$ bekannt ist.

Nimmt man für die Federkonstante k einen bestimmten Wert an, so kann man aus der Kraftmessung die Reckstangentrajektorie berechnen. Paßt man die Trajektorie aus den Kraftdaten, der aus den Videodaten an, so dass sich keine größeren Auslenkungen ergeben, als auf dem Video zu erkennen sind, ergibt sich nach Abb.5.3 für $k = 25500\,\frac{N}{m}$. In Kapitel 6 kann diese Federkonstante aus dem invers-dynamisch bestimmten Kraft-Auslenkungsverhalten

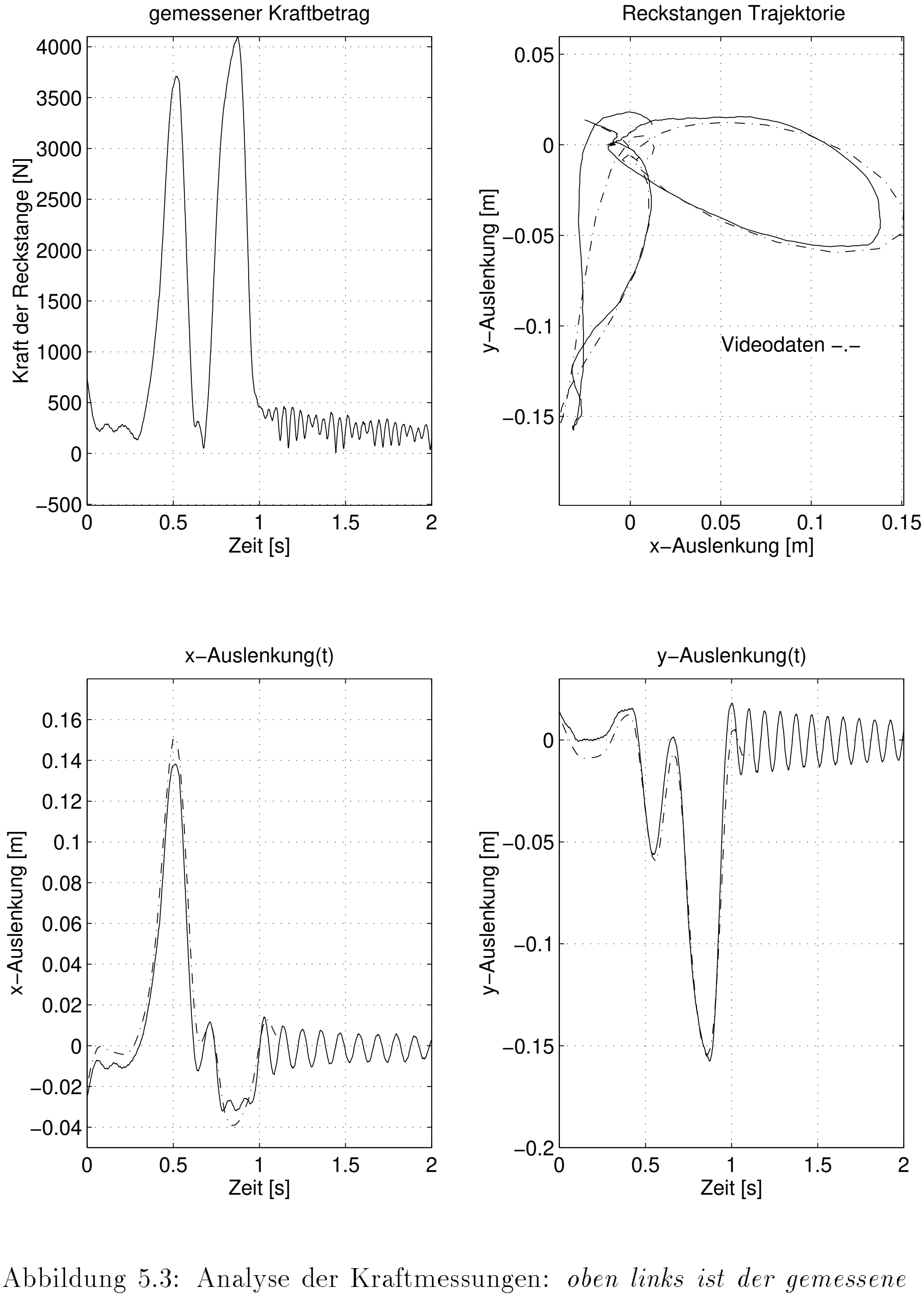


Abbildung 5.3: Analyse der Kraftmessungen: *oben links ist der gemessene Kraftbetrag über die Zeit aufgetragen, oben rechts wird die Reckstangentrajektorie aus den Kraftmessungen mit der aus der Videomessung verglichen. Unten sind noch eimal die einzelnen Komponenten der Trajektorien über die Zeit aufgetragen.*

der Reckstange bestätigt werden.

Durch die Filterung erscheinen die Videokurven etwas glatter. Sie können die einzelnen Kraftspitzen also nicht mehr auflösen. Dieser Effekt führt später bei der inversen Dynamik zu Problemen, wenn die Reaktionskraft am Reck mit Hilfe der Videodaten bestimmt werden soll.

5.3 Niedersprung aus 35 cm Höhe

Um ein dynamisches Kraft-Deformationsverhalten von Fersenpolster und Bodenmatten, wie sie im Turnen verwendet werden, zu erstellen, wurden in der Sporthochschule in Köln Niedersprünge aus 35 cm Höhe von einem Kasten durchgeführt. Gemessen wurden dabei die Bodenreaktionskräfte, und die Fußbeschleunigung.
Um Fehler durch den zeitlichen Unterschied beim Auftreffen beider Füße zu vermeiden, wurde eine Bodenmatte auseinandergeschnitten, und so auf zwei Kraftmessplatten gelegt, dass beim Niedersprung jeweils ein Fuß auf eine Messplatte aufkam. Die Signale beider Platten wurden dann bei der Weiterverarbeitung der Daten zeitversetzt zu einer Gesamtkraft addiert, so dass der erste messbare Plattenkontakt beider Füße zeitlich übereinstimmt.
Die Beschleunigungsmesser wurden an der Ferse befestigt. Leider lieferten sie nach zweimaligem Integrieren völlig unrealistische Deformationen. Eine spätere Überprüfung zeigte, dass sie defekt waren.

An der Bodenreaktionskurve bei dem Sprung auf die blanke Kraftmessplatte 5.4 sieht man zuerst den Ballenkontakt, dann einen etwa 10 ms langen Impact-Peak, der entsteht wenn die Ferse auf den Boden auftrifft. Nachfolgend führen die Schwabbelmassen eine Oszillation aus, die man an dem kleinen Vorsprung nach dem Impact-Peak erkennen kann. Etwa 60 ms nach dem Auftreffen bewirken die Muskelaktionen zur Stabilisierung des Schwerpunktes einen Anstieg der Bodenkraft. Danach liegt die Kraft etwas unter der Gewichtskraft der Versuchsperson (720 N), da die Schwerpunktsgeschwindigkeit umgekehrt wird.
Beim Sprung aus der gleichen Höhendifferenz von 35cm zum Auftreffpunkt auf der Bodenmatte, die 6 cm dick ist, wird der Impact-Peak etwa um ein Drittel reduziert. Der Peak von der Schwabbelmassenoszillation ist nicht zu erkennen.

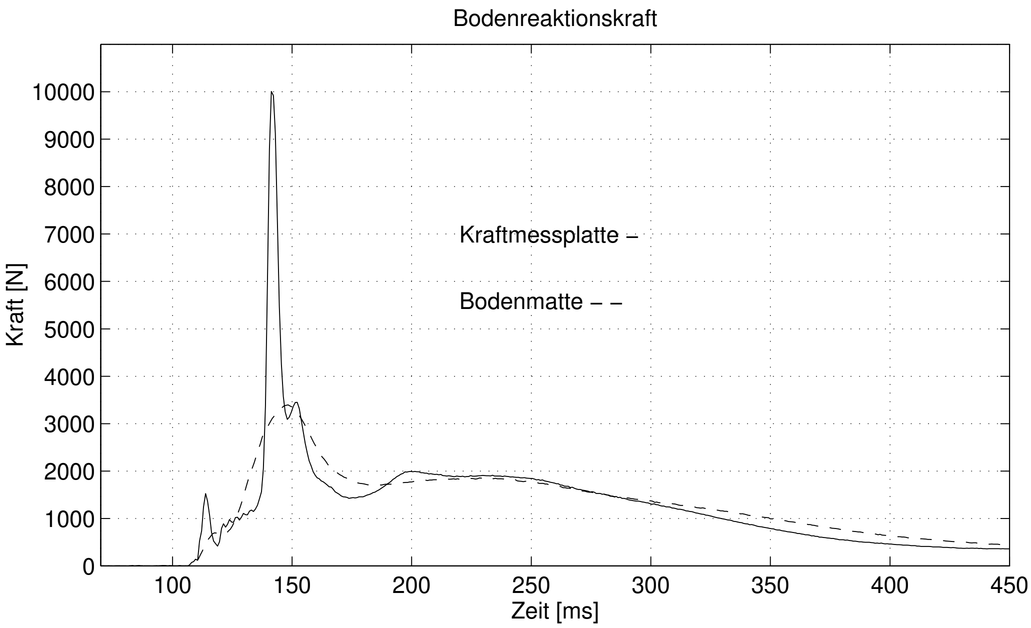


Abbildung 5.4: *Bodenreaktionskraftmessungen beim Niedersprung aus 35 cm Höhe auf eine 6cm hoehe Bodenmatte und direkt auf eine Kraftmessplatte*

Zur Kontrolle der Kraftmessung wurde der Kraftstoß berechnet und mit der Impulsänderung verglichen:

$$\int_{t_{Anfang}}^{t_{Ende}} (F_{yMessplatte} - mg)\, dt = mv_{yKsp_{Anfang}} \tag{5.5}$$

Vorausgesetzt wird, dass die Körperschwerpunktsbewegung am Ende des Niedersprungs in Ruhe ist. Bei dem Sprung auf die blanke Kraftmessplatte stimmte der integrierte Kraftstoß mit 191,5 Ns gut mit dem berechneten Impuls des Körperschwerpunktes von 190.8 Ns zu Beginn des Aufpralls überein.

Kapitel 6

Inverse Dynamik

Um mit der inversen Dynamik die Kräfte und Momente zu bestimmen, die zu einer Bewegung geführt haben, muss die Kinematik des Turners vorgegeben werden.
Für das sechsgliedrige starre Modell, mit acht Freiheitsgraden, werden fünf Gelenkwinkel, der Unterarmwinkel und der Schwerpunkt der Reckstange vorgegeben. Die Kette von Starrkörpern wird mit einem idealen Scharniergelenk reibungsfrei an der Reckstange befestigt.
Teilt man die starren Segmente auf in Schwabbelmassen und knöcherne Anteile, so werden nur die Gelenkwinkel zwischen den Knochen kinematisch geführt. Die Schwabbelmassen werden über die Kopplungskraft mitgezogen. Das erscheint einigermaßen sinnvoll da es sich bei den von Hand digitalisierten Gelenkpunkten näherungsweise um die Drehpunkte zwischen den Segmenten handelt. Wären am Turner aufgeklebte Markerpunkte automatisch digitalisiert worden, kämen bei stoßartigen Bewegungsteilen noch Verschiebungen der Haut, und somit der Markerpunkte, durch die Schwabbelmassenbewegung hinzu.

Als erstes wird die Rechnung allein mit den Videodaten des Turners durchgeführt. Da die Genauigkeit der Reckstangentrajektorie aus den Videoaufnahmen nicht ausreicht, werden dann anstelle der kinematischen Führung der Reckstange, die gemessenen Reaktionskräfte als Vorgabe verwendet. Zuletzt wird versucht, die Reaktionskräfte allein mit dem Reckstangenmodell aus Abschnitt 4.4 zu erzeugen.

Der Begriff „inverse Dynamik" ist für meine Rechenmethoden nicht ganz richtig. Nach [Nig94] bedeutet er eigentlich: die Vorgabe der gesamten Kinematik und Berechnung aller zur Bewegung geführten Kräfte und Momente. In Abschnitt 6.2 werden der Unterarmwinkel und alle Gelenkwinkel des Tur-

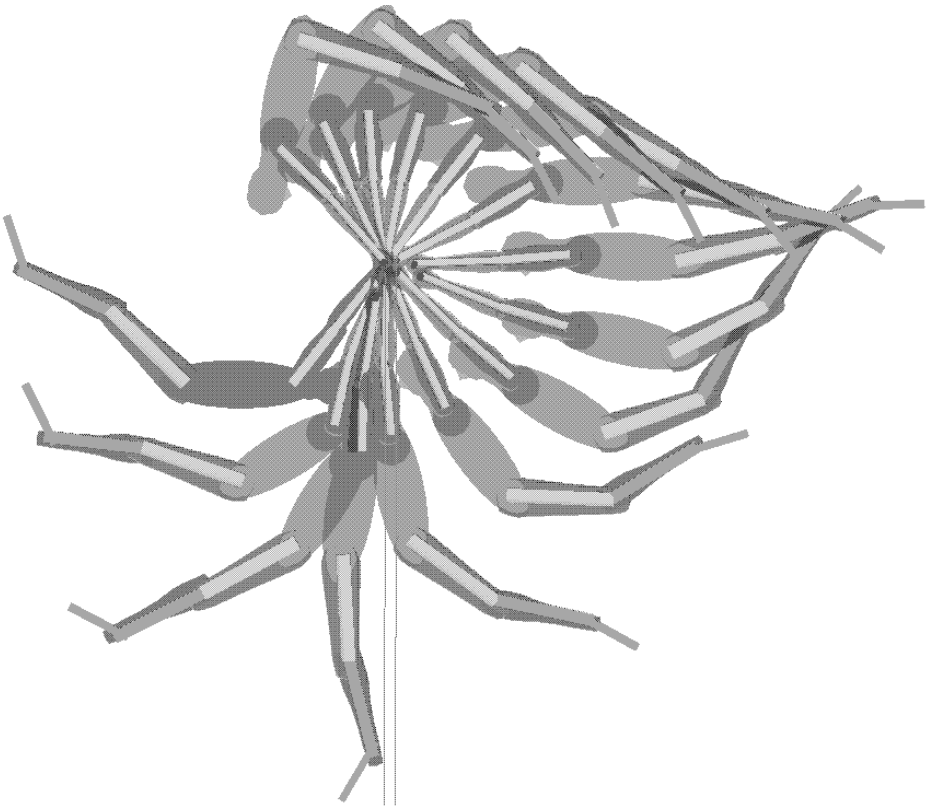


Abbildung 6.1: *Kinematik der Riesenfelge vor dem Abgang zum Doppelsalto. Die Bilder werden im Abstand von 70 ms ausgegeben*

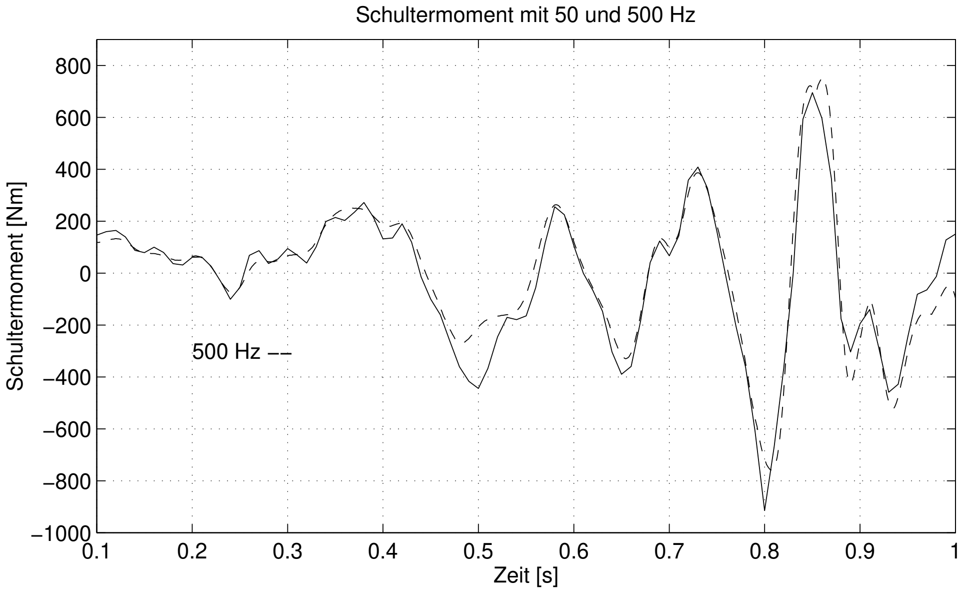
ners kinematisch geführt. Die Trajektorie der Reckstange wird aber gleichzeitig dynamisch unter Vorgabe der Kräfte berechnet. Die Schwabbelmassentrajektorien werden ebenfalls nicht geführt, sondern ergeben sich durch die Kopplungskräfte während der Rechnung.
In DADS sind solche Mischformen möglich, da bei der direkt-dynamischen Rechnung die Kinematik eines Körpers als Zwangsbedingung (driver Element) vorgegeben werden kann. Diese Zwangsbedingung liefert dann wie in Kapitel 2 beschriebene Zwangskräfte und Momente, die unter Berücksichtigung der gesamten Dynamik wirken müssen, um die Zwangsbedingungen einzuhalten.

Obwohl bei der inversen Dynamik die Trajektorien der Bewegung über die Zeit vorgegeben sind, und damit die Geschwindigkeitsinformation vorliegt,

muss man Anfangsbedingungen vorgeben. Die Kräfte und Momente, die in den ersten ms der Bewegung wirken, werden sonst sehr groß. Die Anfangsgeschwindigkeit wurde für jede kinematische Größe durch den Differenzenquotienten aus den ersten beiden Zeitschritten bestimmt.
Obwohl die Anfangsbedingungen vorgegeben werden, entstehen am Anfang hohe Gelenkmomente. Das resultiert einerseits aus der unterschiedlichen Anthropometrie des lebenden Turners und des Modells, andererseits aus Einschwingvorgängen der Schwabbelmassen. Ändert man die Anthropometrie sehr stark, wie in Abb.6.6 oben, so werden diese Effekte extrem verstärkt. Im folgenden werden deshalb aus Gründen der Skalierung bei allen Diagrammen die ersten 100 ms nicht dargestellt.

6.1 Rechnung unter ausschließlicher Verwendung der Videodaten

Bei dieser Rechnung wird die gesamte Kinematik aus den Videoaufnahmen von der Reckstange und dem Turner vorgegeben. Die Kinematik wird in 6.1 dargestellt. Schaut man sich die berechneten Gelenkmomente an, sieht man in Abb.6.2 am Beispiel des Schultergelenks, dass die Momentenkurve Zacken im konstanten Abstand von 20 ms aufweist. Das hat folgenden Grund: Da bei der inversdynamischen Rechnung nur kubische Splines verwendet werden, siehe Kapitel 2.3.2, ergeben sich als Beschleunigungen Geradenabschnitte in dem Abstand der Videoaufnahmefrequenz. Weil sich die Steigung der Ableitung an jedem Videodatenpunkt sprunghaft ändert, führt eine Berechnung der Kräfte und Momente zu einem zackigen Erscheinungsbild ihrer Kurven in derselben Frequenz.
Als vorläufige Lösung dieses Problems wurde von Andreas Boose [Boo97] vorgeschlagen, die Ortsverläufe zweimal zu differenzieren, dann mit einer Spline-Interpolation der Beschleunigungskurven die Anzahl der Datenpunkte zu erhöhen und diese Daten nach zweimaliger Integration wieder als kinematische Führung in DADS einzulesen. Dieses Verfahren wird in Abb. 6.2 am Beispiel der horizontalen Reckstangenauslenkung gezeigt.
Die Oszillationen lassen sich mit diesem Verfahren auf eine kleinere Skala herunterdrücken. Die mit diesem Verfahren erzeugten Kurven, sehen mit dem verwendeten Maßstab in Abb. 6.2 (gestrichelt) glatt aus.
Der Nachteil dieses Verfahrens ist zum einen, dass durch die kubische Interpolation zusätzliche Information über die Orts- und Winkelverläufe hereingesteckt werden, die nicht aus den Videodaten hervorgehen. Zum anderen ergeben sich durch zweimalige Integration der Splineinterpolierten Kurven



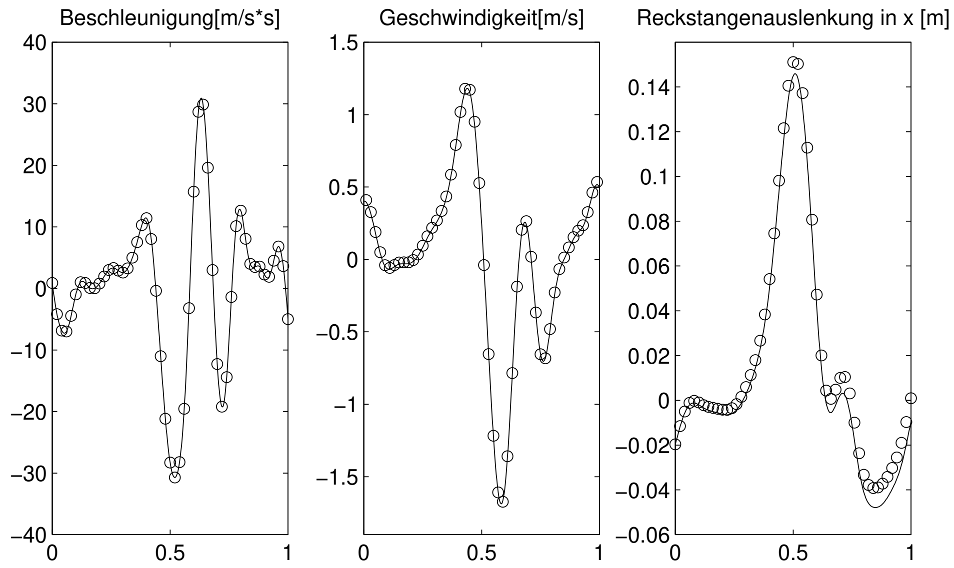


Abbildung 6.2: *Das obere Bild zeigt das berechnete Schultermoment. Die gestrichelte Kurve zeigt das Schultermoment, wenn eine 10 mal höhere Datendichte vorgegeben wird. Diese wird mit dem auf den unteren Bildern dargestellten Verfahren erreicht.*

mit der Trapezregel systematische Abweichungen von den ursprünglichen Videodaten. Am Beipiel der horizontalen Reckstangenauslenkung betragen sie bis zu 20 Prozent.
Das kann man sich dadurch erklären, dass z.B. bei einer steilen Rechtskurve nach kubischer Splineinterpolation mehr Fläche unter der Funktion liegt, als wenn man die ursprünglichen Videodaten integriert.
Da die Moment- und Kraftberechnung sehr empfindlich auf Koordinatenänderungen reagiert, ist dieses Verfahren nicht zu empfehlen. Eine bessere Lösung wäre, wenn die Firma CADSI eine direkte Eingabe der Beschleunigungen ermöglichen würde. Dann wäre jeder Anwender selber für die Berechnung der Beschleunigungen verantwortlich.

Betrachtet man die Kurve der berechneten Momente in der Schulter, ist es von der Bewegung her unverständlich, dass immer wieder hohe Momente erzeugt werden, die in den folgenden 50 bis 100 ms genau mit der gleichen Amplitude in die andere Richtung wirken: Abb. 6.2 oben. Zeichnet man alle Gelenkmomente vom Fuß-, Knie-, Hüft-, Schulter- und Ellenbogengelenk in ein Schaubild: Abb. 6.4 unten, so zeigen sie qualitativ genau dasselbe Verhalten. Die Amplituden steigen vom Fuß- bis zum Ellbogengelenk an. Sie werden nur von dem Moment übertroffen, das zur Einhaltung des Unterarmwinkels aufgebracht werden muss. Gemäß den Gesetzmäßigkeiten der physikalischen Bewegung, sollte am Unterarm ein Reibungsmoment auftreten, das im Vergleich zu den Gelenkmomenten klein ist. Es sieht so aus als ob sich ein Fehler von der Reckstange aus auf die einzelnen Segmente überträgt.

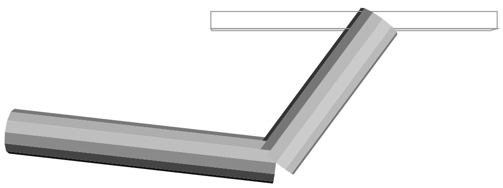
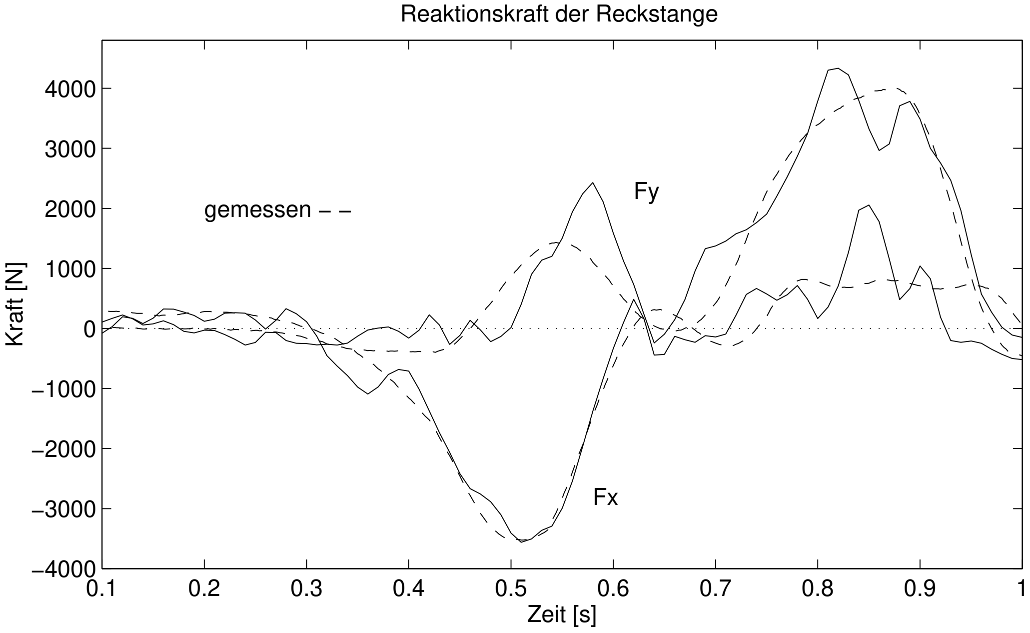


Abbildung 6.3: Doppelpendel mit Führung: *die Massen, Trägheitsmomente und Segmentlängen entsprechen dem Ober- und Unterarm.*

Zur Erklärung wird folgendes Beispiel durchgerechnet: Ein Doppelpendel, dessen Aufhängung sich mit konstanter Geschwindigkeit in der Horizontalen bewegt und dessen Winkel zwischen beiden Segmenten auf 60 Grad konstant gehalten wird, wird im Schwerefeld simuliert: Abb. 6.3. Dann wird die berechnete Kinematik wieder für die inverse Dynamik verwendet. Dar-



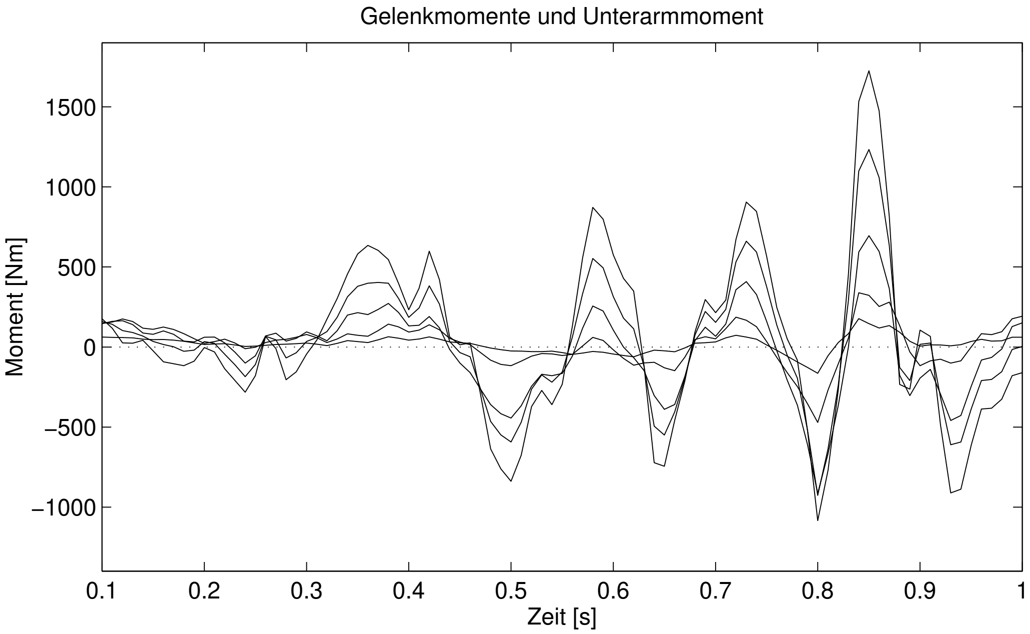


Abbildung 6.4: *Auf dem oberen Bild werden die berechneten Kräfte mit den gemessenen verglichen.Unten sind alle Gelenkmomente und das Unterarmmoment aufgetragen.*

aus resultieren Momente zur Einhaltung der Zwangsbedingungen (punktgestrichelte Kurven in Abb.6.5). Man verändert nun die Trajektorie der Aufhängung (Abb.6.5 mittlere Spalte), so wie es einer fehlerhaften Digitalisierung der Reckstangenbewegung nach einer Videoaufnahme entsprechen würde. Dadurch ergibt sich bei den Reaktionskräften zuerst ein Anstieg, um die neue Kinematik zu erfüllen. Der Rest der Kinematik ist nicht auf die Anhebung der Aufhängung zugeschnitten. Folglich muss die Reaktionskraft mit einer Amplitude in die entgegengesetzte Richtung auf die eigentliche Pendelbewegung reagieren. Da die Aufhängung direkt über einen Hebelarm auf den ersten Körper des Pendels wirkt, dieses aber nicht der Bewegung durch dieses Moment entspricht, muss ein zusätzliches hohes Moment im Aufhängungsgelenk erzeugt worden sein, um die ursprüngliche Kinematik einzuhalten. Derselbe Kraft- und Momentenverlauf ist bei dem Reckturner an den Stellen großer Peaks zu beobachten. Fehlerhafte Reckstangenverläufe führen zur Oszillation in den Kräften. Parallel dazu steigt auch das Moment im Unterarm stark an. Zum Vergleich ist in dem Kraftbild die gemessene Reaktionskraft in der Reckstange eingezeichnet. Dasselbe Rechenbeispiel ist in Abb. 6.5, auf der linken Seite, auch für den Gelenkwinkel durchgeführt worden.

Modellierungsfehler, wie zum Beispiel ein zu kurzes Segment, schlagen sich hingegen auf die gesamte Bewegung nieder (Abb. 6.5 rechte Seite). Dieses Phänomen kann man auch beim Turner erkennen, wenn man den Schwerpunkt der Schwabbelmasse des Rumpfes um 15 cm nach oben verschiebt: Abb. 6.6. Der Verlauf der Kurve ist derselbe, nur der Wert des Momentes ändert sich über die gesamte Bewegung.

Obwohl in der Berechnung der Reaktionskräfte fehlerhafte Amplituden auftreten, kann jedoch grob aus dem Kraft-Auslenkungssverlauf: Abb. 6.6 eine Federkonstante abgeschätzt werden. Diese entspricht in etwa der Konstante, die in Kapitel 5.2 für eine lineare Feder am günstigsten ist, um die gemessenen Kraftverläufe in die Reckstangentrajektorie umzurechnen.

Der digitalisierte Reckstangenverlauf aus den Videoaufnahmen ist nach den vorherigen Betrachtungen ungeeignet für die inverse Dynamik. Im nächsten Abschnitt verwende ich deshalb die gemessenen Reaktionskräfte, um die Gelenkmomente zu berechnen.

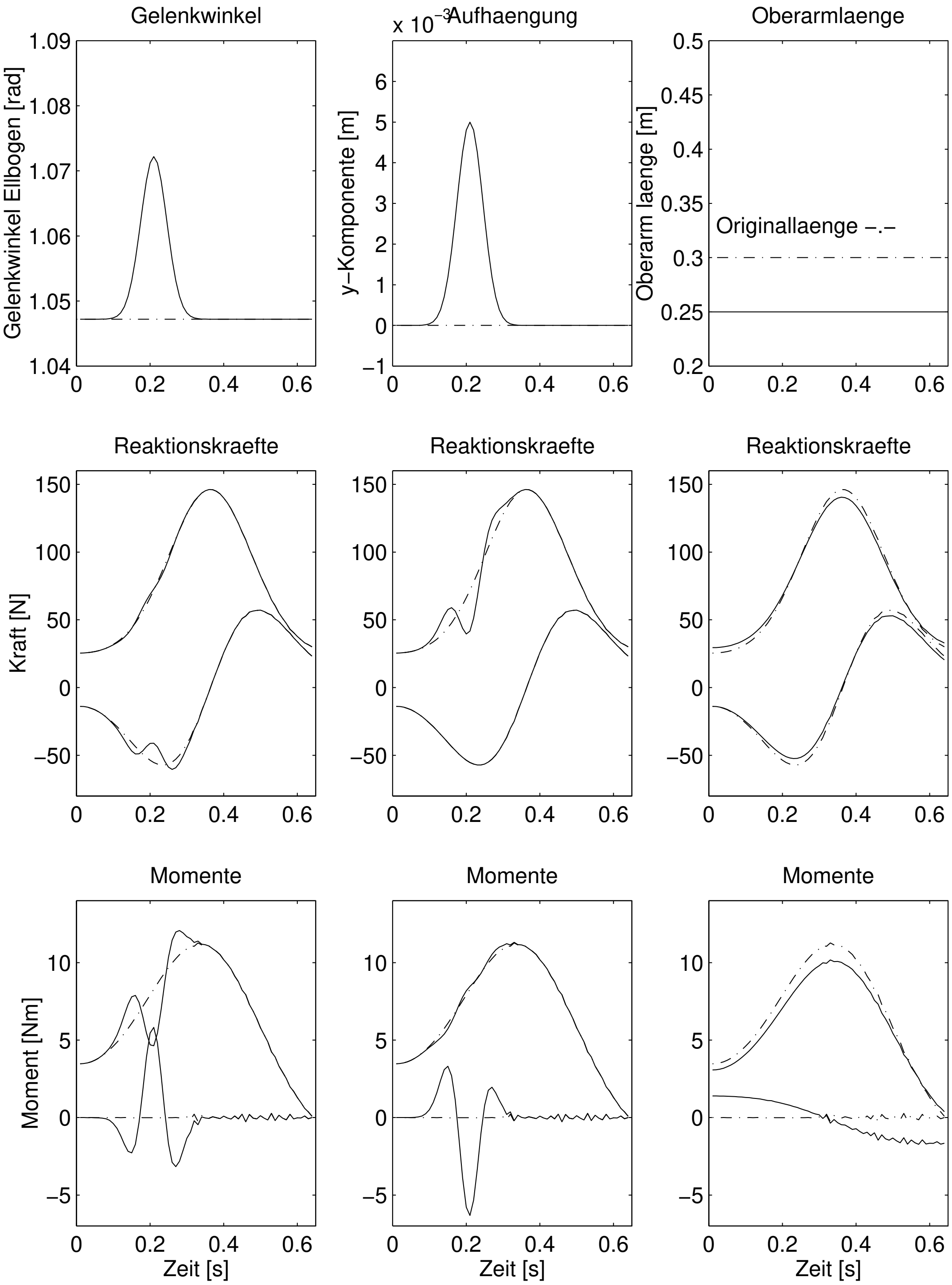
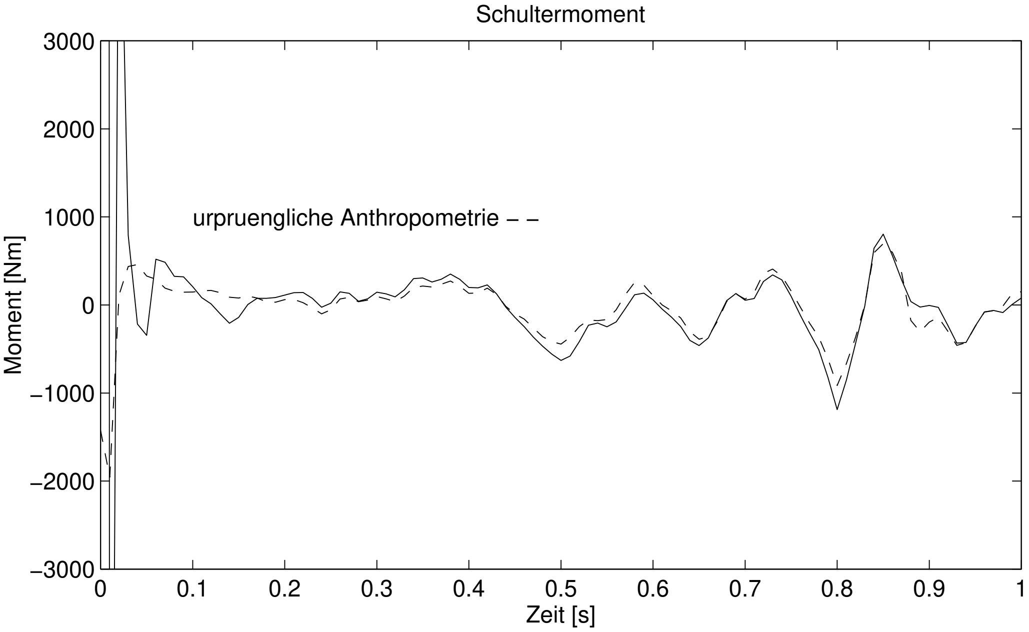


Abbildung 6.5: *Rechenexperiment mit einem Doppelpendel*



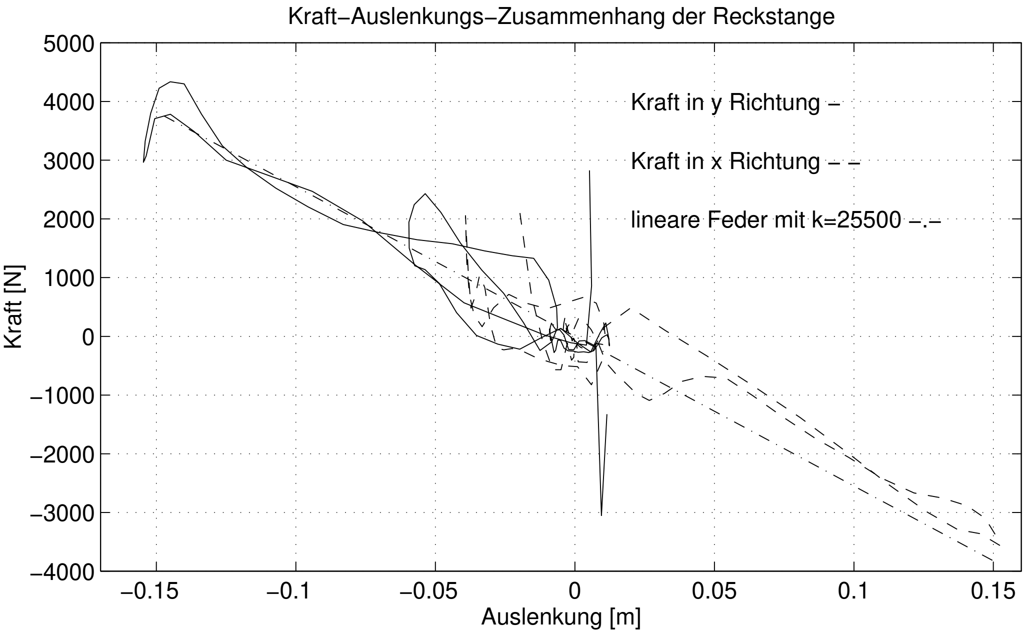


Abbildung 6.6: *Das obere Bild zeigt das Schultermoment, wenn der Schwabbelmassenschwerpunkt um 15 cm zum Kopf hin verschoben wird. Unten sieht man das inversdynamisch bestimmte Kraft-Auslenkungsverhalten der Reckstange.*

6.2 Rechnung unter Verwendung der Videodaten des Turners und der gemessenen Reaktionskräfte der Reckstange

Will man die gemessenen Reaktionskräfte direkt auf die Hand des Turners wirken lassen, muss noch die Trägheitskraft der effektiven Reckstangenmasse von 6,46 kg mit berücksichtigt werden. Diese ist in der Kraftmessung mit den Dehnungsmesstreifen nicht enthalten. Da nach Abb. 6.2 Beschleunigungen bis zu $-30\frac{m}{s^2}$ auftreten, liegt diese Kraft bei ca. 150 N also etwa bei 20 Prozent der Gesamtkraft, und kann deshalb nicht vernachlässigt werden. Die Trägheitskraft wird daher bei der Rechnung zu der gemessenen Kraft dazuaddiert. Man berechnet sie aus der aktuellen Beschleunigung der Reckstange, die in der Unterroutine frc48.f für jeden Zeitschritt zur Verfügung steht.

Verwendet man diese Kräfte als Modellinput, zeigen die Momentenkurven einen realistischen Verlauf: Abb. 6.7 oben. Eine einzige Oszillation ist noch bei 0.8 s zu erkennen, die bei der Rechnung mit den vollständigen Videodaten ebenfalls in Erscheinung tritt. Diesen Peak kann man auf den Fehler bei der Digitalisierung zurückführen, den man deutlich in der starken Variation der Unterschenkel und Fußlänge bei 0.8 s beobachten kann.
Beachtet man diesen Peak bei 0.8 s nicht, so kann man erkennen, dass Schulter- und Hüftgelenk im absteigenden Teil der Riesenfelge zuerst eine Beugung ausführen und im weiteren Verlauf sich dehnen, um im Tiefpunkt eine starke Beugung in Hüft- und Schultergelenk auszuführen. Sie beschreiben also genau die Aktionen, die für die Riesenfelgbewegung nötig sind.

Simuliert man die Bewegung des Turners mit den gemessenen Kräften, so weicht die Schwerpunktstrajektorie von der ursprünglichen kinematisch vorgegebenen Schwerpunktsbewegung ab: Abb. 6.7
In x-Richtung ergibt sich ein konstanter Zuwachs der Abweichung, abgesehen von einem kleinen Abfall am Anfang. In y-Richtung dagegen, steigt die Abweichung nur bis zu 0.7 s linear an und fällt dann ab.

Eine Verringerung der Rumpfmasse des Turners um 6 kg bringt wenig Änderung. Daraus kann man schließen, dass die gemessenen Kräfte zu gering sind, um den Schwerpunkt des Turnermodells auf seine tatsächliche Bahn zu zwingen.

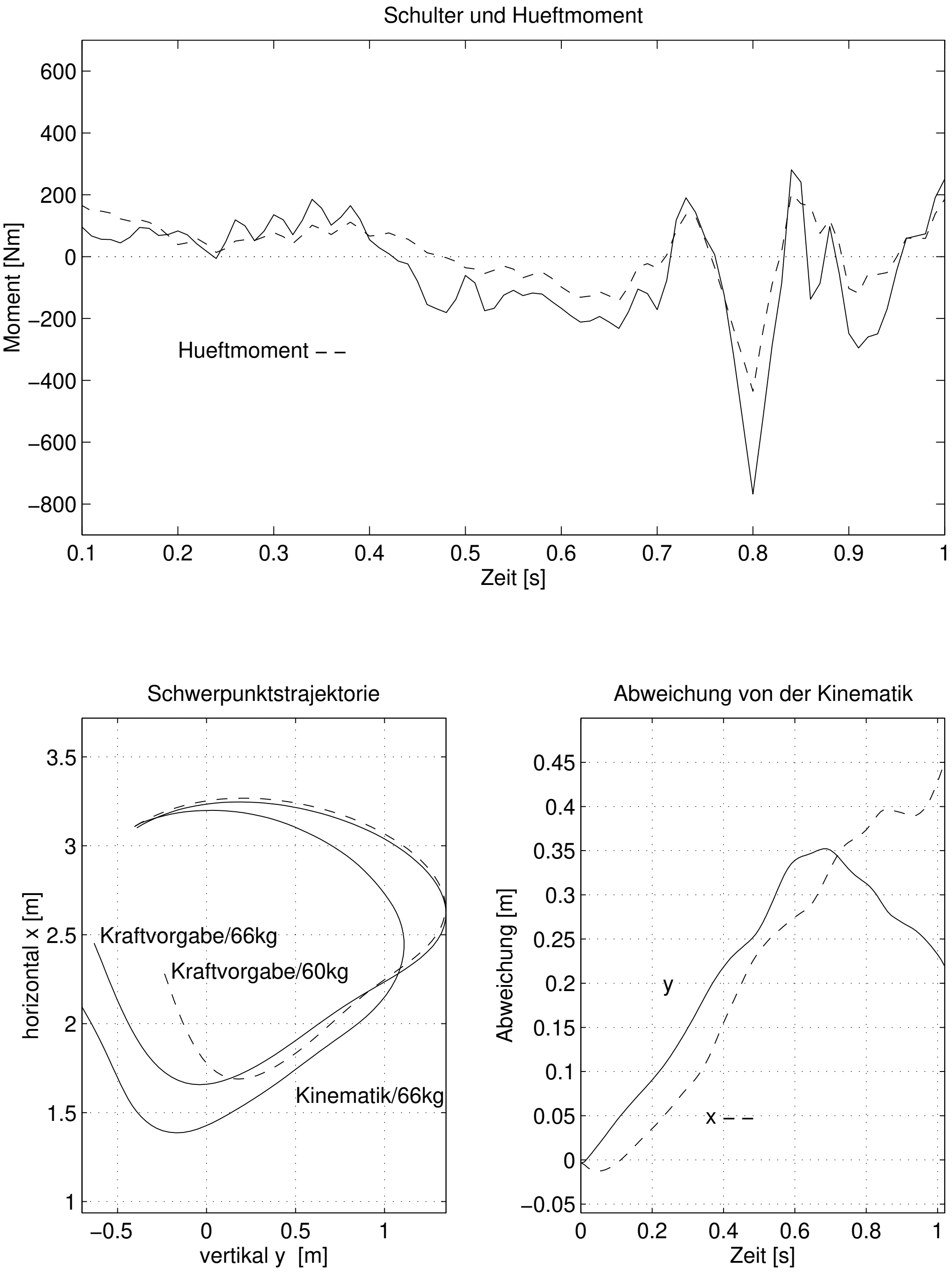


Abbildung 6.7: *Das linke untere Bild zeigt die Schwerpunktstrajektorie des Turners für die vollständige Kinematik und für die mit Kräften geführte Bewegung. Auf der Seite, rechts unten, sind die Abweichungen der Schwerpunktstrajektorien über der Zeit aufgetragen.*

Ein prinzipieller Fehler bei der Messung wären Nichtlinearitäten der dynamischen Kraft-Auslenkungskurven, die in der Messung nicht berücksichtigt wurden. Ein weiterer Fehler, der die Messtechnik betrifft, wäre in der Befestigung und Vorgeschichte der Dehnmessstreifen zu suchen, die ja die gesamte Zeit des Wettkampfes über am Reck befestigt sind.

6.2.1 Modellvariationen

Da die Gelenkmomente bei diesem Rechenverfahren einigermaßen interpretiert werden können, kann man jetzt Modelländerungen am Turner vornehmen und ihre Wirkung auf die Momentenkurven beurteilen.
Die gesamten Fehler, die von den gemessenen Kraftkurven her entstehen treten als zusätzliches Moment am Unterarm auf. Genauso werden fehlerhafte Gelenkmomentverläufe, die durch das Digitalisieren oder durch eine falsche Modellierung des Turners entstehen, vom Oberarm an den Unterarm und dann an das Reck weitergegeben. Man kann also das berechnete Unterarmmoment als eine Größe betrachten, in die alle Fehler projiziert werden. Verringert sich das Moment am Unterarm, kann man von einer Modellverbesserung sprechen.

Zuerst habe ich die Schwabbelmassen fest an die knöchernen Anteile des Turnermodells gekoppelt. Es ergaben sich keine bedeutsamen Änderungen in den Momentverläufen. Man sieht nach dem Fehlerpeak bei 0,8 s. wie die Schwabbelmassen nachfolgend nur eine kleine Oszillation verursachen.

Die Videodaten zeigen eine starke Änderung der Entfernung vom Schulter- zum Hüftgelenk während der Bewegung. Also liegt es nahe diese Änderung einmal mit einem variablen Schultergelenk zu modellieren. Es wurde ein Translations-Rotations Gelenk verwendet, das auf einem Hilfskörper angebracht wurde. Dieser Körper ist mit einer Feder am Rumpf befestigt und lässt sich nur im rechten Winkel zur Rumpfachse verschieben: Abb. 6.8. Der Abstand zwischen dem Drehpunkt an der Hüfte und dem Drehpunkt an der Schulter wird mit den Videodaten der Rumpflänge: Abb. 5.2 oben geführt. Auf Grund der Führung wirkt bei der Simulation eine Kraft, die für die Längenänderung des Abstandes zwischen Schulter- und Hüftdrehpunkt verantwortlich ist.
Die Amplitude des Unterarmmoments wurde bei dieser Modellierung nur noch größer: Abb. 6.10, unten. Folglich führte die Berücksichtigung der Streckung der Rumpflänge mit einem variablen Schultergelenk nicht zum Erfolg.

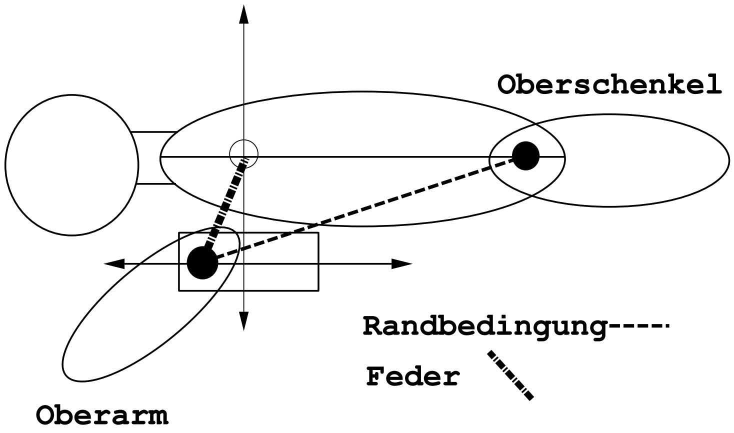


Abbildung 6.8: *Schultermodell*

Die Verkürzung des Abstandes von der Schulter zur Hüfte wird nur zu einem Teil von der Kraft der Schulter- und Rumpfmuskulatur aufgebracht. Der andere Anteil kommt von der Durchbiegung der Wirbelsäule und wird nicht durch eine innere Kraft verursacht. Deshalb ist es auch nicht weiter verwunderlich, dass ein variables Schultergelenk allein nicht zum Erfolg führt. Von den bekannten Anthropometrischen Daten her [NAS78] könnte der Rumpf in Brustkorb mit Schultern und Abdomen und Pelvis aufgeteilt werden. Wenn man zwischen diesen beiden Segmenten ein Scharniergelenk einführt, kann man eine Rumpfdurchbiegung ermöglichen. Leider lagen keine Videodatenpunkte auf dem Rumpf vor, so dass eine Wirbelsäulenbiegung in der Riesenfelgbewegung nicht berücksichtigt werden kann.

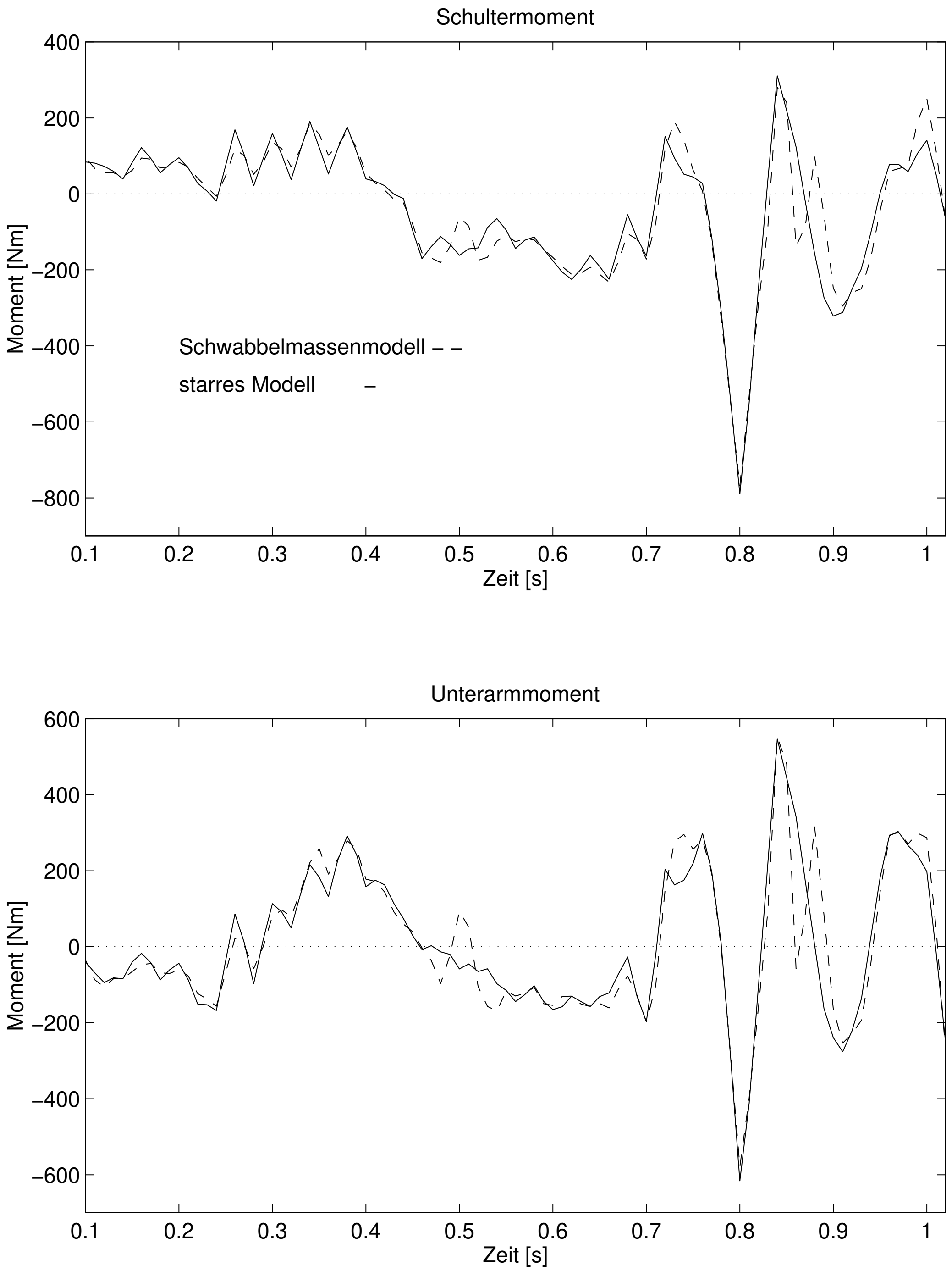


Abbildung 6.9: *Feste Ankopplung der Schwabbelmassen an die Knochen.*

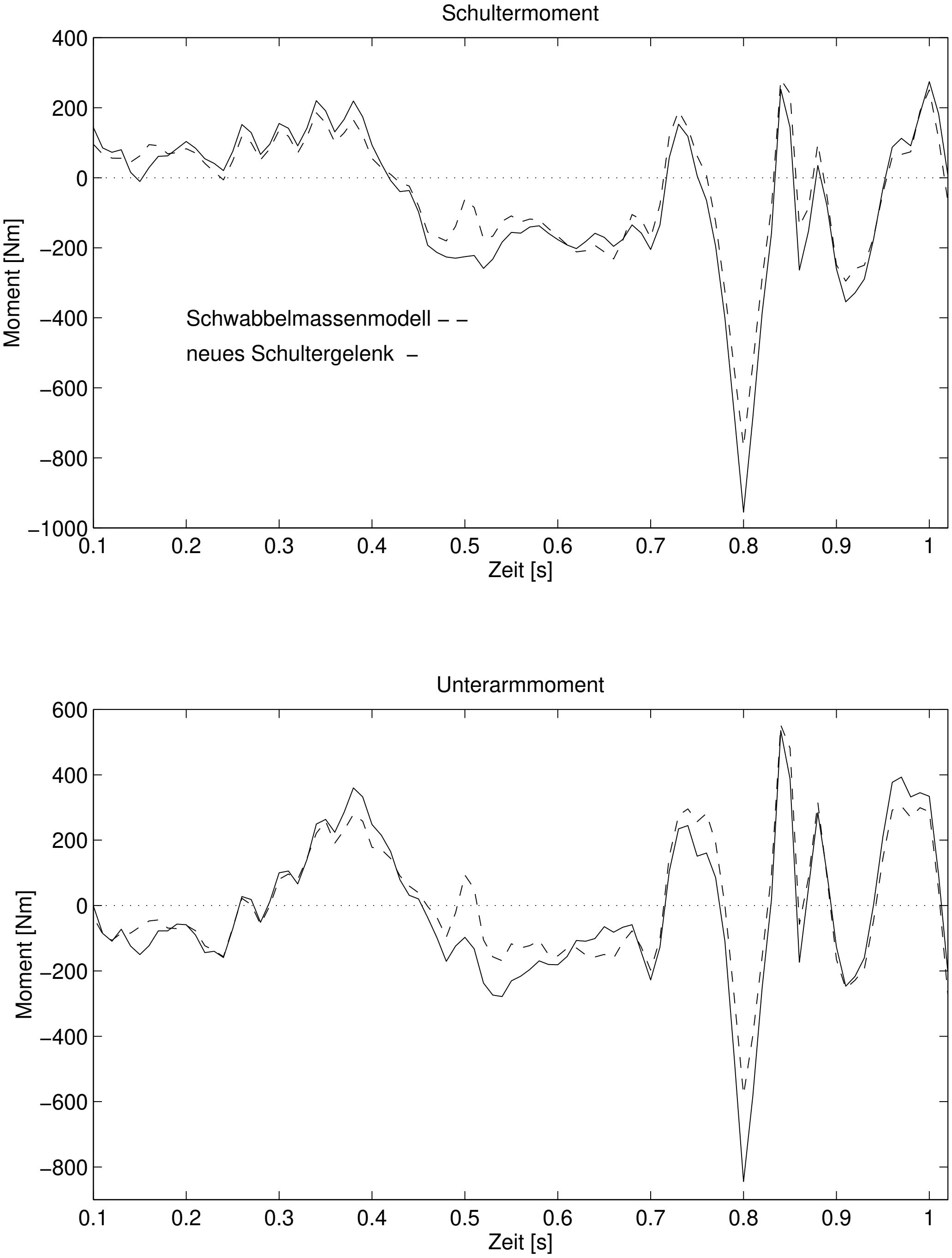


Abbildung 6.10: *Verwendung eines Translations-Rotations-Schultergelenks.*

6.3 Rechnung unter Verwendung der Videodaten des Turners und eines Reckstangenmodells

Im Hinblick auf die Vorwärtssimulation, bei der man nicht nur die kinematisch vorgegebene Bewegung nachvollziehen will, sondern auch eine andere Bewegung künstlich erzeugt werden soll, muss die Reckstange durch ein Modell dargestellt werden, das die Reaktionskräfte möglichst korrekt wiedergibt.

Um das Reckstangenmodell aus Abschnitt 4.4 zu überprüfen, werden die Gelenk- und der Unterarmwinkel weiterhin geführt. Die Reaktionskraft wird jedoch nicht mehr vorgegeben, wie im vorherigen Abschnitt, sondern durch das Reckstangenmodell erzeugt.

Bei dieser Rechnung weicht die Reckstangenbewegung gleich am Anfang von der kinematisch vorgegebenen Bewegung ab: Abb. 6.11 oben links, durchgezogene Linie. Dadurch stimmt auch die Schwerpunktstrajektorie Abb. 6.11 links unten, nicht mehr mit der kinematisch vorgegebenen aus der Videoaufnahme überein. Das Reckstangenmodell erzeugt daraufhin andere Reaktionskräfte. Insgesamt entfernt sich also die Bewegung immer mehr von der tatsächlichen Kinematik.
Da gleich am Anfang Abweichungen von der kinematisch vorgegebenen Schwerpunktsbewegung auftreten, kann schlecht beurteilt werden, ob das Reckstangenmodell für die gesamte Bewegung geeignet ist. Insgesamt kann man sagen, dass die Federkonstante im richtigen Bereich liegt, da die Maximalauslenkung der Reckstange nicht überschritten wird.

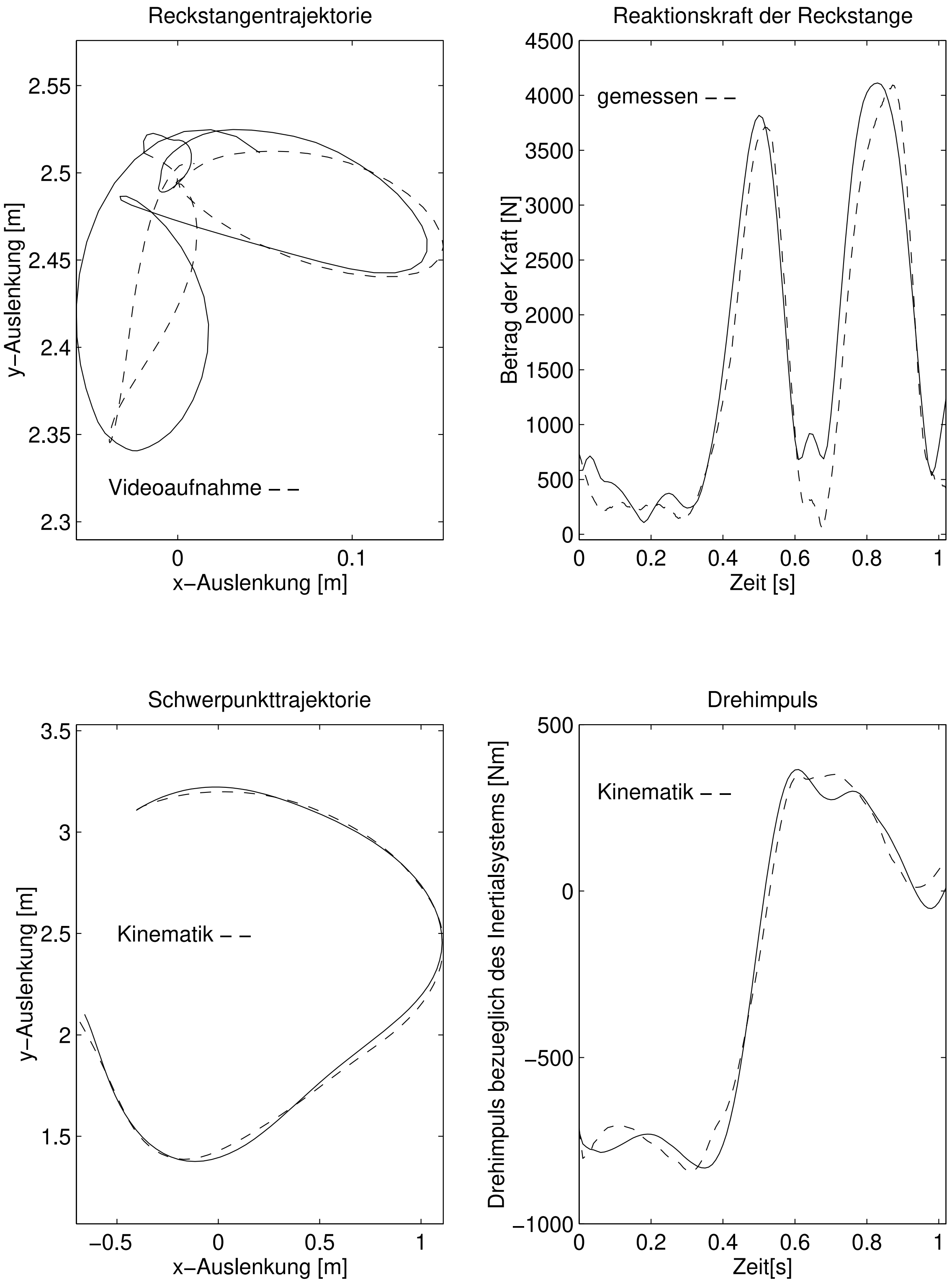


Abbildung 6.11: *Überprüfung des Reckstangenmodells.*

Kapitel 7

Direkte Dynamik

7.1 Reproduktion der Riesenfelgbewegung

Die im Abschnitt 6.1 inversdynamisch berechneten Kräfte und Momente aus Abb. 6.4 werden nun dazu verwendet, die Riesenfelgbewegung dynamisch zu erzeugen.
Man sieht in Abb. 7.1, dass sich das dynamisch gerechnete Turnermodell immer weiter von der Kinematik aus der Videoaufzeichnung entfernt. Da jedoch die verwendeten Kräfte und Momente genau so berechnet wurden, dass sie die durch die Videodaten vorgegebene Bewegung reproduzieren, ist dieses Ergebnis zunächst überraschend.
Verwendet man die nach dem Verfahren von Boose geglätteten Kraft- und Momentverläufe, so erhält man jedoch exakt die Bewegung, die man auch zur Berechnung für die inverse Dynamik vorgegeben hat.

Um zu verstehen, warum die zackigen Kraft- und Momentkurven die Bewegung nicht reproduzieren, gehe ich noch einmal die gesamten Rechenschritte durch: Digitalisierte Videodaten mit einer Frequenz von 50 Hz werden als kinematische Führung in DADS eingegeben. Durch das zweimalige Differenzieren entstehen zackige Beschleunigungsverläufe. Aufgrund dieser zackigen Kurven werden zackige Kraft- und Momentverläufe berechnet. Werden diese als Vorgabe für die dynamische Rechnung verwendet, sollten sie unter Berücksichtigung der gesamten Schwabbelmassenbewegungen wieder diese zackigen Beschleunigungen der knöchernen Anteile des Turners erzeugen. Weichen jedoch aufgrund von Rechenungenauigkeiten die erzeugten Beschleunigungen nur etwas von der eigentlichen zackigen Form ab, so ist die ganze sensible Koordination der Moment- und Kraftaktionen gestört. Da

Abbildung 7.1: *Vergleich der dynamischen Rechnung mit der vorgegebenen Kinematik*

dann immer wieder hohe Moment- und Kraftpeaks wirken, die nicht mehr auf die Bewegungen der einzelnen Segmente zugeschnitten sind, weicht die Bewegung sehr stark von ihrer eigentlichen Bahn ab. Glatte Kraft-, Moment- und Beschleunigungsverläufe sind nicht so störungsanfällig, so dass mit ihnen die Bewegung dynamisch reproduziert werden kann.

7.2 Niedersprung aus 35 cm Höhe von einem Kasten

Um eine Simulation eines Niedersprungs mit der gemessenen Bodenkraft zu vergleichen, muss ein der Realität entsprechendes Bodenmodell verwendet werden, das die Deformationscharakteristik des Fersenpolsters mit beinhaltet. In [Gru87] wurden für den einbeinigen Standhochsprung ohne Schuhe auf eine blanke Kraftmessplatte die folgenden Parameter für die Bodenreaktionskraft 4.11 bestimmt:

$$c_y = 1,40\ 10^{12} \frac{N}{m^{3,5}} \qquad a_y = b_y = 3,5$$
$$d_y = 2,60\ 10^{12} \frac{Ns}{m^{3,5}}$$

Da keine Parameter für die Bodenreaktionskraft für Bodenmatten vorlagen, wird nur der Niedersprung ohne Schuhe auf die blanke Kraftmessplatte simuliert.

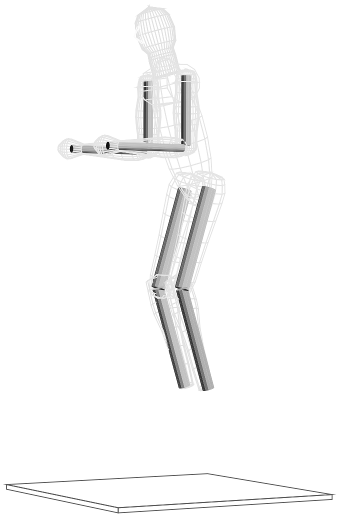


Abbildung 7.2: *Startkonfiguration bei der Simulation*

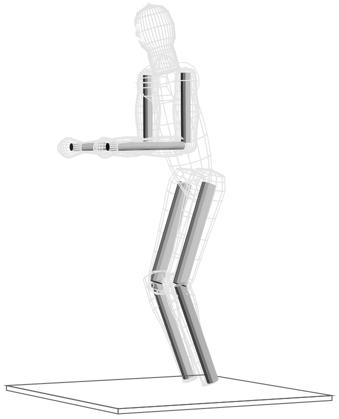


Abbildung 7.3: *zeigt das Modell während des Bodenaufpralls nach 340 ms Simulationszeit*

Die Bodenkontaktkraft konnte nicht mit den Standardkontaktelementen modelliert werden. Aus diesem Grund habe ich die selber programmierte Kraftroutine zum Test der Schwabbelmassenkopplung aus Kapitel 4.1 verwendet. Sie ist im Anhang in der Routine frc48.f integriert. Diese Routine sieht nur einen Kontaktpunkt vor, so dass ich keinen Ballenkontakt simuliert habe,

sondern die Bodenreaktionskraft direkt am Unterschenkel angreifen lasse. Der Fuss wird nicht mit simuliert, seine Masse wird zu der des Unterschenkels hinzu addiert.
Die Anfangsstellung wird leicht gebückt gewählt, wie es in Erwartung eines solchen Aufpralls der Fall ist. Die Vorverspannung der Gelenke durch die Muskeln wird durch elastische Federn in den Gelenken modelliert. Die anthropometrischen Daten des Menschenmodells werden der Versuchsperson (1.80 m 72 kg) angepasst und die Schwabbelmassenkopplungsparameter sind dieselben wie aus [Gru87].

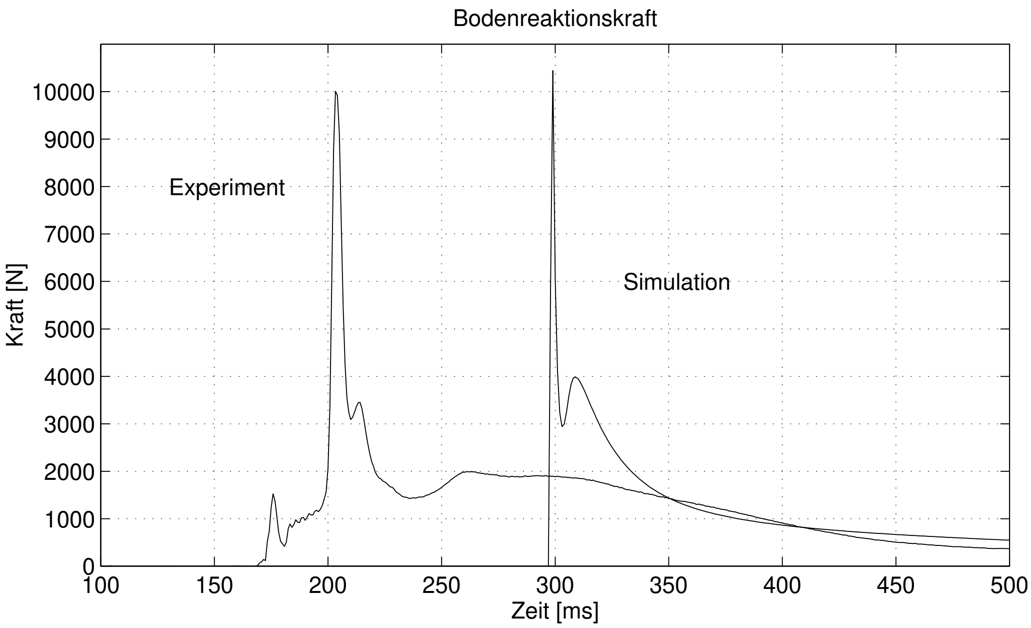


Abbildung 7.4: *Bodenreaktionskraftverlauf beim Niedersprung aus 35 cm Höhe ohne Schuhe auf eine blanke Kraftmessplatte*

Der charakteristische Verlauf des Impactpeaks und die nachfolgende Schwabbelmassenoszillation werden bei der Simulation reproduziert. Die Höhe des Impactpeak ist stark abhängig von der Härte der Drehfeder im Knie- und Hüftgelenk und von dem Kniewinkel. Der nachfolgende Anstieg der Momente nach 60 ms durch eine aktive Steuerung fehlt, da nur einfache Drehfedern in den Gelenken wirken.

Kapitel 8

Zusammenfassung

DADS in der Biomechanik

Es lässt sich mit dem Programm in wenigen Stunden ein Modell aus mehreren Starrkörpern erstellen. Die einzelnen Starrkörper können mit Standardelementen wie linearen Federn, Rotations- oder Translationsgelenken verbunden werden. Begleitend zu dem Programm, liegt ein Theoriebuch [Hau89] vor, in dem die verwendeten Rechenverfahren erklärt werden. Das macht die Arbeit mit dem Programm sehr transparent. Will man bestimmte nichtlineare Kraftzusammenhänge, wie z.B die Schwabbelmassenkopplung oder die Bodenreaktionskraft realisieren, so ist dies prinzipiell möglich. Der Anwender muss jedoch selber Unterroutinen in Fortran programmieren. Das verlangt einen tiefen Einblick in die Mechanik von Mehrkörpersystemen. Fehler bei der Programmierung eigener Unterroutinen werden leicht aufgedeckt, wenn man den Impuls- und Drehimpulssatz während der Rechnung überprüfen kann. Eine solche Überprüfung ist im Programm leider nicht vorgesehen.
Eine inverse Dynamik mit DADS durchzuführen, ist mit der augenblicklichen Version nicht empfehlenswert, da die Kraft- und Momentkurven sehr verzackt sind. Es lassen sich zwar qualitative Aussagen über den Zeitpunkt und die Größenordnung der Kräfte und Momente treffen, aber für eine weitere Verwendung in der direkten Dynamik, oder zur Berechnung von Leistungen im Gelenk, sind die Kurven ungeeignet.
Das Problem wurde der Firma CADSI mitgeteilt und es bleibt abzuwarten, welche Änderungen vorgenommen werden.

Experimentelle Eingabedaten

Fehler, die bei der Digitalisierung der Daten auftreten, und die durch die nachfolgende Filterung noch verstärkt werden, wirken sich drastisch auf die Kraft- und Momentenkurven aus. Man kann solche Fehler leicht an extremen Segmentlängenänderungen während der Bewegung erkennen, und daraufhin die Digitalisierung noch einmal überprüfen. Wenn man das nächste Mal Messdaten aufnimmt, sollte in Zusammenarbeit mit den Experimentatoren, mit den Erfahrungen aus dieser Arbeit, die Datenaufnahme und Weiterverarbeitung der Daten verbessert werden.

Inverse Dynamik

Die Genauigkeit der Reckstangenaufnahmen mit 50 Hz Videofrequenz reicht nicht aus, um die auftretenden Reaktionskräfte in der Reckstange zu bestimmen.
Werden die Kräfte direkt gemessen, gelingt zwar die Berechnung der Gelenkmomente, aber Nichtlinearitäten des Gesamtsystems der Reckstange mit Aufhängung können nicht berücksichtigt werden. Die Simulation mit den Kraftdaten kann somit die ursprüngliche Kinematik nicht reproduzieren.
Das Beste wäre, wenn mit Hilfe eines an der Reckstange angebrachten Senders die Reckstangenbewegung räumlich und zeitlich exakter vermessen werden könnte. Gelingt dann die Berechnung der Reaktionskräfte, kann ein dynamischer Kraft-Deformationsverlauf bestimmt werden. Dieser Verlauf beinhaltet die Reaktionskräfte, die von dem gesamten Reck mit Stange und Aufhängung erzeugt werden. Der Kraft-Auslenkungszusammenhang könnte in DADS punktweise in eine Kraftunterroutine eingelesen werden, und man hätte damit ein leistungsfähiges Reckstangenmodell für die direkte Dynamik.

Direkte Dynamik

Mit den errechneten Momenten aus der Inversen Dynamik ist eine komplette Vorwärtssimulation der Bewegung bis zum Loslassen der Reckstange nicht möglich.
Bei der Simulation eines Niedersprunges können die visko-elastischen Eigenschaften der Bodenkraft nicht mit den Standard-Kontaktkrafttelementen für starre Körper modelliert werden. Da es aber andererseits die Möglichkeit gibt, Finite-Elemente-Kontakte in DADS mit einzubeziehen, sollte diese Möglichkeit zur Modellierung des Bodenkontaktes in Betracht gezogen werden.
Der charakteristische Verlauf der gemessenen Bodenreaktionskraft bei einem

Niedersprung aus 35 cm Höhe, wurde in der Simulation mit einer selber programmierten Kontaktkraft nachgebildet. Es erscheint daher sehr aussichtsreich, dass mit dem bestehenden Schwabbelmassenmodell die Bodenkräfte bei dem Abgang vom Reck simuliert werden können.

Anhang A

Anhang

A.1 Fortran Unterroutine frc48.f

```
C*****************************************************************
C FRC48: Force calculations for user-defined force elements (2D).
C*****************************************************************
C  Error conditions:
C      Error conditions are reported via the variable ERRCOD.  A zero

      SUBROUTINE FRC48 ( UDF, IUDF, NUDF, NPTRS, MPTRS, TIME,
     &                   Q, QD, QDD, XQ, XQD, XQDD, NXCRD, FRC,
     &                   XFRC, RB, NRB, NPRB, NTYPES, NELEMS,
     &                   A, NMAX, IA, MMAX, IPRDCT, INFOF, ERRCOD,
     &                   NODVEC, NUMNOD, STAVEC, NUMSTA, DUDF, ISTAT )

C============Variable Descriptions=====================================
C
C---Read-only arguments-------------------------------------------------
C
C    NUDF.....Number of user-defined force elements in the input data.
C             (This variable has a minimum value of 1 for array dec-
C             laration purposes.)
C    NPTRS....Number of real (double precision) data stored for each
C             user-defined force element.  (This variable has a minimum
C             value of 1 for array declaration purposes.)
C    MPTRS....Number of integer data stored for each user-defined force
C             element.  (This variable has a minimum value of 1 for
C             array declaration purposes.)
C    TIME.....Current time in the model simulation.
```

```
C    Q........Array of displacement values for all rigid body coor-
C             dinates in the model.
C    QD.......Array of velocities of all rigid body coordinates.
C    QDD......Array of accelerations of all rigid body coordinates.
C    RB.......Array of real (double precision) data for each rigid body
C             in the model.
C    NRB......Number of rigid bodies in the model.

      INTEGER  NUDF, NPTRS, MPTRS, NXCRD, NRB, NPRB, NTYPES,
     &         NELEMS(NTYPES), NMAX, MMAX, IA(0:MMAX), IPRDCT,
     &         INFOF, NUMNOD, NUMSTA, ISTAT

      DOUBLE PRECISION  TIME, Q(3,NRB), QD(3,NRB), QDD(3,NRB),
     &                  XQ(NXCRD), XQD(NXCRD), XQDD(NXCRD),
     &                  RB(NRB,NPRB), A(0:NMAX), NODVEC(*),
     &                  STAVEC(*)
C
C---Arguments read and modified----------------------------------------
C
C    UDF......Array of real (double precision) data for all user-
C             defined force elements in the model.
C    IUDF.....Array of integer data for all user-defined force elements
C             in the model.
C    FRC......Array of forces for each rigid body coordinate in the
C             model.
C    DUDF.....Array of real data for output to the binary file.

      INTEGER  IUDF(MPTRS,NUDF)

      DOUBLE PRECISION  UDF(NPTRS,NUDF), FRC(3,NRB), XFRC(NXCRD),
     &                  DUDF(20,NUDF)

C---Return-only arguments----------------------------------------------
C
C    ERRCOD...Error condition flag.

      INTEGER  ERRCOD

C---Local variables----------------------------------------------------

C**Variablen fuer die Schwabbelmassenkopplung:
C    Fkx/y......Kopplungskraft in x/y Richtung
C    Fkt/l......Kopplungskraft transversal/longitudinal
```

```
C    Mk.........Moment der Schwabbelmassenkopplung
C    MFk........Moment das durch Kopplungskraefte entsteht
C    cl,dl......Kopplungskonst. longitudinal
C    ct,dt......Kopplungskonst. transversal
C    cm,dm......Kopplungskonst. rotation
C    deltax/y...Abstand Knochen-Sm.Schwerpunkte im Inertialsystem
C    deltaxp/yp.deren Geschwindigkeit
C    rt,rl......Abstand Knochen-Sm.Schwerpunkte im Knochensystem
C    rtp,rlp....deren Geschwindigkeit
C    F..........Schwabbelmassen Querschnittsflaeche

C**Variablen zur Ksp.und Drehimpulsbestimmung:
C    x/ycm......Ksp.koordinaten
C    x/ycmp.....Ksp.Geschwindigkeit
C    x/ycmk/s...Entferung SM./KnochenSchwerpunktp.Zu Ksp.
C    px/ycmk/s..Relativgeschwindigkeit zum Ksp.
C    Lcmk.......Drehimpuls Koerper
C    LcmS.......Drehimpuls Segmente
C    Lin........Drehimpuls im Inertialsystem
C    Mges.......Gesamtmasse
C    E/.........Energien

C**Variablen fuer die Reckstangenkraft
C    Fx/y_Reckstange.....Kraftkomponenten
C    Fx/y_curve..........Vorgegebener Kraftverlauf
C    Traegheit_x/y.......Traegheitskraft.
C    effmass.............effektive Reckstangenmasse

C**Variablen fuer die Bodenkraft
C    Fbx/y............Kraftkomponenten
C    Mb...............Moment auf den Unterschenkel
C    l2...............Hebelarm
C    cx/y,dx/y,a/by....Bodenparameter
C    Kontakt..........Hilfsvariable zur Kontaktdetektion

      INTEGER Koerper,Segment,S,ANZ
      DOUBLE PRECISION g
      PARAMETER(ANZ=12,Koerper=11,Segment=6,g=9.80665d0)
      DOUBLE PRECISION Ekin(ANZ),Epot(ANZ),Lcm,Lin,Lcmk(ANZ),Lcms(ANZ),
     &                 P(ANZ),xcmk(ANZ),ycmk(ANZ),
     &                 pxcmk(ANZ),pycmk(ANZ),Pi,
     &                 Pxink(ANZ),Pyink(ANZ),Px,Py,
     &                 mges,xcm,ycm,xcmp,ycmp,
```

```
     &                 EKkin(ANZ),EKpot(ANZ),EKrot(ANZ),
     &                 ESkin(ANZ),ESpot(ANZ),ESrot(ANZ),E,ES(ANZ)
      DOUBLE PRECISION Fx_Reckstange,Fy_Reckstange
     &                 Traegheit_x,Traegheit_y,effmass
      INTEGER    Wobbelcoupling,Actuator,Physiktest,ReckKraft,
     &           K,W,I,K1,K2,Reckstange,Hauak,Aufhaengung,
     &           Bodenkraft,Fx_curve,Fy_curve,curve,Fuss,Boden
      PARAMETER(Wobbelcoupling=1,Actuator=2,Physiktest=3,ReckKraft=4
     &          Bodenkraft=5)
      DOUBLE PRECISION Fkl,Fkt,yf,yfp,xf,xfp, deltaxp,deltayp,
     &                 Fkx,Fky,Mk,cl,dl,ct,dt,F,rt,rl,rtp,rlp,
     &                 deltax,deltaxalt,deltay,deltayalt,
     &                 deltaphi,deltaphip,cm,dm,MFk,deltacm
      DOUBLE PRECISION M_Hauak
      DOUBLE PRECISION l2,cx,cy,dx,dy,ay,by,Kontakt,Fbx,Fby,Mb

C---Functions and subroutines-------------------------------------------
C
C    SPL48....Function used to return various values associated with a
C             a point on a particular curve data element.

      EXTERNAL  SPL48

      DOUBLE PRECISION  SPL48

C===========Process Block==============================================
C
C---First zero out the error condition flag to indicate that no errors
C   have occurred yet.
C
      ERRCOD = 0
      Pi = 4*datan(1.0d0)

C************************************************************
C*****MENUE deffinierte Userkraefte**************************
C************************************************************
C-----Kraftart deffinieren analog IUDF(1,Anzahl Kraftelemente) Array

      DO I=1,NUDF

       IF (IUDF(1,I).EQ.Wobbelcoupling) THEN
C************************************************************
C*****Berechnen der Schwabbelmassenkopplung******************
```

```
C**************************************************************
C-------Parameterzuweisung:
        K  = IUDF(2,I)
        W  = IUDF(3,I)
        ct = UDF(1,I)
        cl = UDF(2,I)
        dt = UDF(3,I)
        dl = UDF(4,I)
        cm = UDF(5,I)
        dm = UDF(6,I)
         F = UDF(7,I)
        deltacm = UDF(8,I)
C------------------------------------------------
        deltax = Q(1,W) - (Q(1,K) + deltacm*cos(Q(3,K)))
        deltay = Q(2,W) - (Q(2,K) + deltacm*sin(Q(3,K)))
        deltaxalt = Q(1,W) - Q(1,K)
        deltayalt = Q(2,W) - Q(2,K)
        deltaxp = QD(1,W) - QD(1,K) + deltacm*sin(Q(3,K))*QD(3,K)
        deltayp = QD(2,W) - QD(2,K) - deltacm*cos(Q(3,K))*QD(3,K)

        deltaphi  = Q(3,W) - Q(3,K)
        deltaphip = QD(3,W)- QD(3,K)

        rt =   deltax*cos(Q(3,K)) + deltay*sin(Q(3,K))
        rl = - deltax*sin(Q(3,K)) + deltay*cos(Q(3,K))
C
        rtp = deltaxp*cos(Q(3,K)) - deltax*QD(3,K)*sin(Q(3,K))
     &       + deltayp*sin(Q(3,K)) + deltay*QD(3,K)*cos(Q(3,K))
        rlp = - deltaxp*sin(Q(3,K)) - deltax*QD(3,K)*cos(Q(3,K))
     &       + deltayp*cos(Q(3,K)) - deltay*QD(3,K)*sin(Q(3,K))
C------------Kopplung---------------------------
        Fkt = F*( ct*rt**3 + dt*dabs(rt)*rtp )
        Fkl = F*( cl*rl**3 + dl*dabs(rl)*rlp )
        Mk  =  cm*deltaphi + dm*deltaphip
C------------Trafo in Inertialsystem------------
        Fkx =  Fkt*cos(Q(3,K)) - Fkl*sin(Q(3,K))
        Fky =  Fkt*sin(Q(3,K)) + Fkl*cos(Q(3,K))
C--------------------------------------------
        MFk =  deltaxalt*Fky - deltayalt*Fkx
C--------------------------------------------
C-----Uebergabe der Kraefte:
        FRC(1,K) = FRC(1,K) + Fkx
        FRC(2,K) = FRC(2,K) + Fky
```

```
        FRC(3,K) = FRC(3,K) + Mk + MFk
        FRC(1,W) = FRC(1,W) - Fkx
        FRC(2,W) = FRC(2,W) - Fky
        FRC(3,W) = FRC(3,W) - Mk

C----Ausgabe von maximal 20 Groessen in Dads Format:
        DUDF(1,I)  =  Fkt
        DUDF(2,I)  =  Fkl
        DUDF(3,I)  =  Mk
        DUDF(4,I)  =  MFk
        DUDF(5,I)  =  rt
        DUDF(6,I)  =  rl
        DUDF(7,I)  =  deltaphi

        ELSE IF (IUDF(1,I).EQ.ACTUATOR) THEN
C*************************************************
C*****Unterarmaktion******************************
C*************************************************
C-------Parameterzuweisung:
        Hauak   = IUDF(2,I)
        Curve   = IUDF(4,I)

C-----Kraftkurve(t) aus der inv dyn.Analyse.
        M_Hauak = SPL48(time,Curve,A,IA,0,ERRCOD)

C------Zuweisung der Momente:
        FRC(3,Hauak) = FRC(3,Hauak) + M_Hauak

C-----Ausgabe der Daten
        DUDF(1,I)  =  M_Hauak

        ELSE IF (IUDF(1,I).EQ.PHYSIKTEST) THEN
C***************************************************************
C*****Drehimpuls und Energieberechnung**************************
C***************************************************************

C******************************************************
C***Berechnung des Drehimpulses bezueglich des Ksp *****
C******************************************************
C     RB(Koerpernr.,1..16).....Starrkoerper Parameter
C     Q (1..3,Koerpernr.)......Orte
C     Koerper..................Anzahl starrer Koerper des Turners
C-----Voreinstellungen:
```

```
      Lcm     = 0.0d0
      Lin     = 0.0d0
      Px      = 0.0d0
      Py      = 0.0d0
      Mges    = 0.0d0
      xcm     = 0.0d0
      ycm     = 0.0d0
      xcmp    = 0.0d0
      ycmp    = 0.0d0

C-----Gesamtschwerpunkt/Geschwindigkeit Turner ohne Reckstange:
C
      DO k=1,Koerper
         Mges = Mges + RB(K,1)
      ENDDO
      DO k=1,Koerper
         xcm  = xcm  + RB(K,1)*Q(1,K)/Mges
         ycm  = ycm  + RB(K,1)*Q(2,K)/Mges
         xcmp = xcmp + RB(K,1)*QD(1,K)/Mges
         ycmp = ycmp + RB(K,1)*QD(2,K)/Mges
      ENDDO

C----Gesamtimpuls bezogen auf das Inertialsystem:
C
      Px = Mges*xcmp
      Py = Mges*ycmp

C-----Relativabstand und Impuls  der Koerper zum Gesamtschwerpunkt:
C
      DO K =1,koerper
         xcmk(K)  = Q(1,K) - xcm
         ycmk(K)  = Q(2,K) - ycm
         pxcmk(K) = RB(K,1)*(QD(1,K) - xcmp)
         pycmk(K) = RB(K,1)*(QD(2,K) - ycmp)

C-----Drehimpuls der Koerper bezogen auf Gesamtschwerpunkt:
C
         Lcmk(K) = xcmk(K)*pycmk(K) - ycmk(K)*pxcmk(K) + RB(K,2)*QD(3,K)
      ENDDO
C
C-----Drehimpuls der Segmente bezogen auf Gesamtschwerpunkt:
C        **Unterarm**
          Lcms(1) = Lcmk(1)+Lcmk(2)
```

```
C        **Oberarm**
          Lcms(2) = Lcmk(3)+Lcmk(4)
C        **Rumpf****
          Lcms(3) = Lcmk(5)+Lcmk(6)
C        **Oberschenkel**
          Lcms(4) = Lcmk(7)+Lcmk(8)
C        **Unterschenkel**
          Lcms(5) = Lcmk(9)+Lcmk(10)
C        **Fuss**
          Lcms(6) = Lcmk(11)
C-----Gesamtdrehimpuls bezogen auf den Gesamtschwerpunkt:
       DO S = 1,Segment
          Lcm = Lcm + Lcms(S)
       ENDDO
C-----Gesamtdrehimpuls bezogen auf das Inertialsystem:
         Lin = Mges*( xcm*ycmp - ycm*xcmp) + Lcm
C
C************************************************************
C***Berechnung der Gesamtenergie ***************************
C************************************************************
       DO K=1,Koerper
        EKkin(K) = 0.5*RB(K,1)*(Q(1,K)**2 + Q(2,K)**2)
        EKrot(K) = 0.5*RB(K,2)*QD(3,K)**2
        EKpot(K) = RB(K,1)*g*Q(2,K)
       ENDDO
C-------SegmentEnergien:
C        **Unterarm**
          ESkin(1) = EKkin(1)+EKkin(2)+EKrot(1)+EKrot(2)
          ESpot(1) = EKpot(1)+EKpot(2)
          ES(1)    = ESkin(1)+ESpot(1)
C        **Oberarm**
          ESkin(2) = EKkin(3)+EKkin(4)+EKrot(3)+EKrot(4)
          ESpot(2) = EKpot(3)+EKpot(4)
          ES(2)    = ESkin(2)+ESpot(2)
C        **Rumpf****
          ESkin(3) = EKkin(5)+EKkin(6)+EKrot(5)+EKrot(6)
          ESpot(3) = EKpot(5)+EKpot(6)
          ES(3)    = ESkin(3)+ESpot(3)
C        **Oberschenkel**
          ESkin(4) = EKkin(7)+EKkin(8)+EKrot(7)+EKrot(8)
          ESpot(4) = EKpot(7)+EKpot(8)
          ES(4)    = ESkin(4)+ESpot(4)
C        **Unterschenkel**
```

```
          ESkin(5) = EKkin(9)+EKkin(10)+EKrot(9)+EKrot(10)
          ESpot(5) = EKpot(9)+EKpot(10)
          ES(5)    = ESkin(5)+ESpot(5)
C        **Fuss**
          ESkin(6) = EKkin(11)+EKrot(11)
          ESpot(6) = EKpot(11)
          ES(6)    = ESkin(6)
C--------GesamtEnergie:
          DO S =1,Segment
             E = E +ES(S)
          ENDDO
C----Ausgabe von maximal 20 Groessen in Dads Format:
        DUDF(1,I)  =  Px
        DUDF(2,I)  =  Py
        DUDF(3,I)  =  Lcm
        DUDF(4,I)  =  Lin
        DUDF(5,I)  =  xcm
        DUDF(6,I)  =  ycm
        DUDF(7,I)  =  Mges
        DUDF(8,I)  =  E

      ELSE IF (IUDF(1,I).EQ.BodenKraft) THEN
C***************************************************************
C*****berechnen der Bodenreaktionskraft:**********************
C***************************************************************
        Fuss     = IUDF(2,I)
        Boden    = IUDF(3,I)
        l2       = IUDF(4,I)
        cx       = UDF(1,I)
        cy       = UDF(2,I)
        dx       = UDF(3,I)
        dy       = UDF(4,I)
        ay       = UDF(5,I)
        by       = UDF(6,I)

      phi = Q(3,Fuss) + pi/2
      yf  = Q(2,Fuss)  - l2*dcos( phi )
      xf  = Q(1,Fuss)  + l2*dsin( phi )
      xfp = QD(1,Fuss) + l2*phi*dcos(phi)
      yfp = QD(2,Fuss) + l2*phi*dsin(phi)

C---y-kontakt feststellen:
      IF( yf .GE. 0.0d0 ) THEN
```

```
         Fbx = 0.0d0
         Fby = 0.0d0
         Mb  = 0.0d0
      ELSE
        IF( Kontakt.NE.999 ) x0 = xf
        Kontakt = 999
C-----------------------------------------------------------
        Fbx = - cx*(xf-x0) - dx*xfp
        Fby =   cy*dabs(yf)**ay  - dy*yfp*dabs(yf)**by
        Mb  =   l2*dcos(phi)*Fbx + l2*dsin(phi)*Fby
C-----------------------------------------------------------
      ENDIF

C-falls Daempfung zu gross wird und Stab am Boden kleben bleibt:
      IF (Fby .LT. 0.0d0) THEN
          Fbx = 0.0d0
          Fby = 0.0d0
          Mb  = 0.0d0
      ENDIF

C-----Uebergabe der Bodenkraefte und Momente:
        FRC(1,Fuss) = Fbx
        FRC(2,Fuss) = Fby
        FRC(3,Fuss) = Mb

        ELSE IF (IUDF(1,I).EQ.ReckKraft) THEN
C**********************************************************
C****Kraft durch die Reckstange bei Deformation des Recks *
C**********************************************************
        Reckstange     = IUDF(2,I)
        Aufhaengung    = IUDF(3,I)
        Fx_Curve       = IUDF(4,I)
        Fy_Curve       = IUDF(5,I)
        effmass        = UDF(1,I)

C-----Kraftkurve(t) aus der inv dyn.Analyse.
        Traegheit_x = -effmass * QDD(1,Reckstange)
        Traegheit_y = -effmass * QDD(2,Reckstange)
        Fx_Reckstange = SPL48(time,Fx_curve,A,IA,0,ERRCOD)
     &                + Traegheit_x
        Fy_Reckstange = SPL48(time,Fy_curve,A,IA,0,ERRCOD)
     &                + Traegheit_y
```

```
C-----Uebergabe der Reckkraefte und Momente:
        FRC(1,Reckstange) = FRC(1,Reckstange)+Fx_Reckstange
        FRC(2,Reckstange) = FRC(2,Reckstange)+Fy_Reckstange
C-----Ausgabe:
        DUDF(1,I)  =  Fx_Reckstange
        DUDF(2,I)  =  Fy_Reckstange

C****************************************************************
C* ENDE DER MENUEGESTEUERTEN KRAEFTE                             *
        ENDIF
      ENDDO
C****************************************************************
      RETURN
      END
```

A.2 Parameterliste

Diese Liste wird in dieser Form direkt im DADS Definitionsfile des Turnermodells verwendet. Alle Werte sind in SI Einheiten angegeben. Sie entsprechen einem Turner von 1.67 m Körpergrösse und 66 kg Körpergewicht.

Parameterbezeichnungen:

X/Y/PHI_	: Generalisierte Koordinaten
GW_	: Gelenkwinkel
XP_	: Geschwindigkeit
XPE_	: Geschwindigkeit am Ende der Riesenfelge
T_ENDE	: Gesamte Simulationszeit der Riesenfelge
MK/W_	: Masse des Knochens/Weichteils
MOMK/W_	: Trägheitsmoment des Knochens/Weichteils
CMK/W_	: Schwerpunktskoordinate des Knochens/Weichteils
L_	: Segmentlänge zwischen den Gelenkverbindungen
CM,DM,CT,DT,CM,DM	: Schwabbelmassenkopplungsparameter

```
"X_ELLBOW" = "-0.296427";
"PHI_UNTERARM" = "2.471954";
"PHI_UNTERSCHENKEL" = "-9.7253E-02";
"X_SHOULDER" = "-0.542685";
"PHI_RUMPF" = "1.550799";
```

```
"EL_RECKSTANGE" = "25500.0";
"XP_ELLBOW" = "1.54081";
"L_UNTERARM" = "0.352947";
"XP_ANCLE" = "4.092284";
"MOMW_UNTERSCHENKEL" = "5.4344E-02";
"PHIP_UNTERSCHENKEL" = "-7.017868";
"Y_ELLBOW" = "2.730575";
"PHI_RECKSTANGE" = "0.0";
"PHIP_UNTERARM" = "-5.1662";
"T_ENDE" = "1.12";
"GWPE_ANCLE" = "7.469806";
"DL" = "2640000.0";
"DM" = "33.0";
"XPE_RECKSTANGE" = "0.281398";
"CM" = "6600.0";
"CT" = "12540000000.0";
"MK_OBERSCHENKEL" = "2.486129";
"GW_ELLBOW" = "0.12285";
"XP_SHOULDER" = "2.4408";
"DT" = "2640000.0";
"YPE_RECKSTANGE" = "-0.15225";
"MOMK_OBERSCHENKEL" = "3.5958E-02";
"MOMW_OBERARM" = "1.4664E-02";
"MOMK_OBERARM" = "7.399E-03";
"YP_ANCLE" = "-3.032101";
"RAD_RECKSTANGE" = "1.4E-02";
"CMYK_OBERARM" = "0.161165";
"XP_HIP" = "4.409839";
"X_RECKSTANGE" = "-1.97E-02";
"GWP_ANCLE" = "0.9244";
"CMYW_OBERARM" = "0.159057";
"Y_RECKSTANGE" = "2.5115";
"MOMK_UNTERSCHENKEL" = "2.409E-02";
"YP_HIP" = "2.6385";
"YP_ELLBOW" = "1.227503";
"Y_HAND" = "2.5115";
"X_KNEE" = "-0.141531";
"CMYK_OBERSCHENKEL" = "0.225125";
"RAD_OBERSCHENKEL" = "2.6E-02";
"M_RECKSTANGE" = "5.54";
"X_HAND" = "-1.97E-02";
"Y_KNEE" = "3.332864";
"GW_KNEE" = "-9.7253E-02";
```

```
"CL" = "12540000000.0";
"Y_RECK" = "2.5";
"GWP_ELLBOW" = "-0.779935";
"MK_KOHARU" = "19.635399";
"X_RECK" = "0.0";
"PHIP_RUMPF" = "-4.352935";
"GWPE_ELLBOW" = "4.631065";
"Y_ANCLE" = "3.293368";
"YP_KNEE" = "4.38939";
"Y_SHOULDER" = "2.880472";
"GW_ANCLE" = "-0.434471";
"YP_HAND" = "-0.19625";
"CMYK_UNTERSCHENKEL" = "0.181935";
"L_ACHSEL" = "0.452483";
"GWP_KNEE" = "0.58595";
"RAD_UNTERARM" = "1.6E-02";
"MW_UNTERSCHENKEL" = "3.962135";
"GWP_SHOULDER" = "1.5932";
"X_ANCLE" = "0.263302";
"T_ABLOES" = "1.02";
"PHIP_FUSS" = "-4.958158";
"XP_KNEE" = "-0.193068";
"YPE_HAND" = "-0.15225";
"L_UNTERSCHENKEL" = "0.392106";
"RAD_OBERARM" = "2.0E-02";
"XP_HAND" = "0.401658";
"MOMK_KOHARU" = "0.983131";
"Y_HIP" = "3.332864";
"YP_SHOULDER" = "2.686456";
"GW_HIP" = "-1.550799";
"MK_UNTERSCHENKEL" = "1.857588";
"X_HIP" = "-0.533637";
"MOM_FUSS" = "8.017E-03";
"GWP_HIP" = "-2.86875";
"PHIP_RECKSTANGE" = "0.0";
"CMYK_KOHARU" = "5.5593E-02";
"MOMW_KOHARU" = "0.435465";
"MK_OBERARM" = "1.053135";
"GWPE_KNEE" = "-1.31664";
"CMYW_KOHARU" = "0.295495";
"MW_OBERARM" = "2.623837";
"PHI_FUSS" = "-0.531724";
"XPE_HAND" = "0.281398";
```

```
"PHIPE_RECKSTANGE" = "0.0";
"GW_SHOULDER" = "-1.044005";
"MK_UNTERARM" = "0.908417";
"RAD_UNTERSCHENKEL" = "2.5E-02";
"MW_UNTERARM" = "2.203777";
"GWPE_SHOULDER" = "2.31628";
"MOMW_UNTERARM" = "2.3333E-02";
"GWPE_HIP" = "7.109977";
"MOMK_UNTERARM" = "1.4345E-02";
"CMYW_OBERSCHENKEL" = "0.153714";
"L_OBERARM" = "0.288292";
"PHIP_OBERSCHENKEL" = "-7.221685";
"PHI_OBERARM" = "2.594804";
"MW_OBERSCHENKEL" = "11.11179";
"CMYK_UNTERARM" = "0.176474";
"L_OBERSCHENKEL" = "0.406756";
"CMYW_UNTERSCHENKEL" = "0.168116";
"RAD_KOHARU" = "7.5E-02";
"XP_RECKSTANGE" = "0.401658";
"PHI_OBERSCHENKEL" = "0.0";
"YP_RECKSTANGE" = "-0.19625";
"L_KOHA" = "0.316296";
"PHIP_OBERARM" = "-5.946135";
"CMYW_UNTERARM" = "0.211498";
"CMY_FUSS" = "4.9639E-02";
"PHIPE_UNTERARM" = "-15.90005";
"MW_KOHARU" = "18.286804";
"MOMW_OBERSCHENKEL" = "0.196959";
"M_FUSS" = "1.870989";
"CMX_FUSS" = "5.7272E-02";
"L_FUSS" = "0.248387";
```

Literaturverzeichnis

[Ara95] A. Arampatzis. *Mathematische Modellierung zur Überprüfung und Identifikation von Bewegungslösungen im Kunstturnen - angewandt auf die Riesenfelgen am Reck*, volume 6 of *Arbeiten zur angewandten Trainings- und Bewegungswissenschaft.* Sport und Buch Strauss - Edition Sport Köln, 1995.

[Bau76] W.L. Bauer. Mathematische Modellierung und Optimierung als Hilfsmittel zur Aufklärung des Lernvorgangs bei der Turnübung 'Riesenfelge am Reck'. *Regelungstechnik Band:10,11,12*, 1976.

[Boo97] A. Boose. Biomechanisches Modellieren als Mittel zur Untersuchung der Koordination von Mehrgelenksbewegungen bei Kleinhirnpatienten und Gesunden. *Dissertation Universität Tübingen*, 1997.

[Gru87] K. Gruber. Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Kräfte im Knie- und Hüftgelenk bei hohen Beschleunigungen. *Dissertation Universität Tübingen*, 1987.

[Hah93] Hahn, U. Entwicklung mehrgliedriger Modelle zur realistischen Simulation dynamischer Prozesse in biologischen Systemen. *Dissertation Universität Tübingen*, 1993.

[Hau89] E.J. Haug. *Computer-Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems*, volume 1 of *Allyn and Bacon series in Engineering.* Allyn and Bacon Boston, 1989.

[Hos93] F. Hospach. Computersimulationen von Abstürzen mittels biomechanischer Ganzkörpermodelle. *Dissertation Universität Tübingen*, 1993.

[Kop87] Rauber Kopsch. *Bewegungsapparat*, volume 1 of *Anatomie des Menschen, Lehrbuch und Atlas.* Georg Thieme Verlag Stuttgart, 1987.

[NAS78] NASA Reference Publication. Anthropometric Source Book. Technical Report 1024, NASA Scientific and Technical Information Office, Springfield, 1978.

[Nig94] B.M. Nigg. *Biomechanics of the Musculosceletal System.* Wiley New York, 1994.

[Nol89] W. Nolting. *Klassische Mechanik*, volume 1 of *Grundkurs theoretische Physik.* Zimmermann-Neufang Ulmen, 1989.

[Nol90] W. Nolting. *Analytische Mechanik*, volume 2 of *Grundkurs theoretische Physik.* Zimmermann-Neufang Ulmen, 1990.

[Sch86] W. Schiehlen. *Technische Dynamik.* Teubner Studienbücher. B.G. Teubner Stuttgart, 1986.

[Sha75] Shampine, L.F., Gordon, M.K. *Computer solution of ordinary differential equations: The initial value problem.* W.H.Freeman & Co., San Francisco, 1975.

[Wid90] K. Widmayer. Simulation von Bewegungsabläufen beim Menschen mit Hilfe von Mehrkörpersystemen. *Diplomarbeit Universität Tübingen*, 1990.

[Woo82] S.L.Y. Woo. Mechanical Properties of Tendons and Ligaments I. Quasi-static and nonlinear viscoelastic properties. *Biorheology*, 19:385–396, 1982.

Danksagung

Herrn Prof. Ruder danke ich für die freundliche Aufnahme in seinem Institut, und dafür dass er immer Zeit gefunden hat über physikalische Probleme zu diskutieren, und mir mit wertvollen Tips weiterzuhelfen.

Des weiteren gilt mein spezieller Dank Michael Günther und Thomas Rosemeier für die kritische Durchsicht dieser Arbeit. Ihre Erfahrung auf dem Gebiet der Biomechanik hat mir immer wieder geholfen, meine Rechenergebnisse zu interpretieren.

Christian Götz danke ich für die Reckstangensimulation mit Finiten Elementen.
Vielen Dank auch an Andreas Boose, Arnim Henze und Oana Schüszler für die Diskussionsbereitschaft bei Problemen mit den Programmen und den Bewegungsgleichungen.

Herzlichen Dank an Adamantios Arampatzis und Prof. Brüggemann aus Köln für die Bereitstellung der Turnerdaten und die Geduld bei der Beantwortung aller meiner dazugehörigen Fragen.

Sehr hilfsbereit waren auch die System-Manager der TAT die mir im Kampf gegen den Drucker und bei jedem Rechnerabsturz zur Seite standen.