

**Finite-Elemente-Simulation
von
Weichteilgewebe**

Diplomarbeit von Petra Schüle

Institut für Astronomie und Astrophysik
Abteilung theoretische Astrophysik
der Eberhard-Karls-Universität Tübingen

November 1997

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Notation und Konvention	5
1.1.1	Kontinuumsmechanik	5
1.1.2	Finite Elemente	5
2	Theoretische Grundlagen	6
2.1	Mechanische Grundlagen	6
2.1.1	Elastostatik	6
	Grundbegriffe	6
2.1.2	Kontinuumsmechanik	8
	Der Spannungsvektor	8
	Der Spannungstensor	9
	Deformationsgradient und Verzerrungstensor	10
	Energien	11
2.2	Materialeigenschaften	11
2.2.1	Elastizität	11
	lineare Elastizität	12
	Hyperelastizität	12
2.2.2	Viskosität	13
2.2.3	Viskoelastizität	14
	Eigenschaften viskoelastischer Materialien	14
	Lineare Viskoelastizität	15
	Das Boltzmannsche Überlagerungsprinzip	15
	Das mechanische Modell	16
	Harmonische Anregung eines viskoelastischen Körpers	17
2.2.4	Experimentelle Bestimmung von Materialeigenschaften	18
	Spannungs-Dehnungskurve nach DIN EN ISO 527-2	19
	Frequenzabhängiges Modul nach DIN 53513	20
2.3	Methode der finiten Elemente	22
2.3.1	Grundlegende Idee der finiten Elemente	22
2.3.2	Elementmatrizen und Bewegungsgleichungen	25

3	Experimentelle Vorarbeiten	27
3.1	Messungen im IBMT	27
3.2	Experimentelle Bestimmung der Materialeigenschaften	33
3.2.1	Herstellung der Materialproben	33
3.2.2	Spannungs-Dehnungskurven	34
3.2.3	Frequenzabhängiges komplexes Schubmodul	36
4	Finite-Element-Modelle und Ergebnisse	38
4.1	Vorgehensweise zum Erstellen von Finiten-Element-Modellen	38
4.2	Verwendete Materialeigenschaften	42
4.2.1	Gehirndaten aus der Literatur	42
4.2.2	Gemessene Daten der Firma Freudenberg	43
4.2.3	Berechnung von $G(\omega)$ nach den experimentellen Ergebnissen vom IBMT	45
4.2.4	Zusammenfassung der vier Modelle der Materialeigenschaften	47
4.3	Axialsymmetrische Modelle und deren Ergebnisse	49
4.3.1	Gehirndaten aus der Literatur	49
4.3.2	Modifizierte Gehirndaten	50
4.3.3	$G(\omega)$ berechnet nach den Messungen vom IBMT	51
4.3.4	Gemessene Daten der Firma Freudenberg	53
4.4	Dreidimensionale Modelle und deren Ergebnisse	55
4.4.1	$G(\omega)$ berechnet nach den Messungen vom IBMT	57
4.4.2	Gemessene Daten der Firma Freudenberg	60
5	Zusammenfassung und Ausblick	62
A	Auszug aus einer Abaqus Eingabedatei	64
	Literaturverzeichnis	72

Kapitel 1

Einleitung

Zwei Wissenschaftler begründeten die klassische Elastizitätstheorie: Galileo Galilei hatte in seinem Werk „Discorsi“ über systematische Untersuchungen zum Bruchvorgang spröder Körper berichtet, Robert Hooke stellte 1678 das Fundamentalgesetz der linearen Elastizitätstheorie auf „ut tensio sic vis“ (Dehnung und Spannung sind proportional). Untersuchungen zum zeitlichen und geschwindigkeitsabhängigen Verhalten von Materialien haben die Elasto-, Plasto- und Kriechmechanik begründet, die wieder Teil der Kontinuumsmechanik sind. In der Kontinuumsmechanik werden mathematische Modelle zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Werkstoffen aufgestellt. Diese Stoffe werden als kontinuierliche Anhäufung von Materiepunkten aufgefaßt.

Der Computer als Hilfsmittel bietet die Möglichkeit, durch weiterentwickelte Rechentechniken komplexe Systeme der Kontinuumsmechanik zu berechnen. Seit den 60er Jahren sind die Computer so leistungsstark, daß sie mittels der Finiten-Element-Methode Rechnungen durchführen können, die vorher nicht möglich waren. Die Methode der finiten Elemente ist das Werkzeug, mit dem die hier vorliegende Arbeit durchgeführt wurde.

Ursprünglich wurde die Methode der finiten Elemente im Maschinenbau und in der Luftfahrt eingesetzt. Sie erfreute sich im letzten Jahrzehnt immer mehr an Beliebtheit in anderen Gebieten wie den Geo- und Biowissenschaften, der Strömungsmechanik und der Biomechanik. Die Vorteile in der Simulation eines Experimentes liegen auf der Hand: Es können Kosten durch einen aufwendigen experimentellen Aufbau gespart werden, und die Simulationen werden oft schneller durchgeführt.

In Zusammenarbeit des Institutes für minimalinvasive Chirurgie (MIC) in

Tübingen und dem Fraunhofer Institut für biomedizinische Technik (IBMT) in St. Ingbert wurde ein Referenzsystem zur vibrotaktilen Schwingungsmessung an biologischem Gewebe aufgebaut. Das Ziel dabei war, das mechanische Verhalten von Weichteilgewebe mit eingeschlossenen Knoten bei endoskopischen Operationen bestimmen zu können. Diese Art der Operation ist für den Patienten viel schonender als die herkömmliche Art und Weise, bei der der Chirurg den Tumor mit den Fingern fühlt und ihn mit dem Messer entfernt, Krebsgewebe ist fester als das umliegende gesunde Gewebe. Mit dem vibrotaktilen Instrument soll die taktile Information des Menschen ersetzt werden. Bei endoskopischen Operationen werden dem Patienten drei fingerdicke Röhren eingeführt an deren Enden die chirurgischen Instrumente, z.B. Lichtquelle, Zange und Schere, angebracht sind. Diese vibrotaktile Detektion des Krebsgewebes soll neben der Ultraschalldiagnostik während der endoskopischen Operation eingesetzt werden.

Ziel dieser Arbeit ist es, die im IBMT durchgeführten Experimente mittels der Finite-Element-Simulation zu berechnen. Wenn die Experimente nachgerechnet werden können, kann man sich weitere zeitaufwendige und teure Experimente sparen und sie stattdessen nur berechnen.

In der vorliegenden Arbeit wird zuerst kurz in die Kontinuumsmechanik und die Theorie der finiten Elemente eingeführt. Nach der Beschreibung der experimentellen Vorarbeiten werden die Ergebnisse der berechneten Modelle vorgestellt und diskutiert.

1.1 Notation und Konvention

1.1.1 Kontinuumsmechanik

Wie in der Kontinuumsmechanik üblich, werden in den Kapiteln 2.1.2 und 2.2 Tensoren erster und höherer Stufe mit Indizes dargestellt. Zum Namen des Tensors gehört der untere Index. Über doppelt auftretende obere Indizes wird von 1 bis 3 summiert. Zum Beispiel werden die Komponenten des Spannungsvektors $\mathbf{t} = \begin{pmatrix} t^1 \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$ in der CAUCHYschen Spannungsformel nach Gleichung (2.10) wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} t^1 &= \sigma^{11} n^1 + \sigma^{12} n^2 + \sigma^{13} n^3 \\ t^2 &= \sigma^{21} n^1 + \sigma^{22} n^2 + \sigma^{23} n^3 \\ t^3 &= \sigma^{31} n^1 + \sigma^{32} n^2 + \sigma^{33} n^3 \end{aligned}$$

1.1.2 Finite Elemente

Im Kapitel der finiten Elemente 2.3 wird die Vektorschreibweise gewählt, weil die Indexschreibweise hier nicht üblich ist.

Die Länge der Vektoren ist von der Anzahl der Freiheitsgrade der Knoten in einem Element abhängig. Ein Stabelement und ein Balkenelement haben beispielsweise jeweils zwei Knoten. Jeder Knoten des Stabelementes hat nur einen translatorischen Freiheitsgrad im zweidimensionalen Fall. Die Knoten des Balkenelementes haben zusätzlich noch jeweils einen rotatorischen Freiheitsgrad. Der Verschiebungsvektor \mathbf{u} eines Elementes besteht somit beim Stabelement aus zwei Komponenten und beim Balkenelement aus vier Komponenten.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

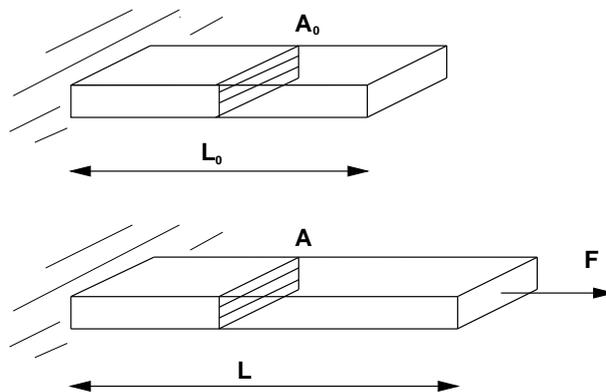
2.1 Mechanische Grundlagen

2.1.1 Elastostatik

Die Elastostatik beschäftigt sich mit Kräften an ruhenden Körpern und berücksichtigt dabei deren Verformung.

Im folgenden Kapitel werden die Grundbegriffe der Elastostatik dargestellt.

Grundbegriffe



Erfährt ein Körper eine Kraft F senkrecht zur Oberfläche A , so ist die Zug- oder Druckspannung σ durch die Gleichung

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

definiert.

Ein Stoff besitzt ein elastisches Verhalten, wenn er nach Beendigung einer Krafteinwirkung wieder die ursprüngliche Gestalt annimmt. Es wird keine mechanische Energie in Wärme umgewandelt. Dieses Verhalten wird im einfachsten Fall, dem linearen Bereich, durch das Hookesche Gesetz beschrieben: *Verzerrungen sind proportional zu Spannungen*. Im linear elastischen Fall gilt:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad (2.2)$$

ϵ ist die Dehnung, die sich aus der Streckung $\Delta L = L - L_0$ und der ursprünglichen Länge L_0 im unbelasteten Zustand berechnet:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (2.3)$$

Die Materialkonstante E wird als Dehnungs- oder Elastizitätsmodul bezeichnet.

Wird auf einen Körper eine Kraft ausgeübt, so ändert sich nicht nur die Länge, sondern auch die Querschnittsfläche. Die Poissonzahl

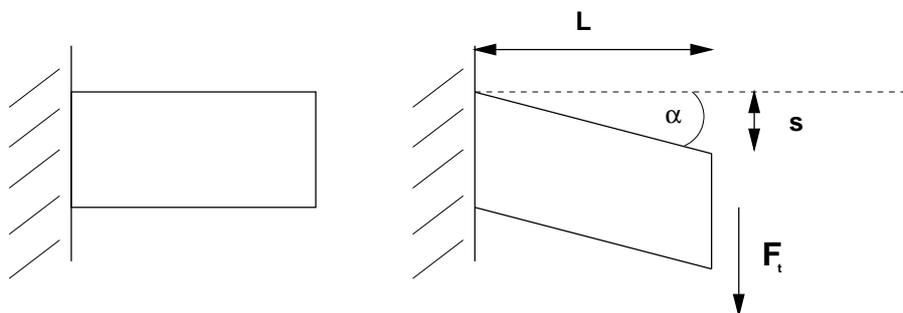
$$\mu = -\frac{\epsilon_S}{\epsilon_N} \quad (2.4)$$

beschreibt das Verhältnis von Querkontraktion $\epsilon_S = \frac{A-A_0}{A}$ zur Längskontraktion $\epsilon_N = \frac{\Delta L}{L}$.

Wird auf einen Stoff ein allseitiger Druck ausgeübt, ändert sich sein Volumen um $\Delta V = V - V_0$, und es gilt im elastischen Fall wieder das Hookesche Gesetz

$$\sigma = K \cdot \frac{\Delta V}{V_0} \quad (2.5)$$

K , das Kompressionsmodul, ist im allgemeinen bei Festkörpern sehr groß. Silizium besitzt zum Beispiel ein Kompressionsmodul von $K = 320 \cdot 10^9 \text{ Pa}$.



Eine Schubkraft F_t , die parallel zur Querschnittsfläche A wirkt, verursacht eine Tangential- oder Schubspannung τ :

$$\tau = \frac{F_t}{A} \quad (2.6)$$

Im linear elastischen Bereich ist die Schubspannung proportional zum Scherwinkel α , und es gilt das Hookesche Gesetz:

$$\tau = G \cdot \alpha \quad (2.7)$$

G , das Schub- oder Torsionsmodul, ist die Proportionalitätskonstante. Die Scherung γ ist durch $\gamma = \tan \alpha = \frac{s}{L}$ definiert.

Ein isotroper Festkörper kann im linear elastischen Bereich bereits durch zwei Konstanten vollkommen beschrieben werden. Es gelten folgende Gleichungen:

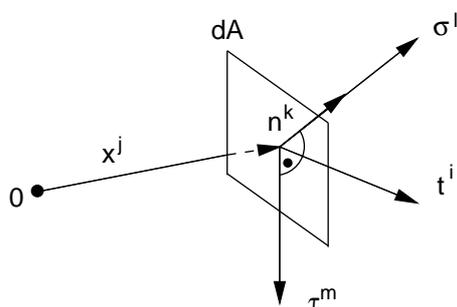
$$K = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad \frac{E}{2G} = 1 + \mu \quad \frac{2G}{3K} = \frac{1-2\mu}{1+\mu} \quad (2.8)$$

2.1.2 Kontinuumsmechanik

In der Elastostatik wurden nur sehr einfache Verformungen betrachtet. In der Kontinuumsmechanik kann ein Körper im Gegensatz zur Elastostatik auch dreidimensionale dynamische Bewegungen ausführen. Er wird so beschrieben, daß er eine stetige Dichteverteilung und eine stetige Spannungsverteilung besitzt. Aufgabe der Kontinuumsmechanik ist, den Spannungs- und Verzerrungszustand sowie die Verschiebungen in allen Punkten eines Körpers bei vorgegebenen Randbedingungen zu bestimmen.

Der Spannungsvektor

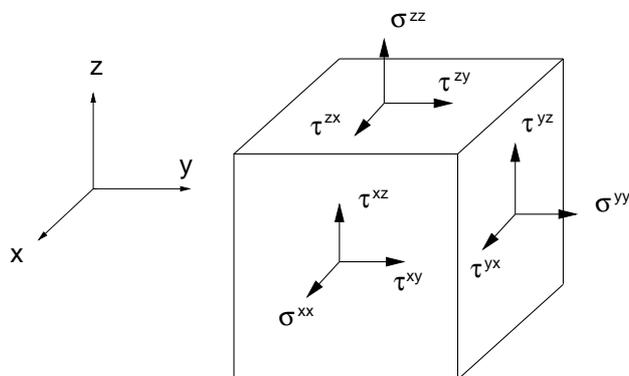
Es wird in einem Kontinuum ein beliebig kleines Flächenelement dA betrachtet. Der Ort des Elementes sei durch x^j , seine Richtung durch den Norma-



lenvektor n^k gekennzeichnet. Die vektorielle Addition der an diesem Flächenelement angreifenden Normalspannung σ^l und Tangentialspannung τ^m führt auf den sogenannten Spannungsvektor $t^i(x^j, n^k)$.

Der Spannungstensor

Schneidet man einen Quader, dessen Kanten parallel zum Koordinatensystem liegen, aus einem Körper aus, so wirkt auf jede Fläche eine Spannung. Diese kann jeweils durch Addition einer Normalspannung und zweier Scherspannungen dargestellt werden.



Der erste Index dieser Spannungskomponenten bezeichnet die Fläche auf welche die Spannung wirkt, die zweite Komponente gibt die Richtung an. Eine Spannung auf die Fläche $x=\text{konst.}$ in y -Richtung wird durch die Komponenten τ^{xy} dargestellt.

Faßt man die Spannungsvektoren der Flächen, deren Normale in positive Richtung zeigt, in einem Tensor zusammen, so erhält man den Spannungstensor σ^{ij} :

$$\sigma^{ij} = \begin{pmatrix} \sigma^{xx} & \tau^{yx} & \tau^{zx} \\ \tau^{xy} & \sigma^{yy} & \tau^{zy} \\ \tau^{xz} & \tau^{yz} & \sigma^{zz} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Aus dem Momentengleichgewicht eines Körpers kann bewiesen werden, daß der Spannungstensor σ^{ij} immer symmetrisch ist.

Die CAUCHYSche Spannungsformel

$$t^i = \sigma^{ij} n^j \quad (2.10)$$

beschreibt den Spannungsvektor t^i , der auf eine beliebige Fläche mit dem Normalenvektor n^j wirkt.

Deformationsgradient und Verzerrungstensor

Ist ein Materiepunkt in einem Kontinuum ursprünglich am Ort X^j lokalisiert, so wandert er unter einer Deformation an den Ort $x^i = x^i(X^j, t)$. Betrachtet man zwei nebeneinanderliegende Punkte X^j und $X^j + dX^j$ der ursprünglichen Konfiguration, so ist deren Abstand im deformierten Zustand

$$dx^i = \frac{\partial x^i}{\partial X^j} dX^j = D^{ij} dX^j \quad (2.11)$$

Der Tensor D^{ij} wird Deformationsgradient genannt. Er ist im allgemeinen nicht symmetrisch.

Das Differential des Verschiebungsvektors $u^i = x^i - X^i$ kann im linearen Bereich durch

$$du^i = \frac{\partial u^i}{\partial X^j} dX^j \quad (2.12)$$

dargestellt werden.

Beschränkt man sich auf sehr kleine Verschiebungen $|d\mathbf{u}| \ll |d\mathbf{X}|$, erhält man:

$$du^i = \epsilon^{ij} dX^j \quad (2.13)$$

ϵ^{ij} ist der Verzerrungstensor. Er ist immer symmetrisch und lautet :

$$\epsilon^{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^i}{\partial X^j} + \frac{\partial u^j}{\partial X^i} \right) \quad (2.14)$$

in kartesischen Koordinaten:

$$\epsilon^{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon^{xx} & \frac{1}{2} \gamma^{xy} & \frac{1}{2} \gamma^{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma^{yx} & \epsilon^{yy} & \frac{1}{2} \gamma^{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma^{zx} & \frac{1}{2} \gamma^{zy} & \epsilon^{zz} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Energien

Die bei der elastischen Verformung eines Körpers geleistete Arbeit wird als innere Energie, die sogenannte Formänderungsenergie, gespeichert. Ersetzt man in der Grundgleichung der Energie $dW = F^i du^i$ die Verformungszunahme du^i durch Gleichung (2.13) und erweitert mit der Fläche A , so erhält man die Formänderungsenergie:

$$dW_i = F^j du^j = \frac{F^j}{A} A \epsilon^{jk} dX^k = \sigma^{jk} \epsilon^{jk} dV \quad (2.16)$$

Die äußere Arbeit kann in die Volumenarbeit und die Oberflächenarbeit aufgeteilt werden:

$$dW_a = u^i p_v^i dV + u_o^i p_o^i dO \quad (2.17)$$

p_v^i ist die Volumenkraftdichte und p_o^i die Oberflächenkraft bezogen auf die Einheitsoberfläche.

Bewegt sich der Schwerpunkt des Körpers, muß auch noch die kinetische Energie betrachtet werden:

$$dW_{kin} = \rho \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2} u^i dV \quad (2.18)$$

2.2 Materialeigenschaften

2.2.1 Elastizität

Ein elastischer Körper ist durch die Materialgleichung

$$\sigma^{ij} = f(D^{ij}) \quad (2.19)$$

bestimmt, d.h. der Spannungstensor σ^{ij} ist eine tensorwertige Funktion des Deformationsgradienten D^{ij} .

lineare Elastizität

Im linear elastischen Fall gilt das verallgemeinerte Hookesche Gesetz:

$$\sigma^{ij} = E^{ijkl} (\epsilon^{kl} - \epsilon_0^{kl}) = E^{ijkl} e^{kl} \quad (2.20)$$

E^{ijkl} wird Stoffmatrix genannt. ϵ_0^{kl} ist die Anfangsverzerrung, die z.B. infolge einer Temperaturänderung hervorgerufen werden kann: $\epsilon_0^{kl} = \alpha^{kl} \Delta T$. α^{kl} ist der Wärmeausdehnungskoeffizient und ΔT die Temperaturänderung.

Hyperelastizität

Erfährt ein Körper eine sehr große Kraft, wird der linear elastische Bereich verlassen und sein Materialverhalten ist hyperelastisch. Ein Material besitzt nach [Fun65] hyperelastische Eigenschaften, wenn es eine Formänderungsenergie W besitzt, welche eine Funktion der Dehnung in Bezug auf den unbelasteten Zustand ist und die zeitliche Änderung dieser Energie bezogen auf die Masse gleich der dem Körper durch äußere Kräfte zugeführten Arbeit ist. Es geht keine Energie in Wärme verloren.

Bei einem isotropen Material kann W nur von den Invarianten des Deformationsgradienten abhängen, da diese unabhängig vom gewählten Koordinatensystem sind. Diese drei Invarianten I_1 , I_2 und I_3 können aus der charakteristischen Gleichung des Deformationsgradienten berechnet werden:

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0 \quad (2.21)$$

Es ist also $W(I_1, I_2, I_3)$. Löst man Gleichung 2.21 nach λ auf, so erhält man die Eigenwerte. Die drei skalaren Invarianten des Deformationsgradienten lauten:

$$I_1 = D^{ii} \quad (2.22)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (D^{ii} D^{jj} - D^{ij} D^{ji}) \quad (2.23)$$

$$I_3 = \det(D^{ij}) \quad (2.24)$$

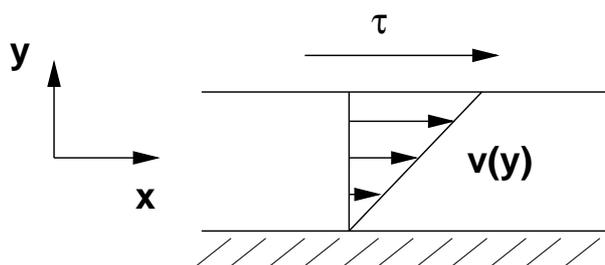
Für ein inkompressibles Material gilt: $I_3 = 1$. Allgemein kann die Formänderungsenergie eines hyperelastischen Materials nach [Moo40] und [Riv47] als Polynom beschrieben werden:

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2.25)$$

N und C_{ij} sind Materialkonstanten. Sie müssen den experimentellen Ergebnissen angepaßt werden.

2.2.2 Viskosität

Viskosität oder auch Zähigkeit genannt ist die Eigenschaft einer Flüssigkeit, den gegenseitigen laminaren Verschiebungen zweier benachbarter Schichten einen Widerstand (Reibung) entgegenzusetzen.



Zwischen zwei Platten befindet sich eine viskose Flüssigkeit. Die obere Platte sei beweglich, die untere fest. Wird die obere mit einer konstanten Geschwindigkeit v bewegt, so stellt sich ein lineares Geschwindigkeitsgefälle senkrecht zur Platte ein. Die Kraft, die man aufbringen muß, um die obere Platte in Bewegung zu halten, bezogen auf die Fläche A der oberen Platte, ist die Schubspannung τ . Die Viskosität η der Flüssigkeit berechnet sich aus dem Quotienten von Schubspannung und Schergeschwindigkeit $\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy}$:

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (2.26)$$

Eine Flüssigkeit wird Newtonsche Flüssigkeit genannt, wenn Gleichung (2.26) gilt und η unabhängig von der Schergeschwindigkeit ist.

Im viskosen Medium gibt es keine Rückstellkraft. Die gesamte Energie, die dem System zugeführt wurde, geht durch Reibung verloren. Nach [Fun65] ist der Spannungstensor eines viskosen Materials proportional zur zeitlichen Ableitung des Verzerrungstensors. Die Formänderungsenergie berechnet sich nach Gleichung (2.16) aus dem Spannungstensor und dem Verzerrungstensor. Wird nun ein viskoser Stoff mit sinusförmigen Schwingungen angeregt, so ist der zeitliche Verlauf der Scherspannung kosinusförmig und die Formänderungsenergie ist Null.

2.2.3 Viskoelastizität

Eigenschaften viskoelastischer Materialien

Viskoelastische Stoffe weisen folgende Eigenschaften auf:

1. Kriechen

Wird auf einen viskoelastischen Körper plötzlich eine Kraft ausgeübt und diese konstant gehalten, dann erfolgt eine kontinuierliche Deformation wie in Abbildung 2.1 zu sehen ist.

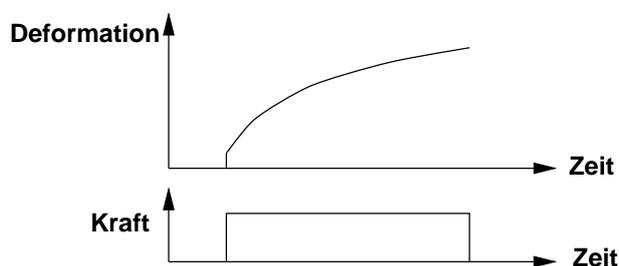


Abbildung 2.1: Kriechverhalten viskoelastischer Stoffe

2. Spannungsrelaxation

Bei konstanter Deformation des Körpers nimmt die Spannung mit der Zeit ab.

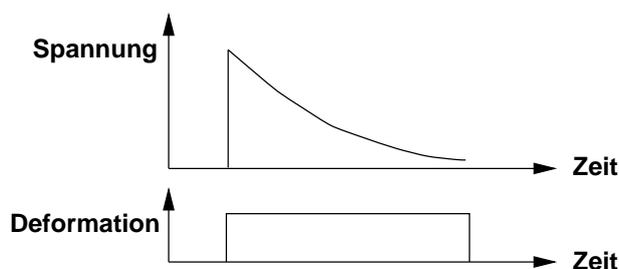


Abbildung 2.2: Spannungsrelaxation viskoelastischer Stoffe

3. Hysterese der Spannung-Dehnungskurve

Wird ein viskoelastisches Material belastet und wieder entlastet, so weist die Spannungs-Dehnungskurve eine Hysterese auf. Die Fläche

zwischen der Belastungs- und Entlastungskurve entspricht der inneren Energie, die durch Reibung verloren geht. Nachdem jede auf den Körper wirkende Kraft entfernt wurde, nimmt dieser wieder seine ursprüngliche Gestalt an. In Abbildung 2.3 ist die Hysteresekurve eines viskoelastischen Materials dargestellt.

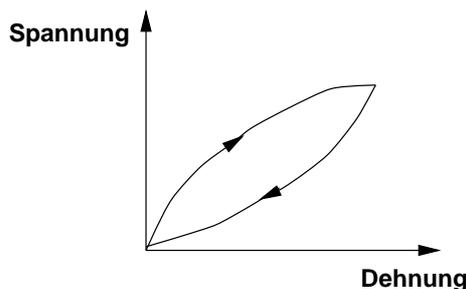


Abbildung 2.3: Hysterese viskoelastischer Stoffe

Fast alle biologische Materialien zeigen viskoelastische Eigenschaften. Für steife Materialien wie z.B. Knochen können die viskoelastischen Eigenschaften vernachlässigt werden. Kollagenhaltige Substanzen (Sehnen und Bänder) sind viskoelastisch, der Energieverlust bei mechanischer Beanspruchung in Reibungsenergie ist aber relativ gering und liegt ungefähr bei 5 bis 10 Prozent. Knorpel, Haut und andere Weichteile weisen eine beträchtliche Viskoelastizität auf. Bei diesen Stoffen muß das oben beschriebene zeitabhängige Verhalten bei mechanischen Belastungen beachtet werden.

Lineare Viskoelastizität

Ein linear viskoelastisches Verhalten liegt dann vor, wenn die Dehnung sehr klein ist ($\epsilon < 2\%$). Das zeitabhängige Spannungs-Dehnungsverhältnis kann durch lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten beschrieben werden. Im folgenden werden die verschiedenen Modelle zur Beschreibung der linearen Viskoelastizität vorgestellt.

Das Integralmodell oder Boltzmannsche Überlagerungsprinzip

Das Boltzmannsche Überlagerungsprinzip kann wie folgt beschrieben werden:

- 1) Kriechen in einem linear viskoelastischen Körper ist eine Funktion der gesamten vergangenen Belastung.
- 2) Jede zusätzliche Belastung verursacht einen unabhängigen und zusätzlichen Beitrag zur Gesamtdeformation.

Die zweite Bedingung beinhaltet, daß bei gleichen Belastungen zu unterschiedlichen Zeiten τ jede zusätzliche Belastung gleiches Kriechen verursacht. Diese Aussage ist in Abbildung 2.4 veranschaulicht.

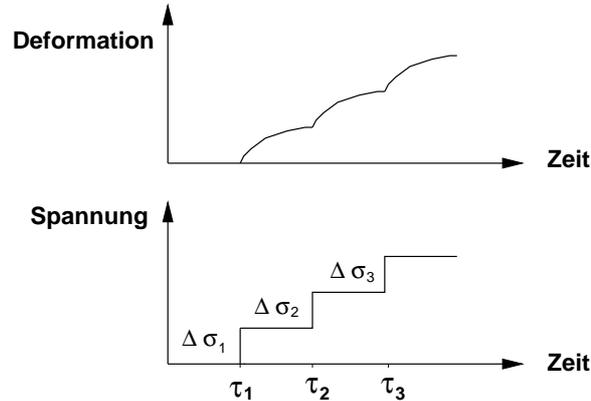


Abbildung 2.4: Boltzmannsches Überlagerungsprinzip

Mathematisch kann das wie folgt beschrieben werden:

$$\epsilon(t) = \Delta\sigma_1 J(t - \tau_1) + \Delta\sigma_2 J(t - \tau_2) + \Delta\sigma_3 J(t - \tau_3) \quad (2.27)$$

verallgemeinert in Integralform:

$$\epsilon^{ij}(x^m, t) = \int_{-\infty}^t J^{ijkl}(x^m, t - \tau) \frac{\partial \sigma^{kl}}{\partial \tau}(x^m, \tau) d\tau \quad (2.28)$$

die inverse Gleichung:

$$\sigma^{ij}(x^m, t) = \int_{-\infty}^t G^{ijkl}(x^m, t - \tau) \frac{\partial \epsilon^{kl}}{\partial \tau}(x^m, \tau) d\tau \quad (2.29)$$

J^{ijkl} heißt Kriechfunktion, G^{ijkl} wird Relaxationsfunktion genannt.

Das Differential- oder mechanische Modell

Hier wird das linear viskoelastische Verhalten durch Parallel- und Reihenschaltungen von linearen Elementen (Federn) und Newtonschen viskosen Elementen (Dämpfungsgliedern) beschrieben. Für Feder und Dämpfungsglied gelten folgende Gleichungen:

$$\sigma_F = E \epsilon_F \quad \text{bzw} \quad \sigma_D = \eta \frac{d\epsilon_D}{dt} \quad (2.30)$$

Die einfachsten Modelle dieser beiden Grundelemente sind in Abbildung 2.5 zu sehen. Es können natürlich auch komplexere Modelle durch weitere Parallel- und Reihenschaltungen erzeugt werden.

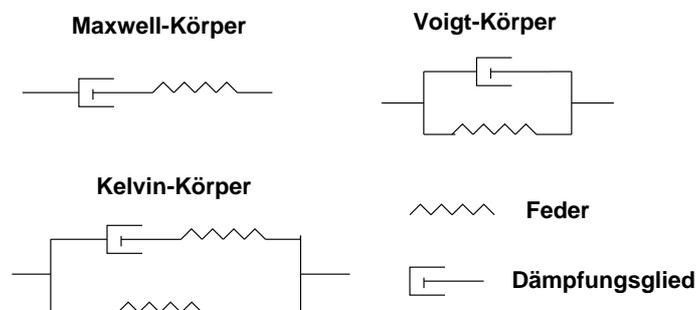


Abbildung 2.5: mechanische Modelle von viskoelastischen Materialien

Auf Elemente in Reihe wirkt die gleiche Kraft und die Dehnung ist additiv. Parallelgeschaltete Elemente haben die gleiche Dehnung und die Kraft ist additiv. Werden diese Regeln beachtet, kann für jedes Modell die Relaxationsfunktion und die Kriechfunktion berechnet werden.

Weitere Details zu den mechanischen Modellen können z.B. aus [Fun65] und [Vin90] entnommen werden.

Harmonische Anregung eines viskoelastischen Körpers

Nachfolgende Abbildung 2.6 zeigt die Spannungs-Dehnungskurven von elastischem, viskosem und viskoelastischem Material bei harmonischer Anregung mit konstanter Amplitude. Die Kurven sind nicht symmetrisch zum Ursprung, weil der Stempel, mit dem angeregt werden soll, zuerst in das Material gedrückt werden muß.

Bei elastischen Stoffen sind die Kurven der Dehnung und Entspannung identisch. Es geht keine Formänderungsenergie in Reibung verloren.

Bei viskosen Stoffen ist die Spannungs-Dehnungskurve ein Kreis. Die mechanische Energie, die pro Periode in Wärme umgesetzt wird, bezogen auf das Volumen ist die spezifische Verlustenergie W :

$$W = \pi \epsilon_a \sigma_a \sin \delta \quad (2.31)$$

ϵ_a ist die Dehnungsamplitude, σ_a ist die Spannungsamplitude der Schwingung. Der Verlustwinkel δ gibt an, wie weit die Verformung der Spannung

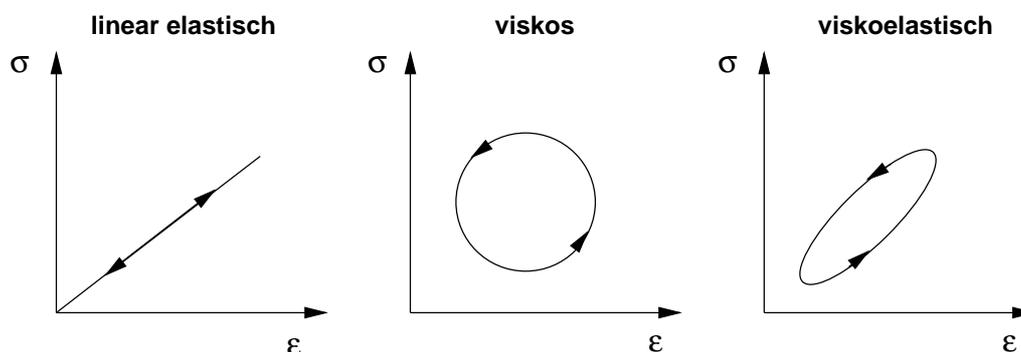


Abbildung 2.6: Harmonische Anregung von verschiedenen Materialien

nacheilt. δ hat hier einen Winkel von 90 Grad. Somit wird die Verlustenergie maximal. Die gesamte Formänderungsenergie geht in Wärme verloren.

Ein viskoelastisches Material zeigt gegenüber harmonischer Anregung eine Kombination aus viskosem und elastischem Verhalten. Bei linearem Verhalten hat eine sinusförmige Verformung eine sinusförmige Spannung zur Folge und man erhält eine Ellipse. Befindet sich das viskoelastische Material schon im nichtlinearen Bereich, dann ist die Spannung nicht mehr sinusförmig und die Ellipse wird zu einer Hysteresekurve. Die Fläche der Hysteresekurve ist die oben definierte spezifische Verlustenergie.

Wenn Spannung $\sigma = \sigma_a \sin(\omega t)$ und Dehnung $\epsilon = \epsilon_a \sin(\omega t + \phi)$ nicht mehr in Phase sind, erweist sich die Einführung komplexer Größen $\sigma^* = \sigma_a e^{i\omega t}$ und $\epsilon^* = \epsilon_a e^{i(\omega t + \phi)}$ zur Beschreibung des Zusammenhangs als vorteilhaft. Das komplexe Dehnmodul E^* kann durch Quotientenbildung aus der komplexen Spannung und der komplexen Dehnung berechnet werden: $E^* = \frac{\sigma^*}{\epsilon^*} = E' + i E''$. Analog zum komplexen Dehnmodul wird das komplexe Schubmodul G^* eingeführt: $G^* = \frac{\tau^*}{\gamma^*} = G' + i G''$

2.2.4 Experimentelle Bestimmung von Materialeigenschaften

Die experimentelle Bestimmung der Spannung-Dehnungskurve und des frequenzabhängigen Schubmoduls soll im folgenden kurz beschrieben werden. Detaillierte Beschreibungen sind den Normen zu entnehmen. Sofern nicht anders vereinbart, wird im Normklima nach DIN 50014-23/50-2 gemessen.

Bestimmung der Spannungs-Dehnungskurve nach DIN EN ISO 527-2

Zuerst müssen mindestens fünf Probekörper, sogenannte Schulterstäbe, hergestellt werden. Dies kann, je nach Material, durch Ausstanzen von gegossenen Platten, Spritzgießen oder Preßformen geschehen. Die genauen Maße der Schulterstäbe sind den Normen zu entnehmen. Vor dem Experiment müssen die Dicke und Breite jedes Schulterstabes gemessen werden. Der Probekörper wird wie in Abbildung 2.7 zu sehen, mit Klemmen eingespannt.

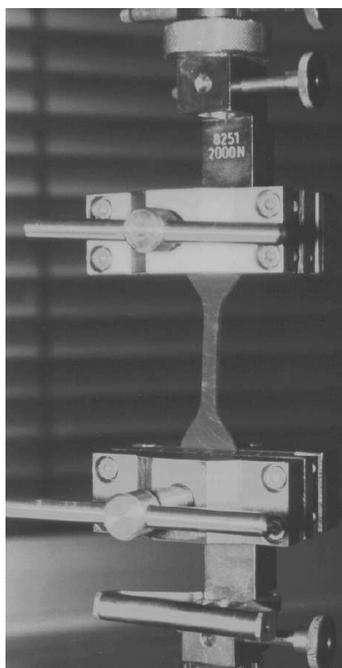


Abbildung 2.7: Zugversuch: eingespannter Schulterstab

Um zu gewährleisten, daß der Probekörper nicht durchhängt, kann bei weniger steifen Materialien eine Vorspannung auf den Schulterstab ausgeübt werden. Diese Vordehnung darf nicht mehr als 0,05 Prozent betragen. Jetzt wird die Längenänderungsmeßeinrichtung an den Probekörper angebracht. Dies können z.B. Dehnungsmeßstreifen oder optische Dehnungsmeßgeräte sein. Für die optische Längenmessung werden Meßmarken auf der Längsachse des Stabes, möglichst gleich weit von der Mitte entfernt, angebracht und deren Abstand bestimmt. Mit konstanter Prüfgeschwindigkeit wird der Probekörper auseinandergezogen. In konstanten zeitlichen Intervallen wird die Zunahme der Meßlänge und die Zugkraft F festgehalten. Die Spannung wird auf die Anfangsquerschnittsfläche A_0 des Probekörpers bezogen $\sigma = \frac{F}{A_0}$. Die

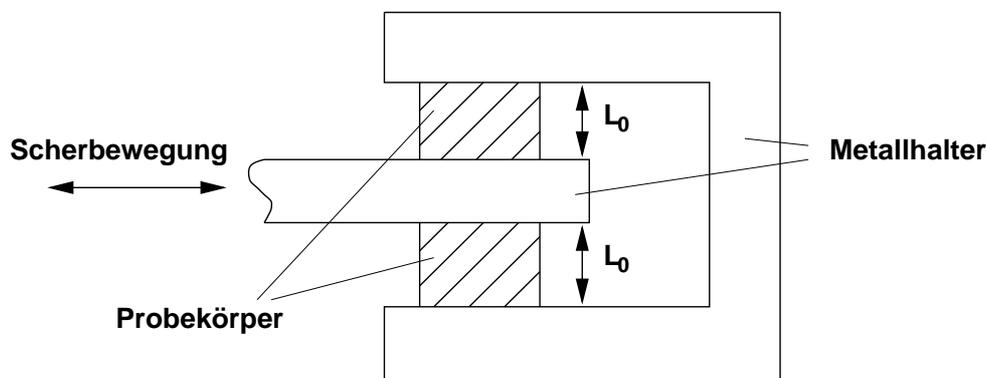
Dehnung wird nach Gleichung (2.3) berechnet.

Zu beachten ist, daß viskoelastische Materialien zeitabhängige Eigenschaften haben (siehe Kapitel 2.2.3). Im Zugversuch verursacht diese Zeitabhängigkeit eine nichtlineare Spannungs-Dehnungskurve im Bereich linearer Viskoelastizität. Die Spannungs-Dehnungskurve ist zur Dehnungsachse gebogen. Es liefert daher das konventionelle Verfahren, die Tangente an der Spannungsdehnungskurve, keine zuverlässigen Werte für die Bestimmung des Elastizitätsmoduls.

Viskoelastische Eigenschaften bei erzwungenen Schwingungen außerhalb der Resonanz nach DIN 53513

Die Grundlagen für dynamische Prüfverfahren sind in DIN 53535 festgelegt. In DIN 53513 wird die experimentelle Bestimmung des dynamischen Schubmoduls $|G^*|$ unter Scherbeanspruchung sowie des dynamischen Moduls $|E^*|$ unter Druckbeanspruchung und des mechanischen Verlustfaktors $\tan \delta$ beschrieben.

Die Probekörper sind nach DIN 53502 herzustellen. Für die Schubbeanspruchung wird eine Sandwich-Konstruktion wie in nachfolgender Abbildung hergestellt.



Die Probekörper werden auf die Metallhalter aufgeklebt. Damit eine möglichst homogene Verformung erreicht wird, sollte das Verhältnis von Probendurchmesser zu Höhe des Probekörpers L_0 bei zylinderförmigen Proben möglichst groß sein, bei quadratischen Proben sollte das Verhältnis von Kantenlänge zu Probendurchmesser möglichst groß sein. Ist dies nicht der Fall, so muß eine Formfunktion eingeführt werden. Details zur Wahl der Formfunktion sind DIN 53535 zu entnehmen.

Auf den Probekörper wird eine sinusförmige Schwingung mit konstanter Scheramplitude s_a

$$s = s_a \sin(\omega t) \quad (2.32)$$

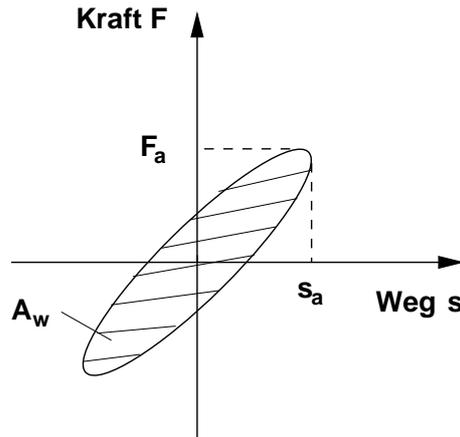
aufgebracht und die Kraftamplitude F_a

$$F = F_a \sin(\omega t + \delta) \quad (2.33)$$

wird gemessen. Im linearen Bereich ist die Kraft F bzw. Spannung τ auch sinusförmig, aber um den Phasenwinkel δ verschoben.

$$\tau = \frac{F}{2A} = \tau_a \sin(\omega t + \delta) \quad (2.34)$$

Der Faktor 2 berücksichtigt die Kombination von zwei Probekörpern. Aus der Fläche der Ellipse im Kraft-Weg-Diagramm



kann der mechanische Verlustfaktor $\tan \delta$ ermittelt werden. Die Fläche entspricht der Verlustenergie pro Periode, der absoluten Dämpfung A_w

$$A_w = \pi F_a s_a \sin \delta \quad (2.35)$$

Wird diese Energie auf das Volumen bezogen, erhält man die spezifische Verlustenergie $W = \frac{A_w}{V} = \pi \gamma_a \tau_a \sin \delta$.

Der Betrag des komplexen Schubmoduls wird aus der Scheramplitude $\gamma_a = \frac{s_a}{L_0}$ und der Spannungsamplitude τ_a berechnet:

$$|G^*| = \frac{\tau_a}{\gamma_a} = \frac{F_a L_0}{2 A s_a} \quad (2.36)$$

L_0 ist die Probendicke.

Für die Dehnbeanspruchung wird ein zylinderförmiger Probekörper hergestellt. Der Quotient aus Durchmesser und Probenlänge sollte möglichst klein sein. Ist dies nicht der Fall, so muß eine Formfunktion eingeführt werden. Auf die Ober- und Unterseite des Zylinders werden Metallhalter geklebt. Während des Experiments erfährt dieser eine konstante mittlere Auslenkung L_m und eine sinusförmige Auslenkung der Amplitude L_a parallel zur Zylinderachse:

$$L = L_m + L_a \sin(\omega t) \quad (2.37)$$

Die Kraft wird gemessen. Im linearen Bereich ist sie wie bei der Scherbeanspruchung sinusförmig, aber um den Phasenwinkel δ verschoben:

$$F = F_m + F_a \sin(\omega t + \delta) \quad (2.38)$$

Der Verlustfaktor läßt sich wieder nach Gleichung (2.35) aus dem Kraft-Weg-Diagramm berechnen. Es ist zu beachten, daß in Gleichung (2.35) nur die Amplituden und nicht die mittlere Auslenkung und mittlere Kraft eingesetzt werden.

Der Betrag des komplexen Dehnmoduls berechnet sich nach:

$$|E^*| = \frac{\sigma_a}{\epsilon_a} = \frac{\frac{F_a}{A}}{\frac{L_a}{L_0}} = \frac{F_a L_0}{L_a A} \quad (2.39)$$

2.3 Methode der finiten Elemente

Die größte praktische Anwendung der Methode der finiten Elemente (FEM) findet sich im Bereich der Elastomechanik. Hier sind in statischen Aufgaben die Deformationen und Spannungen in Körpern unter dem Einfluß von äußeren Kräften gesucht. Innerhalb dynamischer Probleme können Eigenfrequenzen mechanischer Strukturen berechnet werden. Die klassischen Anwendungsgebiete der finiten Elemente sind im Flugzeugbau, Schiffsbau und in der Raumfahrt zu finden.

2.3.1 Grundlegende Idee der finiten Elemente

Im folgenden sollen die einzelnen Teilschritte der Methode der finiten Elemente kurz skizziert werden. Das nachfolgenden Kapitel zeigt ein einfaches Beispiel. Weitere Details über finite Elemente ist zahlreicher Literatur zu entnehmen, z.B [Kno91], [Bat74], [Schw91], [Zie89] oder [Arg86].

1. Schritt:

Der Körper, für den die Finite-Element-Analyse durchgeführt werden soll, wird diskretisiert. Dazu wird er in kleine Elemente zerlegt. Die Eckpunkte der Elemente bilden die Knoten. Im zweidimensionalen Fall sind die Elemente z.B. Dreiecke oder Parallelogramme, im dreidimensionalen sind es Tetraeder- oder Quaderelemente.

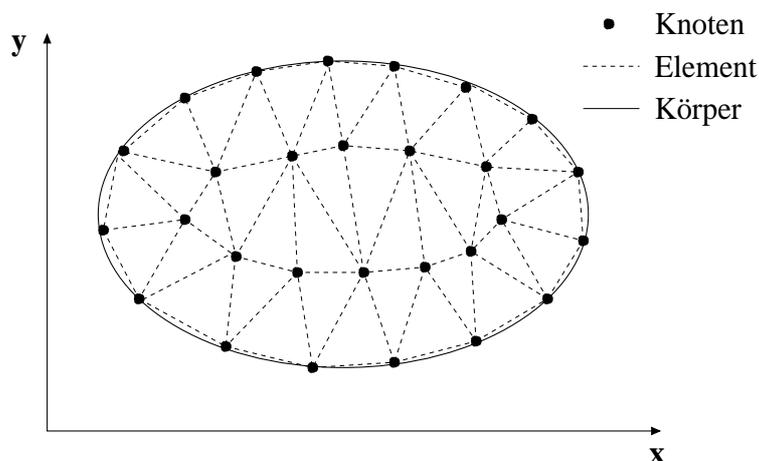


Abbildung 2.8: Diskretisierung eines zweidimensionalen Körpers

2. Schritt:

Der Ansatz für die das Problem beschreibenden Funktionen der Elemente muß gewählt werden. Hierzu werden Polynome ersten, zweiten oder höheren Grades verwendet. Der Ansatz hängt einerseits von der Form des Elementes ab, andererseits kann das zu berechnende Problem den zu wählenden Ansatz beeinflussen. Beim Übergang von einem Element zum anderen müssen die Ansatzfunktionen die Stetigkeitsbedingungen erfüllen. Ein linearer Ansatz für ein Dreieckelement lautet:

$$u(x, y) = c_1 + c_2 \cdot x + c_3 \cdot y \quad (2.40)$$

Da die Integration zur späteren Berechnung der Probleme über ein normiertes Element einfacher ist, wird das Element oft über eine Transformation in ein Einheitselement überführt. Abbildung 2.9 zeigt ein Dreieck in einer allgemeinen Lage und dessen Einheitselement, ein gleichschenkliges Dreieck mit einer Kathetenlänge von eins.

Die Ansatzfunktion ist durch die Vorgabe von den Funktionswerten in den Eckpunkten des Elementes eindeutig bestimmt. Funktionswerte in den Kno-

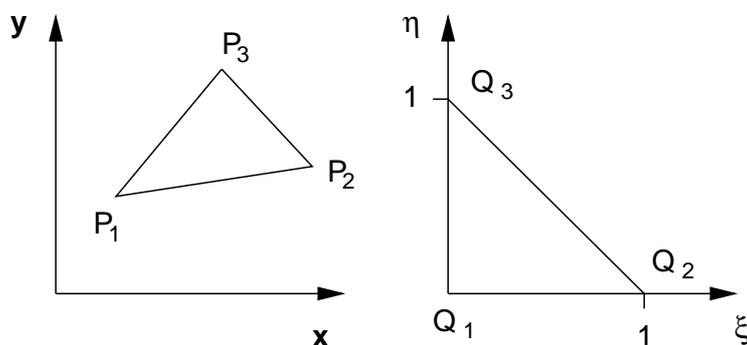


Abbildung 2.9: Normierung von Elementen

ten werden Knotenvariablen genannt. Mittels dieser Knotenvariablen wird die Ansatzfunktion als Linearkombination von Formfunktionen N mit den Knotenvariablen u_e als Koeffizienten dargestellt. Die Ansatzfunktion für ein zweidimensionales Element mit n Knotenpunkten lautet:

$$u(x, y) = \sum_{i=1}^n u_{i,e} N_i(x, y) \quad (2.41)$$

Für den linearen Ansatz eines Dreieckelements lauten die Formfunktionen in den Koordinaten des Einheitsdreiecks:

$$N_1(\xi, \eta) = 1 - \xi - \eta \quad (2.42)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \xi \quad (2.43)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \eta \quad (2.44)$$

dargestellt in Abbildung 2.10:

Die Formfunktion N_i hat nur im Knotenpunkt Q_i den Wert eins. In allen anderen Knotenpunkten ist sie null.

3.Schritt:

Mit Hilfe eines Extremalprinzips und Gleichung (2.41) können die Elementbewegungsgleichungen berechnet werden. Für statische Probleme wird häufig das Prinzip des Minimums der gesamten potentiellen Energie oder das d'Alembertsche Prinzip verwendet, dynamische Analysen werden oft mittels des Hamiltonschen Prinzips durchgeführt.

Die Güte der Ergebnisse hängt von der Wahl der Ansatzfunktion und der Feinheit der Diskretisierung ab. Das Finite-Element-Modell verhält sich immer steifer als der wirkliche Körper. Bei statischen Problemen erhält man

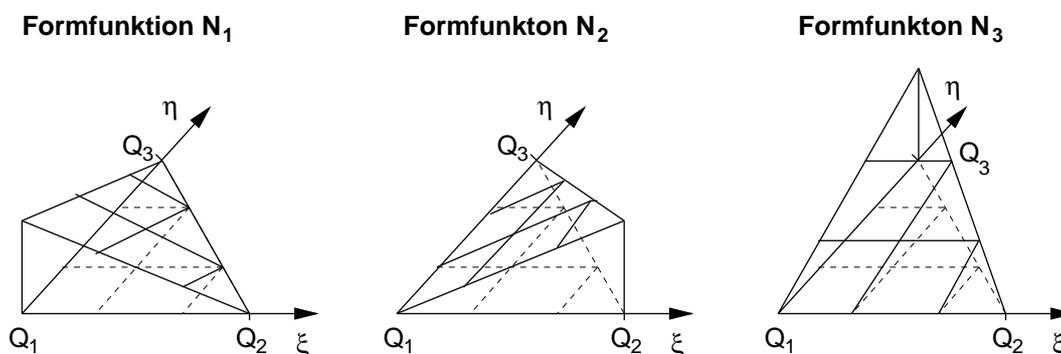


Abbildung 2.10: Formfunktionen für den linearen Ansatz in Dreiecken

immer geringere Verschiebungen, bei dynamischen Problemen sind die Eigenfrequenzen immer höher als die wirklichen.

2.3.2 Elementmatrizen und Bewegungsgleichungen

Die Herleitung der Elementmatrizen soll anhand eines einfachen Beispiel, des Stabes, dargestellt werden.

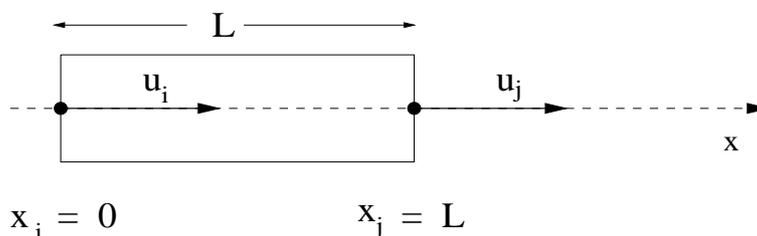


Abbildung 2.11: Diskretisierung eines Stabes

Wie in Abbildung 2.11 zu sehen, besteht ein Element aus zwei Knoten x_i und x_j . Der einfachste Ansatz für das Verschiebungsfeld $u(x)$ zwischen diesen beiden Knoten ist linear:

$$u(x) = a_0 + a_1x = (1 \ x) \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{\phi}^T(x) \cdot \mathbf{a} \quad (2.45)$$

wird $x = 0$ und $x = L$ in Gleichung (2.45) eingesetzt, so erhält man die Knotenverschiebung \mathbf{u}_e . Man könnte das Stabelement auch noch normieren mit $\xi = \frac{x}{L}$. Dies ist aber in diesem einfachen Beispiel nicht notwendig.

$$\mathbf{u}_e = \begin{pmatrix} u_i \\ u_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \mathbf{G} \mathbf{a} \quad (2.46)$$

\mathbf{G} wird geometrische Matrix genannt. Wird Gleichung (2.46) nach \mathbf{a} aufgelöst und in (2.45) eingesetzt, erhält man

$$u(x) = \boldsymbol{\phi}^T(x) \mathbf{G}^{-1} \mathbf{u}_e = \mathbf{N}^T(x) \mathbf{u}_e \quad (2.47)$$

Die Formfunktion $\mathbf{N}(x)$ lautet in diesem Beispiel:

$$\mathbf{N}^T(x) = \left(1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L} \right) \quad (2.48)$$

Die Dehnung ist im eindimensionalen Fall $\epsilon = \frac{d}{dx} u(x)$. Wird die Ableitung $\frac{d}{dx}$ allgemein durch eine Matrix \mathbf{D} ersetzt und Gleichung (2.47) benützt, erhält man die allgemeine Beziehung zwischen Dehnung und Knotenverschiebung:

$$\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{D} \mathbf{N}^T(x) \mathbf{u}_e = \mathbf{D}_N(x) \mathbf{u}_e \quad (2.49)$$

Aus dem d'Alembertschen Prinzip

$$\delta W_T + \delta W_i = \delta W_a$$

$$\int_0^L \rho \delta \mathbf{u}^T \ddot{\mathbf{u}} dV + \int_0^L \delta \mathbf{e}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_0^L \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p}_v dV + \int_0^L \delta \mathbf{u}_o^T \mathbf{p}_o dO$$

mit Hilfe des Stoffgesetzes (Gleichung (2.20)) und den Gleichungen (2.49) und (2.47) können die Elementbewegungsgleichungen berechnet werden:

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{u}_e = \mathbf{f}_A + \mathbf{f}_V + \mathbf{f}_O = \mathbf{f}_e \quad (2.50)$$

Hierbei ist

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_e &= \int \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} dV && \text{die Massenmatrix} \\ \mathbf{K}_e &= \int \mathbf{D}_N^T \mathbf{E} \mathbf{D}_N dV && \text{die Steifigkeitsmatrix} \\ \mathbf{f}_A &= \int \mathbf{D}_N^T \mathbf{E} \boldsymbol{\epsilon}_0 dV && \text{die Anfangsverzerrungen} \\ \mathbf{f}_V &= \int \mathbf{N}^T \mathbf{p}_v dV && \text{der Vektor der Volumenkräfte} \\ \mathbf{f}_O &= \int \mathbf{N}_o^T \mathbf{p}_o dO && \text{der Vektor der Oberflächenkräfte, sowie} \\ \mathbf{f}_e &&& \text{der Vektor der Knotenkräfte} \end{aligned}$$

Massenmatrix und Steifigkeitsmatrix sind immer symmetrisch.

Kapitel 3

Experimentelle Vorarbeiten

3.1 Messungen im IBMT

Vom Fraunhofer Institut für biomedizinische Technik (IBMT) in St. In-
bert wurden die experimentellen Messungen zum dynamischen Verhalten von
menschlichem Weichteilgewebe mit eingeschlossenen Knoten durchgeführt.

Reproduzierbare Messungen an biologischen Materialien stellen sich als recht
schwierig dar:

1. Die mechanischen Eigenschaften ändern sich stark mit der Zeit schon
in einem Zeitraum von einigen Stunden.
2. Speziell bei diesem Problem sind keine definierten Geometrien von Ge-
webe und Knoten bekannt.

Aus den oben genannten Gründen wurde ein Ersatzmaterial mit zeitlich kon-
stanten mechanischen Eigenschaften und definierten Geometrien gesucht. Im
IBMT wurden sogenannte Phantome aus Silikon mit leberähnlichen Eigen-
schaften hergestellt und an diesen Messungen durchgeführt. Abbildung 3.1
zeigt die Geometrie der Phantome. Für die zylinderförmigen Knoten, welche
gestrichelt dargestellt sind, wurde eine härtere Silikonart verwendet.

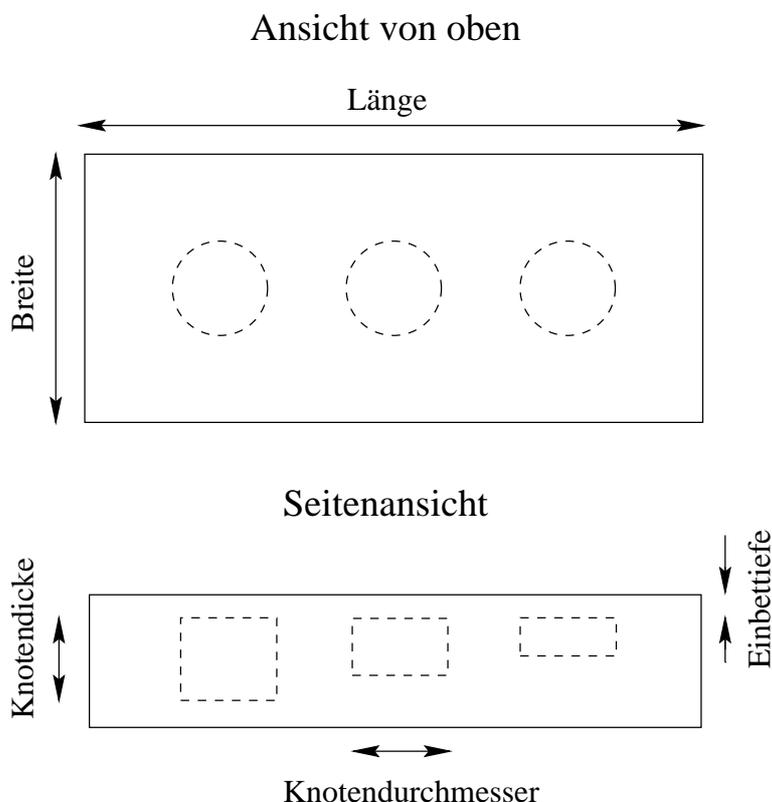


Abbildung 3.1: Phantomgeometrie

Es wurde ein Referenzsystem zur vibrotaktilen Schwingungsmessung aufgebaut. Das Blockschaltbild dieser experimentellen Anordnung ist in Abbildung 3.2 dargestellt.

Der experimentelle Ablauf war wie folgt:

1. Ein Stempel mit rundem Querschnitt wird axial über dem zylinderförmigen Knoten auf das Gewebematerial gedrückt.
2. Der Stempel führt harmonische Schwingungen mit konstanter Amplitude aus. Die Frequenz wird in einem gewissen Bereich variiert.
3. Amplitude und Phase von Beschleunigung und Kraft werden für jede Frequenz gemessen. Hierbei ist zu beachten, daß die gemessene Kraft die dynamische Komponente ist, d.h. die Reaktionskraft des Gewebes auf den Stempel ohne die statische Anpreßkraft. Aus diesen Daten wird die Phase zwischen Auslenkung und Kraft bestimmt. Als Ergebnis wird

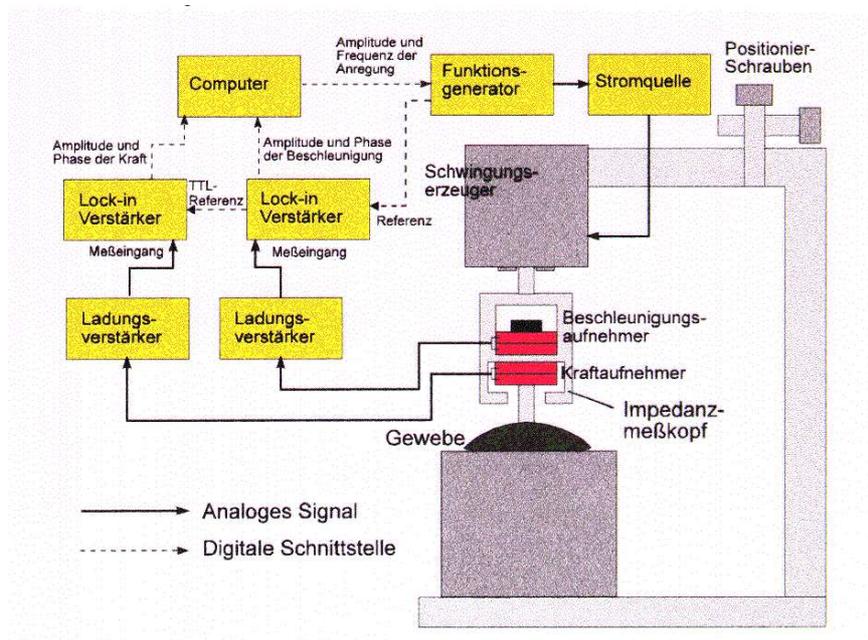


Abbildung 3.2: Blockschaltbild der experimentellen Anordnung vom IBMT

die Kraftamplitude und die Phasendifferenz zwischen Auslenkung und Kraft über der Frequenz aufgezeichnet.

Um die Vergleichbarkeit der mechanischen Eigenschaften von Silikon und pathologischem Gewebe zu zeigen, wurden Messungen an gesunder Leber, Metastasen, dem Phantomgewebe und dem Phantomknotenmaterial durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 3.3 dargestellt.

Die mechanischen Eigenschaften des Phantomgewebes stimmen sehr gut mit denen des gesunden Humanlebergewebes überein. Phantomknoten und Metastasen unterscheiden sich etwas stärker in den mechanischen Eigenschaften.

Ziel der Messungen am IBMT war, die Einflüsse verschiedener Parameter, wie z.B die Weichheit des Silikonmaterials, die Knotengröße, die Knotenlage, die Anregungsamplitude, den Anpreßdruck und den Durchmesser der Anregungsfläche, zu untersuchen. Die Messungen zeigten, daß Knoten nachgewiesen werden konnten, aber nicht deren Geometrie und Einbettiefe bestimmt werden konnte.

Eine Fehlerbetrachtung zu den experimentellen Messungen am IBMT wur-

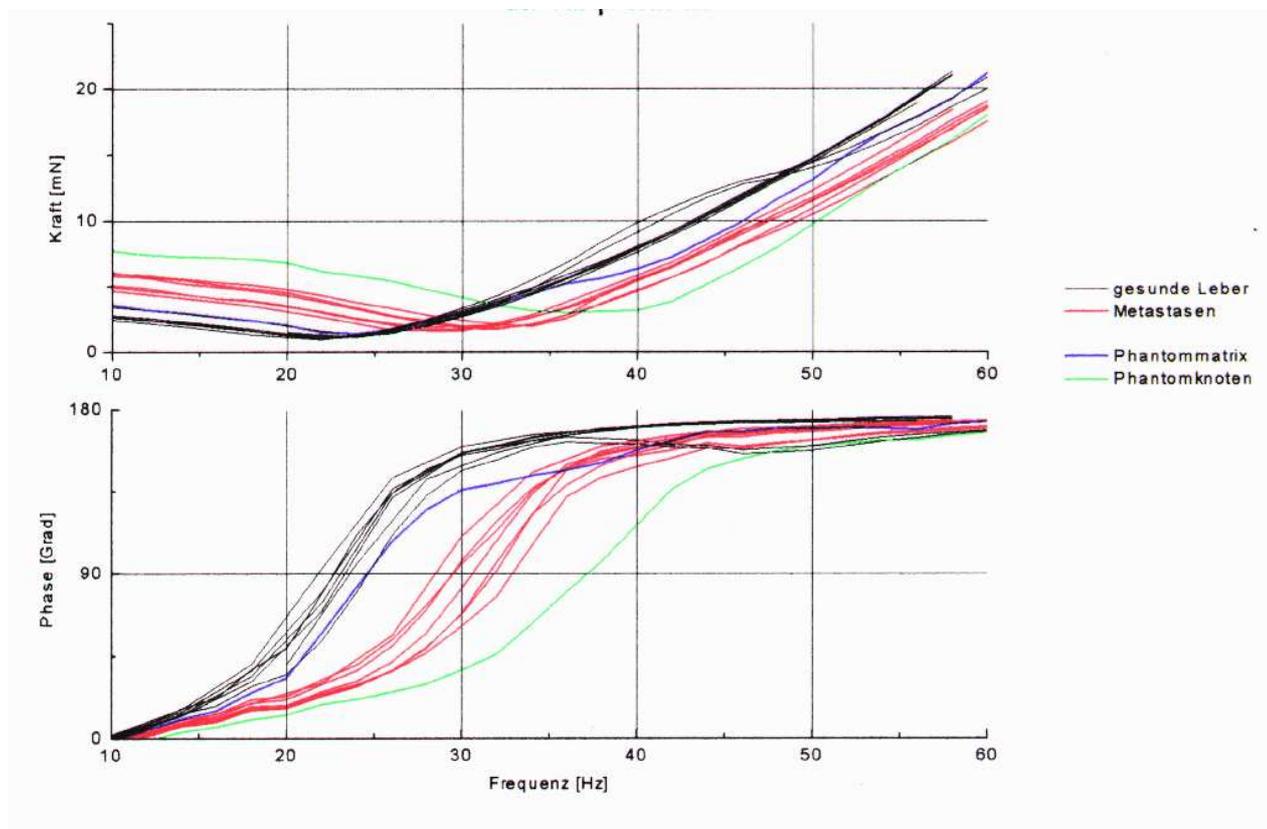


Abbildung 3.3: Vergleichsmessungen zwischen Leber und Silikon

de nie durchgeführt. Die Messungen dienten nur dazu, qualitative Zusammenhänge aufzuzeigen. An eine weitere Verwendung der Ergebnisse für Finite-Element-Analysen wurde nicht gedacht. Die statische Anpreßkraft wurde auf ca. 1 N genau während der Messung konstant gehalten. Infolge der viskoelastischen Eigenschaften des Materials erfolgte eine gewisse Drift, die aber nicht genauer bestimmt werden kann.

Über die Genauigkeit der piezoelektrischen Kraftmessung liegt keine Aussage vor.

Nachfolgende Abbildungen 3.4 und 3.5 zeigen die Ergebnisse eines Experiments, dessen Daten mir freundlicherweise vom IBMT überlassen wurden.

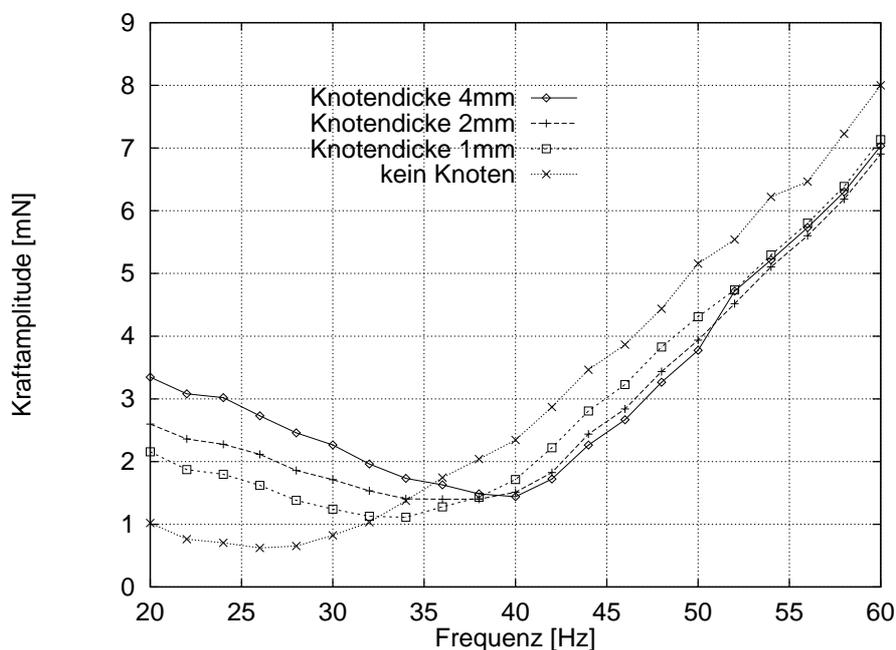


Abbildung 3.4: experimentelle Daten: Kraftamplitude

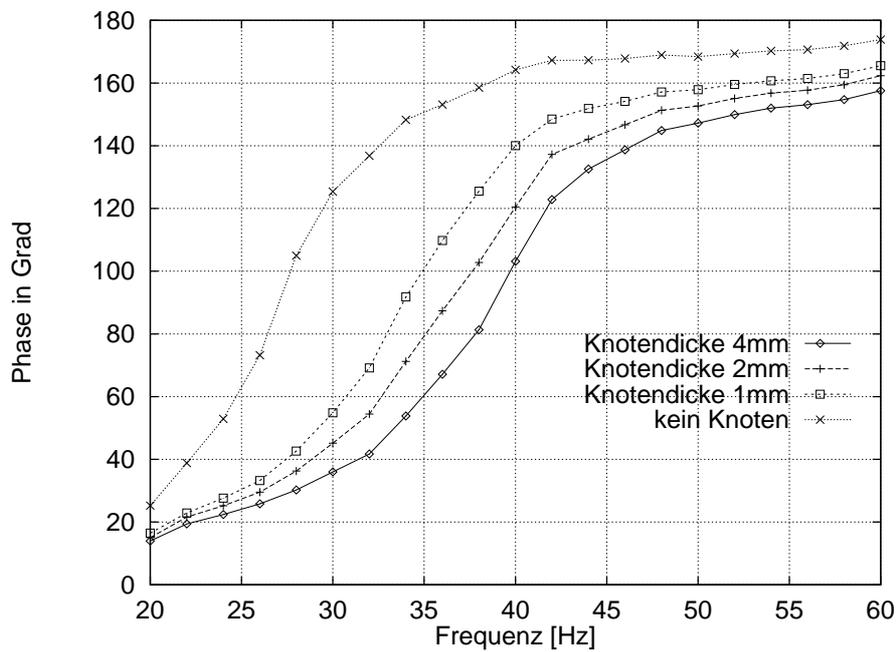


Abbildung 3.5: experimentelle Daten: Phase zwischen Auslenkung und Kraft

Betrachtet man Abbildung 3.5, so sieht man, daß der Phasenunterschied zwischen Auslenkung und Reaktionskraft bei kleinen Frequenzen recht klein ist.

Innerhalb von ca. 10 Hz macht die Phasendifferenz einen großen Sprung auf ca. 150 Grad. Erinnert man sich nun an Kapitel 2.2.3 und dort speziell an Gleichung (2.31), dann erkennt man, daß bei kleinen Frequenzen die spezifische Verlustenergie relativ gering ist. Bei 90 Grad Phasendifferenz ist sie maximal und das Material zeigt ein rein viskoses Verhalten. Bei einer Phasendifferenz größer als 90 Grad nimmt die spezifische Verlustenergie wieder ab.

Betrachtet man nun Abbildung 3.4, so sieht man, daß bei dem 90-Grad-Durchgang der Phase die Kraftamplitude minimal wird. Die dem System zugeführte Energie ist immer konstant, da die Amplitude des Stempels, der das Material zu Schwingungen anregt, immer gleich ist. Bei einer Phasenverschiebung von 90 Grad wird die spezifische Verlustenergie maximal, also muß die Kraftamplitude minimal sein.

Bei diesem Experiment lagen folgende Abmessungen vor:

Breite des Phantoms:	27,5 mm
Länge des Phantoms:	77,5 mm
Einbettiefe:	2 mm
Knotendurchmesser:	8 mm
Dicke des hinter den Knoten liegenden weichen Gewebes:	mind. 16 mm
Stempeldurchmesser:	3 mm
Amplitude der harmonischen Schwingungen:	20 μ m

Die drei Knoten mit einer Dicke von 1 mm, 2 mm und 4 mm waren in etwa äquidistant über die Länge des Phantoms verteilt. Der Anpreßdruck im ersten Schritt des Experiments wurde wie folgt bestimmt: Das Phantom wurde auf eine Waage gelegt. Die Waage wurde auf Null gestellt. Der Stempel wurde so lange auf das Phantom gedrückt bis die Waage 2g anzeigte.

Bei einem zylinderförmigen Stempel mit einem Durchmesser von 3 mm entspricht dies einem Druck von (2776 ± 140) Pa bei einem Fehler der Anpreßkraft von 1 N.

Das Gewebematerial wurde aus dem Silikon Elastosil M 4500 mit 50% Silikonöl AK 350 der Firma Wacker Chemie hergestellt. Die Knoten bestanden aus Elastosil M 4642.

3.2 Experimentelle Bestimmung der Materialeigenschaften

Bevor die Finite-Element-Analyse durchgeführt werden konnte, mußten die Materialeigenschaften des Knoten- und Gewebematerials experimentell bestimmt werden.

Für den ersten Teil des Experimentes, dem Eindringen des Stempels, benötigt das verwendete Finite-Element-Programm die Spannungs-Dehnungskurve. Der zweite Teil fordert das frequenzabhängige Schubmodul als Materialeigenschaft.

3.2.1 Herstellung der Materialproben

Damit diese Materialeigenschaften gemessen werden konnten, mußten zuerst Materialproben hergestellt werden. Die Proben wurden auf dieselbe Art und Weise wie im IBMT hergestellt.

Es wurden Platten im Format DIN A5 gegossen, wobei die Platten für das Gewebematerial 6 mm dick und die Platten für das Knotenmaterial 4 mm dick waren. Das additionsvernetzende Silikon Elastosil M 4642 wurde für das Knotenmaterial verwendet. Das Gewebematerial bestand aus dem kondensationsvernetzenden Elastosil M 4500 mit 50 Prozent Silikonöl AK 350. Da beide Silikonarten während der Herstellungs- und Trocknungszeit nicht miteinander in Berührung kommen dürfen, wurde für jede Silikonart eine metallische Form zum Gießen des Materials hergestellt. Weil das Metall mit der Zeit korrodieren würde, wurde die Form mit einem ölbenetzten Lappen ausgerieben. Vor dem Gießen des Silikons muß dieses wieder sorgfältig mit Benzin entfernt werden. Die Silikonkomponenten wurden in gereinigten Joghurtbechern aus Polystyrol mit Holzstäben zusammengerührt.

Das Verhältnis der Gewichtsanteile von Elastosil M 4500 zum Silikonöl AK 350 und zum Härter T 12 war 20:10:1. Zuerst wurde das Silikon Elastosil M 4500 aufgerührt und mit dem Silikonöl gut vermischt. Danach wurde der Härter mit einer Pipette in die Masse geträufelt und so lange gerührt, bis eine homogene Mischung vorlag. Damit möglichst viele Blasen, die durch das Rühren entstanden sind, wieder beseitigt werden, sollte die Masse mit dünnem Strahl aus einer relativ großen Höhe in die Form gegossen werden. Zum Aushärten benötigt das Silikon Wasser. Deshalb wurde ein feuchtes Tuch über die Form gelegt. Nach zwei Tagen war das Material ausgehärtet und konnte aus der Form gelöst werden.

Zur Herstellung des Silikons Elastosil M 4642 mußte jede Komponente (A und B) zuerst gut aufgerührt werden. Das Verhältnis der Gewichtsanteile von Komponente A zu B war 10:1. Nachdem die beiden Komponenten zu einer homogenen Masse verrührt waren, wurden sie in die Form gegossen. Die Bläschen, welche langsam aufstiegen, wurden mit einer Nadel beseitigt. Wird dies nicht gemacht, bleiben nach der Vulkanisation kleine Löcher anstelle der Bläschen zurück. Auch hier betrug die Zeit zum Aushärten zwei Tage.

Damit die Oberfläche glatt wurde, wurde sie bei beiden Materialien mit einem Lineal abgezogen. Dieser Vorgang mußte sehr langsam vonstatten gehen, da sich sonst durch Adhäsionskräfte hinter dem Lineal ein Tal bildet und dadurch zu viel Material entfernt wird. Wenn zuviel Material trotz langsamen Ziehens abgetragen wird, kann Material nachgegossen werden, falls es noch flüssig genug ist. Die Übereinstimmung der Höhe der Form mit der Höhe des gegossenen Materials kann sehr gut mit dem Auge kontrolliert werden.

3.2.2 Spannungs-Dehnungskurven

Die experimentelle Bestimmung der Materialeigenschaften wurde von der Firma Freudenberg Technische Dienste KG in Weinheim durchgeführt. Zuvor wurden die Meßgeräte besichtigt und mit dem Werkstattleiter die Vorgehensweise der Messungen festgelegt.

Die hergestellten Materialproben wurden nach Weinheim geschickt. Dort wurden die Spannungs-Dehnungskurven von Gewebe- und Knotenmaterial wie in Kapitel 2.2.4 beschrieben bis zu einer Dehnung von 20% bestimmt. Von jedem Material wurden fünf Schulterstäbe gemessen. Die Ergebnisse der fünf Messungen des Knotenmaterials sind in Abbildung 3.6 dargestellt.

Alle fünf Kurven liegen sehr nahe beieinander. Schätzt man die Dehnung des Stempels mit der Amplitude der harmonischen Schwingung ab, so erhält man eine maximale Dehnung von $\epsilon = \frac{20 \mu m}{1 mm} = 0,02$. In diesem Bereich kann die Spannungs-Dehnungskurve als linear angenommen werden. Es wurde von Hand eine Gerade durch den Ursprung gelegt, welche die Kurve bei kleinen Dehnungen gut approximiert. Die Steigung dieser Gerade beträgt $1,5673 \frac{N}{mm^2}$. Aus diesem Grund wurde das Knotenmaterial in der Finiten-Element-Simulation als linear elastisch mit einem Elastizitätsmodul von $E = 1,5673 \frac{N}{mm^2}$ angenommen.

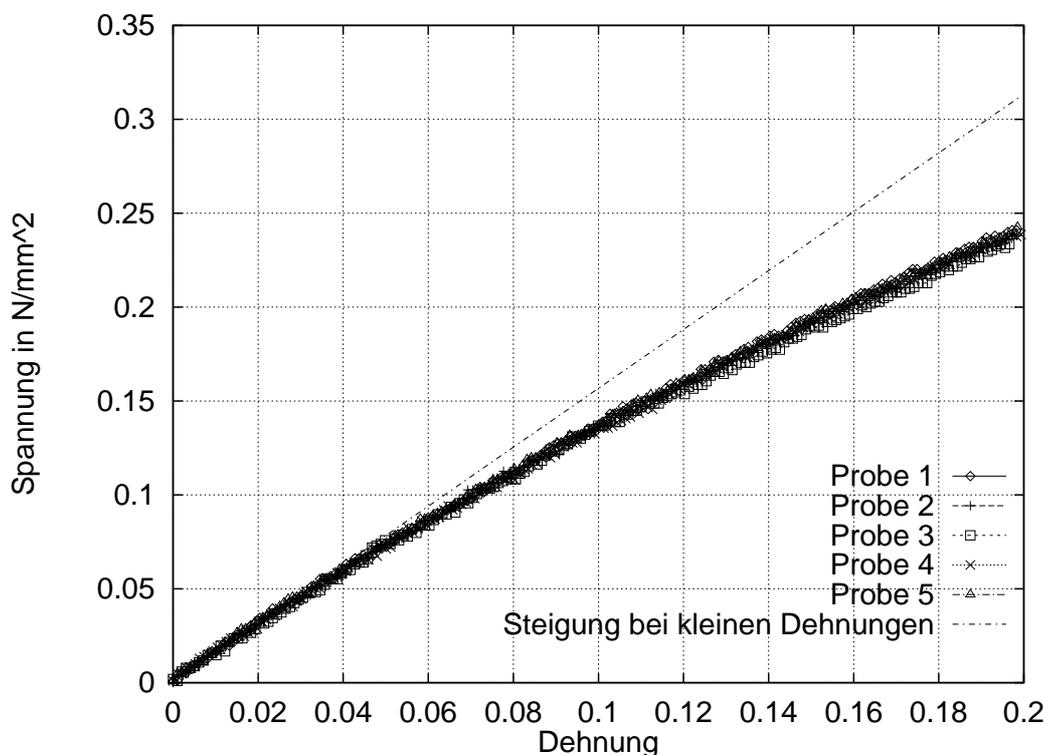


Abbildung 3.6: Spannungs-Dehnungskurve des Knotenmaterials

Wegen der großen Weichheit des Gewebematerials schwanken die Meßergebnisse, wie in Abbildung 3.7 zu sehen ist, sehr stark. Wenn alle fünf Meßkurven in einem Diagramm dargestellt werden, ist nichts mehr zu erkennen. Deshalb wird hier stellvertretend für alle anderen Kurven nur die Meßkurve der Probe Nr.4 dargestellt. Die Meßkurven der anderen vier Schulterstäbe sind der dargestellten Kurve sehr ähnlich.

Jeder Kurve wurde eine Gerade und ein Polynom dritten Grades mit der Funktion *polyfit* des kommerziell erhältlichen Softwarepakets Matlab angenähert. Dabei haben sich die Gerade und das Polynom kaum unterschieden. Es wurde deshalb eine Gerade für jede Meßkurve als gute Annäherung angenommen. Der Mittelwert aller Geradensteigungen betrug $0,0507 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$. Das Gewebematerial kann also als linear elastisch mit dem oben genannten Wert der Steigung als Elastizitätsmodul für das Finite-Element-Programm angenommen werden.

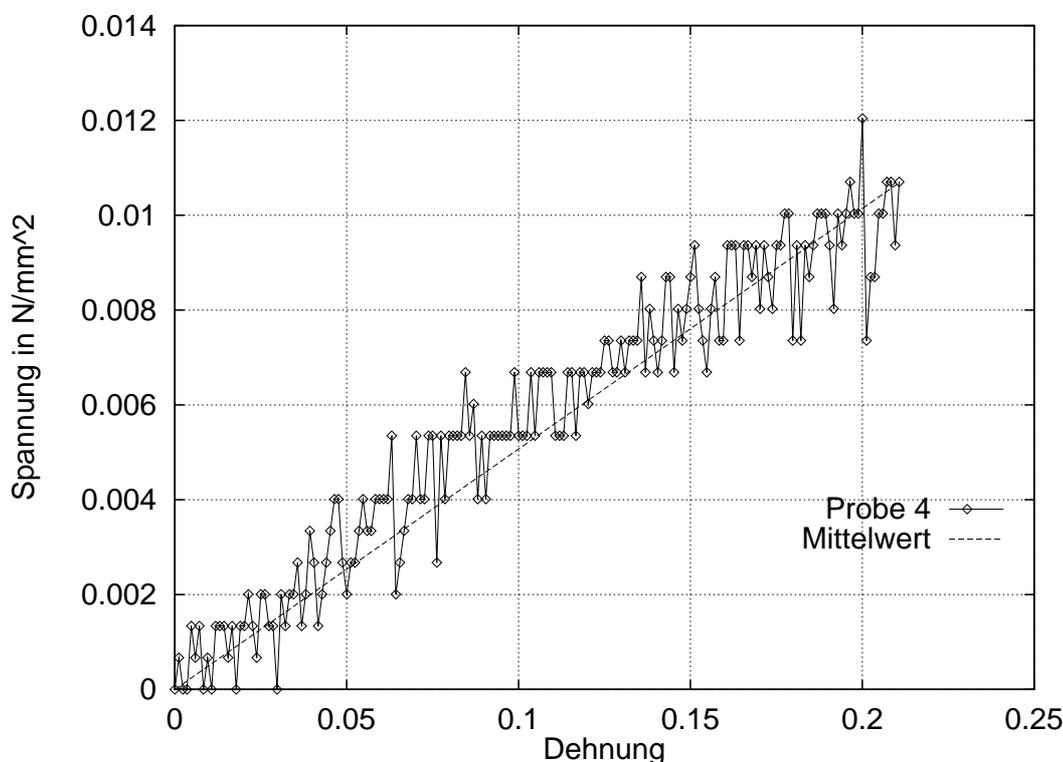


Abbildung 3.7: Spannungs-Dehnungskurve des Gewebematerials

3.2.3 Frequenzabhängiges komplexes Schubmodul

Die Bestimmung des frequenzabhängigen Schubmoduls wurde von der Firma Freudenberg, wie in Kapitel 2.2.4 beschrieben, nur am Gewebematerial durchgeführt. Die Messung wurde am Knotenmaterial nicht durchgeführt, weil angenommen werden kann, daß bei einer so kleinen Amplitude der harmonischen Schwingung von $20 \mu\text{m}$ die viskoelastischen Eigenschaften des Knotens zu vernachlässigen sind. Nur das weichere Gewebematerial wird wesentlich deformiert. Abweichend zu Kapitel 2.2.4 wurde die Messung mit einer Doppel-Sandwich-Konstruktion nach Abbildung 3.8 durchgeführt.

Die vier ausgestanzten Probekörper hatten einen Durchmesser von 36 mm und eine Höhe von 6 mm . Sie wurden mit dem transparenten Kleber Elastosil E43 auf den Metallhalter geklebt. Das Experiment wurde bei Raumtemperatur durchgeführt. Das frequenzabhängige Schubmodul wurde an 21 Meßpunkten in einem Frequenzbereich zwischen 0.01 Hz und 100 Hz bestimmt. Die relative Schubverformung betrug $\pm 5\%$. Das Ergebnis der Messung wird

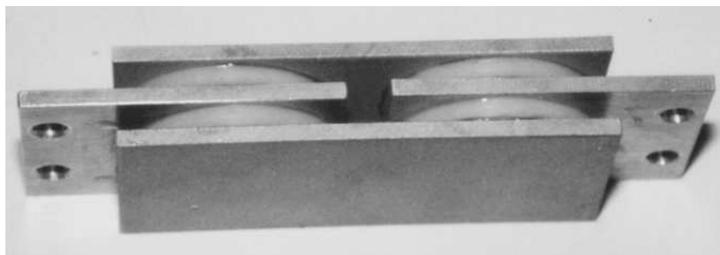


Abbildung 3.8: Doppel-Sandwich-Konstruktion

in Abbildung 3.9 graphisch dargestellt.

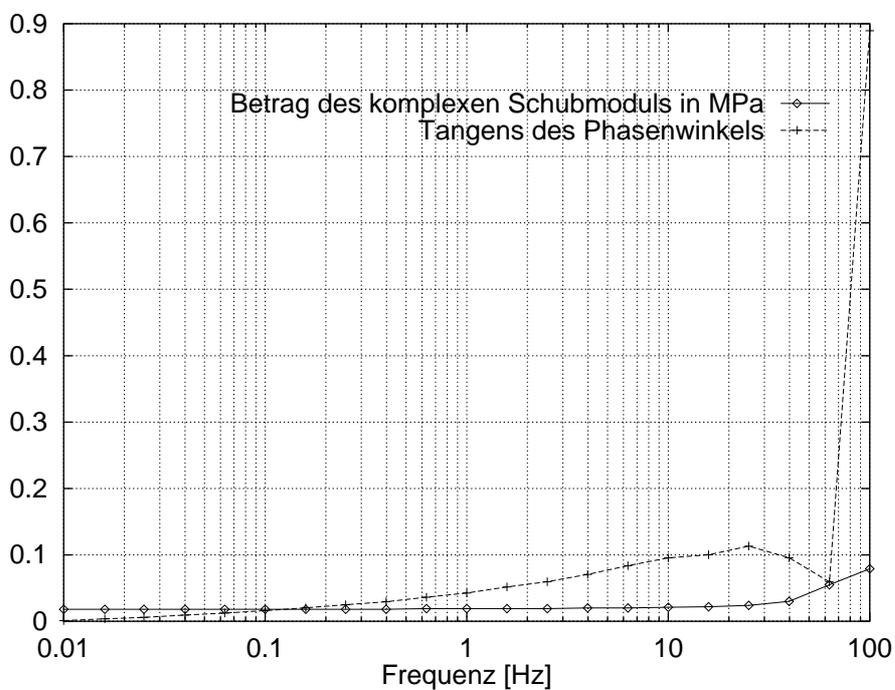


Abbildung 3.9: Experimentell bestimmtes komplexes Schubmodul

Der Betrag des komplexen Schubmoduls bleibt in dem Frequenzbereich annähernd konstant, der mechanische Verlustfaktor $\tan \delta$, welcher ein Maß für die in Wärme verlorengegangene Energie ist, ist abgesehen vom letzten Meßpunkt sehr klein. Bei einer Frequenz von 100 Hz beträgt der Phasenunterschied zwischen Auslenkung und Kraft 41 Grad.

Kapitel 4

Finite-Element-Modelle und Ergebnisse

In diesem Kapitel wird zuerst allgemein erklärt, wie ein Finites-Element-Modell erstellt wird. Dann werden die verwendeten Materialeigenschaften eingeführt und schließlich werden die selbstgeschriebenen Programme vorgestellt und diskutiert. Als Prä- und Postprozessor wurde das kommerzielle Softwarepaket Patran Version 6.0 der McNeal Schwendler GmbH verwendet. Als Finites-Element-Programm diente Abaqus Version 5.5 der Firma Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc.

4.1 Vorgehensweise zum Erstellen von Finiten-Element-Modellen

Bei etwas komplizierteren Geometrien des Modells bietet es sich an, einen Präprozessor zum Erstellen der Abaqus Eingabedatei zu benutzen.

Im folgenden sollen die einzelnen Schritte zur Erstellung eines FE-Modells mit dem Präprozessor Patran anhand eines zweidimensionalen, axialsymmetrischen Beispiels dargestellt werden. Mit diesem Programm wurden verschiedene Rechnungen durchgeführt, die weiter unten genauer diskutiert werden.

Nimmt man an, daß die drei Phantomknoten (vgl. Abbildung 3.1) sich während der Messung nicht beeinflussen und die Geometrie des Phantoms keinen Einfluß auf das Meßergebnis hat, dann reicht es aus, nur einen Knoten zu modellieren. Diese Annahme kann gemacht werden, weil die Amplitude der harmonischen Schwingung recht klein ist. Damit der Einfluß der Geometrie ausgeschlossen werden kann, wurde ein großer Radius für das Modell des

axialsymmetrischen Phantoms von 30 mm gewählt. Die Gesamthöhe betrug wie bei den Messungen im IBMT 22 mm .

Die Arbeit mit dem Präprozessor kann in folgende Schritte eingeteilt werden:

1. Die Geometrie nach Abbildung 4.1 wurde axialsymmetrisch zur y-Achse erzeugt. Sowohl Knotendicke als auch Einbettiefe betragen 2 mm . Die Pfeile zwischen Knoten und Gewebe kennzeichnen den Kontakt zwischen diesen beiden.

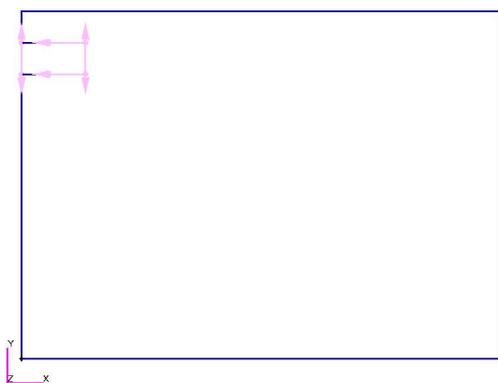


Abbildung 4.1: Geometrie

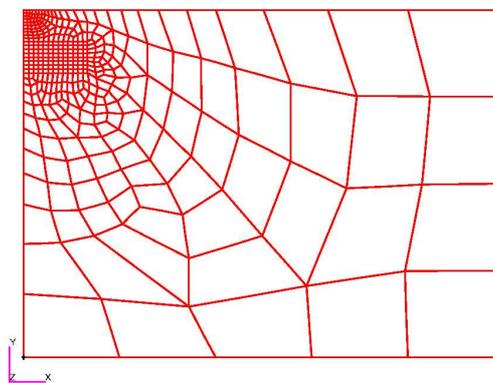


Abbildung 4.2: Netz

2. Knoten und Gewebe werden, wie in Abbildung 4.2 zu sehen ist, vernetzt. Um eine höhere Genauigkeit des Ergebnisses zu erhalten, wurden Gebiete, in denen die größten Spannungs- und Dehnungsgradienten erwartet werden, mit sehr kleinen Elementen bedeckt, und Regionen, in denen nicht viel geschieht, wurden großflächig vernetzt. Außerdem müssen den Elementen noch Eigenschaften zugewiesen werden. In diesem Beispiel wurden axialsymmetrische Elemente mit jeweils acht Knoten gewählt.
3. Als dritten Schritt werden die Randbedingungen vorgegeben. Bei diesem Experiment müssen die Elementknoten am Boden des Gewebes fest sein, d.h. sie können sich in axiale und radiale Richtung nicht bewegen. Die Belastung im ersten Teilschritt, das Drücken des Stempels axial über dem Knoten in das Gewebe, wird hier durch einen konstanten Druck von 2776 Pa simuliert. Die Amplitude der harmonischen Schwingung ($20\text{ }\mu\text{m}$) im zweiten Schritt muß auch als Randbedingung vorgegeben werden, sie ist aber in Abbildung 4.3 nicht dargestellt.

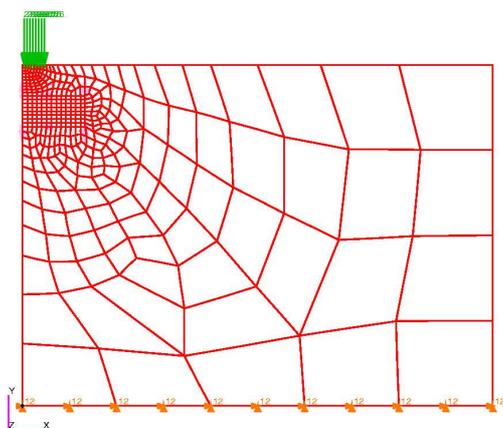


Abbildung 4.3: Randbedingungen

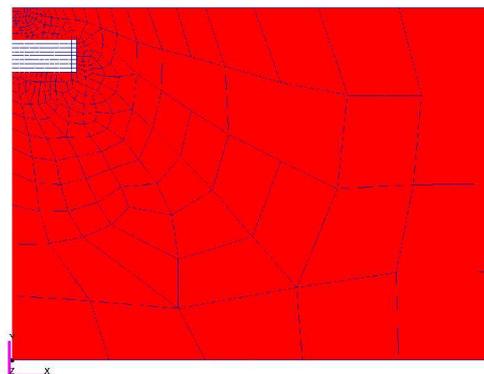


Abbildung 4.4: Material

4. Jetzt können den Elementen Materialeigenschaften zugewiesen werden. Abbildung 4.4 zeigt, daß die rot dargestellten Elemente des Gewebematerials eine andere Materialeigenschaft besitzen als die weißen Knotenelemente.
5. Schließlich werden die verschiedenen Teilschritte, sogenannte Steps, deren Randbedingungen und die Art und Weise der Berechnung festgelegt. Das geschilderte Beispiel beinhaltet zwei Teilschritte. Der erste Schritt simuliert das Eindringen des Stempels. Der statische Druck von $2776 Pa$ wirkt auf einer Länge von $1,5 mm$, dem Radius des Stempels. Im zweiten Teilschritt wird das Gewebe axial über dem Knoten zu harmonischen Schwingungen angeregt. Hierbei werden die harmonischen Schwingungen als Störung bezüglich der Deformation des ersten Teilschrittes berechnet. Jede Randbedingung in diesem Teilschritt wird als Amplitude der harmonischen Schwingung betrachtet.
6. Wenn das Modell und die Teilschritte des Programms festgelegt sind, kann der Präprozessor die Eingaben in eine Abaqus-Eingabedatei umwandeln.

Diese Eingabedatei (mit der Endung `.inp`) kann nun von Abaqus bearbeitet werden. Abaqus schreibt die berechneten Werte, wie z.B die Dehnung, Verschiebung, Spannung, Phase oder Reaktionskraft, die vom Anwender gewünscht werden, in die Binärdatei (mit der Endung `.fil`) und in eine ASCII-Datei (mit der Endung `.dat`).

Patran als Postprozessor kann die Binärdatei laden und die Ergebnisse graphisch veranschaulichen. Abbildung 4.5 zeigt den Betrag der Deformation in

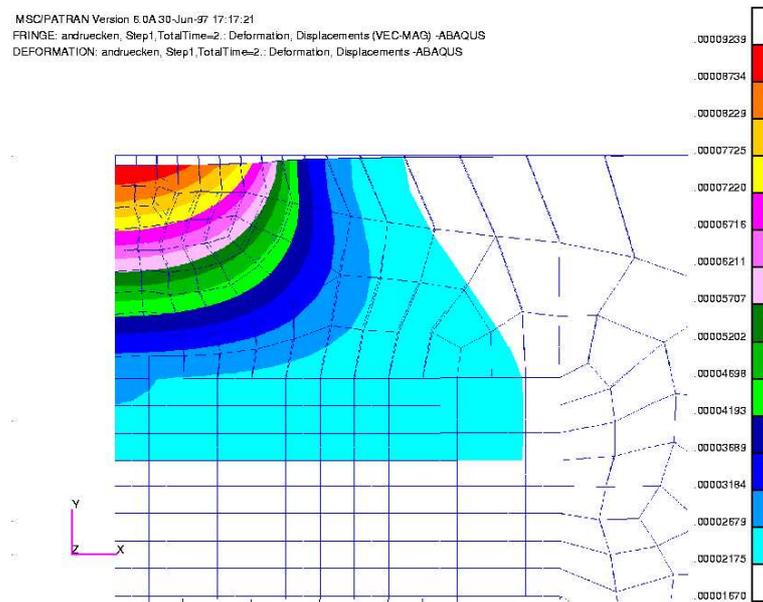


Abbildung 4.5: Deformation des Modells nach dem ersten Teilschritt

Meter nach dem ersten Teilschritt. Es ist nur das linke obere Teilgebiet des Modells dargestellt. Einen Teil der Elemente des Knotens sieht man noch links unten. Die Deformation aufgrund des Anpreßdrucks wirkt sich nur bis zu den ersten Elementen des Knotenmaterials aus.

4.2 Verwendete Materialeigenschaften

In diesem Kapitel werden die Materialeigenschaften vorgestellt, die in die FE-Programme eingesetzt wurden.

4.2.1 Gehirndaten aus der Literatur

Da die Ergebnisse der experimentelle Bestimmung der Materialeigenschaften erst nach einiger Zeit zur Verfügung standen, wurde zuerst mit Daten von menschlichem Gehirnmaterial nach [Men95] und [Shu72] gerechnet. In [Men95] wurden die Moonley-Rivlin Parameter (siehe Gleichung 2.25) mit $C_{10} = 641 Pa$ und $C_{01} = 733 Pa$ bestimmt. Das frequenzabhängige Schubmodul $G(\omega)$ wurde aus Abbildung 6 in [Shu72] entnommen. Die Abbildungen 4.6 und 4.7 zeigen die Amplitude und die Phase des Schubmoduls nach [Shu72].

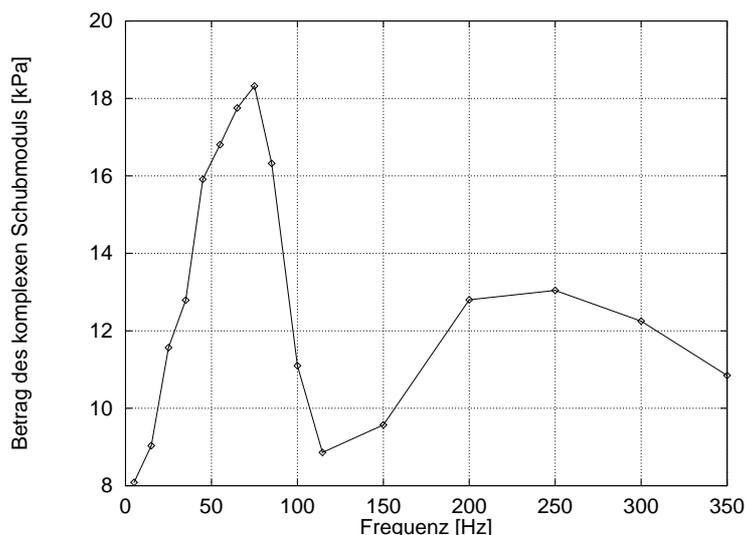


Abbildung 4.6: Amplitude des frequenzabhängigen Schubmoduls nach [Shu72]

Zusätzlich zu den obigen Kurven benötigt Abaqus den Wert von $G(\omega)$ bei einer Frequenz von $f = 0 Hz$. Nach [Chr82] Kapitel 1.6 ist der Grenzwert des Imaginärteils von $G(\omega)$ bei unendlich großen und sehr kleinen Frequenzen gleich Null. Somit ist das von Abaqus benötigte G_∞ der Wert des Realteils von $G(\omega)$ bei einer Frequenz von $f = 0 Hz$. In G_∞ steht ∞ für $t \rightarrow \infty$. Bei einer Fouriertransformation werden die Werte von $t \rightarrow \infty$ auf $f = 0 Hz$ transformiert. Wird also $G(\omega)$ experimentell bestimmt, sollte unter anderem

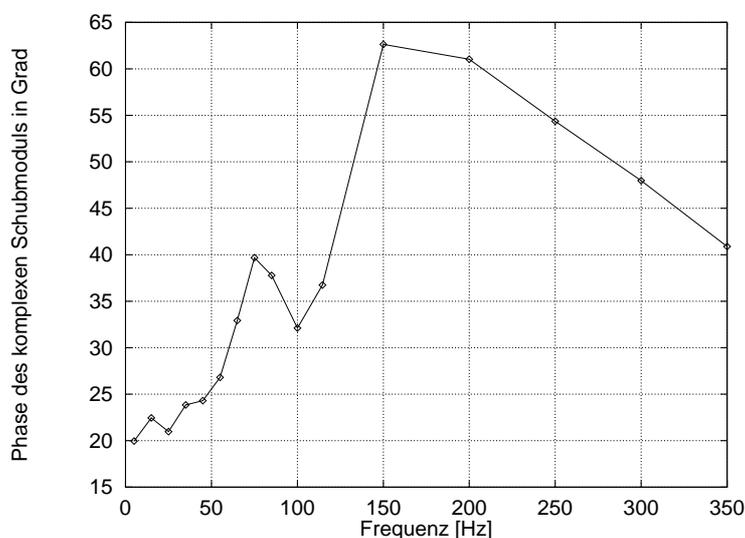


Abbildung 4.7: Phase des frequenzabhängigen Schubmoduls nach [Shu72]

auch bei sehr kleinen Frequenzen gemessen werden. Da die Daten für $G(\omega)$ in [Shu72] nur ab einer Frequenz von 5 Hz vorlagen, wurde für G_∞ der Wert des Realteils von $G(\omega)$ bei 5 Hz gewählt: $G_\infty = 7,6\text{ kPa}$.

Bei den Rechnungen betrug die Dichte des Gewebematerials $\rho = 1128,5\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ und die Dichte des Knotenmaterials $\rho = 1142,5\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Das frequenzabhängige Schubmodul wurde für Gewebe- und Knotenmaterial als gleich angenommen. Die hyperelastischen Materialeigenschaften des Knotens wurden einfach um ein Drittel erhöht und der Knoten damit fester gemacht. Sie wurden zu $C_{10} = 800\text{ Pa}$ und $C_{01} = 910\text{ Pa}$ gewählt.

Um das Verhalten bei einer Phase, die größer als 90 Grad ist, zu studieren, wurden als Testdaten die Daten nach [Shu72] so modifiziert, daß die Phase Werte über 90 Grad erreicht. Diese modifizierte Kurve der Phase ist in Abbildung 4.8 zu sehen.

Die Amplitude wurde nicht geändert. Auch alle anderen Werte bleiben unverändert.

4.2.2 Gemessene Daten der Firma Freudenberg

Die Messungen der Spannungs-Dehnungskurven von Knoten- und Gewebematerial ergab, wie in Kapitel 3.2.2 beschrieben, ein linear elastisches Verhalten beider Materialien. Das Elastizitätsmodul des Knotenmaterials wurde

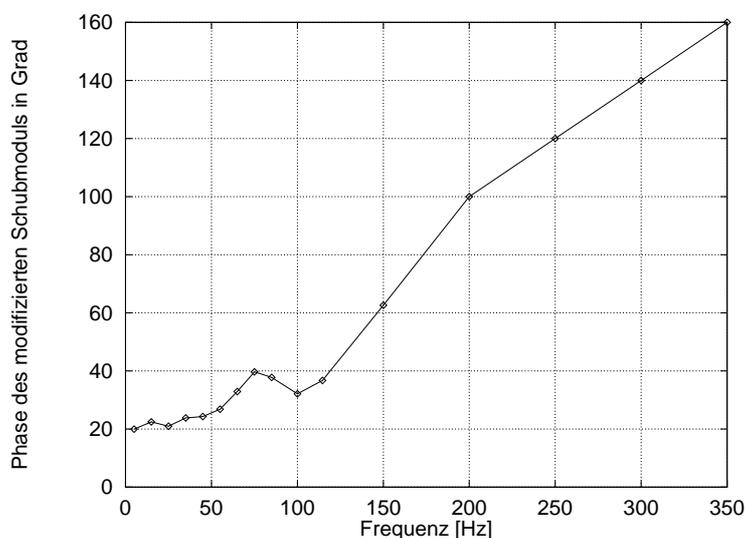


Abbildung 4.8: Geänderte Phase des frequenzabhängigen Schubmoduls nach [Shu72]

zu $E = 1,5673 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$ bestimmt, das Gewebematerial hatte ein Elastizitätsmodul von $E = 50700 \frac{N}{m^2}$. Die Messungen der Dichte ergaben einen Wert von $\rho = 1128,5 \frac{kg}{m^3}$ für das Gewebematerial und $\rho = 1142,5 \frac{kg}{m^3}$ für das Knotenmaterial. Betrag und Phase des komplexen Schubmoduls sind in den Abbildung 4.9 und 4.10 dargestellt.

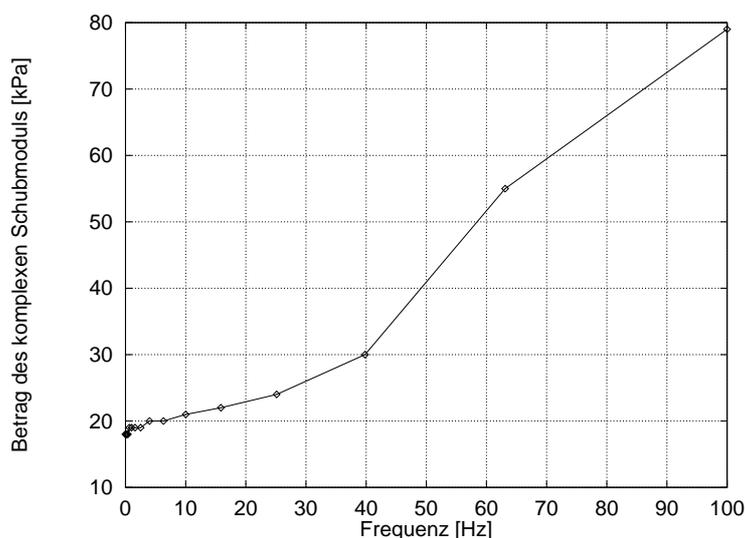


Abbildung 4.9: Betrag von $G(\omega)$ der Messung der Firma Freudenberg

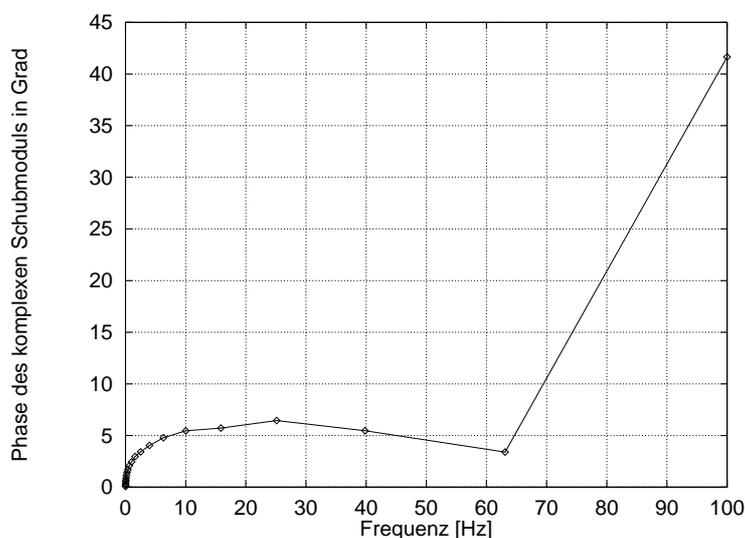


Abbildung 4.10: Phase von $G(\omega)$ der Messung der Firma Freudenberg

G_∞ konnte hier sehr gut bestimmt werden, weil auch bei sehr kleinen Frequenzen gemessen wurde: $G_\infty = 18 \text{ kPa}$.

4.2.3 Berechnung von $G(\omega)$ nach den experimentellen Ergebnissen vom IBMT

Betrachtet man den in Kapitel 2.2.4 beschriebenen Vorgang zur experimentellen Bestimmung des komplexen Dehnmoduls und den experimentellen Ablauf der Messungen am knotenfreien Material, der in Kapitel 3.1 beschrieben ist, so fällt auf, daß diese Messungen mit einer Ausnahme identisch sind. Die Ausnahme besteht in der Geometrie des Probekörpers. Bei der Messung des komplexen Dehnmoduls nach DIN 53513 hat der zylinderförmige Probekörper denselben Querschnitt wie der Metallhalter, auf den der Probekörper aufgeklebt wird. Bei den Messungen am knotenfreien Gewebematerial ist dies nicht gegeben. Trotz dieses kleinen Unterschiedes wurde aus den gemessenen Daten am Gewebematerial ohne Knoten nach Gleichung (2.39) der Betrag des komplexen Dehnmoduls berechnet.

F_a ist die gemessene Kraftamplitude, L_a die Amplitude der Längenänderung von $20 \mu\text{m}$, L_0 die unbeanspruchte Probenlänge von 20 mm und A der unbeanspruchte Probenquerschnitt, dessen Wert sich nach $A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (1,5 \text{ mm}^2)$ berechnet. Bei einem inkompressiblen Material ist die Poissonzahl $\nu = 0,5$. Es kann davon ausgegangen werden, daß die Poissonzahl bei dem vorliegen-

den Silikon nahe bei $\nu = 0,5$ liegt. Für $\nu = 0,5$ gilt:

$$E^* = 3 G^* \quad (4.1)$$

Da die Phase sowohl bei E^* als auch bei G^* gleich sein muß, gilt folglich auch $|E^*| = 3 |G^*|$, und das komplexe Schubmodul ist berechnet. Das Ergebnis ist graphisch in Abbildung 4.11 und 4.12 dargestellt.

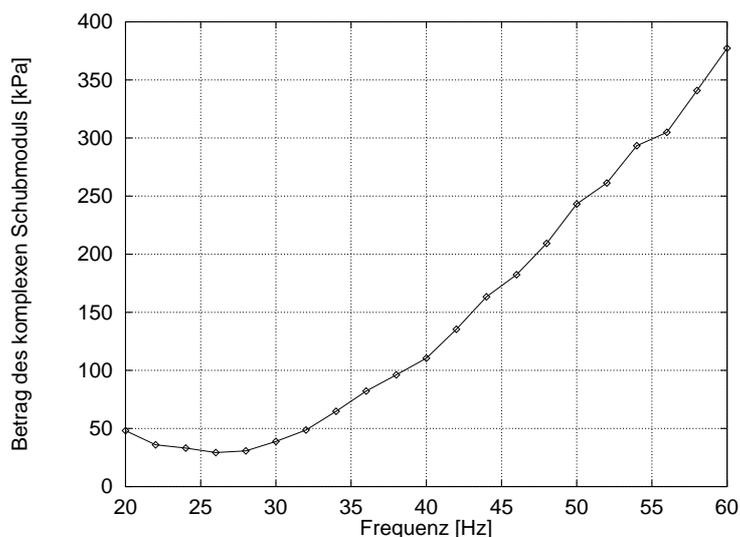


Abbildung 4.11: Amplitude des komplexen Schubmodul, berechnet nach den Messungen im IBMT an Gewebematerial ohne Knoten

Hier gestaltete sich die Bestimmung von G_∞ als schwierig. Es lagen nur Werte ab einer Frequenz von 20 Hz vor. Es wurde angenommen, daß die Amplitude linear von $f = 0 \text{ Hz}$ bis zum Minimum bei $f = 26 \text{ Hz}$ fällt. Daraus ergab sich $G_\infty = 111 \text{ kPa}$.

Alle anderen Werte sind die von Freudenberg gemessenen: Beide Materialien wurden als linear elastisch angenommen mit $E = 1,5673 \text{ MPa}$ für das Knotenmaterial und $E = 0,0507 \text{ MPa}$ für das Gewebematerial. Die Dichten betragen $\rho = 1142,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ beim Knotenmaterial und $\rho = 1128,5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ beim Gewebematerial.

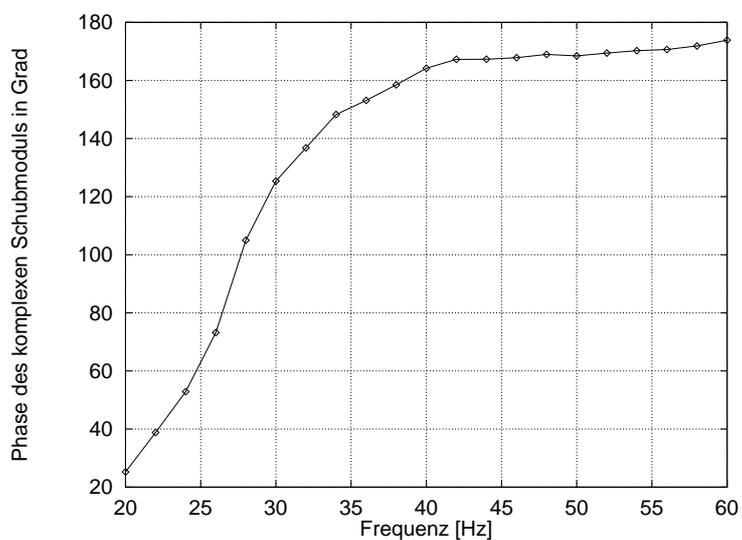


Abbildung 4.12: Phase des komplexen Schubmoduls, berechnet nach den Messungen im IBMT an Gewebematerial ohne Knoten

4.2.4 Zusammenfassung der vier Modelle der Materialeigenschaften

Zur besseren Übersicht werden in diesem Kapitel die Werte der verwendeten Materialeigenschaften in Tabelle 4.1 dargestellt:

Modell	Knotendichte $[\frac{kg}{m^3}]$	Gewebedichte $[\frac{kg}{m^3}]$	erster Teilschritt Elastizität	zweiter Teilschritt Viskoelastizität
Gehirndaten nach [Shu72] und [Men95]	1142,5	1128,5	hyperelastisch Knoten: $C_{10} = 800 Pa$, $C_{01} = 910 Pa$ Gewebe: $C_{10} = 641 Pa$, $C_{01} = 733 Pa$	$G(\omega)$ nach Abbildung 4.6 und 4.7
modifizierte Gehirndaten	1142,5	1128,5	hyperelastisch Knoten: $C_{10} = 800 Pa$, $C_{01} = 910 Pa$ Gewebe: $C_{10} = 641 Pa$, $C_{01} = 733 Pa$	$G(\omega)$ nach Abbildung 4.6 und 4.8
von Freundenberg gemessen	1142,5	1128,5	linear elastisch Knoten: $E = 1,5673 MPa$ Gewebe: $E = 0,0507 MPa$	nur Gewebematerial $G(\omega)$ nach Abbildung 4.9 und 4.10
$G(\omega)$ berechnet nach Messungen vom IBMT	1142,5	1128,5	linear elastisch Knoten: $E = 1,5673 MPa$ Gewebe: $E = 0,0507 MPa$	nur Gewebematerial $G(\omega)$ nach Abbildung 4.11 und 4.12

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der Materialeigenschaften

4.3 Axialsymmetrische Modelle und deren Ergebnisse

Die Erstellung dieses zweidimensionalen, axialsymmetrischen Modells mit einer Knotendicke von 2 mm wurde in Kapitel 4.1 beschrieben. Ein kommentierter Programmausschnitt ist im Anhang zu finden. Im folgenden werden die Ergebnisse dieses Modells, welche mit den vier vorgestellten Materialeigenschaften aus Kapitel 4.2 berechnet wurden, vorgestellt und diskutiert.

4.3.1 Gehirndaten aus der Literatur

Zuerst wurden die Gehirndaten nach [Men95] und [Shu72] als Materialeigenschaften in das Programm eingesetzt. Abaqus liefert als Ergebnis die Amplitude und Phase der Reaktionskraft für jeden Knoten eines Elementes. Da das Modell axialsymmetrisch ist, sind die von Abaqus ausgegebenen Werte schon mit $2\pi r$ multipliziert. Die Addition aller Knotenwerte sollte daher die gesamte Reaktionskraft, welche ja auch experimentell gemessen wurde, ergeben. Damit die Darstellung der Phase übersichtlicher wird, soll hier der Mittelwert der Phase über alle Knoten dargestellt werden. Abbildung 4.13 und 4.14 zeigen die ermittelte Amplitude und Phase der Reaktionskraft.

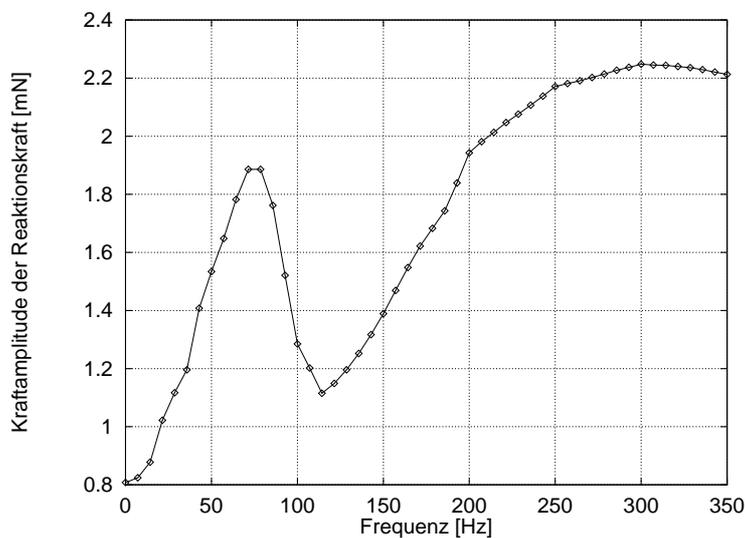


Abbildung 4.13: Gehirnmateriale: Amplitude der Reaktionskraft

Eigentlich sollte die Phase bei einer Frequenz von 0 Hz einen Wert von Null haben. Ein Fehler könnte die Wahl von G_∞ sein, für dessen Bestimmung sehr kleine Werte von $G(\omega)$ bekannt sein sollten, was hier leider nicht der Fall war.

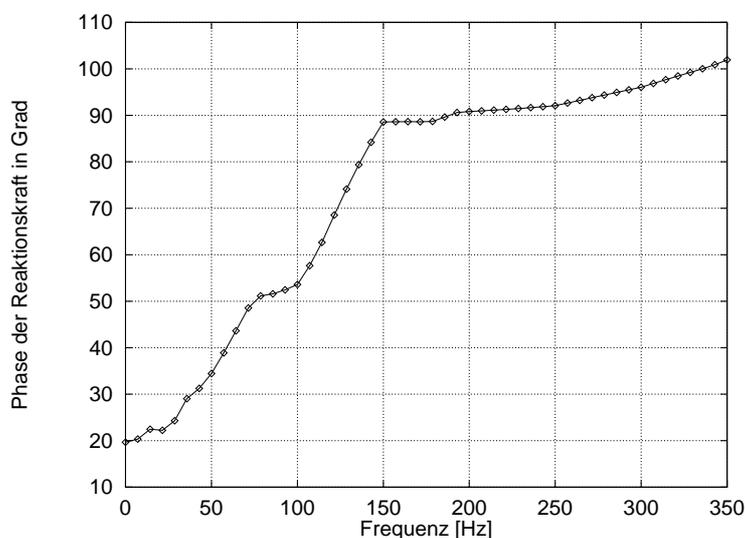


Abbildung 4.14: Gehirnmaterial: Phase der Reaktionskraft

Eine Ähnlichkeit dieser Kurven mit den experimentell bestimmten Kurven von leberähnlichem Silikon nach Abbildung 3.4 und 3.5 ist nicht festzustellen. Eine große Ähnlichkeit besteht dagegen gegenüber dem frequenzabhängigen Schubmodul nach Abbildung 4.6 und 4.7.

4.3.2 Modifizierte Gehirndaten

Die Ergebnisse der Rechnung mit den modifizierten Gehirndaten sind in Abbildung 4.15 und 4.16 dargestellt. Vergleicht man die Abbildungen 4.13 und 4.14 mit den Abbildungen 4.15 und 4.16, so erkennt man, daß diese bis zu einer Frequenz von 150 Hz gleich sind. Erst wenn die Phase des frequenzabhängigen Schubmoduls $G(\omega)$ unterschiedlich wird, unterscheiden sich auch die von Abaqus berechneten Werte. $G(\omega)$ hat also einen sehr großen Einfluß auf das Simulationsergebnis.

Numerische Probleme treten dann vermehrt auf, wenn die Phase von $G(\omega)$ sich neunzig Grad annähert und überschreitet. Abaqus meldet dann, daß die Matrix des zu lösenden Gleichungssystems negative Eigenwerte besitzt. Wenn die Phase neunzig Grad beträgt, befindet sich das System in Resonanz und der Einschwingungsvorgang ist unendlich lang und somit nicht mehr numerisch lösbar. Aus diesem Grund treten diese Probleme bei diesen Daten und dem berechneten $G(\omega)$ nach den Messungen vom IBMT auf, aber nicht

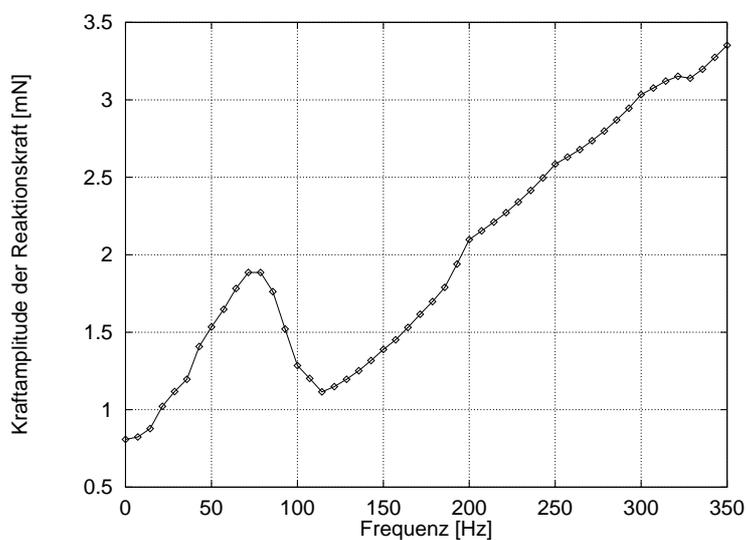


Abbildung 4.15: modifiziertes Gehirnmaterial: Amplitude der Reaktionskraft

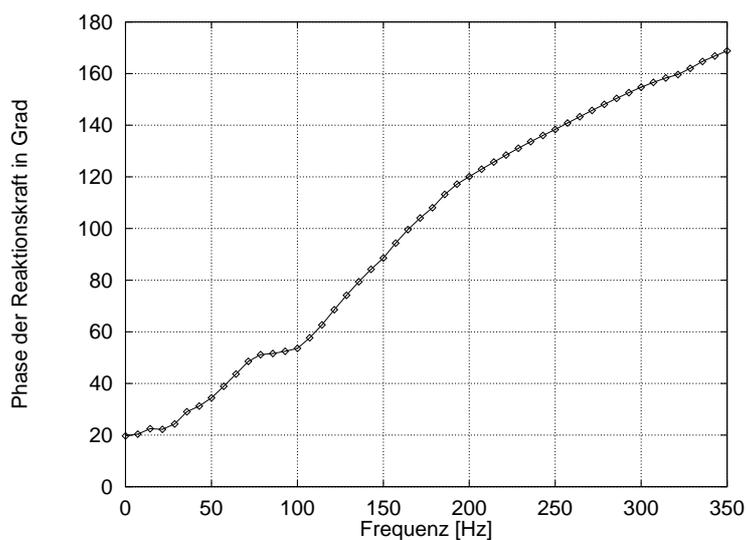


Abbildung 4.16: modifiziertes Gehirnmaterial: Phase der Reaktionskraft

bei den von der Firma Freudenberg gemessenen Daten.

4.3.3 $G(\omega)$ berechnet nach den Messungen vom IBMT

Um die in Kapitel 4.2.3 berechneten Werte für $G(\omega)$ zu validieren, wurde zuerst eine Rechnung nur an Gewebematerial ohne Knoten durchgeführt.

Die berechneten Kurven müßten dann mit den Kurven „kein Knoten“ aus den Abbildungen 3.4 und 3.5 übereinstimmen.

Die Abbildungen 4.17 und 4.18 zeigen die mit Abaqus berechneten Werte im Vergleich zu den im IBMT gemessenen.

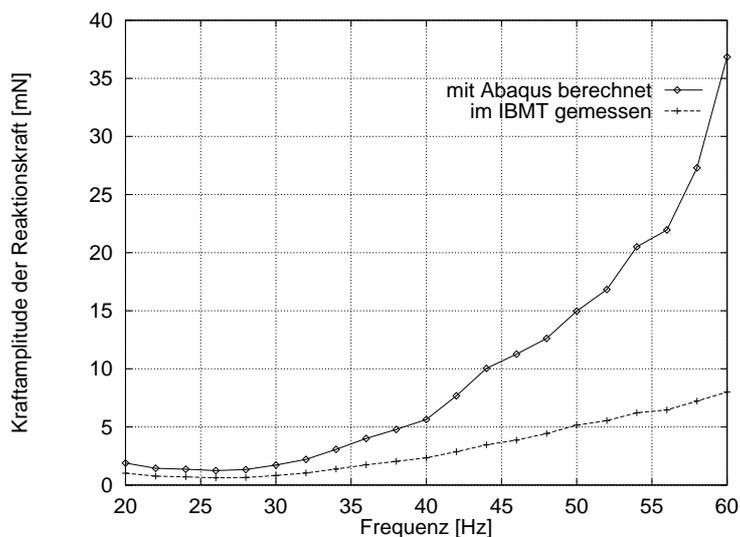


Abbildung 4.17: $G(\omega)$ nach IBMT, kein Knoten: Amplitude der Reaktionskraft

Schaut man sich zuerst die Phase an, so erkennt man, daß sie zwischen 20 Hz und 28 Hz nahezu übereinstimmt. Ab 28 Hz treten wieder numerische Probleme auf und das berechnete Ergebnis wird ungenauer.

Die Kurven der Kraftamplitude verhalten sich ähnlich. Die Differenz zwischen berechneter und gemessener Kurve ist bis zu 28 Hz gleich. Danach wird diese durch die numerischen Probleme immer größer. Die Verschiebung der beiden Kurven im unteren Frequenzbereich kommt dadurch zustande, daß von Abaqus die gesamte Kraftamplitude der Reaktionskraft ausgegeben wird und im IBMT nur die sogenannte dynamische Kraftamplitude ohne die statische Anpreßkraft aufgezeichnet wurde. Da aber keine genaue Aussage über die Drift des statischen Anpreßdrucks während der Messung gemacht werden kann, wurde diese von den von Abaqus berechneten Werten nicht abgezogen.

Die Vorgehensweise zur Berechnung von $G(\omega)$ von Kapitel 4.2.3 wurde somit bestätigt.

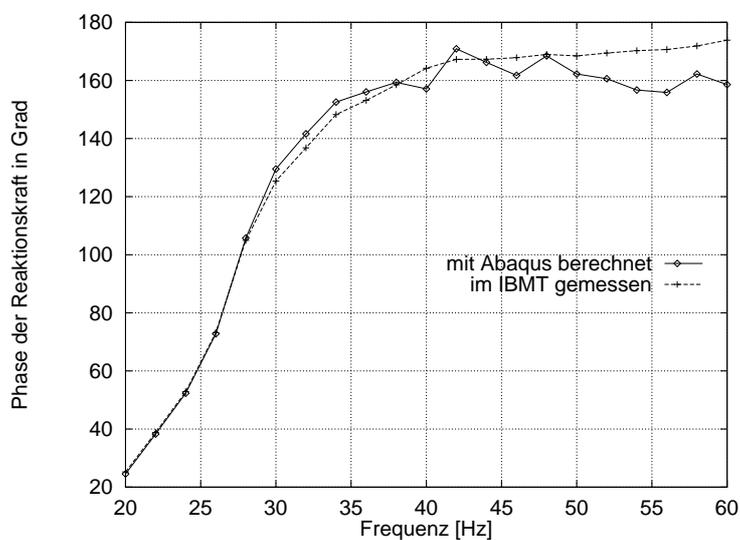


Abbildung 4.18: $G(\omega)$ nach IBMT, kein Knoten: Phase der Reaktionskraft

4.3.4 Gemessene Daten der Firma Freudenberg

Mit den Erkenntnissen der vorigen Kapitel und dem von der Firma Freudenberg gemessenen $G(\omega)$ des Gewebematerials (Abbildung 4.9 und 4.10) kann schon vor der Rechnung vorhergesagt werden, daß die Ergebnisse nicht mit den experimentellen Messungen (Abbildung 3.4 und 3.5) übereinstimmen werden. Es besteht keine Ähnlichkeit zwischen dem von der Firma Freudenberg gemessenen $G(\omega)$ und des experimentelle Kurven des IBMT.

Die Ergebnisse der Rechnungen mit den von der Firma Freudenberg gemessenen Materialeigenschaften sind in Abbildung 4.19 und 4.20 dargestellt: Wie erwartet sind beide Kurven dem gemessenen $G(\omega)$ (Abbildung 4.9 und 4.10) sehr ähnlich.

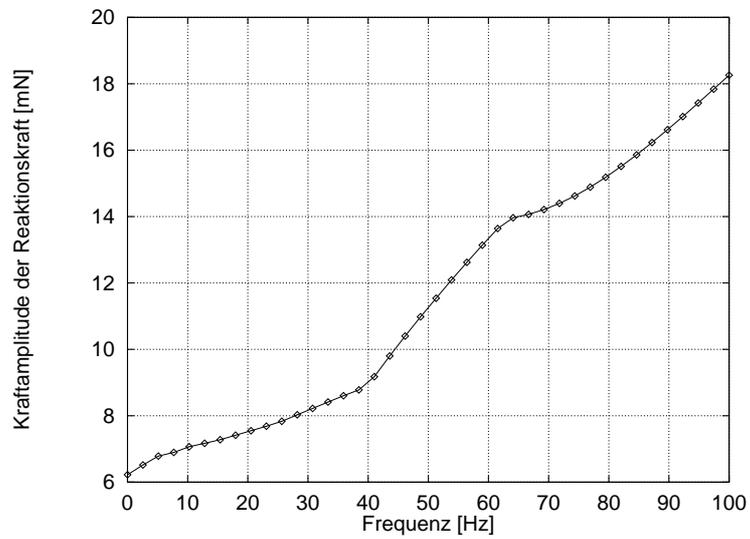


Abbildung 4.19: Freudenberg: Amplitude der Reaktionskraft

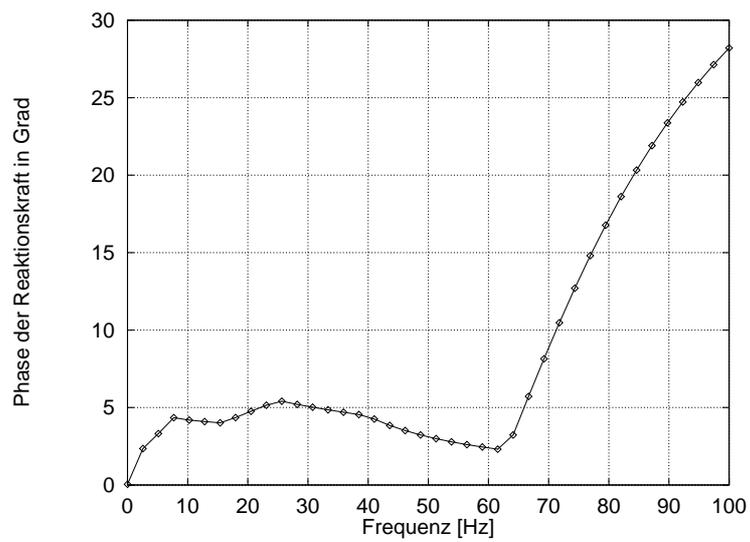


Abbildung 4.20: Freudenberg: Phase der Reaktionskraft

4.4 Dreidimensionale Modelle und deren Ergebnisse

Damit nicht nur axial über dem Knoten das Gewebe angeregt werden kann, sondern auch am Rand des Knotens und neben dem Knoten, mußte ein dreidimensionales Modell erstellt werden. Dieses Modell besitzt dieselben Maße wie das zweidimensionale, axialsymmetrische Modell. Es besteht aus einem Zylinder mit einem Durchmesser von 60 mm und einer Höhe von 22 mm . In den Zylinder wurde ein Knoten mit einem Durchmesser von 8 mm und einer Dicke von 2 mm axial unter die Oberfläche eingebaut.

Das Modell wurde sehr einfach aufgebaut. Es besteht aus 11 Elementschichten, die alle identisch sind. Die Elemente sind das Ergebnis der automatischen Vernetzung von Patran. Einige Elemente, insbesondere die Elemente des Knotens und der Anregungspunkte des Stempels, wurden nach der automatischen Vernetzung in kleinere Elemente geteilt. Abbildung 4.21 zeigt die oberste Elementschicht und die gesamte Geometrie des Zylinders. Das Modell

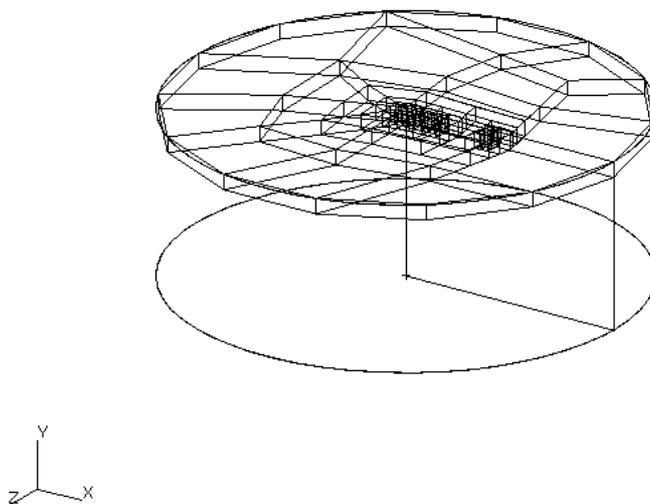


Abbildung 4.21: Dreidimensionale Modell

beinhaltet ungefähr 1000 Elemente. Mit dieser Anzahl an Elementen hält sich die Rechenzeit, die Abaqus auf einer HP9000 benötigt, noch in Grenzen. Der Nachteil dieses simplen Modells liegt darin, daß aus dem runden Querschnitt des Knotens und Stempels ein rechteckiger geworden ist. Die Abbildungen 4.22 und 4.23 zeigen den Knoten in der zweitobersten Elementschicht sowie

die drei Anregungsorte des Stempels in der obersten Elementschicht von oben und von der Seite. Der Stempel kann das Gewebe axial über dem Knoten, am Knotenrand und über dem Gewebematerial anregen.

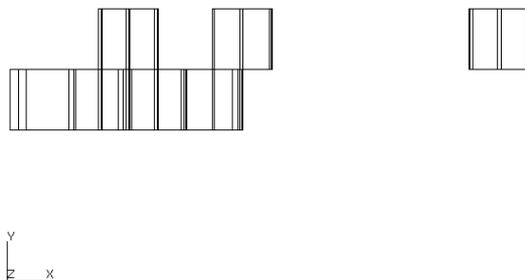


Abbildung 4.22: Knoten und Anregung: Seitenansicht

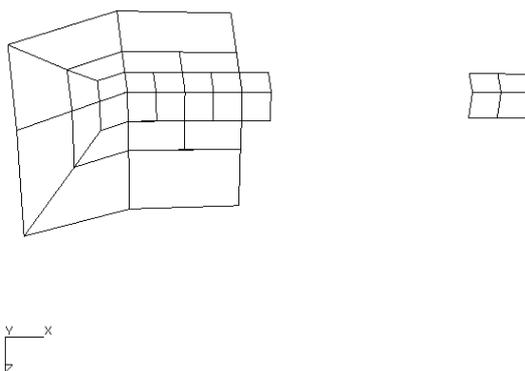


Abbildung 4.23: Knoten und Anregung: Ansicht von oben

Die Fläche des Stempels ist bei den drei Anregungsarten jeweils unterschiedlich. Aus diesem Grund wurde die berechnete Reaktionskraft mit der jeweiligen Fläche des Stempels normiert. Die Anregungsfläche axial über dem Knoten beträgt $2,998 \cdot 10^{-6} m^2$, am Knotenrand $2,95 \cdot 10^{-6} m^2$ und über dem Gewebematerial $2,73 \cdot 10^{-6} m^2$.

Für jedes Materialmodell wurden vier Rechnungen durchgeführt:

1. Anregung axial über dem Knoten
2. Anregung axial, es ist aber kein Knoten vorhanden, sondern nur Gewebematerial

3. Anregung über dem Knotenrand
4. Anregung über dem Gewebe

In den Graphiken werden diese vier Fälle durch die unterstichenen Worte bezeichnet.

4.4.1 $G(\omega)$ berechnet nach den Messungen vom IBMT

Hier wurden die Materialeigenschaften nach Kapitel 4.2.3 in die Rechnung eingebracht. In den Abbildungen 4.24 und 4.25 werden die Rechenergebnisse mit den gemessenen Werten vom IBMT (Kurven „Knotendicke 2 mm“ und „kein Knoten“ aus den Abbildungen 3.4 und 3.5) verglichen.

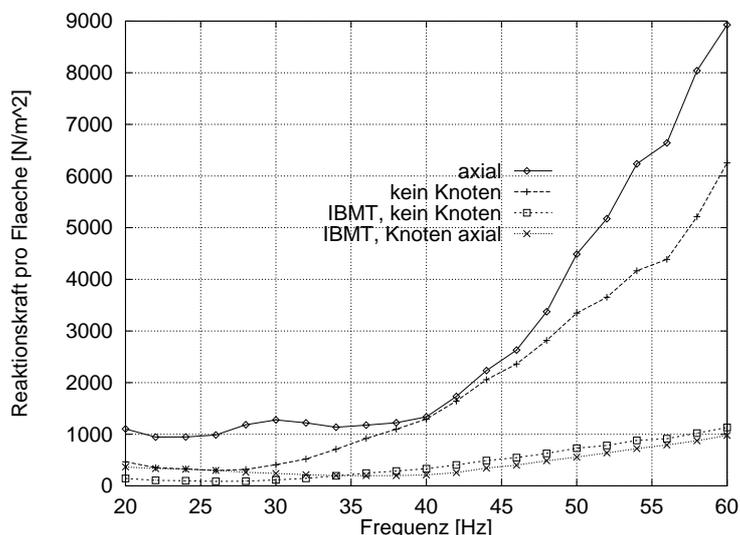


Abbildung 4.24: Vergleich der Rechenergebnisse vom 3d Modell und den gemessenen Werten vom IBMT: Kraftamplitude

Auch hier traten wieder numerische Probleme ab einer Frequenz von 28 Hz auf. Da die Nullpunktverschiebung der am IBMT gemessenen Kraftamplitude nicht genau bekannt ist, ist das Diagramm der Phasenverschiebung aussagekräftiger. Zwischen 20 Hz und 30 Hz sind die berechneten und gemessenen Werte der Phase bei der Rechnung ohne Knoten identisch.

Die Messung und Rechnung bei Anregung axial über dem Knoten sind zwar nicht identisch. Die Tendenz zu geringeren Phasenwerten als die Kurven ohne Knoten ist aber auch hier ersichtlich. Die relativ große Differenz zwischen

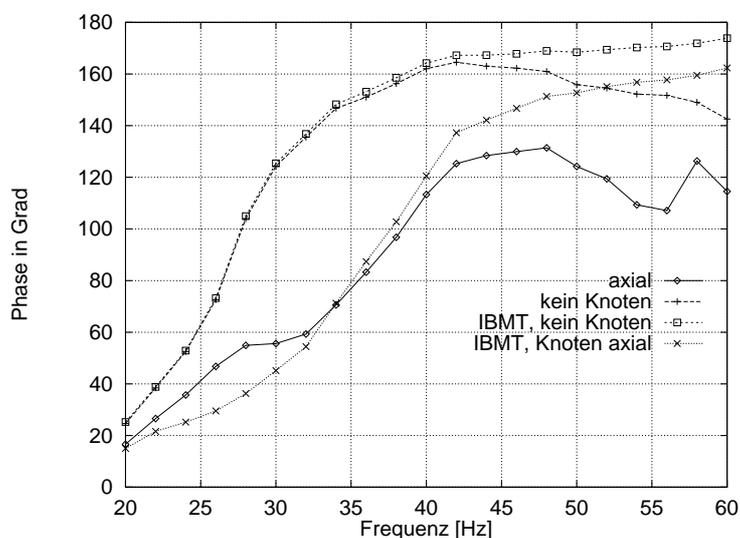


Abbildung 4.25: Vergleich der Rechenergebnisse vom 3d Modell und den gemessenen Werten vom IBMT: Phase

Rechnung und Messung liegt in der nicht exakten Materialdefinition des Knotens. In der Rechnung wurde er als linear elastisch angenommen. Tatsächlich hat das Knotenmaterial auch viskoelastische Eigenschaften, die durch die Schwingungsanregung des Stempels mehr als erwartet zum Tragen kommen.

In den Abbildungen 4.26 und 4.27 sind die Ergebnisse der Rechnungen für axiale Anregung, Anregung über dem Knotenrand und außerhalb des Knotens über dem Gewebematerial, sowie bei axialer Anregung ohne Knoten dargestellt.

Im interpretierbaren Frequenzbereich sinkt die Reaktionskraft pro Fläche von der axialen Anregung mit Knoten über die Anregung über dem Knotenrand bis zur Anregung über dem Gewebe bzw. axiale Anregung ohne Knoten. Hier macht sich der Einfluß des Knotens bemerkbar. Da der Knoten nur linear elastische Eigenschaften hat, kann er keine Schwingungsenergie in Wärmeenergie umsetzen. Bei der Anregung axial über dem Knoten geht am wenigsten Energie in Wärme verloren, weil hier das zu Schwingungen angeregte Knotenvolumen am größten ist. Wird über dem Knotenrand angeregt, so wird nicht mehr so viel Knotenvolumen zu Schwingungen angeregt, sondern mehr Gewebevolumen, das wieder mehr Energie in Wärme umwandeln kann. Bei der Anregung über dem Gewebe bzw. axial ohne Knoten besteht das gesamte zu Schwingungen angeregte Material aus Gewebe, und die viskoelastischen Eigenschaften kommen voll zum Tragen.

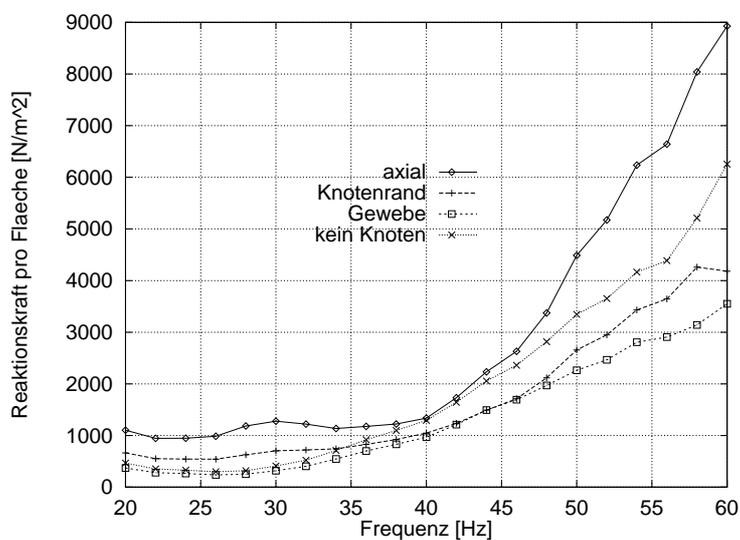


Abbildung 4.26: Kraftamplitude bei nichtaxialer Anregung

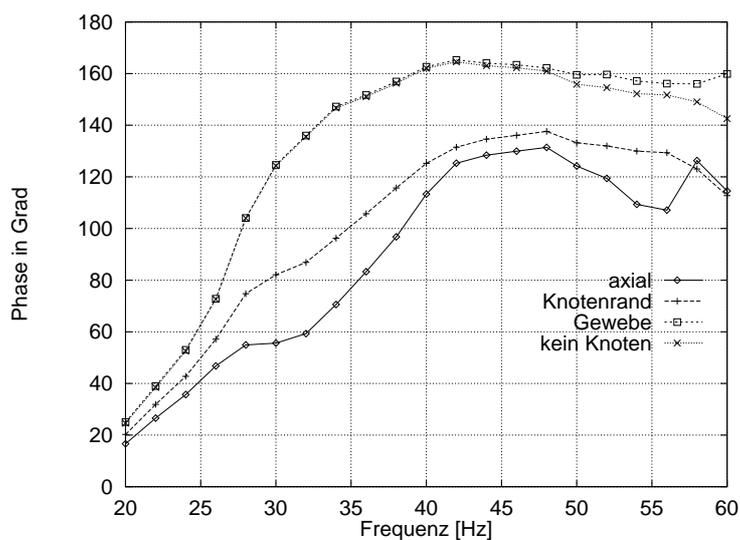


Abbildung 4.27: Phase bei nichtaxialer Anregung

Das Phasendiagramm Abbildung 4.27 bestätigt die nach Abbildung 3.5 im IBMT experimentell bestimmten Werte. Ist kein Knoten vorhanden, steigt die Phase am schnellsten, bei axialer Anregung über dem Knoten am langsamsten. Die Ergebnisse bei Anregung über dem Knotenrand müssen natürlich zwischen diesen beiden Kurven liegen.

4.4.2 Gemessene Daten der Firma Freudenberg

Bei den Rechnungen mit diesen Materialdaten traten keine numerischen Probleme auf. Es kann also der gesamte berechnete Frequenzbereich interpretiert werden. Die berechneten Werte sind in den Abbildungen 4.28 und 4.29 dargestellt.

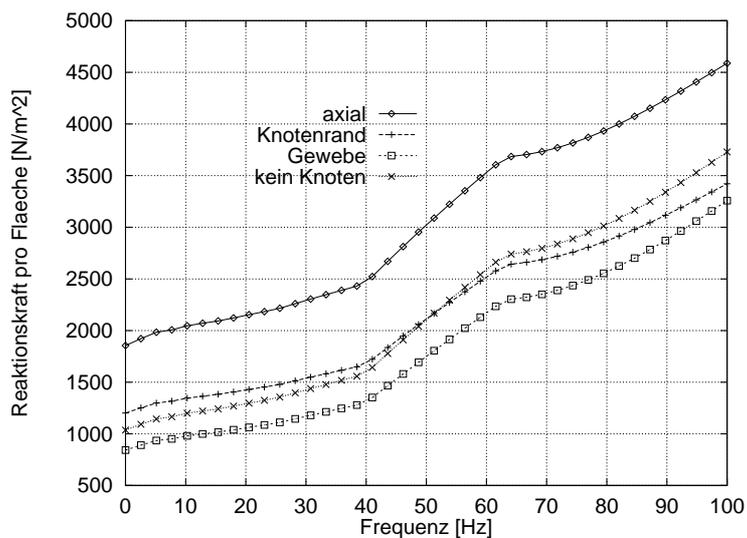


Abbildung 4.28: Kraftamplitude mit Freudenberg Daten

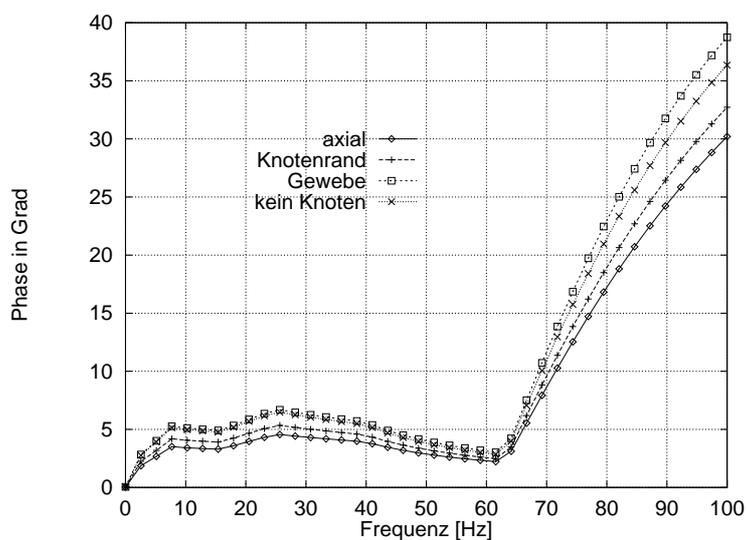


Abbildung 4.29: Phase mit Freudenberg Daten

Die Amplitudenwerte verlaufen wie im vorigen Kapitel beschrieben wurde: Die Amplitude bei axialer Anregung über dem Knoten ist am größten, gefolgt von der Anregung über dem Knotenrand und dem Gewebe.

Auch der Phasenverlauf kann gleich interpretiert werden: Am schnellsten steigen die Kurven an, wo am wenigsten Knotenvolumen angeregt wird, am langsamsten die Kurve bei axialer Anregung über dem Knoten. Hier wird das meiste Knotenvolumen angeregt.

Wenn die Geometrie des Modells auf das Ergebnis keinen Einfluß hat, müssen die Kurven bei Anregung über dem Gewebe und axialer Anregung ohne Knoten identisch sein. Das ist hier nicht der Fall. Um dies weiter zu untersuchen, sind Rechnungen an Modellen mit größerem Radius notwendig.

Die Ergebnisse der Rechnungen mit den Gehirndaten werden hier nicht vorgestellt, weil sie keine weiteren Erkenntnisse für den Leser bringen.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Das Hauptproblem der Arbeit bestand darin, daß das von mir und das im IBMT gegossene Silikon nicht dieselben mechanischen Eigenschaften hatte. Die vom IBMT zu Verfügung gestellte Materialprobe des Gewebematerials war eindeutig weicher als das von mir gegossene Material. In dem Hinweisblatt zur Verarbeitung der Silikone der Firma Wacker Chemie wird darauf hingewiesen, daß Silikone, die mit Silikonöl gemischt werden, zum sogenannten Ausschwitzen neigen. Hierbei bildet sich ein Ölfilm auf der Oberfläche des Silikons. Das Silikonöl nimmt an der Kondensationsvernetzung des Silikons nicht teil. Inwieweit dieses Ausschwitzen das zeitliche mechanische Verhalten des Silikons ändert ist unbekannt. Ungefähr ein halbes Jahr nach dem Gießen des Silikons hat sich das von mir gegossene Material weniger hart angefühlt als gleich nach dem Gießen. Die mechanischen Eigenschaften sind wohl doch nicht so konstant wie zu Beginn angenommen wurde.

Da die Materialproben schon durch einfaches Fühlen mit den Fingern als mechanisch unterschiedlich befunden wurden, kann es auch nicht sein, daß durch die Messungen der Firma Freudenberg die Materialeigenschaften des Gewebematerials, das bei den experimentellen Messungen vorlag, bestimmt wurden. Aus diesem Grund sind die Rechenergebnisse, die mit den von Freudenberg bestimmten Materialdaten gerechnet wurden, nicht mit den experimentell gemessenen Werten vom IBMT vergleichbar.

In zukünftigen Arbeiten sollte beachtet werden, daß das Silikon, das zur experimentellen Bestimmung der Materialeigenschaften und zum eigentlichen Experiment verwendet wird, aus dem gleichen Guß stammen. Dadurch wird gewährleistet, daß die mechanischen Eigenschaften des Silikons bei beiden Messungen identisch sind. Um eventuelle zeitliche Änderungen der mechanischen Eigenschaften zu vermeiden, sollte die beiden Experimente zur selben Zeit nach der Herstellung des Silikons durchgeführt werden.

Letztendlich wurde mit der experimentellen Messung im IBMT das frequenzabhängige Dehnmodul bestimmt. Der Knoten kann dabei als Störung betrachtet werden. Die grundsätzliche Form der Kurven der Messung ohne Knoten bleibt bei der Messung mit Knoten erhalten. Die Kurven erfahren eine leichte Verschiebung zu höheren Frequenzen, wenn über einem Knoten gemessen wird.

Mit dem in Kapitel 4.2.3 berechneten $G(\omega)$ konnte die experimentelle Messung an Gewebematerial ohne Knoten sehr gut nachgerechnet werden. Die Rechnungen mit Knoten sind von den experimentellen Werten etwas abgewichen. Der Grund dafür liegt in den nicht bekannten viskoelastischen Eigenschaften des Knotenmaterials.

Je weiter sich der anregende Stempel vom Knoten entfernt, desto weniger beeinflusst der Knoten das Ergebnis.

Finite-Element-Analysen an Weichteilgewebe sind grundsätzlich möglich. Es sollte aber dabei beachtet werden, daß die Geometrien exakt abgebildet werden und die Materialeigenschaften genau gemessen und in das Modell eingesetzt werden.

Anhang A

Auszug aus einer Abaqus Eingabedatei

Dieser Teil des Anhangs beinhaltet einen Auszug aus der Abaqus Eingabedatei des axialsymmetrischen Modells. Die Knotendicke beträgt 2 mm , die Einbettiefe 2 mm sowie der Knotendurchmesser 8 mm . Die Materialeigenschaften von Knoten und Gewebe sind nach Kapitel 4.2.3 eingesetzt. Für das Verständnis unwichtige Teile wurden weggelassen und mit [...] gekennzeichnet. Zwei aufeinanderfolgende Sterne ** zu Beginn einer Zeile kennzeichnen einen Kommentar.

```
*HEADING
ABAQUS job created on 10-Jun-97 at 16:45:07
**
** Definition der Knoten
**
*NODE
      1,    0.0300008,    0.0219994
      2,    3.6462E-11,        0.022
[...]
**
** Definition der Gruppe der Gewebeelemente mit dem Namen GEWEBE_E
** CAX8H: axialsymmetrische Kontinuumsselemente mit biquadratischer
** Ansatzfunktion, hybride Elemente
**
*ELEMENT, TYPE=CAX8H, ELSET=GEWEBE_E
      1,      88,      91,      87,      83,      379,      378,
      373,      374
```

```

        2,      89,      92,      91,      88,      381,      380,
        379,      375
[...]
**
** Definition der Gruppe der Knotenelemente mit dem Namen KNOTEN_E
** CAX8H: axialsymmetrische Kontinuums-elemente mit biquadratischer
** Ansatzfunktion, hybride Elemente
**
*ELEMENT, TYPE=CAX8H, ELSET=KNOTEN_E
        242,      815,      817,      858,      856,      816,      843,
        857,      842
        243,      817,      819,      860,      858,      818,      844,
        859,      843
[...]
**
** Definition einer Knotengruppe ERGEBNIS
**
** Ergebnis
**
*NSET, NSET=ERGEBNIS
        2,      12,      13,      14,      15,      16,      17,      18,
        19,      20,      21,      22,      23,      24,      25,      26,
[...]
**
** Definition einer Elementgruppe ERGEBNIS
**
** Ergebnis
**
*ELSET, ELSET=ERGEBNIS
        13,      14,      15,      16,      17,      18,      19,      20,
        21,      22,      23,      24,      25,      26,      27,      28,
[...]
**
** Der Elementgruppe GEWEBE_E
** werden die Materialeigenschaften GEWEBE_M zugewiesen.
** Die Elementgruppe GEWEBE_E beinhaltet die Elemente
** des Gewebes
**
*SOLID SECTION, ELSET=GEWEBE_E, MATERIAL=GEWEBE_M
        1.,
**

```

```
** Der Elementgruppe KNOTEN_E
** werden die Materialeigenschaften KNOTEN_M zugewiesen.
** Die Elementgruppe KNOTEN_E beinhaltet die Elemente
** des Knotens
**
**SOLID SECTION, ELSET=KNOTEN_E, MATERIAL=KNOTEN_M
      1.,
**
** gewebe_material
** Date: 10-Jun-97           Time: 15:41:09
**
** Definition der Materialeigenschaft GEWEBE_M
**
**MATERIAL, NAME=GEWEBE_M
**
**DENSITY
      1128.5,
**
** linear elastisch mit E=50700 Pa und einer Poissonzahl von 0.45
**
**ELASTIC, TYPE=ISO
      50700.,      0.45
**
** viskoelastische Materialdefinition:
** in der ersten Spalte steht der Imaginarteil des Schubmoduls
** geteilt durch G(unendlich)
** in der zweiten Spalte steht 1-(Realteil des Schubmoduls
** geteilt durch G(unendlich))
** in der letzten Spalte steht die Frequenz
**
**VISCOELASTIC, FREQUENCY=TABULAR
      0.185133,      0.607301,      0.,      0.,      20.
      0.203324,      0.74717,      0.,      0.,      22.
      0.238413,      0.81967,      0.,      0.,      24.
      0.253216,      0.923612,      0.,      0.,      26.
      0.267829,      1.07164,      0.,      0.,      28.
      0.285642,      1.20292,      0.,      0.,      30.
      0.300432,      1.31986,      0.,      0.,      32.
      0.307467,      1.49731,      0.,      0.,      34.
      0.334976,      1.66162,      0.,      0.,      36.
      0.31757,      1.80723,      0.,      0.,      38.
```

0.271336,	1.95907,	0.,	0.,	40.
0.268983,	2.19037,	0.,	0.,	42.
0.323557,	2.43655,	0.,	0.,	44.
0.346276,	2.60702,	0.,	0.,	46.
0.360696,	2.85234,	0.,	0.,	48.
0.4388,	3.14851,	0.,	0.,	50.
0.43249,	3.31568,	0.,	0.,	52.
0.447616,	3.60715,	0.,	0.,	54.
0.445794,	3.7131,	0.,	0.,	56.
0.433644,	4.04275,	0.,	0.,	58.
0.363716,	4.3827,	0.,	0.,	60.

**

** Knoten_material

** Date: 10-Jun-97 Time: 15:41:09

**

** Defintion der Materialeigenschaft KNOTEN_M

**

*MATERIAL, NAME=KNOTEN_M

**

*DENSITY

 1142.5,

**

** linear elastisch mit E=1.5673E+6 Pa und einer Poissonzahl von 0.49

**

*ELASTIC, TYPE=ISO

 1.5673E+6, 0.49

**

** Definition der Kontaktflaechen M25 und S25

**

** kontakt

**

*SURFACE DEFINITION, NAME=M25

 29, S3

 49, S4

[...]

*SURFACE DEFINITION, NAME=S25

 242, S1

 243, S1

[...]

**

** Definition des festen (TIED) Kontaktes

```
**
**CONTACT PAIR, INTERACTION=I25, ADJUST=0.000005, TIED
      S25,      M25
**SURFACE INTERACTION, NAME=I25
**
** Begin des ersten Teilschrittes, dem Andruecken des Stempels
** Step 1, Andruecken
**
** Dieser Teilschritt muss nichtlinear gerechnet werden (NLGEOM)
** damit das Ergebnis der Deformation dieses Schrittes als
** Ausgangsdeformation fuer den naechsten Teilschritt angenommen wird.
**
**STEP, AMPLITUDE=RAMP, INC=10000000, NLGEOM
**
** Der Stempel wird 2 s lang mit einem Druck von 2776 Pa
** (entspricht 2g auf der Waage) angedrueckt
**
** Statische Analyse
**
**STATIC
      0.1,      2.,      1.E-5,      1.
**
** Festlegung der Randbedingungen
**
** Boden_fest
**
**BOUNDARY, OP=NEW
      71, 1,,      0.
      71, 2,,      0.
[...]
**
** Verteilter Druck auf die Elemente als Anpressdruck
**
** Anpressdruck
**
**DLOAD, OP=NEW
      21, P4,      2776.
      22, P4,      2776.
[...]
**
**CLOAD, OP=NEW
```

```
*TEMPERATURE, OP=NEW
**
** Ausgabe der Ergebnisse:
** Auslenkung der Knoten, die in der Gruppe ERGEBNIS enthalten sind
**
*NODE PRINT, FREQ=1000000, NSET=ERGEBNIS
U,
*NODE FILE, FREQ=1000000, NSET=ERGEBNIS
U,
**
** Ausgabe von Spannung und Dehnung der Gruppe ERGEBNIS
**
*EL PRINT, POSITION=NODES, FREQ=1000000, ELSET=ERGEBNIS
S,
E,
*EL FILE, POSITION=NODES, FREQ=1000000, ELSET=ERGEBNIS
S,
E,
**
** Ausgabe von Informationen ueber den Kontakt
**
*PRINT, FREQ=1000000, CONTACT=NO
**
*CONTACT PRINT, FREQ=0
*CONTACT FILE, FREQ=0
**
** Ende des ersten Teilschrittes
**
*END STEP
**
** Begin des zweiten Teilschrittes
** Step 2, Schwingen
**
*STEP, AMPLITUDE=STEP
**
** Berechnung der Antwort auf eine harmonische Anregung mit konstanter
** Amplitude zwischen einer Frequenz von 20 und 60 Hz. Ausgabe von 21
** Punkten innerhalb dieses Frequenzbereichs.
** Alle Randbedingungen, die in diesem Teilschritt definiert sind,
** werden als Amplitude der anregenden Schwingung aufgefasst.
** Die harmonische Anregung wird als Stoerung des Endzustandes des
```

```

** vorhergehendes Teilschrittes betrachtet.
** Deshalb muss die Eindringtiefe des Stempels im vorigen Teilschritt
** viel groesser sein als die Amplitude der harmonischen Schwingung.
**
*STEADY STATE DYNAMIC, DIRECT
      20.,      60.,      21,      1., 1
**
** Boden_fest
**
*BOUNDARY, OP=NEW
      71, 1,,      0.
      71, 2,,      0.
[...]
**
** Auslenkung
**
      2, 1,,      0.
      2, 2,,     -2.E-5
[...]
**
**
*CLOAD, OP=NEW
*DLOAD, OP=NEW
*TEMPERATURE, OP=NEW
**
** Ausgabe der Ergebnisse:
** Auslenkung der Knoten, Amplitude und Phase der Reaktionskraft
**
**
*NODE PRINT, FREQ=1, NSET=ERGEBNIS
U,
RF,
PRF,
*NODE FILE, FREQ=1, NSET=ERGEBNIS
U,
RF,
PRF,
**
** Ausgabe von Informationen ueber den Kontakt
**
**
*PRINT, FREQ=1, CONTACT=NO
**
**
*CONTACT PRINT, FREQ=0

```

```
*CONTACT FILE, FREQ=0  
**  
** Ende des zweiten Teilschritts  
**  
*END STEP
```

Literaturverzeichnis

- [ABA95] ABAQUS, 1995, Version 5.5, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Providence, RI
- [Kno91] Knothe, K., Wessels, H., 1991, *Finite Elemente*, Springer Verlag, New York.
- [Bat74] Bathe, Klaus-Jürgen, Wilson, Edward L., 1974, *Numerical Methods in Finite Element Analysis*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.
- [Schw91] Schwarz, Hans Rudolf, 1991, *Methode der finiten Elemente*, Teubner Verlag, Stuttgart
- [Zie89] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., 1989, *The Finite Element Method*, Mc Graw-Hill Book Company, London, Volume 1.
- [Arg86] Argyris, John, Mlejnek, Hans-Peter, 1986, *Die Methode der Finiten Elemente in der elementaren Strukturmechanik*, Friedr. Vieweg & Sohn, Wiesbaden, Band 1 bis 3
- [Hah90] Hahn, H. G., 1990, *Technische Mechanik*, Carl Hanser Verlag
- [Pes92] Pestel, E., Wittenburg, J., 1992, *Technische Mechanik*, BI-Wissenschaftsverlag, Band 2: Festigkeitslehre
- [Bet93] Betten, Josef, 1993, *Kontinuumsmechanik*, Springer Verlag
- [Fun65] Fung, Y. C., 1965, *Foundations of solid mechanics*, Prentice Hall, Inc.,
- [Moo40] Mooney, M., 1940, A Theory of Large Elastic Deformations *J Applied Phys.*, Vol. 11, pp. 582-592.
- [Riv47] Rivlin, R. S., 1947, Torsion of a Rubber Cylinder *J Applied Phys.*, Vol. 18, pp. 444-449.

- [Esc93] Eschenauer, Hans, Schnell, Walter, 1993, *Elastizitätstheorie*, BI-Wissenschaftsverlag
- [Bie92] Biewener, A. A., 1992, *Biomechanics, Structures and Systems*, Oxford University Press, New York.
- [Vin92] Vincent, J. F. V., 1992, *Biomechanics, Materials, A Practical Approach*, Oxford University Press, New York
- [Vin90] Vincent, Julian F. V., 1990, *Structural Biomaterials*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- [Yet89] Yettram, A. L., 1989, *Material Properties And Stress Analysis In Biomechanics*, Manchester University Press, Manchester
- [Fun81] Fung, Y. C., 1981, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*, Springer Verlag, New York
- [Fun90] Fung, Y. C., 1990, *Biomechanics: Motion, Flow, Stress, and Groth*, Springer Verlag, New York
- [Coc88] Cochran, G. V. B., 1988, *Orthopädische Biomechanik*, Ferdinand Enke Verlag Stuttgart.
- [Chr82] Christensen, R. M., 1982, *Theory of Viscoelasticity, An Introduction*, Academic Press Inc., New York.
- [Vin80] Vinogradov, G. V., Malkin, A. Ya., 1980, *Rheology of Polymers*, Springer Verlag.
- [Fer80] Ferry, John D., 1980, *Viscoelastic Properties of Polymers*, John Wiley & Sons, Inc.
- [Hol61] Holzmüller, W., Altenburg, K., 1961, *Physik der Kunststoffe*, Akademie-Verlag, Berlin.
- [Kun97] Fein, Kunz, 1997, *Neue Konstruktionsmöglichkeiten mit Kunststoffen*, WEKA Verlag, Augsburg, Band 1.
- [Rao89] Rao, Matti S., 1989, *Formeln der Kunststofftechnik*, Carl Hanser Verlag.
- [Men95] Mendis, K. K., Stalnaker, R. L., Advani, S. H., 1995, A Constitutive Relationship for Large Deformation Finite Element Modeling of Brain Tissue, *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 117, Seite 279-285.

- [Shu72] Shuck, L. Z., Advani, S. H., 1972, Rheological Response of Human Brain Tissue in Shear, *ASME Journal of Basic Engineering*, pp 905-911,

Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Ruder herzlich für die freundliche Aufnahme an sein Institut.

Den Herren Thomas Rosemeier und Christian Götz möchte ich ganz herzlich für die Diskussionen und Gespräche über finite Elemente, Materialeigenschaften und deren experimentelle Bestimmung danken. Für die geduldige Beantwortung meiner unzähligen Fragen zu Patran und Abaqus bin ich Herrn Christian Götz äußerst dankbar.

Auch der gesamten Arbeitsgruppe Biomechanik möchte ich meinen Dank aussprechen. Hier waren alle Personen immer sehr freundlich, hilfsbereit und bereit über Probleme zu reden.

Frau Margit Biehl vom IBMT möchte ich für die Beantwortung meiner zahlreichen Fragen zu dem von ihr durchgeführten Experiment danken.

Meinem Mann Bernd Lehle danke ich für sein geduldiges Zuhören meiner Berichte über den Verlauf dieser Arbeit und für das Korrekturlesen.