Entwicklung mehrgliedriger Modelle zur realistischen Simulation dynamischer Prozesse in biologischen Systemen

Diplomarbeit
vorgelegt von
Ulrich Hahn

Lehr- und Forschungsbereich
Theoretische Astrophysik
an der
Universität Tübingen

August 1993

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

In biomechanischen Systemen auftretende dynamische Prozesse spielen sich in Umgebungen ab, deren räumliche Dimension sich um viele Größenordnungen unterscheiden. Sie reichen von mikroskopischen Bewegungen bei Transportvorgängen in lebenden Zellen bis zur Bewegung des ganzen Körpers bei Tieren und Menschen. In dieser Arbeit wird ein kleiner Teilaspekt dieses sehr umfangreichen Themengebiets betrachtet, nämlich die Dynamik des menschlichen Hand-Arm-Systems bei periodischer Anregung.

Eine periodische Anregung des Hand-Arm-Systems kann durch die Benutzung von vibrierenden Handwerkzeugmaschinen, wie z.B. Bohrhämmern, erfolgen. Die dabei auftretenden Belastungen, die physikalisch durch Kräfte und Beschleunigungen beschrieben werden, können zu krankhaften Veränderungen des Knochen- und Gelenksystems sowie zu Störungen der peripheren Durchblutung („Weißes-Finger-Syndrom") und der Nervenfunktionen führen.

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines zweidimensionalen biomechanischen Modells des Hand-Arm-Systems, das die Berechnung der auf den Menschen wirkenden Kräfte und Beschleunigungen durch Simulation eines Mehrkörpersystems auf dem Computer ermöglicht. Die Bewertung der berechneten Belastungen durch physiologische Betrachtungen ermöglicht es, verschiedene hoch- und niederfrequente Erregungsarten in Hinblick auf eine potentielle Schädigung des Menschen zu beurteilen.

Um ein möglichst einfaches und realistisches Modell des Hand-Arm-Systems zu erhalten, erfolgt die Modellierung durch ein Mehrkörpersystem mit *Schwabbelmassen*. Der erstmals von [Gruber] eingesetzte *Schwabbelmassen*-Ansatz ermöglicht es die dynamischen Eigenschaften der weichen Körpergewebe in der Simulation zu berücksichtigen. Die Weichteile werden beim *Schwabbelmassen*-Ansatz durch Starrkörper modelliert, die elastisch gedämpft an das Skelett gekoppelt sind. Die Vorteile dieses Ansatzes gegenüber einer starren Modellierung konnte bei der Simulation von Niedersprüngen des Menschen in den Arbeiten von [Gruber], [Widmayer] und [Hospach] gezeigt werden. Bei allen bisher mit dem *Schwabbelmassen*-Ansatz untersuchten Problemen wurden stoßartige Belastungen betrachtet, die mit großen Auslenkungen der *Schwabbelmassen* verbunden waren. Um die Notwendigkeit des *Schwabbelmassen*-Ansatzes auch für die periodische Erregung mit sehr kleinen Amplituden zu zeigen, werden die erzielten Simulationsergebnisse des *Schwabbelmassen*-Modells mit denen eines starren Modells verglichen.

Die Validierung der Simulationsergebnisse erfolgt durch den Vergleich mit Meßergebnissen aus einem Probandenversuch. Die Erregung des Hand-Arm-Systems erfolgte dabei mit einem Rütteltisch (Shaker), der mit vierfacher Erdbeschleunigung eine sinusförmige Ortskurve durchlief. Am Probanden wurden die Beschleunigungen an drei Meßpunkten des Hand-Arm-Systems sowie die Andruckkraft gegen den Shaker gemessen.

Zur Simulation des Hand-Arm-Systems wurde das von [Krieg] für Mehrkörpersimulationen entwickelte Programmpaket *simsys* eingesetzt. Der Modellierungszyklus wird durch den Einsatz von *simsys* wesentlich verkürzt, da *simsys* nicht nur die

Bewegungsgleichungen automatisch generiert, sondern diese auch in ein lauffähiges Simulationsprogramm integriert.

Um die Funktionalität von *simsys* zu erweitern und den Modellierungszyklus weiter zu verkürzen sollte ein Algorithmus zur Lösung inverser Probleme implementiert werden. Inverse Probleme liegen vor, wenn die Dynamik des Modells bereits bekannt ist, nicht jedoch die auf das Modell wirkenden Kräfte und Momente. Dabei interessieren besonders die der direkten Messung nicht zugänglichen inneren Kräfte und Momente, da sie die aktive Bewegungssteuerung durch die Muskulatur beschreiben. Die durch Inverse Dynamik bestimmten Kräfte und Momente ermöglichen somit eine Analyse der Bewegungssteuerung des Menschen.

2 Dynamik von Mehrkörpersystemen

2.1 Biomechanische Mehrkörpersysteme

Der erste Schritt in jeder biomechanischen Simulation ist die Modellierung des zu simulierenden Systems. Dieses Modell soll alle für die untersuchte Bewegung relevanten physikalischen Größen beinhalten bzw. beschreiben. Man entwirft deshalb zunächst ein einfaches Modell, das dann den individuellen Anforderungen gemäß verfeinert wird. Werden Bewegungen von Menschen oder Tieren untersucht, so wird zunächst der mechanische Aufbau des Bewegungsapparates nachgebildet. Dazu werden die Gliedmaßen durch Starrkörper modelliert, die mit Gelenken verbunden sind. Man erhält somit ein Mehrkörpersystem, welches mit Hilfe der in Abschnitt 2.2 und Abschnitt 2.3 beschriebenen numerischen Methoden simuliert werden kann, um dynamische Bewegungsabläufe zu analysieren.

Je nach untersuchter Bewegung unterscheiden sich die Modelle in der Anzahl der Gliedmaßen und damit der Freiheitsgrade. Für beidbeinige Niedersprünge auf die Ferse wurde bei [Gruber] ein ebenes, dreigliedriges Modell, bestehend aus Rumpf, Oberschenkel und Unterschenkel benutzt. Eine Erweiterung durch Hinzufügen der zweigliedrigen Arme auf ein fünfgliedriges Modell findet man in der Arbeit von [Widmayer]. Soll „einfaches“ Gehen simulieren werden, wäre ein elfgliedriges Modell angemessen (bestehend aus einem Rumpf und jeweils zwei Oberarmen, Unterarmen, Oberschenkeln, Unterschenkeln und Füßen).
Bei der Modellierung sind auch die zu erwartenden Beschleunigungen zu berücksichtigen. Treten hohe Beschleunigungen auf, so müssen die elastischen Eigenschaften der weichen Gewebe, die das starre knöcherne System des Skeletts umgeben, ebenfalls berücksichtigt werden. Erste Ansätze und Modellrechnungen mit einem *Schwabbelmassen*-Ansatz finden sich in der Arbeit von [Gruber]. Beim *Schwabbelmassen*-Ansatz sind an die als Starrkörper modellierten gelenkig verbundenen Knochen zusätzlich gedämpft elastisch Starrkörper gekoppelt. In der Arbeit von [Hospach], die sich mit Absturzsimulationen beschäftigt, konnte die Notwendigkeit des *Schwabbelmassen*-Ansatzes eindrucksvoll bestätigt werden. Die Ankopplung der Schwabbelmassen erfolgte in der Arbeit von [Gruber] durch eine kombinierte Translations-Drehfeder im Schwerpunkt der Knochen, bei [Hospach] wurden sie mittels zweier Translationsfedern an den Knochenendpunkten befestigt. Abbildung 1 verdeutlicht den Aufbau eines dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen.
Die von [Hospach] verwendete Aufhängung gibt zum einen die tatsächliche biomechanische Kopplung der Schwabbelmasse als Muskel-Sehnen-Struktur besser wieder, und benötigt gleichzeitig keine Korrekturglieder für die Übertragung von Momenten, wie sie bei [Gruber] auftraten.

Der mechanische Aufbau des Körpers und die passiven Eigenschaften der Sehnen- und Bänderstrukturen bestimmen die Dynamik eines „bewußtlosen“ Körpers beim Angreifen äußerer Kräfte. Aktive Bewegungen werden durch innere Kräfte bestimmt, die von Muskeln erzeugt werden. Muskelkräfte können auf zwei Arten modelliert werden: als Gelenkmomente oder als Kräfte, die an ausgezeichneten Kraftangriffspunkten der Starrkörper angreifen.

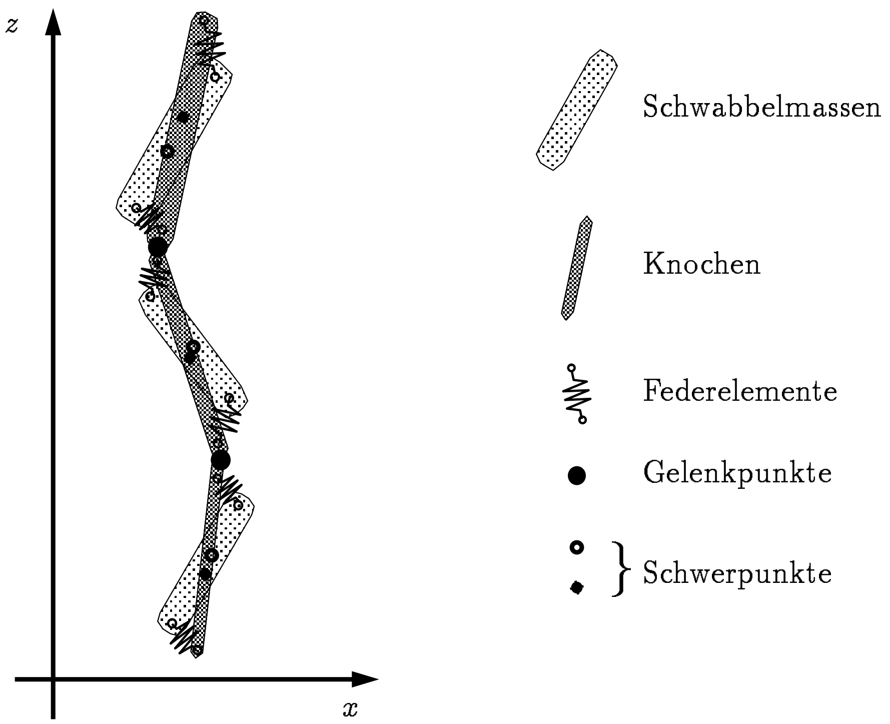

Abbildung 1: Dreigliedriges Schwabbelmassenmodell

Neben Bändern und Sehnen schränkt auch die Gelenkanatomie in der Realität die Bewegungsfreiheit der Gelenke ein. In zweidimensionalen Modellen genügt zur Beschreibung des Gelenkanschlags die Angabe eines oberen und unteren Anschlagwinkels. Bei dreidimensionalen Modellen existiert eine Vielzahl verschiedener Gelenktypen, z.B. Kugelgelenk, Sattelgelenk oder Scharniergelenk, zu deren Beschreibung drei Gelenkwinkel erforderlich sind. Die Beschreibung der zulässigen Gelenkwinkel erfolgt hier durch ein Volumen im dreidimensionalen Raum der Gelenkwinkel. Die bisherigen Bemerkungen gelten jedoch nur für ideale Gelenke, die keine räumliche Ausdehnung besitzen. Die exakte Modellierung realer Gelenke, die die Einführung von Kontaktflächen erforderlich macht, ist im Rahmen eines einfachen Mehrkörpersystems nicht möglich.

Zu Kontaktproblemen kommt es auch bei der Wechselwirkung des Mehrkörpersystems mit andern ausgedehnten Körpern, zum Beispiel beim Aufprall auf den Boden. Die hierbei auftretenden Kräfte werden durch elastische Deformationen der beteiligten Körper hervorgerufen. In der Simulation wird die räumliche Ausdehnung der Körper jedoch nicht berücksichtigt. Eine Kontaktprüfung findet lediglich für die Endpunkte der Knochen statt. Treffen diese auf dem Boden auf, so werden die Kontaktkräfte in Abhängigkeit von der Eindringtiefe und der Eindringgeschwindigkeit der Knochenendpunkte in den Boden berechnet.

Grundlage aller biomechanischen Simulationsmodelle sind, wie bereits erwähnt, die physikalischen Eigenschaften der modellierten Körpersegmente. Dazu gehören Längen, Massen, Schwerpunktskoordinaten und Trägheitsmomente. Innerhalb der Medizin beschäftigt sich die Anthropometrie mit der Bestimmung dieser Größen. Massen, Trägheitsmomente und Schwerpunktslage der Segmente sind einer direkten Messung nur teilweise zugänglich, sodaß man meist gezwungen ist, auf Tabellenwerke wie [NASA] oder [DIN 33402] zurückzugreifen. Da dies eine sehr zeitaufwendige Arbeit ist und in [NASA] Ansätze zur maschinellen Berechnung der wichtigsten Größen vorhanden sind, wurde ein Programm entwickelt, das bei Angabe von Körpergröße, Körpergewicht und Geschlecht die physikalischen Daten der Körpersegmente eines 50-percentilen Menschen berechnet. Eine ausführliche Beschreibung dieses Programms ist in Anhang C zu finden.

2.2 Bewegungsgleichungen

Bevor ein Mehrkörpersystem simuliert werden kann, müssen zunächst die Bewegungsgleichungen des Systems erstellt werden. Dies kann sowohl manuell als auch maschinell erfolgen. Bei steigender Körperzahl und manueller Generierung der Gleichungen steigt nicht nur die Anzahl der potentiellen Fehler, sondern auch der Zeitaufwand beträchtlich an. Aus diesen Gründen erhält die maschinelle Erstellung des Gleichungssystems den Vorzug. In den folgenden Abschnitten werden die hierfür notwendigen Verfahren vorgestellt.

2.2.1 Der einzelne Starrkörper

Die Bewegung eines Starrkörpers, der keinen Zwangsbedingungen unterliegt, wird durch die auf ihn wirkenden Kräfte und Momente bestimmt. Die Translationsbewegung wird durch die Newtonsche Gleichung (1), und die Rotationsbewegung durch die Eulersche Gleichung (2) beschreiben:

$$m\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{K} \tag{1}$$

$$\Theta\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \Theta\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{M} \quad . \tag{2}$$

Der Starrkörper besitzt die Masse m und den Trägheitstensor Θ, $\boldsymbol{x}$ ist der Ortsvektor des Schwerpunkts S und $\boldsymbol{\omega}$ seine Winkelgeschwindigkeit im körperfesten Koordinatensystem. Zur Beschreibung der Zeitableitung $\frac{d}{dt}$ wird das Punktsymbol gebraucht, so steht $\ddot{\boldsymbol{x}} = \frac{d^2}{dt^2}\boldsymbol{x}$ für die Beschleunigung des Ortsvektors $\boldsymbol{x}$, und $\dot{\boldsymbol{\omega}} = \frac{d}{dt}\boldsymbol{\omega}$ für die Winkelbeschleunigung. Die resultierende Kraft $\boldsymbol{K} = \sum_i \boldsymbol{K}_i$ ist die Summe aller äußeren Kräfte $\boldsymbol{K}_i$. Das Gesamtmoment $\boldsymbol{M}$ ist die Summe aller von den äußeren Kräften an den Hebeln $\boldsymbol{r}_i$ bezüglich des Schwerpunktes S erzeugten Drehmomente $\boldsymbol{M} = \sum_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{K}_i$.

Im dreidimensionalen Raum hat der Starrkörper sechs Freiheitsgrade der Bewegung, wobei drei auf die Translation und drei auf die Rotation entfallen. Zur Beschreibung von Lage und Orientierung des Starrkörpers werden drei kartesische Koordinaten, die die Lage des Schwerpunktes S angeben, und drei Eulersche Winkel, die die Orientierung im Raum angeben, benutzt. Die Eulerwinkel ϕ, θ, ψ beschreiben drei aufeinanderfolgende Drehungen um die Achsen z, ξ, ζ'. Abbildung 2 veranschaulicht die gewählten Achsensysteme und die Reihenfolge der Drehungen.

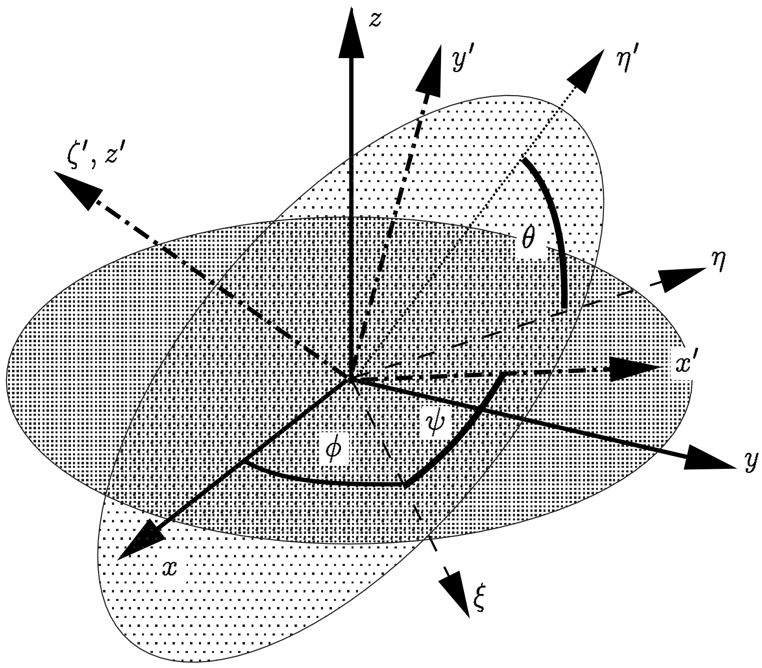

Abbildung 2: Eulersche Drehwinkel

Die erste Drehung erfolgt mathematisch positiv mit dem Winkel ϕ um die Achse z. Damit erhält man das Achsensystem (ξ, η, ζ), wobei z und ζ identisch sind. Die zweite Drehung erfolgt mit θ um ξ und transformiert ins Achsensystem (ξ', η', ζ'). Die letzte Drehung mit ψ um ζ' erzeugt das Achsensystem (x', y', z'). Jede der drei Drehungen kann durch eine Drehmatrix $(\underline{\boldsymbol{A}}, \underline{\boldsymbol{B}}, \underline{\boldsymbol{C}})$ beschrieben werden. Die Matrix $\underline{\boldsymbol{A}}$ beschreibt die Drehung um z:

$$\underline{\boldsymbol{A}} = \begin{pmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad . \tag{3}$$

Die Matrix $\underline{\boldsymbol{B}}$ beschreibt die Drehung um ξ:

$$\underline{\boldsymbol{B}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad . \tag{4}$$

Die Matrix $\underline{\boldsymbol{C}}$ beschreibt die Drehung um ζ':

$$\underline{\boldsymbol{C}} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad . \tag{5}$$

Die Gesamtdrehung wird durch die Matrix $\underline{\boldsymbol{D}} = \underline{\boldsymbol{ABC}}$ beschrieben:

$$\underline{\boldsymbol{D}} = \begin{pmatrix} \cos\psi\cos\phi - \cos\theta\sin\phi\sin\psi & \cos\psi\sin\phi + \cos\theta\cos\phi\sin\psi & \sin\psi\sin\theta \\ -\sin\psi\cos\phi - \cos\theta\sin\phi\cos\psi & -\sin\psi\sin\phi + \cos\theta\cos\phi\cos\psi & \cos\psi\sin\theta \\ \sin\theta\sin\phi & -\sin\theta\cos\phi & \cos\theta \end{pmatrix} . \tag{6}$$

Die Rücktransformation aus dem körperfesten Achsensystem (x', y', z') ins raumfeste Achsensystem (x, y, z) kann, da alle Matrizen $\underline{\boldsymbol{A}}$, $\underline{\boldsymbol{B}}$, $\underline{\boldsymbol{C}}$ orthogonal sind, mit der Inversen von $\underline{\boldsymbol{D}}$ erfolgen, die mit der Transponierten $\underline{\boldsymbol{D}}^T$ identisch ist.

$$\boldsymbol{x} = \underline{\boldsymbol{D}}^{-1}\boldsymbol{x}' = \underline{\boldsymbol{D}}^T\boldsymbol{x}' \tag{7}$$

Die Eulersche Gleichung (2), die die Rotation des Starrkörpers beschreibt, verwendet die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ im körperfesten Achsensystem. Es ist zweckmäßig, hierbei das Hauptträgheitsachsensystem des Starrkörpers zu verwenden. Der Trägheitstensor Θ besitzt dann Diagonalform mit den Hauptdiagonalelementen Θ_x, Θ_y, Θ_z. Auch der Term $\boldsymbol{\omega} \times \Theta\boldsymbol{\omega}$ aus Gleichung (2) läßt sich vereinfachen und man erhält:

$$\boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} \Theta_x & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_y & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_z \end{pmatrix} \dot{\boldsymbol{\omega}} + \begin{pmatrix} \omega_y\omega_z\,(\Theta_z - \Theta_y) \\ \omega_z\omega_x\,(\Theta_x - \Theta_z) \\ \omega_x\omega_y\,(\Theta_y - \Theta_x) \end{pmatrix} \quad . \tag{8}$$

Um Gleichung (8) zu lösen, muß die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ und ihre Zeitableitung $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ vollständig in den Eulerwinkeln ϕ, θ und ψ des körperfesten Systems ausgedrückt werden. Dann gilt:

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}_\phi + \boldsymbol{\omega}_\theta + \boldsymbol{\omega}_\psi \quad . \tag{9}$$

Für die drei Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_\phi$, $\boldsymbol{\omega}_\theta$ und $\boldsymbol{\omega}_\psi$ erhält man:

$$\boldsymbol{\omega}_\phi = \dot{\phi}\underline{\boldsymbol{D}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\omega}_\theta = \dot{\theta}\underline{\boldsymbol{C}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{\omega}_\psi = \dot{\psi} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{12}$$

und somit

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \dot{\phi}\sin\theta\sin\psi + \dot{\theta}\cos\psi \\ \dot{\phi}\sin\theta\cos\psi - \dot{\theta}\sin\psi \\ \dot{\phi}\cos\theta + \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad . \tag{13}$$

Die Zeitableitung von Gleichung (13) ergibt:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \begin{pmatrix} \ddot{\phi}\sin\theta\sin\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta\sin\psi + \dot{\phi}\dot{\psi}\sin\theta\cos\psi + \ddot{\theta}\cos\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}\sin\psi \\ \ddot{\phi}\sin\theta\cos\psi + \dot{\phi}\dot{\theta}\cos\theta\cos\psi - \dot{\phi}\dot{\psi}\sin\theta\sin\psi - \ddot{\theta}\sin\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}\cos\psi \\ \ddot{\phi}\cos\theta - \dot{\phi}\sin\theta + \ddot{\psi} \end{pmatrix} . \tag{14}$$

Betrachtet man die zeitliche Änderung eines Vektors $\boldsymbol{x}$ im Inertialsystem aus einem rotierenden körperfesten Koordinatensystem, so unterscheidet sie sich in den jeweiligen Koordinatensystemen aufgrund der Drehung der Koordinatenachsen. Im infinitesimalen Fall gilt:

$$(d\boldsymbol{x})_{\text{körp}} = (d\boldsymbol{x})_{\text{inert}} + (d\boldsymbol{x})_{\text{rot}} \quad . \tag{15}$$

Erfolgt die Drehung um den Winkel Ω, gilt:

$$(d\boldsymbol{x})_{\text{rot}} = \boldsymbol{x} \times d\boldsymbol{\Omega} \quad . \tag{16}$$

Setzt man die Gleichungen (15) und (16) ineinander ein und berücksichtigt $\boldsymbol{\omega} = \dot{\boldsymbol{\Omega}}$, so erhält man eine allgemeine Operatorbeziehung für die Beziehung zwischen körper- und raumfesten Koordinaten:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)_{\text{inert}} = \left(\frac{d}{dt}\right)_{\text{körp}} + \boldsymbol{\omega} \times \quad . \tag{17}$$

Die zeitliche Änderung des Vektors $\boldsymbol{x}$ in raumfesten Koordinaten in seinen körperfesten Koordinaten $\boldsymbol{x}' = \underline{\boldsymbol{D}}\boldsymbol{x}$ ist daher:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{x}}' + \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}' \quad . \tag{18}$$

Leitet man diese Gleichung nochmals ab, so erhält man:

$$\ddot{\boldsymbol{x}} = \ddot{\boldsymbol{x}}' + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{x}}' + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \boldsymbol{x}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{x}') \quad . \tag{19}$$

2.2.2 Mehrkörpersysteme

Ein Mehrkörpersystem entsteht, wenn mehrere Starrkörper miteinander wechselwirken. In biomechanischen Mehrkörpersystemen tretenden Wechselwirkungen in Form von Gelenkverbindungen zwischen den Starrkörpern auf. Durch diese Kopplung müssen Zwangsbedingungen erfüllt werden, die die Anzahl der Freiheitsgrade des Systems reduzieren. Lassen sich die Zwangsbedingungen als Funktionen f_k der Koordinaten r_j und der Zeit t darstellen, so sind sie *holonom*:

$$f_k(r_1, r_2, \ldots, r_j, t) = 0 \; . \tag{20}$$

Sollen die Zwangsbedingungen f_k erfüllt werden, so treten im Mehrkörpersystem Zwangskräfte Z_j auf. Diese sind zunächst unbekannt und lassen sich erst durch Lösung des Problems bestimmen. In biomechanischen Systemen sind die Zwangskräfte von besonderem Interesse, denn sie geben Aufschluß über die mechanischen Belastungen in den Gelenken, die direkten Messungen nicht zugänglich sind. Die Bestimmung der Zwangskräfte in der Simulation ist deshalb wünschenswert.

Es bestehen nun grundsätzlich zwei Möglichkeiten die Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems zu lösen. Die erste Möglichkeit verwendet die Methode der Lagrangeschen Multiplikatoren. Diese Methode wird im allgemeinen zur Lösung von Systemen mit nichtholonomen Zwangsbedingungen eingesetzt, oder wenn, wie in diesem Fall, die Berechnung der Zwangskräfte gewünscht wird.
Besteht das Mehrkörpersystem aus n Starrkörpern, so wird jeder durch die sechs

Gleichungen aus (1) und (2) beschrieben. Greift man aus diesem $6n$ Gleichungen die des Körpers i heraus, so erhält man aus den Gleichungen (1) und (2) unter Berücksichtigung der Gleichungen (8)-(14):

$$\begin{pmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{x_i} \sin\psi_i \sin\theta_i & \Theta_{x_i} \cos\psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_{y_i} \cos\psi_i \sin\theta_i & -\Theta_{y_i} \sin\psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{z_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{z}_i \\ \ddot{\phi}_i \\ \ddot{\theta}_i \\ \ddot{\psi}_i \end{pmatrix} + \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} K_{x_i} \\ K_{y_i} \\ K_{z_i} \\ M_{\phi_i} \\ M_{\theta_i} \\ M_{\psi_i} \end{pmatrix} \tag{21}$$

mit

$$\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Theta_{x_i}(\dot{\phi}_i\dot{\psi}_i \cos\psi_i \sin\theta_i - \dot{\theta}_i\dot{\psi}_i \sin\psi_i + \dot{\phi}_i\dot{\theta}_i \sin\psi_i \cos\theta_i) \\ \Theta_{y_i}(\dot{\phi}_i\dot{\theta}_i \cos\psi_i \cos\theta_i - \dot{\theta}_i\dot{\psi}_i \cos\psi_i - \dot{\phi}_i\dot{\psi}_i \sin\gamma_i \sin\theta_i) \\ \Theta_{z_i}(-\dot{\phi}_i\dot{\theta}_i \sin\theta_i) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_{yi}\omega_{zi}(\Theta_{zi} - \Theta_{yi}) \\ \omega_{xi}\omega_{zi}(\Theta_{xi} - \Theta_{zi}) \\ \omega_{xi}\omega_{yi}(\Theta_{yi} - \Theta_{xi}) \end{pmatrix} . \tag{22}$$

Bei Anwendung der Lagrangeschen Multiplikatoren λ_k werden die Zwangskräfte wie äußere Kräfte behandelt. Liegen m Zwangsbedingungen f_k wie in Gleichung (20) vor, so sind die Komponenten Z_j der Zwangskraft:

$$Z_j = \sum_{k=1}^{m} \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial x_j} \qquad j = 1, \ldots, 6n \tag{23}$$

Neben den $6n$ Differentialgleichungen (21) sind zusätzlich die m Zwangsbedingungen (20) zu lösen, es entsteht also ein Gleichungssystem mit $(6n + m)$ Variablen.

Die zweite Möglichkeit zur Lösung des Mehrkörperproblems besteht in der Einführung generalisierter Koordinaten q_i. Liegen m Zwangsbedingungen vor, so können m abhängige Variablen eliminiert werden. Man ersetzt damit die $6n$ kartesischen Koordinaten $r_1, r_2, \ldots, r_{6n}$ durch $f = 6n - m$ generalisierte Koordinaten $q_1, q_2, \ldots, q_f$. Die Transformationsgleichungen zwischen den Koordinaten r_i und q_i haben die Form:

$$\begin{aligned} r_1 &= r_1(q_1, q_2, \ldots, q_f, t) \\ &\vdots \\ r_{6n} &= r_{6n}(q_1, q_2, \ldots, q_f, t) \quad . \end{aligned} \tag{24}$$

Die transformierten Koordinaten erfüllen stets die Zwangsbedingungen f_k, sodaß in diesem Fall nur ein Gleichungssystem mit $f = 6n - m$ Variablen zu lösen ist. Nachteilig wirkt sich bei dieser Methode aus, daß die bei den Transformationen entstehenden algebraischen Terme, selbst bei einer geringen Anzahl von Zwangsbedingungen, sehr unanschaulich (und selbst für Computer unhandlich groß) werden.

Für die Realisierung des Bewegungsgleichungsgenerators *bgg* in den Arbeiten von [Hospach] und [Krieg] wurde deshalb das Verfahren der Lagrangeschen Multiplikatoren benutzt.

2.2.3 Die zweidimensionalen Bewegungsgleichungen

Da die in Abschnitt 2.4 beschriebenen Modifikationen zur Implementierung inverser Simulationselemente in die von [Krieg] erstellte zweidimensionale Simulationsumgebung *simsys* integriert wurde, folgt hier und in Abschnitt 2.3 ein kurzer Abriß des zur Aufstellung der Bewegungsgleichungen verwendeten Verfahrens.

Behandelt man zweidimensionale Probleme wird die Anzahl der Freiheitsgrade, gegenüber dem dreidimensionalen Problem, um $2n$ Freiheitsgrade der Rotation und n Freiheitsgrade der Translation, also auf insgesamt $3n$ Freiheitsgrade reduziert. Dadurch vereinfachen sich insbesondere die Terme (8)-(14) der Eulerschen Gleichung (2), und man erhält für Gleichung (21):

$$\begin{pmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_{z_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\phi}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{x_i} \\ K_{y_i} \\ M_i \end{pmatrix} \quad . \tag{25}$$

Werden zwei Körper i und j durch ein Gelenk miteinander verbunden, so stellen die Zwangsbedingungen (26) sicher, daß die Koordinaten $\boldsymbol{R}_i, \boldsymbol{R}_j$ der Endpunkte der beiden Körper identisch sind:

$$\boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{R}_j \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{x}_i + \boldsymbol{r}_i \quad . \tag{26}$$

Dies ist in Abbildung 3 dargestellt.

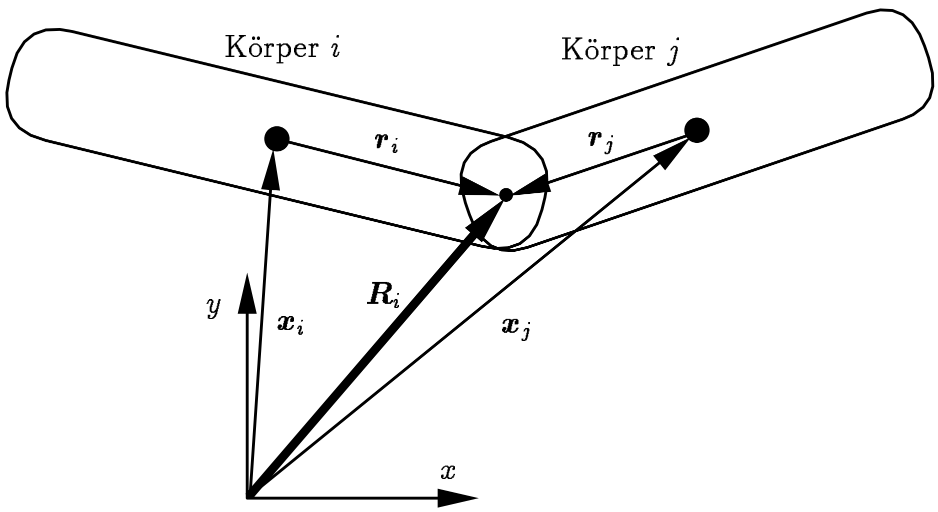

Abbildung 3: Modell eines zweidimensionalen Gelenks

Da die Variablen des Gleichungssystems (25) die Beschleunigungen der Starrkörper sind, müssen die Zwangsbedingungen (26) ebenfalls in den Beschleunigungen ausgedrückt werden. Dazu ist Gleichung (26) zweimal nach der Zeit zu differenzieren. Sind die Vektoren $\boldsymbol{r}_i$ und $\boldsymbol{r}_j$ in körperfesten Koordinaten gegeben, so müssen sie mit Gleichung (7) in raumfeste Koordinaten $\tilde{\boldsymbol{r}}_i$ und $\tilde{\boldsymbol{r}}_j$ transformiert werden. Die Matrix

$\underline{\boldsymbol{D}}^T$ ist im zweidimensionalen:

$$\underline{\boldsymbol{D}}^T = \begin{pmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} , \tag{27}$$

also lautet die Transformationsgleichung:

$$\tilde{\boldsymbol{r}}_i = \begin{pmatrix} \cos\phi_i & -\sin\phi_i \\ \sin\phi_i & \cos\phi_i \end{pmatrix} \boldsymbol{r}_i \quad . \tag{28}$$

Da beim Starrkörper stets $\dot{\boldsymbol{r}}_i = 0$ ist, gilt für die Zeitableitung von Gleichung (28):

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{r}}}_i = \dot{\phi}_i \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \underline{\boldsymbol{D}}_i^T \boldsymbol{r}_i = \dot{\phi}_i \underline{\boldsymbol{P}}\, \underline{\boldsymbol{D}}_i^T \boldsymbol{r}_i \quad . \tag{29}$$

Unter Verwendung der in Gleichung (29) eingeführten antisymmetrischen Matrix $\underline{\boldsymbol{P}}$ ergibt die zweite Zeitableitung von Gleichung (28):

$$\ddot{\tilde{\boldsymbol{r}}}_i = \ddot{\phi}_i \underline{\boldsymbol{P}} \tilde{\boldsymbol{r}}_i - \dot{\phi}_i^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_i \quad . \tag{30}$$

Damit werden die Zwangsbedingungen (26) zu:

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_i + \ddot{\phi}_i \underline{\boldsymbol{P}} \tilde{\boldsymbol{r}}_i - \ddot{\boldsymbol{x}}_j - \ddot{\phi}_j \underline{\boldsymbol{P}} \tilde{\boldsymbol{r}}_j = \dot{\phi}_i^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_i - \dot{\phi}_j^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_j \quad . \tag{31}$$

Das zu simulierende Mehrkörpersystem kann somit in das folgende, maschinell generierbare Schema gebracht werden:

$$\begin{pmatrix} \ddots & & & & & & & & & \\ & m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{-}1 & 0 & \\ & 0 & m_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \text{-}1 & \\ & 0 & 0 & \Theta_{z_i} & 0 & 0 & 0 & \tilde{\boldsymbol{r}}_{iy} & \text{-}\tilde{\boldsymbol{r}}_{ix} & \\ & & & & \ddots & & & & & \\ & 0 & 0 & 0 & m_j & 0 & 0 & 1 & 0 & \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & m_j & 0 & 0 & 1 & \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Theta_{z_j} & \tilde{\boldsymbol{r}}_{jy} & \text{-}\tilde{\boldsymbol{r}}_{jx} & \\ & & & & & & & \ddots & & \\ & 1 & 0 & \text{-}\tilde{\boldsymbol{r}}_{iy} & \text{-}1 & 0 & \tilde{\boldsymbol{r}}_{jy} & 0 & 0 & \\ & 0 & 1 & \tilde{\boldsymbol{r}}_{ix} & 0 & \text{-}1 & \text{-}\tilde{\boldsymbol{r}}_{jx} & 0 & 0 & \\ & & & & & & & & & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vdots \\ \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{\phi}_i \\ \vdots \\ \ddot{x}_j \\ \ddot{y}_j \\ \ddot{\phi}_j \\ \vdots \\ \lambda_{ij1} \\ \lambda_{ij2} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vdots \\ K_{x_i} \\ K_{y_i} \\ M_i \\ \vdots \\ K_{x_j} \\ K_{y_j} \\ M_j \\ \vdots \\ \dot{\phi}_i^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_{ix} - \dot{\phi}_j^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_{jx} \\ \dot{\phi}_i^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_{iy} - \dot{\phi}_j^2 \tilde{\boldsymbol{r}}_{jy} \\ \vdots \end{pmatrix} . \tag{32}$$

Betrachtet man in Gleichung (32) die Beschleunigungen und die Lagrangeschen Multiplikatoren als verallgemeinerte Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{x}}_a$ und die rechte Gleichungsseite als verallgemeinerte Kraft $\boldsymbol{K}_a$, so kann das Mehrkörpersystem mit einer Matrixgleichung der Form:

$$\underline{\boldsymbol{M}}(t)\ddot{\boldsymbol{x}}_a(t) = \boldsymbol{K}_a(t) \tag{33}$$

beschrieben werden.

2.3 Vorwärts-Simulation

Unter einer Vorwärts-Simulation versteht man die Berechnung der zeitlichen Entwicklung, d.h. der Dynamik der Koordianten $\boldsymbol{x}(t)$ des Mehrkörpersystems bei Kenntnis aller äußeren Kräfte und Momente $\boldsymbol{K}_a(t)$. Dazu muß Gleichung (33) nach dem Vektor $\ddot{\boldsymbol{x}}_a$ der Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}$ und Lagrangeschen Multiplikatoren $\boldsymbol{\lambda}$ gelöst werden:

$$\ddot{\boldsymbol{x}}_a(t) = \begin{pmatrix} \ddot{\boldsymbol{x}}(t) \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{pmatrix} \quad . \tag{34}$$

Diese numerische Aufgabe wird von Routinen der Funktionsbibliothek LINPACK übernommen. Die Koeffizientenmatrix $\underline{\boldsymbol{M}}(t)$ wird mittels eines Gauß-Algorithmus faktorisiert und Gleichung (33) damit für $\boldsymbol{K}_a(t)$ gelöst. Wäre $\underline{\boldsymbol{M}}(t)$ zeitunabhängig, so müßte die Faktorisierung nur einmal erfolgen. Da $\underline{\boldsymbol{M}}(t)$ durch die Zwangsbedingungen eine zeitabhängige Matrix ist, muß die Faktorisierung für jeden Zeitschritt durchgeführt werden.

Die $3n$ Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$ sind zweimal zu integrieren um die gesuchten Koordinaten $\boldsymbol{x}(t)$ zu erhalten. Da die hierzu verwendete Integrationsroutine *de* aus [Shampine] lediglich Differentialgleichungen 1. Ordnung numerisch integriert, werden zusätzlich die Geschwindigkeiten $\boldsymbol{v}$ eingeführt und $6n$ Differentialgleichungen 1. Ordung der Form:

$$\begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{x}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{v}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{v}(t) \\ \ddot{\boldsymbol{x}}(t) \end{pmatrix} \tag{35}$$

integriert.

2.4 Inverse Dynamik

In aktiv gesteuerten Bewegungen treten von Muskeln erzeugte Kräfte und Momente auf, die der Messung nicht direkt zugänglich sind. Sie können aber bei Kenntnis der Bewegungsgleichungen (33) *invers* bestimmt werden, wenn die Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$, bzw. die Koordinaten $\boldsymbol{x}(t)$ bekannt sind. Diese Aufgabe ist trivial, wenn *alle* Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$ bekannt sind.

In biomechanischen Modellen sind, aufgrund der in Abschnitt 3 geschilderten Meßproblematik, meist nicht alle Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}(t)$ verfügbar. Die „einfache" Lösung von Gleichung (33) scheidet also zur Behandlung dieser Aufgabenstellung aus. Kombiniert man jedoch die Vorwärts-Simulation mit Elementen der Inverser Dynamik, so können auch hier Lösungen bestimmt werden.

Vorgabe für die Realisierung eines kombinierten Verfahrens aus Vorwärts-Simulation und Inverser Dynamik war der Einbau in die bestehende Simulationsumgebung *simsys*. Dadurch sollte gewährleistet werden, daß sich die Lösung inverser Probleme ebenso flexibel handhaben läßt wie die Vorwärts-Simulation, um nicht bei jeder geringfügigen Änderung des Modells ein neues Programm entwickeln zu müssen.

Betrachtet man die Bewegungsgleichungen (33) bzw. (32) unter der Vorgabe, daß für k Körper die Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}_i = (\ddot{x}_i \quad \ddot{y}_i \quad \ddot{\phi}_i)^T$ aus Messungen bereits bekannt sind, sowie p unbekannte Kräfte K_{ui} und q unbekannte Momente M_{ui} gesucht werden, so liegt der Versuch nahe, ein Gleichungssystem mit den *neuen* Variablen K_{ui} und M_{ui} aufzustellen. Dies erfordert nicht nur den Entwurf eines komplett neuen Gleichungsgenerators, damit ist auch eine Umstellung des Lösungsverfahrens von Gleichung (33) und der Integrationsroutine erforderlich. Die eingangs gestellte Anforderung nach Integration in das bestehende Programmpaket *simsys* läßt sich auf diesem Weg nicht erfüllen. Deshalb wurde eine andere Vorgehensweise gewählt.

Die aus der Messung bekannten $3k$ Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}_i(t)$ werden als zusätzliche Zwangsbedingungen in das bestehende Gleichungssystem (32) eingeführt. Das geschieht formal durch eine Erweiterung der Koeffizientenmatrix $\underline{\boldsymbol{M}}$ und der Inhomogenität $\boldsymbol{K}_a$ aus Gleichung (33) um jeweils $3k$ Zeilen. Ist die Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{x}}_i(t)$ des Körpers i bekannt erhält man das überbestimmte Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} & & & \underline{\boldsymbol{M}} & & & \\ & 0\;0\;0 & 1\;0\;0 & 0\;0\;0 & & \\ \cdots & 0\;0\;0 & 0\;1\;0 & 0\;0\;0 & \cdots & \cdots \\ & 0\;0\;0 & 0\;0\;1 & 0\;0\;0 & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \ddot{\boldsymbol{x}}_a \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{K}_a \\ \mathrm{Interpol}(t, \ddot{x}_i) \\ \mathrm{Interpol}(t, \ddot{y}_i) \\ \mathrm{Interpol}(t, \ddot{\phi}_i) \end{pmatrix} . \tag{36}$$

Da die gemessenen Beschleunigungen $\ddot{\boldsymbol{x}}_i(t)$ als Zeitreihen vorliegenden, die Integrationsroutine *de* aber mit fehlergesteuerter Stützweitenregelung arbeitet, muß sichergestellt werden, daß die Beschleunigungen auch zwischen den Stützstellen der Messung stetig und differenzierbar sind. Dies wird durch eine Interpolation der gemessenen Beschleunigungen zwischen den Stützstellen der Messung erreicht. In Gleichung (36) wird die Interpolation durch Verwendung der Funktion $\mathrm{Interpol}(t, \ddot{\phi}_i)$ eingeführt. Eine kurze Beschreibung des dabei verwendeten hermiteschen kubischen Spline-Algorithmus befindet sich in Anhang B.

Um die p unbekannten Kräfte K_{ui} und q Momente M_{ui} zu bestimmen, muß die Matrix $\underline{\boldsymbol{M}}$ nochmals erweitert werden. Dabei werden äußere Kräfte (Momente), die nur an einem Körper angreifen, und innere Kräfte (Momente), die zwischen zwei Körpern wirken, als zusätzliche Variablen dem Vektor $\ddot{\boldsymbol{x}}_a$ hinzugefügt. Die Koeffizientenmatrix $\underline{\boldsymbol{M}}$ wird um $p + q$ Spalten erweitert. Innere Kräfte greifen dabei nach dem 3. Newtonschen Gesetz mit entgegengesetzten Vorzeichen an den beiden Körpern i

und j an:

$$\left(\begin{array}{ccccc} & & & & \begin{matrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{matrix} \\ & & \underline{\boldsymbol{M}} & & \begin{matrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{matrix} \\ & & & & \begin{matrix}-1&0&0\\0&-1&0\\0&0&-1\end{matrix} \\ \cdots & \begin{matrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{matrix} & & \cdots & \begin{matrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{matrix} \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \\ \ddot{\boldsymbol{x}}_a \\ \\ K_{ijx} \\ K_{ijy} \\ M_{ij} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c} \\ \boldsymbol{K}_a \\ \\ \text{Interpol}(\ddot{x}_i) \\ \text{Interpol}(\ddot{y}_i) \\ \text{Interpol}(\ddot{\phi}_i) \end{array}\right). \tag{37}$$

Um unterbestimmte Gleichungssysteme auszuschließen, muß die Bedingung:

$$3k \geq (p+q) \tag{38}$$

stets erfüllt sein.
Da die erweiterte Koeffizientenmatrix $\underline{\boldsymbol{M}}$ nur noch für $3k = (p+q)$ quadratisch ist, kann die Lösung von Gleichung (37) nicht mit den bisher verwandten Verfahren der Funktionsbibliothek LINPACK erfolgen. Stattdessen kommt hier das SVD-Verfahren zur Lösung überbestimmter Gleichungssysteme aus [Press] zum Einsatz.
Der Programmablauf zur Lösung des inversen Problems gestaltet sich wie folgt:

1. Gleichung (37) wird für einen Zeitschritt durch Vorwärts-Simulation gelöst. Damit sind K_{ui} und M_{ui} bestimmt.

2. Die in 1. berechneten Kräfte (Momente) werden zu den äußeren Kräften (Momenten) K_a hinzuaddiert um die Randbedingungen für den nächsten Simulationsschritt festzulegen.

3. Um den nächsten Zeitschritt zu berechnen fährt man mit 1. fort.

Man erkennt sofort, daß bei Verwendung dieses Verfahrens die Kräfte (Momente) durch eine sukzessive Approximation bestimmt werden. Die dabei auftretenden numerischen Probleme werden in Abschnitt 5.2 diskutiert.

Bessere Ergebnisse können erreicht werden, wenn die berechneten Kräfte (Momente) nicht erst im nächsten Zeitschritt berücksichtigt werden, sondern der letzte Zeitschritt nochmals mit den bekannten Kräften (Momenten) integriert wird. Diese Methode läßt sich allerdings mit der Integrationsroutine *de* nicht realisieren, da diese keine Rückschritte in der Zeit erlaubt.

3 Biomechanische Messungen

Zur Verifikation der in dieser Arbeit erstellten Hand-Arm-Modelle konnten Messungen am Menschen durchgeführt werden. Der Vergleich mit Messungen am realen Objekt ist zur Modellerstellung in der Biomechanik wichtig, da die Meßmethodik gerade am Menschen wesentlichen Einschränkungen unterworfen ist. In diesem Kapitel sollen die bei den Messungen angewandten Methoden auf ihre Genauigkeit und Reproduzierbarkeit hin beurteilt werden.

Zur periodischen Anregung des Hand-Arm-Systems standen zwei unterschiedliche Erregungsquellen zur Verfügung:

1. Ein Shaker (oder Rütteltisch) mit dem eine monofrequente Erregung mit konstanter Beschleunigungsamplitude erfolgte. Die maximale Schubkraft des Shakers von 50 000 N stellt sicher, daß die vom Probanden aufgebrachte Kraft keinen Einfluß auf die Beschleunigung des Shakers hat. Um die gleiche Ankopplung des Hand-Arm-Systems an Bohrhammer und Shaker zu gewährleisten wurde der Griff des Bohrhammers mitsamt der Kraftmeßvorrichtung am Shaker montiert.

2. Ein Bohrhammer mit dem in eine Betonwand gebohrt wurde. Abbildung 4 zeigt den präparierten Bohrhammer schematisch.

Gemessen wurden die Beschleunigungen an fünf ausgezeichneten Meßpunkten, wie sie in Abbildung 4 dargestellt sind.

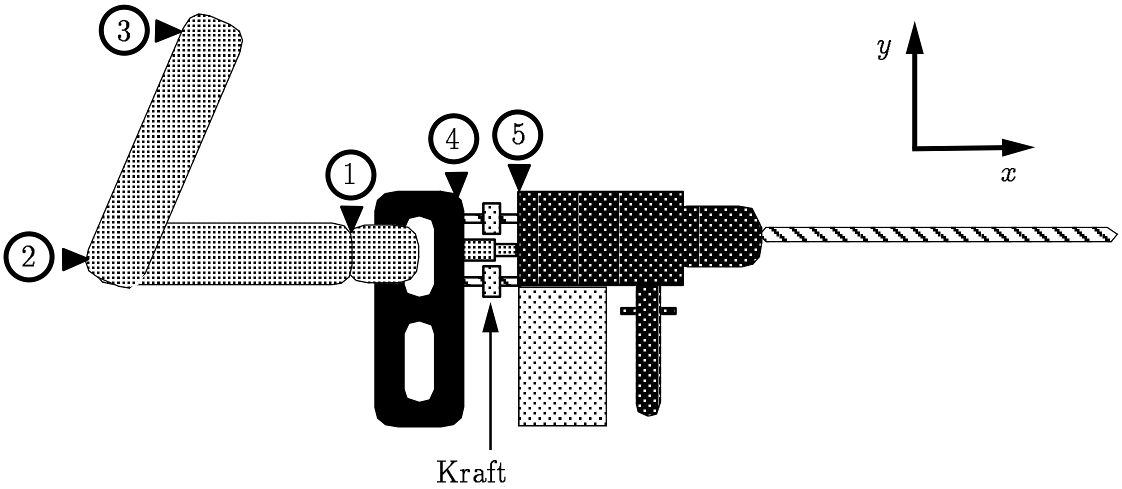

Abbildung 4: Meßpunkte an Mensch und Bohrhammer

Die Meßpunkte sind:

1. Das Handgelenk, genauer die Gelenkfuge am Handgelenk.
2. Der Ellenbogen, genauer das proximale Ende der Elle (Ulna).
3. Die Schulter, genauer das Acromion des Schulterblattes (Scapula).

4. Der Bohrhammergriff.
5. Das Bohrhammergehäuse.

Ebenso wurde mit der in Abbildung 4 ersichtlichen Kraftmeßdose die in Bohrrichtung in das Hand-Arm-System eingeleitete Kraft gemessen.
Zur Analyse der Bewegungen und zur Dokumentation der Messungen wurden Hochgeschwindigkeits- und Videoaufnahmen gemacht.

3.1 Messung von Beschleunigungen

Zur Messung von Beschleunigungen müssen Beschleunigungsaufnehmer am Menschen angebracht werden. Die hierfür in Frage kommenden piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmer sind dank geringer Masse (0,6 g bzw. 2,8 g) und geringer Ansprechschwelle ($0,4\,\mathrm{m/s^2}$ bzw. $0,02\,\mathrm{m/s^2}$) sehr gut für die Messung geeignet.

Die Schwierigkeit besteht in der Befestigung der Beschleunigungsaufnehmer am Menschen. Die Aufnehmer sind für den technischen Einsatz entwickelt und verfügen über genormte Gewinde, um mit dem zu untersuchenden Körper verbunden zu werden. Am Menschen fehlt nicht nur die genormte Befestigungsmöglichkeit, erschwerend kommt hinzu, daß alle Befestigungsstellen (Knochen) von weichem Gewebe umgeben sind. Der Einfluß dieser Gewebeschichten auf das Meßverhalten wurde in der Arbeit von [Dändliker] ausführlich untersucht, mit dem Ergebnis, daß durch *geeignete* Befestigungen die Dämpfungs- und Schwingungseigenschaften des weichen Gewebes weitgehend unterdrückt werden können.
An den Meßpunkten 4 und 5, dem Handgriff und dem Bohrhammer/Shaker, konnten die Beschleunigungsmesser problemlos montiert werden. Für die Befestigung der Beschleunigungsaufnehmer an den Meßpunkten 1-3 des Hand-Arm-Systems wurde folgendes Verfahren gewählt: an die Knochen wurde ein Balsaprofilholz mit einem textilen Verbandsklebeband (Tape) unter möglichst hoher Spannung befestigt. Auf dieses Profilholz wurden die Beschleunigungsaufnehmer mit Bienenwachs aufgeklebt, da somit eine optimale Positionierung der Aufnehmer während des Versuchs möglich war, ohne den Verband zu öffnen. Abbildung 5 zeigt die Befestigung, ohne den Verband, schematisch.
Um die bei den Messungen durch die Befestigung auftretenden systematischen Fehler abzuschätzen, wurde das zeitliche Ansprechverhalten der Meßkette bei einer Stoßerregung in x-Richtung gemessen. Abbildung 6 zeigt das unterschiedliche zeitliche Ansprechverhalten an den Meßpunkten Hand, Ellenbogen und Schulter.
Die Differenz der Ansprechzeit zwischen den Signalen an den Meßpunkten der Hand und des Ellenbogens liegt in der Größenordnung von 0,2 ms. Die Verzögerungszeit bis zum Erreichen des ersten Beschleunigungsmaximums liegt in der Größenordnung von 1 ms. Der Meßpunkt an der Schulter zeigt eine deutliche Verzögerung bis zum ersten erkennbaren Signal, da der Oberarm im wesentlichen eine Drehbewegung ausführt und die Schulter in Ruhe bleibt.
Vergleicht man die Verzögerungszeiten zwischen Hand und Ellenbogen mit den von [Dändliker] bestimmten Verzögerungszeiten von 10 ms, so kann man feststellen, daß die Befestigung mittels eines Profilholzes wohl die beste nichtinvasive Befestigung

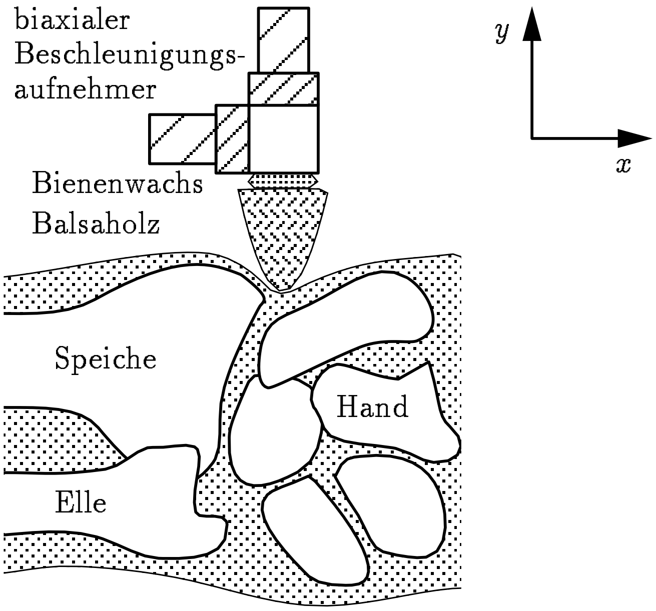

Abbildung 5: Befestigung der Beschleunigungsaufnehmer am Handgelenk

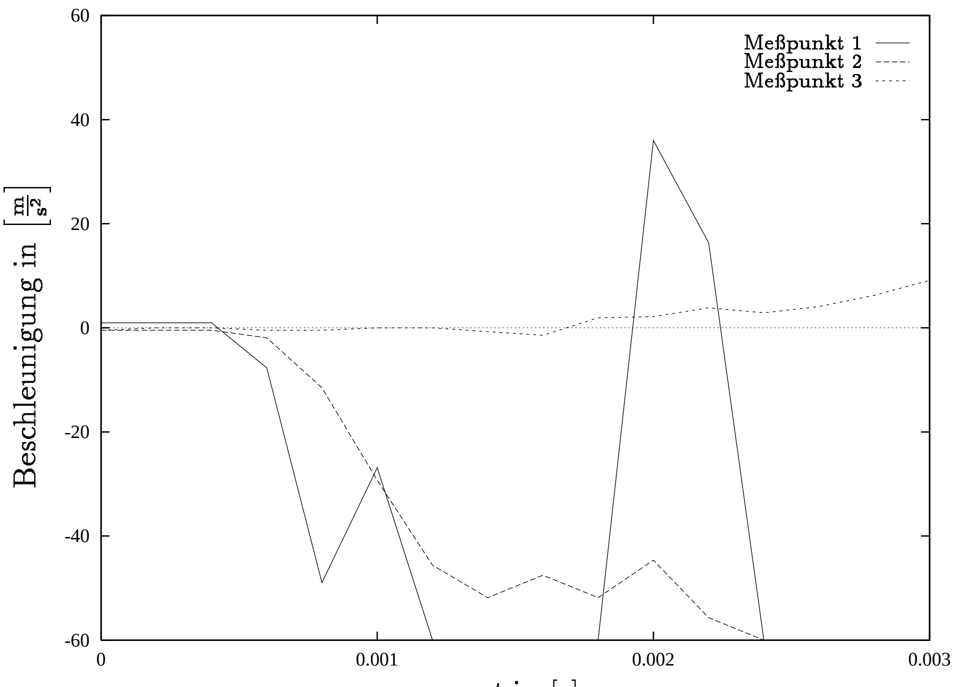

Abbildung 6: Zeitliches Ansprechverhalten der Meßkette in x-Richtung

darstellt.

Zur weiteren Beurteilung der Befestigung wurden die gemessenen Beschleunigungen der Meßpunkte ins körpereigene Koordinatensystem des Skeletts transformiert. Da sich bei guter Befestigung der Abstand der Meßpunkte in Knochenlängsrichtung nicht verändern sollte, müssen auch die Beschleunigungsamplituden gleich groß sein. Abbildungen 7 und 8 zeigen diesen Vergleich am Unter-, und am Oberarm bei Messungen am Shaker.

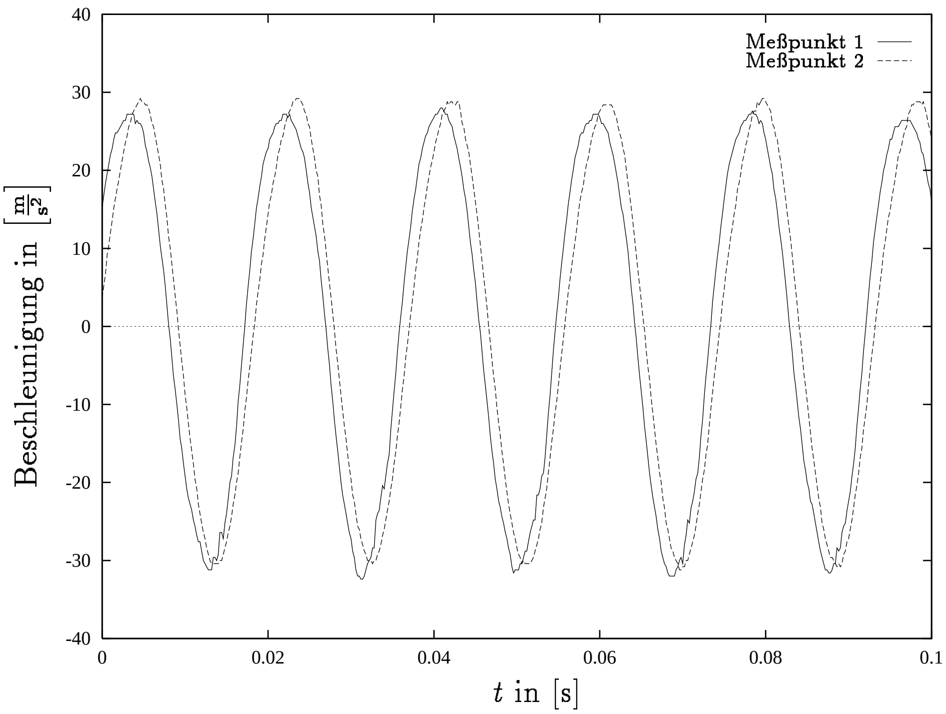

Abbildung 7: Beschleunigungsamplituden in Längsrichtung am Unterarm

Am Unterarm (Abbildung 7) stimmen die Beschleunigungsamplituden der Meßpunkte 1 und 2 sehr gut überein, es zeigt sich lediglich eine leichte Phasenverschiebung, die auf eine geringe Elastizität der Befestigungen an Ellenbogen und Handgelenk schließen läßt. Betrachtet man die Beschleunigungen am Oberarm (Abbildung 8) so sieht man deutlich, daß die Befestigung des Beschleunigungsaufnehmers an der Schulter wesentlich schlechter war. Zwar gingen durch einen technischen Defekt nach der Messung die Daten des y-Kanals des Meßpunktes 3 verloren, dies reicht jedoch nicht zur Erklärung der Amplitudendifferenz aus.

Für die Messungen mit dem Bohrhammer liegen vollständige Daten vor, und doch zeigen die Abbildungen 9 und 10 ebenfalls deutliche Amplitudendifferenzen für die Beschleunigungen an Unter- und Oberarm.

Beim Bohrvorgang zeigen sich am Unterarm deutliche Unterschiede in der Amplitudenform. Die hochfrequenten Anteile des Signals sind am Ellenbogen deutlich weniger ausgeprägt als am Handgelenk. Auch hier weist die Befestigung eine geringe Elastizität auf, allerdings läßt sich die Phasenlage aufgrund unterschiedlicher Kurvenformen nicht eindeutig bestimmen. Die Lage der Nulldurchgänge zeigt aber, daß die Phasenverschiebung, wie beim Shakerexperiment, klein ist.

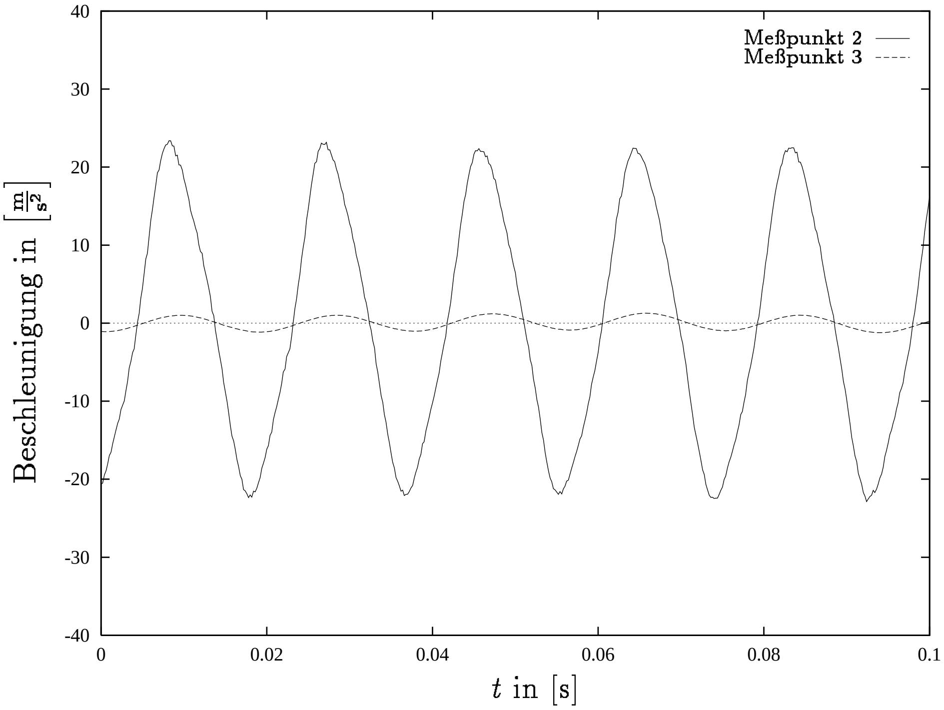

Abbildung 8: Beschleunigungsamplituden in Längsrichtung am Oberarm

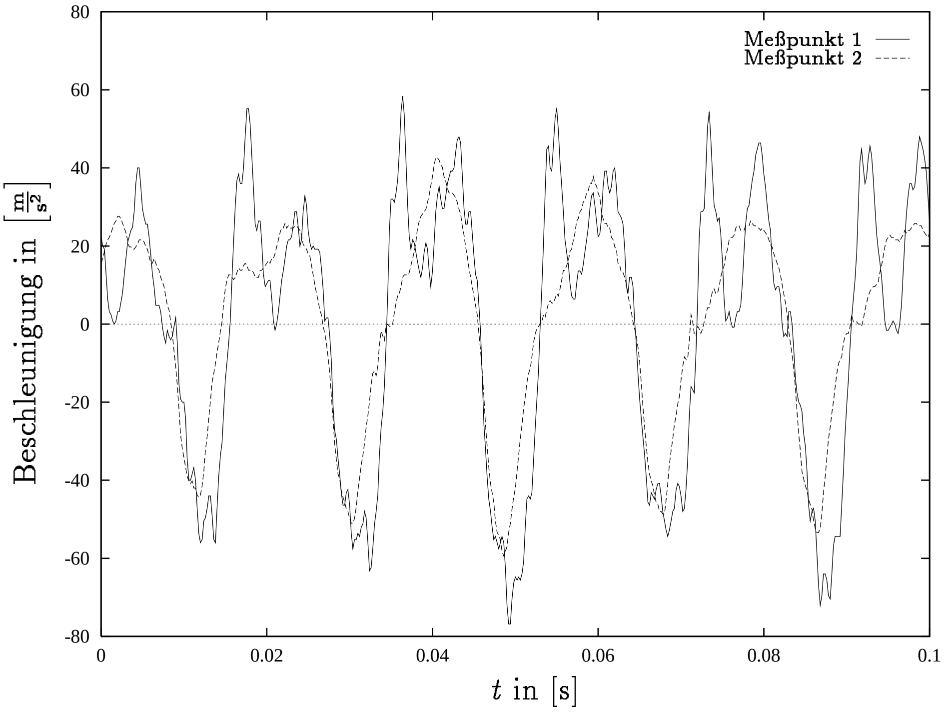

Abbildung 9: Beschleunigungsamplituden in Längsrichtung am Unterarm

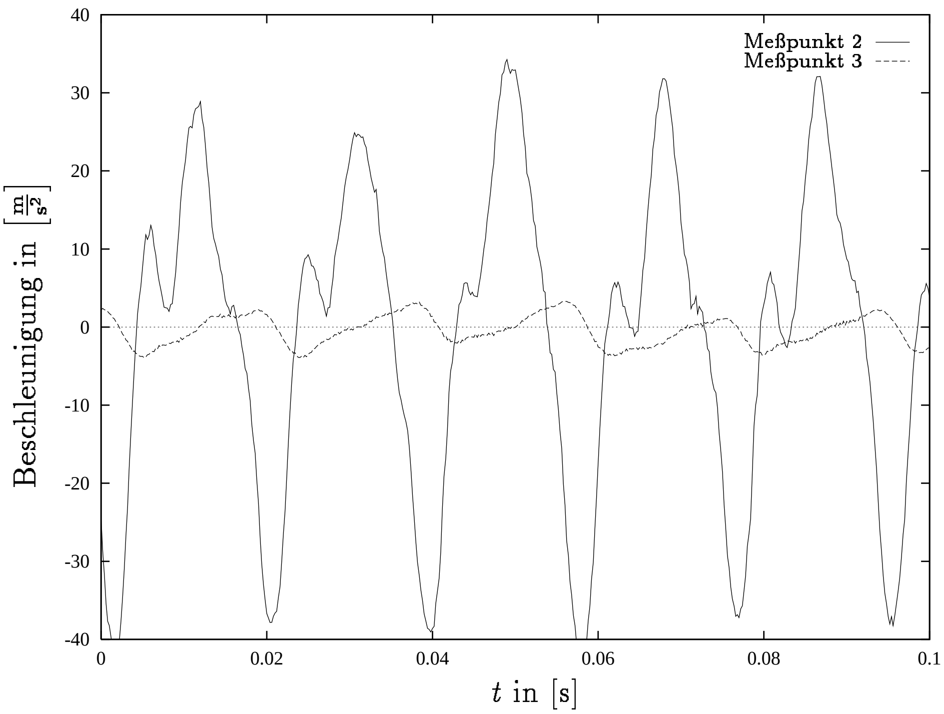

Abbildung 10: Beschleunigungsamplituden in Längsrichtung am Oberarm

Die an der Schulter gemessenen Beschleunigungen zeigen sehr deutlich, daß die Befestigung des Beschleunigungsaufnehmers am Schulterblatt keine befriedigenden Ergebnisse liefert. Die anatomische Struktur des Schultergelenks läßt jedoch eine Befestigung am proximalen Ende des Oberarmknochens nicht zu, da die umgebenden Gewebeschichten ihre schützende Funktion hier optimal erfüllen.
Es muß deshalb festgestellt werden, daß die bei der Messung gewählte Befestigung der Beschleunigungsaufnehmer am Schulterblatt unzureichend ist. Die ermittelten Meßwerte geben nicht die tatsächlich auftretenden Beschleunigungen wieder.

Beim Vergleich gemessener Beschleunigungen mit simulierten Beschleunigungen muß berücksichtigt werden, daß die gemessenen Beschleunigungen in einem mitbewegten Koordinatensystem aufgezeichnet worden sind.

3.2 Messung von Kräften

Bei der Versuchsplanung wurde sowohl die Messung der x-Komponente der in das Hand-Arm-System eingeleiteten Kraft, als auch des am Handgriff wirkenden Momentes vorgesehen. Bei der Entwicklung der Meßvorrichtung stellte sich heraus, daß mit den verwendeten DMS-Meßdosen eine Bestimmung des Moments nicht möglich ist, da die dabei entstehenden Querkräfte nicht kompensiert werden können. Durch Verwendung einer Führung konnten die Querkräfte eliminiert werden, eine Messung des Moment wurde dadurch jedoch unmöglich.
Die Funktionsfähigkeit der Meßvorrichtung wurde durch vergleichende Messungen mit einer vorhandenen Meßplattform bestätigt. Beim vorliegenden Versuchsaufbau konnte also nur die x-Komponente der eingeleiteten Kraft gemessen werden. Die

Messung der y-Komponente der Bohrkraft war nicht möglich.

Die Greifkraft, also die Kraft mit der der Handgriff umschlossen wird, ist eine weitere biomechanisch wichtige Meßgröße. Eine Messung war nicht möglich, da ein dafür konzipierter Meßgriff nicht vorhanden, und die Konstruktion eines solchen im zeitlichen Rahmen dieser Diplomarbeit nicht möglich war.

3.3 Messung der Handdeformation

Die Deformation des Handpolsters wurde in einer eigenen Meßreihe mit einem geeichten Schiebepotentiometer bestimmt. Da es bei der Deformation der Mittelhand zu Verschiebungen in allen Raumrichtungen kommt, aber nur die Abhängigkeit der Deformation in x-Richtung von der Andruckkraft untersucht wird (siehe 3.2), muß das Potentiometer so angebracht werden, daß die Beweglichkeit in y und z weitestgehend erhalten bleibt. Diese Forderung muß auch erfüllt werden, um ein Blockieren des Potentiometers zu vermeiden. Das Potentiometer wird zu diesem Zweck zwischen der Griffschale und dem Balsaholz am Handgelenk angebracht, indem das Potentiometergehäuse fest am Griff montiert und die Potentiometerstange am Balsaholz in einen Stahlstift eingehängt wird. Dank dieser Maßnahme bleibt die Beweglichkeit der Aufhängung in y- und z-Richtung erhalten und Reibungseffekte im Potentiometer können unterbunden werden. Eine Messung der Deformation in y-Richtung war nicht möglich.

3.4 Optische Messungen

Zur quantitativen Analyse von Bewegungen wird oftmals die optische Messung mittels Hochgeschwindigkeitsfilm eingesetzt. Aufnahmen mit Videokameras können wegen der geringen Zeitauflösung nur zur Dokumentation des Versuchsablaufes benutzt werden.
Um die Synchronisation der Bilddaten der Hochgeschwindigkeitskamera mit den Beschleunigungsmeßdaten zu ermöglichen wird die Messung mit einem Lichtsignal (Blitz) getriggert.

Beim vorliegenden Versuchsaufbau sollte der Hochgeschwindigkeitsfilm eingesetzt werden um die Bewegung der Schwabbelmasse gegenüber dem Skelett zu analysieren. Dazu ist ein Aufnahmeausschnitt zu wählen, in dem sich ein raumfester Punkt, ein Referenzpunkt der Skelettbewegung und ein Referenzpunkt der Schwabbelmassenbewegung befinden. Wurde ein solcher Ausschnitt gewählt, so war die räumliche Auflösung bei der Auswertung des Films nicht ausreichend für eine quantitative Analyse. Für eine quantitative Analyse der Bewegung, wäre es notwendig, aus den vom Film bestimmten Ortskurven der Schwabbelmassenbewegung, durch numerische Differentiation auch die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen zu bestimmen. Man konnte aus den Aufnahmen zwar erkennen, daß die Auslenkung der Schwabbelmasse eine Amplitude von ca. 0,4 mm hatte, da hierbei aber die Auflösung gerade noch 0,1 mm betrug, konnte die Messung nur qualitativen Charakter besitzen.

3.5 Erfassung der Meßdaten

Abbildung 11 zeigt schematisch den Versuchsaufbau und die Meßkette zur Aufnahme der Meßdaten.

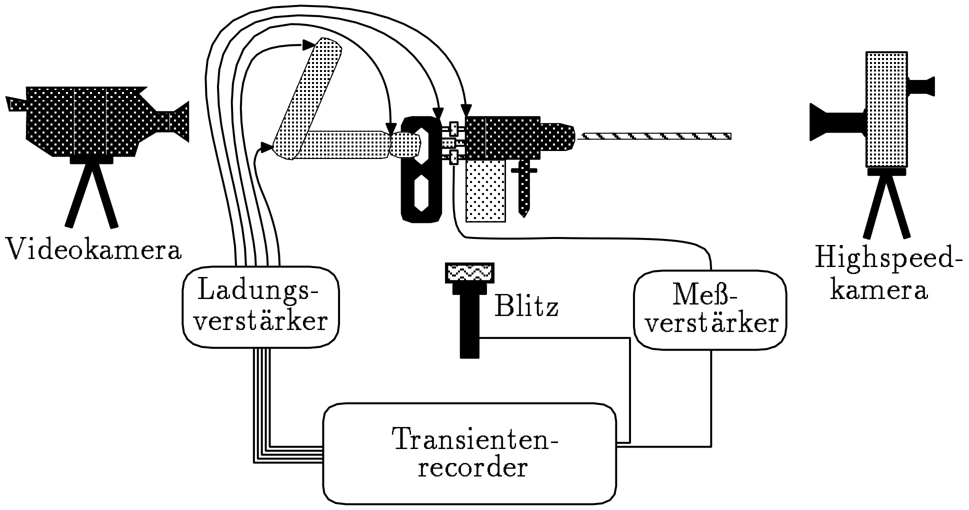

Abbildung 11: Versuchsaufbau und Meßkette

Um die Meßdaten der weiteren Verarbeitung zugänglich zu machen, wurden die Beschleunigungen und die Kraft mit einem Transientenrecorder aufgezeichnet und die Daten nach Versuchsende auf magnetische Datenträger übertragen.

Bei der Erfassung der Daten im Transientenrecorder werden die analog vorliegenden Meßdaten digitalisiert. Die Digitalisierung bedingt eine Diskretisierung des Meßbereichs. Bei den verwendeten 8-bit Transientenrecordern erfolgt die Diskretisierung in 256 Stufen. Bei der Messung muß, um den Informationsverlust so gering wie möglich zu halten, der Meßbereich optimal ausgenutzt werden. Dies erfordert eine sorgfältige Versuchsplanung und die Durchführung mehrerer Testläufe, bis einerseits der Meßbereich vollständig genutzt und andererseits ein Überlauf vermieden wird. Auch wenn dies gelingt, so bleibt bei der Auswertung immer der systematische Diskretisierungsfehler zu berücksichtigen. Der Diskretisierungsfehler und die Diskretisierung machen sich vor allem bei der numerischen Weiterverarbeitung der Daten negativ bemerkbar. Der Diskretisierungsfehler führt, als systematischer Fehler, bei der Integration zu Drifteffekten. Die Diskretisierung macht eine direkte Differentiation unmöglich. In vielen Fällen ist ein Aufbereiten der Daten, z.B. durch Glättung und Filterung, vor der Weiterverarbeitung unerlässlich.

Auch die Aufzeichnung der Daten auf magnetische Datenträger kann eine Fehlerquelle darstellen. So konnten bei den Messungen am Shaker die Daten eines Transientenrecorders durch ein defektes Laufwerk nicht gesichert werden und gingen für die Auswertung verloren.

3.6 Meßergebnisse

Die für den Vergleich mit der Simulation relevanten Meßgrößen sind die Andruckkraft und die Beschleunigungskomponenten an den Meßpunkten der Hand und des Ellenbogens. Die Messwerte die an der Schulter aufgezeichnet wurden besitzen wegen des großen Meßfehlers nur qualitativen Charakter.
Interessant sind neben den Amplituden auch die Phasenlagen zum anregenden Signal. Um diesen Vergleich zu ermöglichen, wird in allen Abbildungen der gleiche Zeitausschnitt dargestellt. Abbildung 12 zeigt neben der Andruckkraft K auch die zur Anregung des Hand-Arm-Systems dienende Beschleunigung $\ddot{x}$ des Shakers.

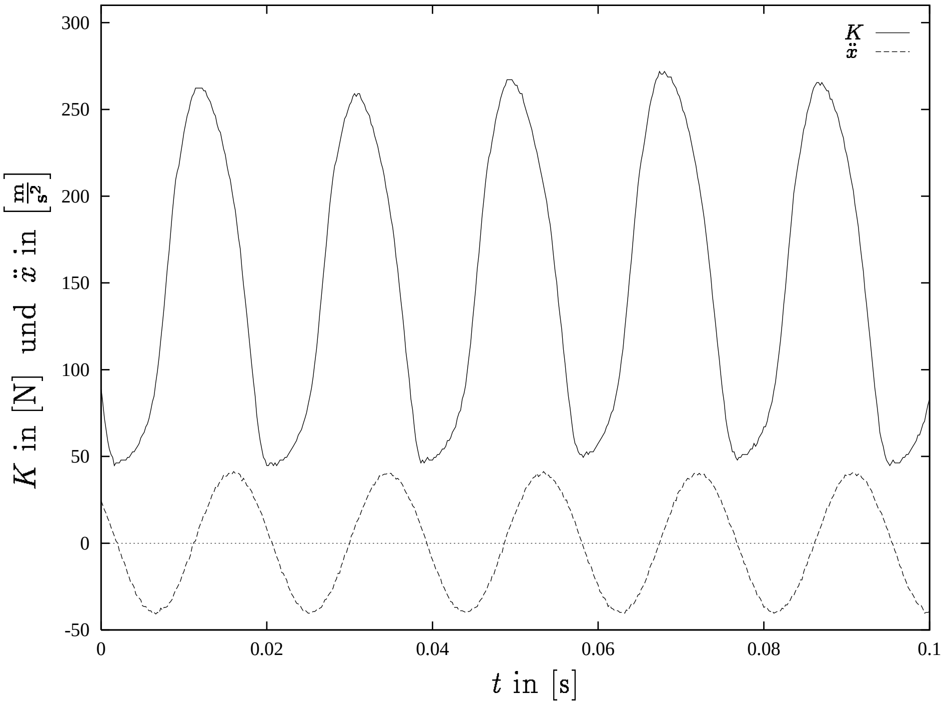

Abbildung 12: Gemessene Andruckraft und Beschleunigung des Shakers

Die Abbildungen 13-15 zeigen die Zeitverläufe der Beschleunigungskomponenten $\ddot{x}$ und $\ddot{y}$ an den jeweiligen Meßpunkten.
Die Beschleunigungskomponente $\ddot{y}$ der Schulter fehlt in Abbildung 15 aufgrund des Defekts beim Aufzeichnen der Daten im Transientenrecorder.
Um einen Eindruck von der Größenordnung der Bewegungen des Hand-Arm-Systems zu erlangen, werden die Trajektorien durch zweifache Integration der gemessenen Beschleunigungen ermittelt. Die Bewegung des Handgelenks und des Ellenbogens erfolgt gleichphasig auf Ellipsen mit sehr kleinen Amplituden, wie sie stark vergrößert in Abbildung 16 dargestellt sind.
Der Unterarm führt also neben der Schwingung in Erregungsrichtung x auch eine um $\pi/2$ phasenverschobene Schwingung in y-Richtung aus. Weiterhin findet eine Rotation des Unterarm um den Ellenbogen statt. Das Auftreten der Schwingung des Hand-Arm-Systems in y-Richtung, bei einer Erregung in x-Richtung, und vorallem die gemessene Amplitudenhöhe, war nicht erwartet worden.
Die Modellierung und Simulation muß zeigen, ob diese Schwingung reproduzierbar

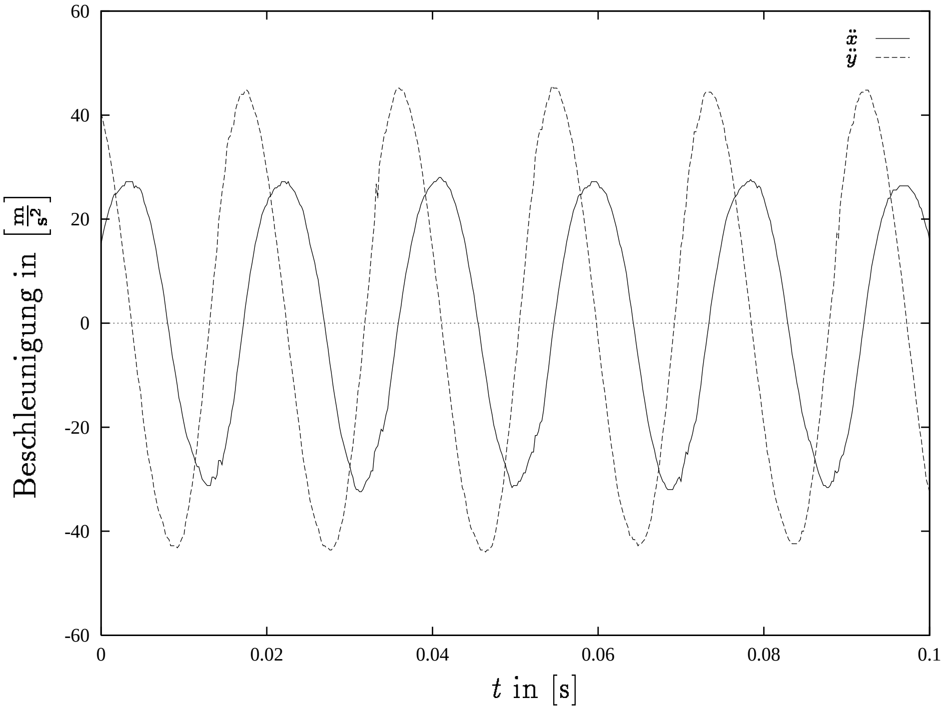

Abbildung 13: Gemessene Beschleunigungen am Handgelenk

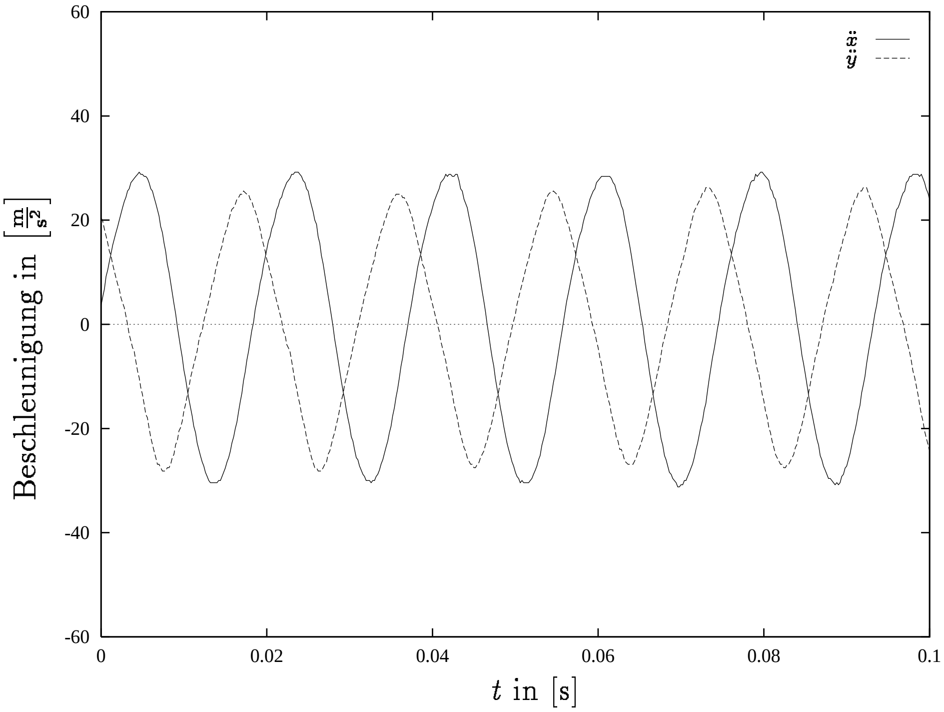

Abbildung 14: Gemessene Beschleunigungen am Ellenbogen

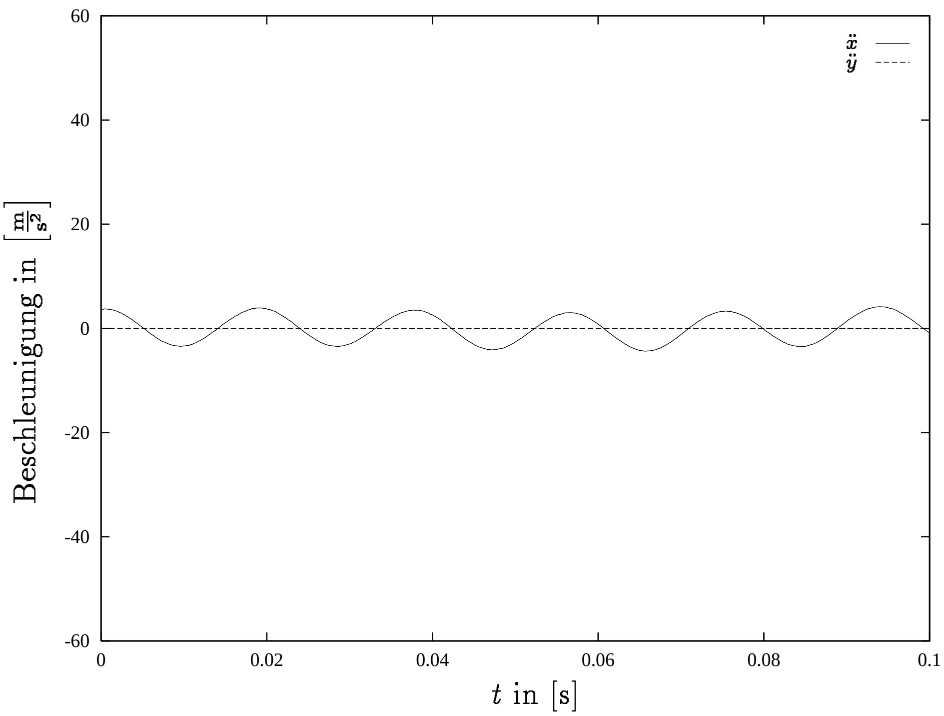

Abbildung 15: Gemessene Beschleunigungen am Schultergelenk

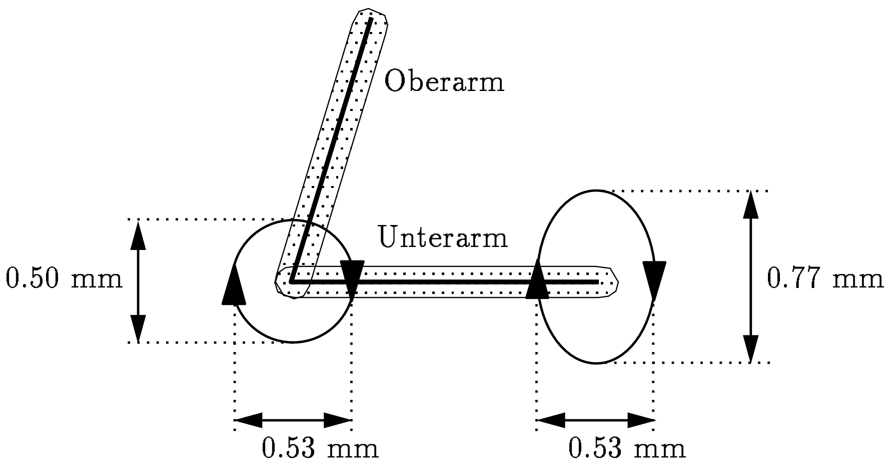

Abbildung 16: Gemessene Bewegung des Hand-Arm-Systems

ist, und worin sie ihre Ursache hat.

4 Modellierung

4.1 Die Simulationsmodelle

Für die Simulation der Dynamik des Hand-Arm-Systems wurden drei zweidimensionale Modelle des Hand-Arm-Systems entwickelt:

1. Das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmassen.
   Es besteht aus den mit Gelenken verbundenen Segmenten Rumpf, Oberarm und Unterarm sowie den Schwabbelmassen an Ober- und Unterarm, wie es in Abbildung 17(a) gezeigt ist. Die Modellierung der Bodenreaktionskraft erfolgt über Federn für die x- und y-Komponente der Kraft. Einer elastischen Kopplung des Rumpfes an den Boden wurde der Vorzug gegenüber einem weiteren Gelenk gegeben, obwohl diese realitätsnahe Nachbildung eines Fersenpolsters zwei zusätzliche Freiheitsgrade für das Modell mit sich bringt.

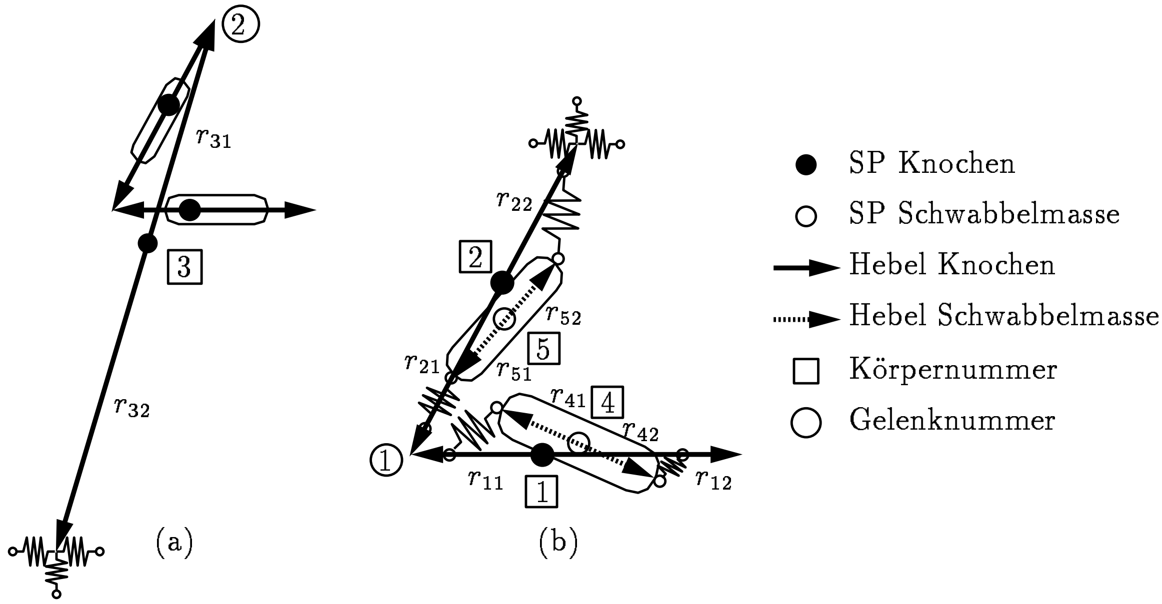

Abbildung 17: Die simulierten Modelle: (a) dreigliedrig und (b) zweigliedrig

2. Das zweigliedrige Modell mit Schwabbelmassen.
   Die Modellierung der Schulter als Scharniergelenk zwischen Rumpf und Oberarm ist aus anatomischer Sicht nicht haltbar. Dies bestätigte sich bei der Simulation des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen. Die Verfeinerung des Simulationsmodells besteht darin, auf die Modellierung des Rumpfes zu verzichten, und den Oberarm am Ort des bisherigen Schultergelenk mit raumfesten Federn zu verankern. Abbildung 17(b) zeigt das zweigliedrige Modell mit einer detailierten Darstellung der beiden Schwabbelmassen.

3. Das zweigliedrige Modell ohne Schwabbelmassen.
   Um die Modellierung des Hand-Arm-Systems mit einem Schwabbelmassen-

Ansatz zu rechtfertigen, muß der Vergleich mit einem starren Modell herangezogen werden. Dazu wurden die Schwabbelmassen des Simulationsmodells entfernt und Massen und Trägheitsmomente von Unter- und Oberarm entsprechend korrigiert.

Da sich die drei Modelle in der Anzahl von Körpern und Gelenken unterscheiden, sind die für die Aufstellung der Bewegungsgleichungen und die Simulation relevanten Größen in Tabelle 1 vergleichend darstellt.

Modell	3-gliedrig SM	2-gliedrig SM	2-gliedrig starr
Anzahl der Körper	5	4	2
Anzahl der Gelenke	2	1	1
Anzahl der Freiheitsgrade	11	10	4
Anzahl der Gleichungen	19	14	8
Anzahl der Parameter	22	20	12
Rechenzeit in [s]	40.8	47.4	15.2

Tabelle 1: Vergleich der Modelle

Die Anzahl der Gleichungen entspricht der Dimension der Koeffizientenmatrix $\underline{\boldsymbol{M}}$ aus Gleichung (33). Die Anzahl der Parameter ist die Summe aller Regel-, Feder- und Schwabbelmassenparameter, die bei dem vorliegenden Modell variiert wurden. Die Rechenzeit ist exemplarisch die benötigte Zeit zur Simulation des Modells bei einer Simulationsdauer von einer Sekunde. Sämtliche Simulationen wurden auf einer Silicon Graphics Indigo Workstation durchgeführt (Mips R3000, 33 MHz).

Damit die Simulationen mit den Messungen verglichen werden können werden die mechanischen Eigenschaften der Körpersegmente, also Länge, Masse, Trägheitsmoment und Position des Schwerpunktes, mit dem in Anhang C beschriebenen Programm *calcman* unter Angabe von Körpergröße und Gewicht des Probanden bestimmt. Um die so ermittelten Größen auf ihre Richtigkeit zu prüfen, wurden die Segmentlängen am Probanden nachgemessen. Dabei konnten, im Rahmen der Meßgenauigkeit, keine Abweichungen festgestellt werden.
Problematisch war hingegen die Aufteilung der Anteile von Masse und Trägheitsmoment in Knochen und Weichteile, da hierfür nur realistische Abschätzungen vorliegen. Die Abweichungen von den tatsächlichen Werten sollten aber nicht mehr als 20% betragen. Bei einer Modelloptimierung sollte deshalb auch das Verhältnis Knochenmasse-Schwabbelmasse als Parameter untersucht werden.

Eine Zusammenstellung der für die Simulationsmodelle eingesetzten mechanischen Größen befindet sich in Anhang A.

4.2 Das Handpolster

Neben dem mechanischen Aufbau des Hand-Arm-Systems muß die Kraftübertragung durch eine Kopplung mit der Umwelt modelliert werden. Bedingt durch die sehr komplexe anatomisch Struktur der Hand, sie besteht aus 27 Segmenten, ist die Simulation der Hand, die ohnehin nur zweidimensional erfolgt, durch ein Mehrkörpersystem momentan nicht sinnvoll.

Da die Kraftkopplung beim Bohren in der Regel dadurch erfolgt, daß der Bohrhammer mit der Hand festgehalten und gegen den zu durchbohrenden Gegenstand gedrückt wird, wird die Hand bei der Modellierung in die Kraftkopplung integriert. Die Einkopplung der Bohrkraft in die Hand erfolgt dabei durch eine Deformation der Hand im Bereich der Handwurzel und der Mittelhand, sowie durch eine Deformation des Handgriffes. Man macht sich dies in der Modellierung zunutze, indem man auf die Einführung eines Starrkörper für die Hand verzichtet und stattdessen eine experimentell zu ermittelte Kraft-Deformations-Beziehung für das System aus Hand und Handgriff eingeführt, die den funktionellen Zusammenhang zwischen Kraft K_x, Deformation x der Hand und Deformationsgeschwindigkeit $\dot{x}$ der Hand beschreibt. Die Masse von Hand und Handgriff darf nicht unberücksichtigt bleiben, sie wird dem Unterarmknochen zugerechnet.

Mit der in Abschnitt 3.3 vorgestellten Methode konnte die Kraft-Deformations-Beziehung für statische und stoßartige Belastungen gemessen werden. Als analytische Näherung ergab sich dabei:

$$K_x(x, \dot{x}) = -4,0 \cdot 10^6 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\, x^2 \operatorname{sign}(x) - 1,9 \cdot 10^2 \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}\, \dot{x} \tag{39}$$

Der Vergleich zwischen Messung und analytischer Näherung wird in Abbildung 18 gezeigt.

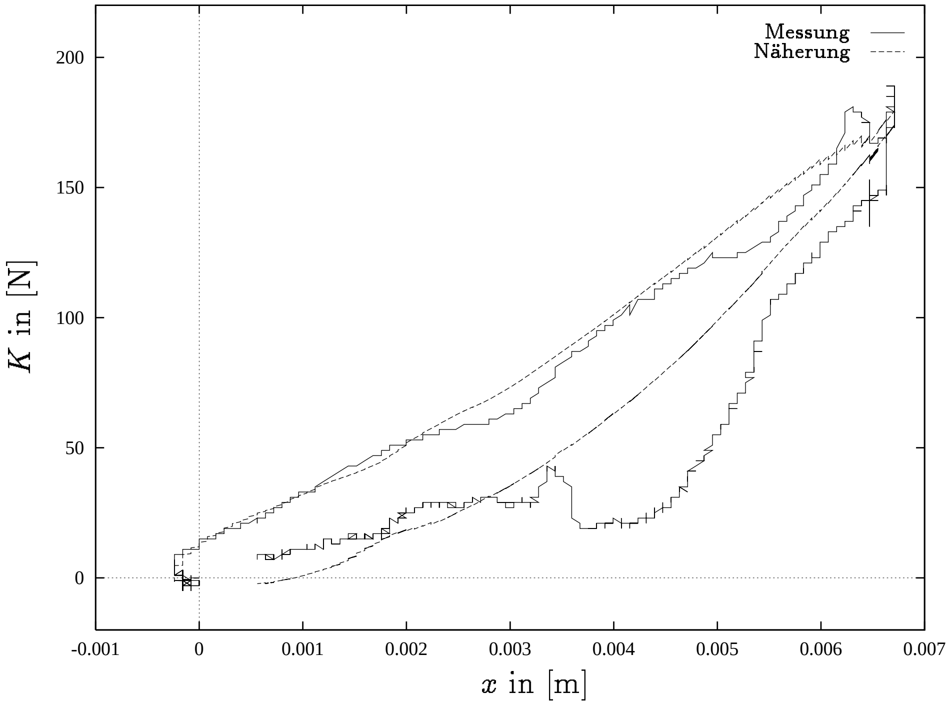

Abbildung 18: Kraft-Deformations-Beziehung für große Auslenkungen

Die Übereinstimmung der analytischen Näherung und der gemessenen Kurve in Abbildung 18 scheint nicht sonderlich gut zu sein, da die zeitliche Auflösung entlang der Meßkurve fehlt. Betrachtet man die gleiche Kurve in der Zeitdarstellung, Abbildung 19, zeigt sich die gute Übereinstimmung von Messung und Näherung.

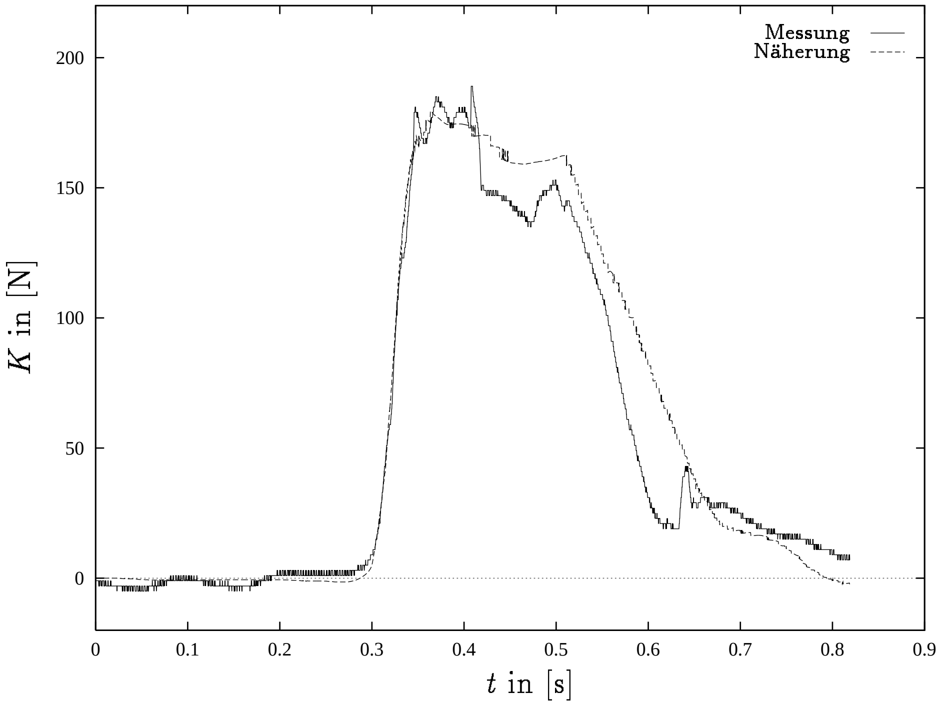

Abbildung 19: Kraft-Zeit-Verlauf bei Deformationsmessung an der Hand

Für eine detailierte Darstellung des Meßverfahrens und der Auswertung der ermittelten Meßwerte für die stoßartige Belastung wird auf die Arbeit von [Kleinau] verwiesen.

Die mit Gleichung (39) gegebene Näherung beschreibt das Verhalten des Handpolsters für Deformationen im Zentimeterbereich. Sie erweist sich für die Simulation als ungeeignet, weil zum einen die bei der Erregung durch den Shaker gemessenen Auslenkungen um eine Größenordnung kleiner sind, und zum anderen der Einfluß der Greifkraft nicht berücksichtigt werden kann.

Um die Modellierung zu verbessern wurde deshalb die Kraft-Deformations-Beziehung um den lokalen Arbeitspunkt bei einer mittleren Andruckkraft von 150 N, und unbekannter aber konstanter Greifkraft, bestimmt. Die x-Komponenten der gemessenen Beschleunigungen an Handgelenk und Shaker wurden numerisch integriert, um die entsprechenden Auslenkungen und Geschwindigkeiten zu erhalten. Bildet man die Differenz der jeweiligen Auslenkungen und Geschwindigkeiten, so erhält man die Deformation x und die Deformationsgeschwindigkeit $\dot{x}$. Da sich der Betrag der Amplituden um den Faktor $|\omega|$ unterscheidet, zeigt Abbildung 20 die Deformation und die mit $1/|\omega|$ skalierte Deformationsgeschwindigkeit.
Trägt man die gemessene Kraft über der berechneten Deformation auf, so erhält man die in Abbildung 21 gezeigte Hysteresekurve.
Zur Bestimmung der analytischen Näherung für die Kraft-Deformations-Beziehung wurde ein Potenzreihenansatz bis zur vierten Ordnung gewählt:

$$K_x(x, \dot{x}) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + b_1 \dot{x} + b_2 \dot{x}^2 + b_3 \dot{x}^3 + b_4 \dot{x}^4 \ . \qquad (40)$$

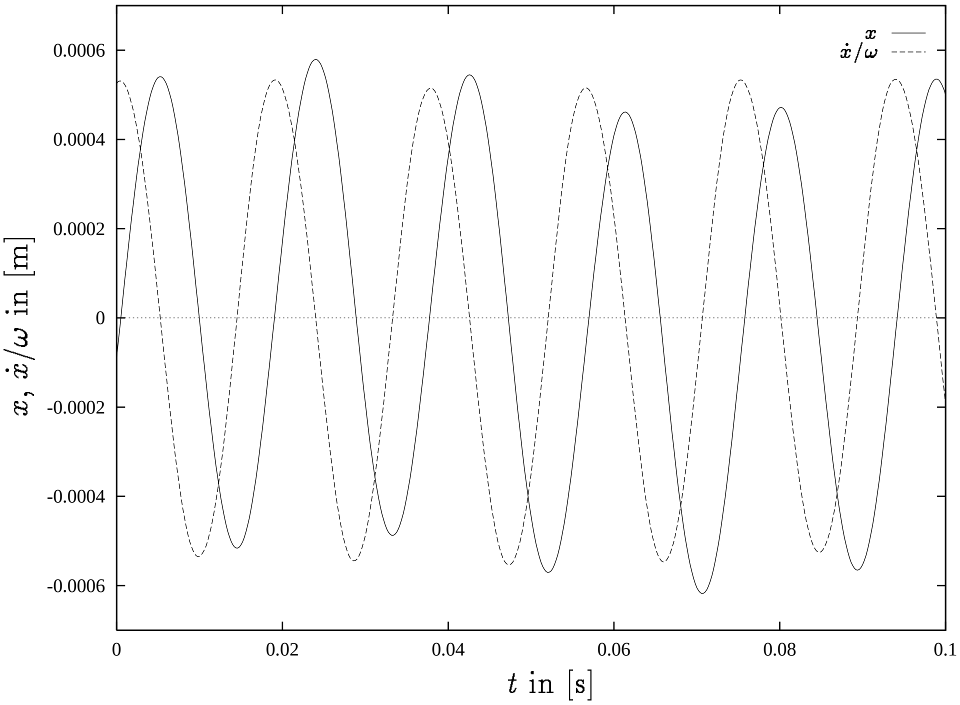

Abbildung 20: Deformation und Deformationsgeschwindigkeit des Handpolsters

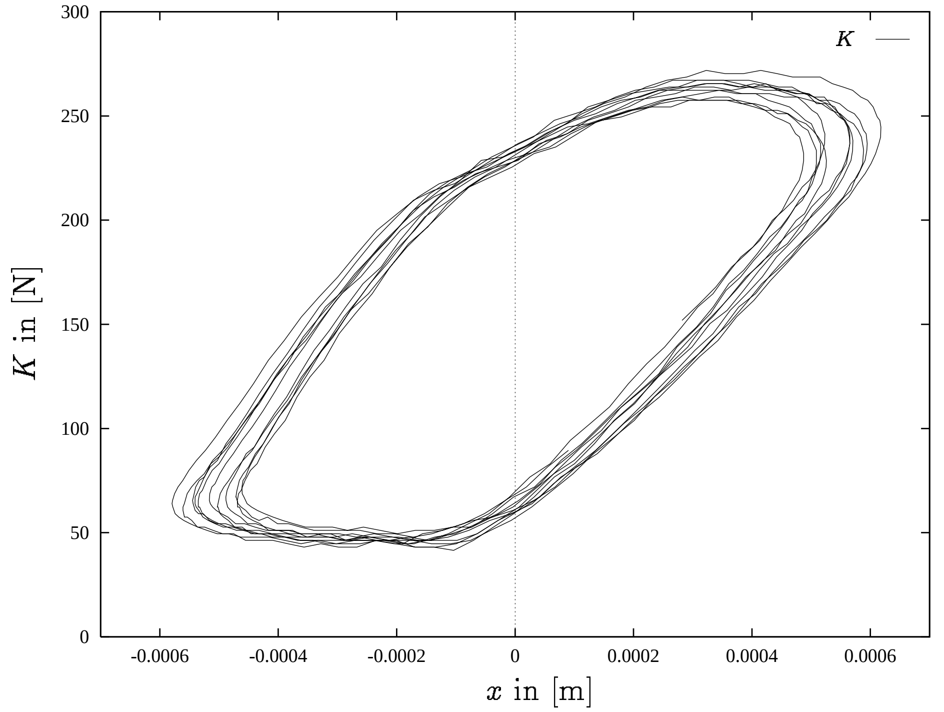

Abbildung 21: Kraft-Deformation-Beziehung am Arbeitspunkt

Die Koeffizienten wurden mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt. Es zeigt sich, daß die Kraft-Deformations-Beziehung im wesentlichen von den linearen Glieder bestimmt wird. Die Näherung lautet:

$$K_x(x, \dot{x}) = -150,0 \text{ N} - 1,7 \cdot 10^5 \, \tfrac{\text{N}}{\text{m}} \, x - 2,3 \cdot 10^2 \, \tfrac{\text{Ns}}{\text{m}} \, b_1 \dot{x} - 6,4 \cdot 10^3 \, \tfrac{\text{Ns}^3}{\text{m}^3} \, b_3 \dot{x}^3 \,. \quad (41)$$

Abbildung 22 zeigt die mit Näherung (41) aus der integrierten Deformation und Deformationsgeschwindigkeit berechnete Kraft-Deformations-Beziehung.

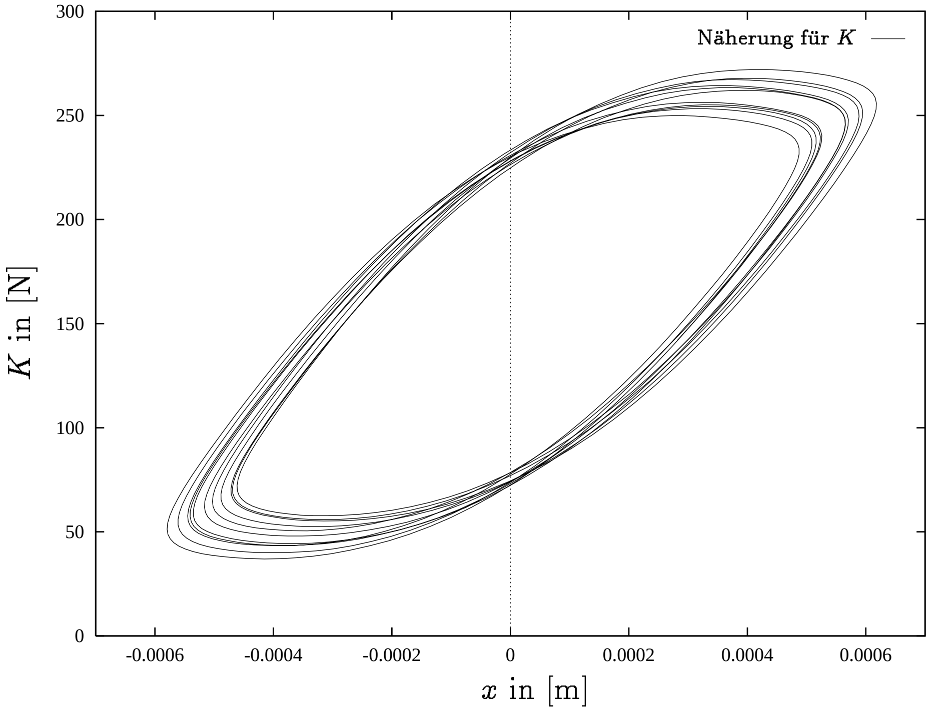

Abbildung 22: Analytische Näherung der Kraft-Deformation-Beziehung

Gleichung (41) gilt nur für die x-Komponente der Kopplungskraft, es erfolgt aber auch eine Kopplung in y-Richtung senkrecht zur Erregungsrichtung. Da für die y-Komponente keine Kraft gemessen werden konnte, ist eine Auswertung, wie sie für die x-Komponente erfolgte, nicht möglich. In der Simulation muß eine analytische Kopplungskraft vorgegeben werden. Die Modellierung erfolgt als lineare, gedämpfte Feder:

$$K_y(y, \dot{y}) = -\mathrm{a}y - \mathrm{b}\dot{y} \quad . \qquad (42)$$

Die Parameter Federhärte a und Dämpfungskonstante b können in der Simulation variiert werden, um die Simulationswerte an die Meßwerte anzugleichen.

4.3 Ankopplung der Schwabbelmassen

Die Modellierung der mechanischen Größen der Schwabbelmassen erfolgt wie bereits beschrieben mit *calcman*, wobei die Aufteilung der Massen und Trägheitsmomente zwischen Knochen und Schwabbelmasse von Hand vorgenommen wird. Die Kopplung an das Skelett erfolgt durch Federn, wie sie in Abbildung 17(b) gezeigt sind. Bei der zu erwartenden Auslenkung der Schwabbelmassen im Millimeterbereich erscheint der Einsatz von Federn, die einem linearen Kraftgesetz der Form:

$$K(\boldsymbol{x}, \dot{\boldsymbol{x}}) = -\mathrm{a}|x - l_0| - \mathrm{b}\dot{\boldsymbol{x}} \tag{43}$$

genügen, angemessen. Dabei ist $x = |\boldsymbol{x}|$ die Länge des Abstandsvektors $\boldsymbol{x}$ der Befestigungspunkte und l_0 die Ruhelänge der Feder. Durch Variation der Federkonstante a und der Dämpfungskonstante b ist eine Anpassung der Simulationsergebnisse an die Messung möglich.

4.4 Regelung der Simulationsmodelle

Neben den passiven Eigenschaften des Hand-Arm-Systems muß auch die aktive Steuerung des Systems modelliert werden. Der gesuchte Regelalgorithmus muß im vorliegenden Fall zwei Anforderungen erfüllen:

1. Die gewünschte mittlere Andruckkraft muß erzeugt werden.

2. Die Körperhaltung des Modells muß in allen Simulationsphasen so gesteuert werden, daß sie der des Menschen beim Bohrvorgang entspricht.

Die beim Bohren mit dem Bohrhammer und bei der Meßung am Shaker auftretende Bohrfrequenz von 53 Hz darf von der Regelung nicht ausgeglichen werden, denn der Mensch kann, aufgrund der geringen Signalübertragungsgeschwindigkeit zum zentralen Nervensystem, erst mit einer typischen Verzögerung von 100 ms auf entsprechende Bewegungsreize reagieren. Ziel der Regelung ist deshalb die mittlere Bohrkraft konstant zu halten.
Um dies zu erreichen, geht man von folgenden Überlegungen aus:

- Die Andruckkraft K_A wird durch die im Schulter- und Ellenbogengelenk aufgebrachten Momente M_S und M_E erzeugt.

- Die vorgegebene Körperhaltung wird durch gedämpft elastische Drehfedern stabilisiert. Weicht der augenblickliche Gelenkwinkel φ vom Sollgelenkwinkel φ_{soll} für die vorgegebene Körperhaltung ab, so wird von der Drehfeder ein Gelenkmoment M erzeugt, das den Sollwinkel wiederherstellt. Die Dämpfung der Federn bewirkt ein Abklingen der Regelungsschwingungen und eine zeitliche Verzögerung der Regelung.
  Diese Methode wurde auch von [Hospach] mit Erfolg eingesetzt.

- Die Andruckkraft K_A soll ebenfalls von den Drehfedern aufgebracht werden, um den Modellierungsaufwand gering zu halten. Dazu werden Sollmomente M_{soll} für die Gelenkmomente M_S und M_E eingeführt, die den statischen Gelenkmomenten für die vorgegebene Körperhaltung bei der mittleren Andruckkraft entsprechen.

Unter Berücksichtigung dieser Überlegungen ergibt sich für die Regelungsmomente im Schultergelenk M_S und Ellenbogengelenk M_E:

$$M_S = M_{S\text{soll}} - k_S\,(\varphi_S - \varphi_{S\text{soll}}) - w_S\,(\dot{\varphi}_S) \tag{44}$$

$$M_E = M_{E\text{soll}} - k_E\,(\varphi_E - \varphi_{E\text{soll}}) - w_E\,(\dot{\varphi}_E) \quad . \tag{45}$$

In obiger Gleichung steht k für das Richtmoment in [Nm/°] und w für die Dämpfungskonstante in [Nms/°].

Auch für das Handgelenk muß eine Modellierung vorgenommen werden, da durch die Anspannung des umgebenden Sehnenapparats die Rotation des Gelenks eingeschränkt wird. Die Modellierung des Regelmomentes M_H erfolgt analog zu den Regelmomenten für das Schulter-, und Ellenbogengelenk, jedoch ohne Sollmoment. Die verwendeten Parameter sind $\varphi_{H\text{soll}}$, k_H und w_H.

Beim dreigliedrigen Modell wird zusätzlich im Fuß das Rumpfmoment M_R eingeführt. Es unterscheidet sich von den bisherigen Momenten dadurch, daß sein Sollmoment bereits durch die Rumpfneigung und die Schwerkraft aufgebracht wird, also $M_{R\text{soll}} = 0$ gesetzt wird.

Die biomechanische Rechtfertigung der vorgeschlagenen Regelung ergibt sich aus:

- der schon aufgeführten Signallaufzeit, die die Regelung auf das hochfrequente Eingangssignal ausschließt,
- der Erzeugung der Andruckkraft durch ein in der Schulter eingeleitetes Moment, und
- der Fixierung der Körperhaltung durch Anspannung sämtlicher Muskelgruppen des Hand-Arm-Systems, und zwar sowohl der Agonisten als auch der Antagonisten. Dieser hohe Spannungszustand ist übrigens, aufgrund der rein statischen Belastung der Muskulatur, auch die Ursache für die schnelle Ermüdung bei der vergleichsweise geringen mechanischen Leistung.

Sämtliche in den Simulationen verwendeten Parametersätze der drei Simulationsmodelle sind in Anhang A zu finden.

5 Simulationen

5.1 Anwendung der Vorwärts-Simulation

Um die Parameter, die bei der Modellierung der drei Simulationsmodelle noch unbestimmt sind, zu ermitteln wurde die periodische Anregung des Hand-Arm-Systems durch den Shaker bei einer Beschleunigungsamplitude von 4g=39,24 m/s^2 simuliert. Dazu wird die Ortskurve des Shakers in der Simulation vorgegeben. Die auf das Hand-Arm-System wirkende Kraft, die durch die Gleichungen (41) und (42) beschrieben ist, läßt sich aus den Koordinaten und Geschwindigkeiten des Unterarmhebels $\boldsymbol{r}_{12}$ und der Position und Geschwindigkeit des Shakers bestimmen.

Um den direkten Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Meßwerten zu ermöglichen werden nicht nur die Beschleunigungen der Schwerpunkte ausgegeben, zusätzlich werden die Beschleunigungen im mitbewegten Koordinatensystem der Meßpunkte berechnet.

Bei der großen Anzahl der zu variierenden Parameter ist eine Optimierung des Parametersatzes eine schwierige Aufgabe. Es hat sich jedoch gezeigt, das viele Parameter nur einen geringen Einfluß auf das Verhalten des Systems haben, und bei geschickter Vorgehensweise auch eine Optimierung „von Hand“ möglich ist.
Aufgrund der nicht eindeutig bestimmten Beschleunigungen an der Schulter, siehe Abschnitt 3.1, wurden bei der Optimierung die simulierten Beschleunigungen an Ellenbogen und Handgelenk, sowie die simulierte Andruckkraft vorrangig behandelt.

In den Abbildungen 23-36 der simulierten Kraft- und Beschleunigungsverläufe wurde der Zeitausschnitt so gewählt, daß Einschwingvorgänge abgeklungen sind und die Phasenlage des Erregungssignals mit der Phasenlage bei der Messung übereinstimmt.

5.1.1 Das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmassen

Für das dreigliedrige Modell mit Schwabbelmassen konnten die in den Abbildungen 23-26 dargestellten Kraft- und Beschleunigungsverläufe simuliert werden.
Aus Abbildung 26 erkennt man sofort, daß die Bewegung des Hand-Arm-Systems durch die Modellierung des Schultergelenks bestimmt wird. Bei Einsatz eines Scharniergelenks wird, bedingt durch die große Masse und das große Trägheitsmoment des Rumpfes, eine Translationsbewegung der Schulter nahezu vollständig unterdrückt. Diese raumfeste Fixierung führt dazu, daß eine Schwingung des Hand-Arm-Systems in y-Richtung, wie sie in der Messung beobachtet wurde, nicht möglich ist. Die y-Komponenten am Ellenbogen und an der Hand resultieren also aus der Rotationsbewegung des Oberarms um das Schultergelenk und des Unterarms um den Ellenbogen. Die simulierte Andruckkraft (Abbildung 23) stimmt sowohl in der Phasenlage, als auch in der Amplitude mit der gemessenen Kraft überein. Bei den simulierten Beschleunigungen am Handgelenk, siehe Abbildung 24, zeigen sich deutliche Unterschiede zur Messung. Die x-Komponente stimmt in ihrer Phasenlage und Amplitude mit der Messung überein. Die Amplitudenform zeigt deutlich den Einfluß der Schwingung der Schwabbelmasse. Der Einfluß der Schwabbelmasse auf die Gesamtbewegung wird ausführlich in Abschnitt 5.1.4 diskutiert. Die simulierte y-Komponente

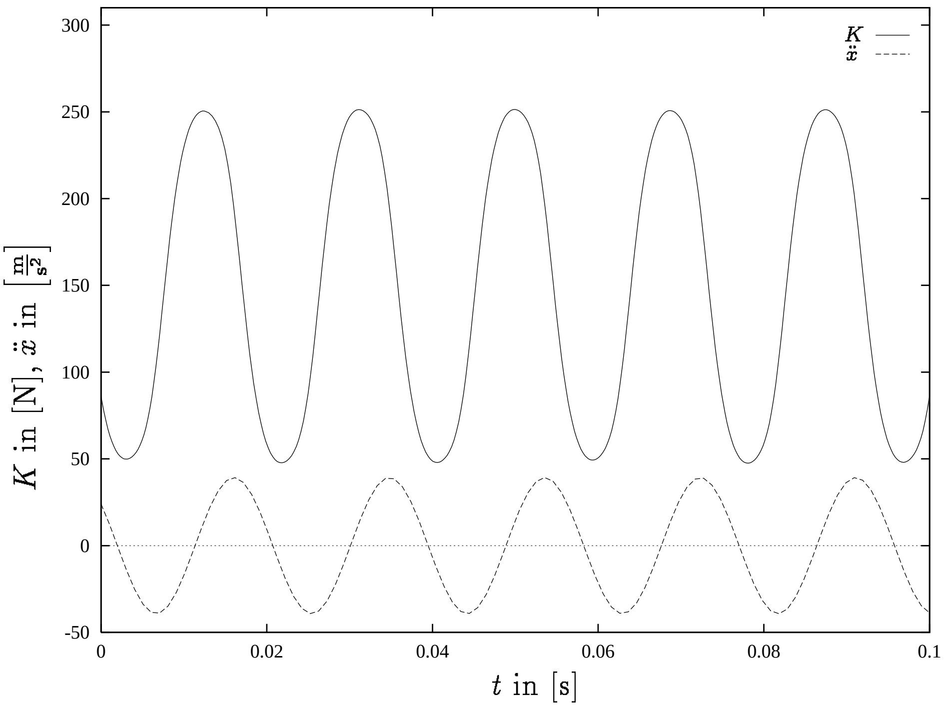

Abbildung 23: Erregerbeschleunigung und simulierter Kraftverlauf des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen

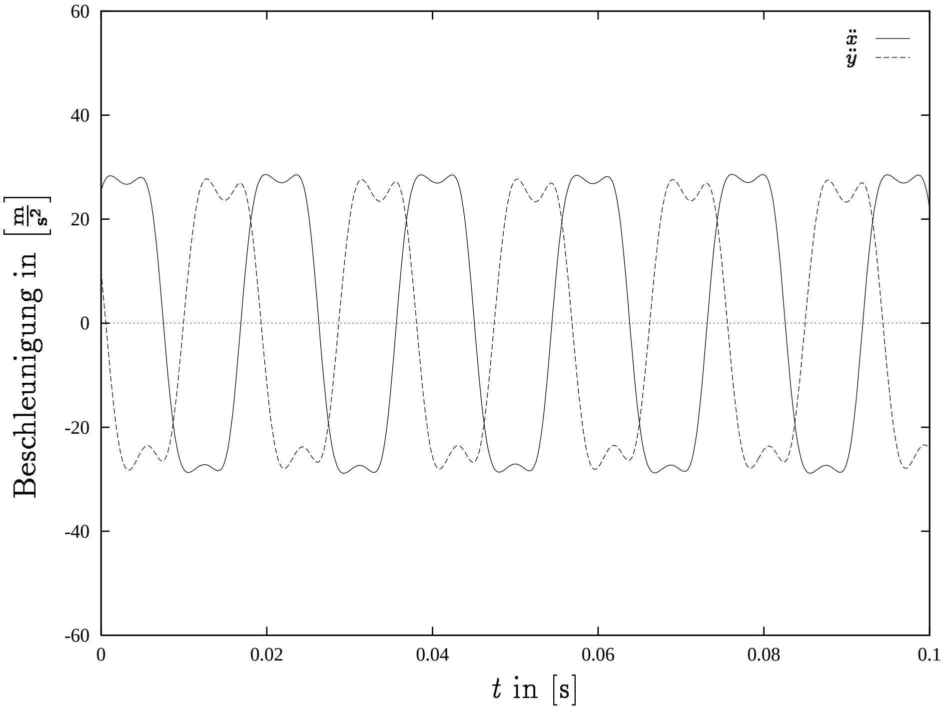

Abbildung 24: Simulierte Beschleunigungen des dreigliedriges Modell am Handgelenk

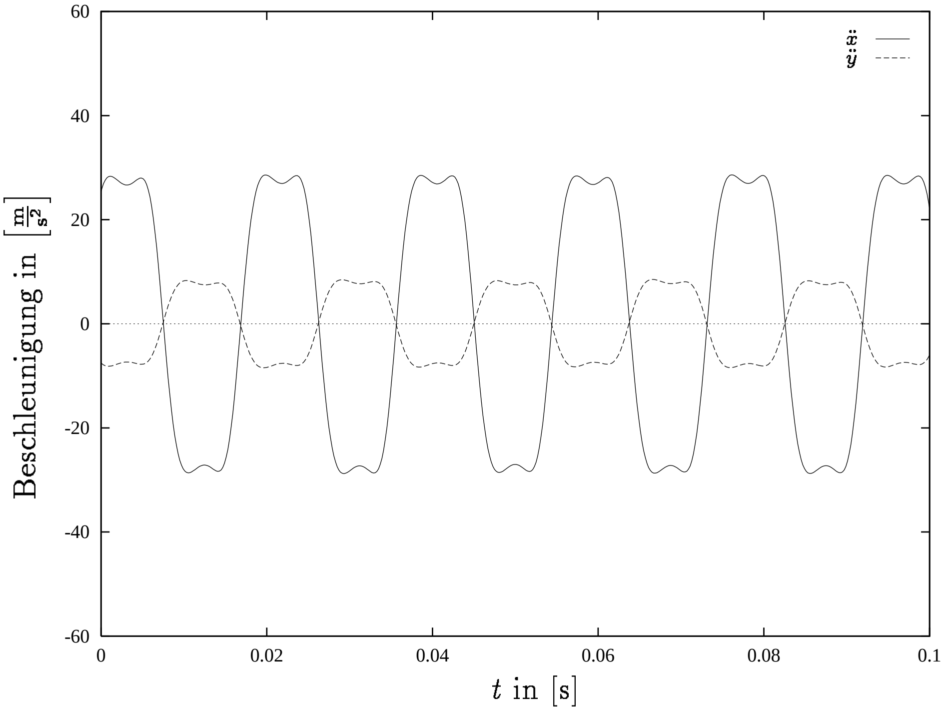

Abbildung 25: Simulierte Beschleunigungen des dreigliedriges Modell am Ellenbogen

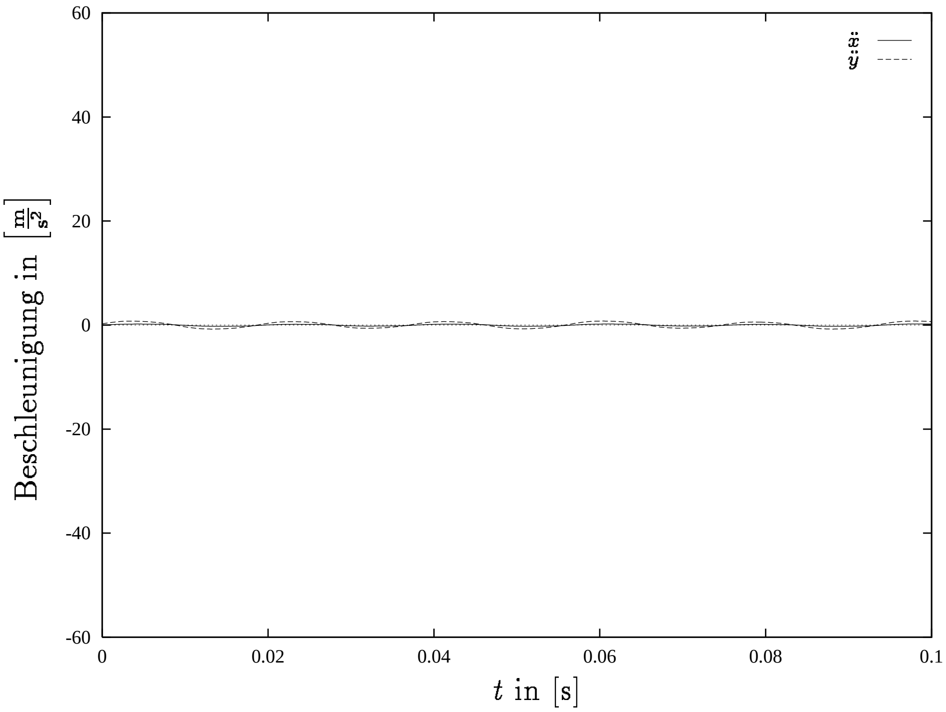

Abbildung 26: Simulierte Beschleunigungen des dreigliedriges Modell am Schultergelenk

der Beschleunigung weicht in der Phasenlage um $\pi/4$ von der Gemessenen ab, auch die Amplitude ist zu klein. Die Beschleunigungen am Ellenbogen zeigen für die x-Komponente die richtige Amplitudenhöhe und Phasenlage, die y-Komponente ist gegenüber der Messung um $\pi/2$ phasenverschoben und in der Amplitude zu klein. Die resultierende Bewegung ist in Abbildung 27 schematisch dargestellt.

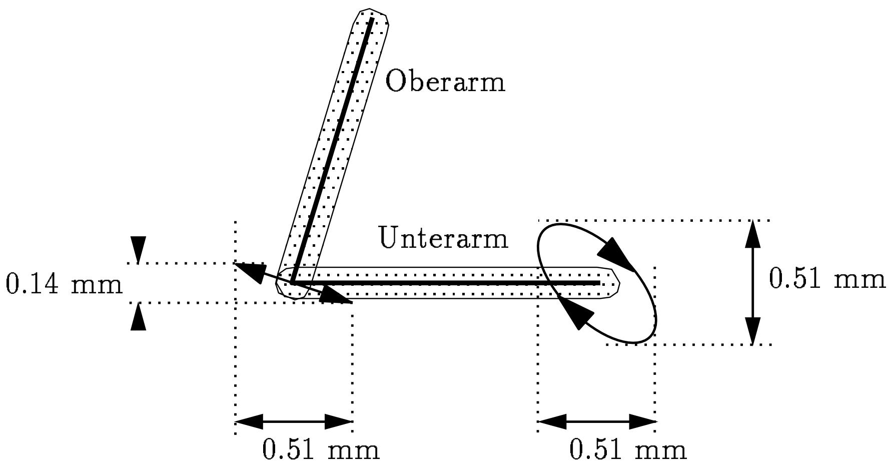

Abbildung 27: Simulierte Bewegung des dreigliedrigen Modells

Bei der Simulation des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen zeigt sich, daß die Modellierung des Schultergelenks als Scharniergelenk zwischen Oberarm und Rumpf nicht gerechtfertigt ist, da dadurch die Bewegungsfähigkeit des Hand-Arm-Systems zu stark eingeschränkt wird.
Das Schultergelenk stellt aus anatomischer Sicht, siehe [Rauber], ein translatorisch bewegliches Kugelgelenk dar. Es ermöglicht neben der Rotation des Oberarms auch Translationsbewegungen in ventraler und dorsaler, sowie kranialer und kaudaler Richtung, die durch das Zusammenwirken von Schulterblatt und Schlüsselbein ermöglicht werden.
Um die Modellierung des Hand-Arm-Systems zu verbessern wird bei den zweigliedrigen Modellen auf die Modellierung von Rumpf und Schultergelenk verzichtet und der Oberarm, wie in Abbildung 17(b) gezeigt, mit Federn raumfest aufgehängt.

5.1.2 Das zweigliedrige Modell mit Schwabbelmassen

Für des zweigliedrige Modell mit Schwabbelmassen konnten die in den Abbildungen 28-31 dargestellten Kraft- und Beschleunigungsverläufe simuliert werden.
Die Simulation des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen liefert für die Andruckkraft und die x-Komponenten der Beschleunigungen die gleichen Phasenbeziehungen und Amplitudenbeträge wie die Messung. Die x-Komponenten zeigen die gleiche Amplitudenform wie beim dreigliedrigen Modell mit Schwabbelmassen.
Die y-Komponenten der Beschleunigung weisen die gleiche Phasenverschiebung wie bei der Messung auf, allerdings sind die Amplituden um den Faktor zwei zu klein.

Die resultierende Bewegung, die in Abbildung 27 schematisch dargestellt ist, kommt

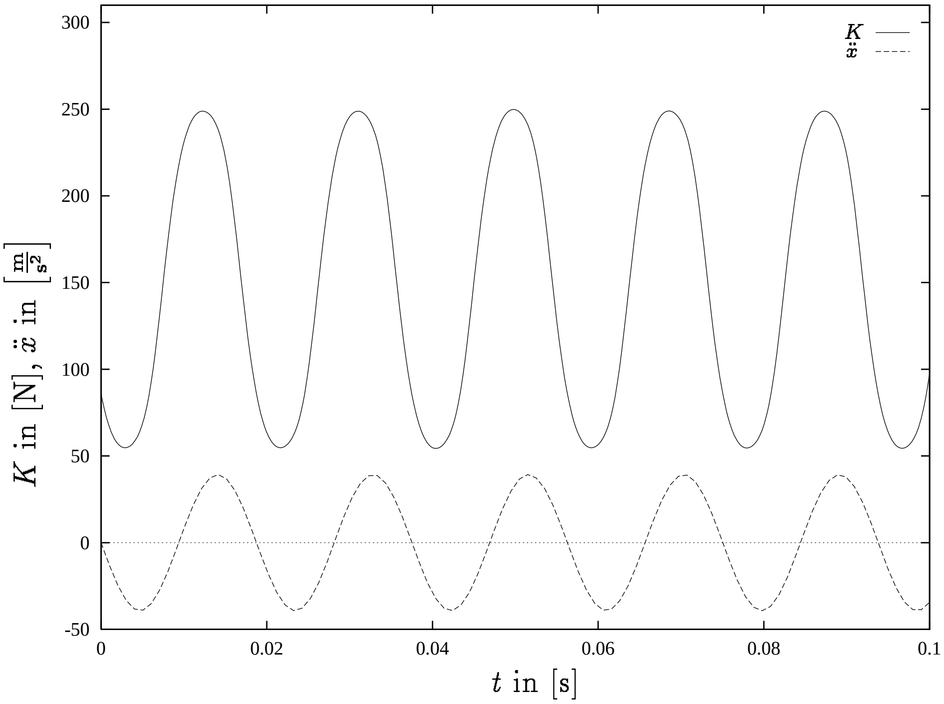

Abbildung 28: Erregerbeschleunigung und simulierter Kraftverlauf des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen

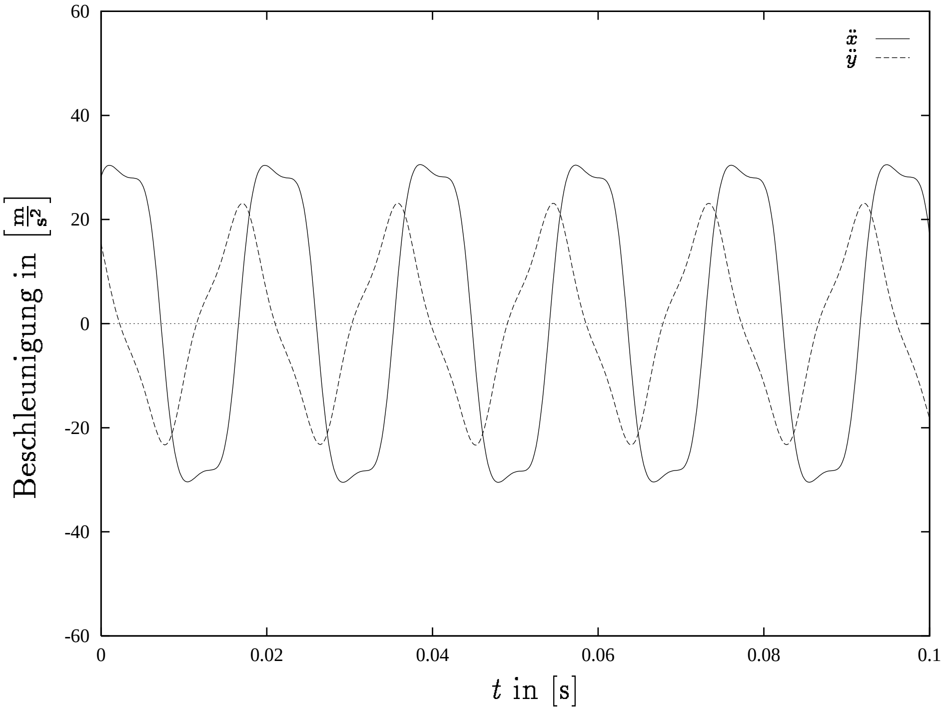

Abbildung 29: Simulierte Beschleunigungen des zweigliedrigen Modell mit Schwabbelmassen am Handgelenk

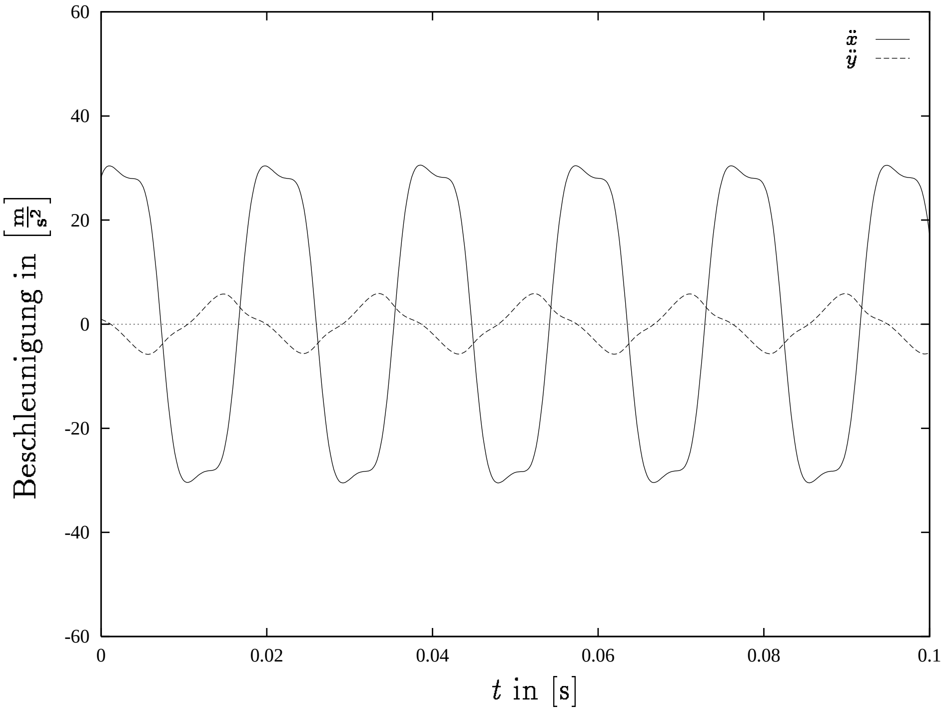

Abbildung 30: Simulierte Beschleunigungen des zweigliedrigen Modell mit Schwabbelmassen am Ellenbogen

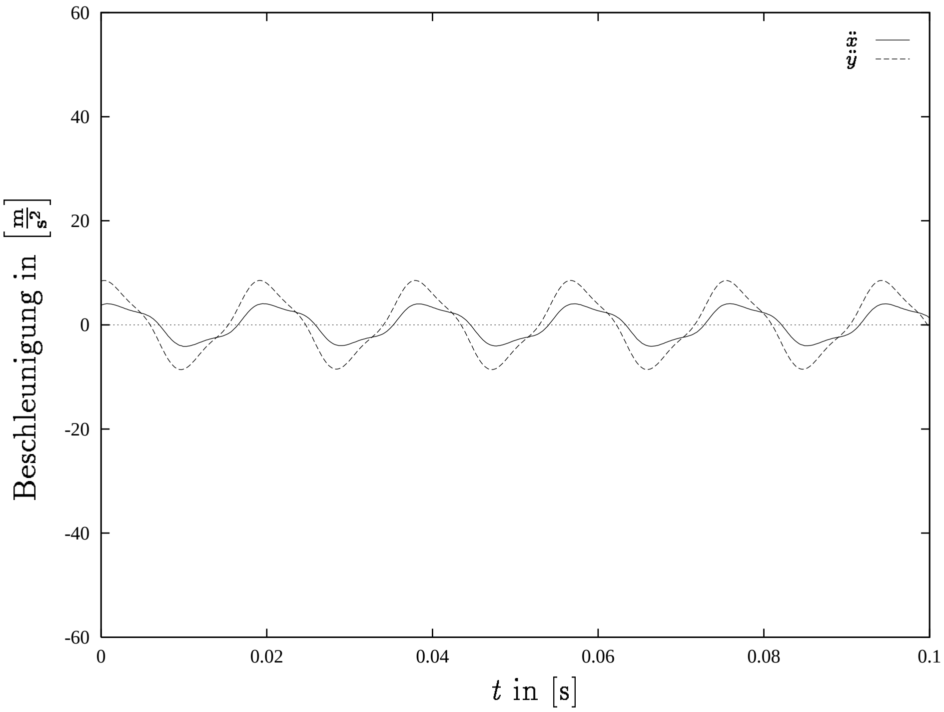

Abbildung 31: Simulierte Beschleunigungen des zweigliedrigen Modell mit Schwabbelmassen am Schultergelenk

der bei der Messung beobachteten Bewegung am nächsten, da alle Beschleunigungen die richtigen Phasenbeziehungen aufweisen.

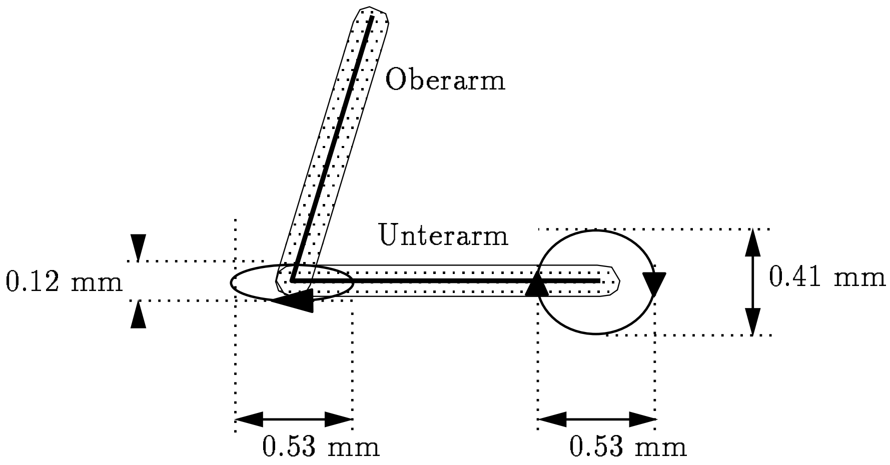

Abbildung 32: Simulierte Bewegung des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen

Das zweigliedrige Modell mit Schwabbelmassen ist in der Lage sämtliche gemessenen Phasenbeziehungen zu reproduzieren. Lediglich die Auslenkungen in der y-Komponente konnten nicht nachvollzogen werden.

5.1.3 Das zweigliedrige Modell ohne Schwabbelmassen

Für des zweigliedrige Modell ohne Schwabbelmassen konnten die in den Abbildungen 33-36 dargestellten Kraft- und Beschleunigungsverläufe simuliert werden.
Die bei der Simulation des starren zweigliedrigen Modells bestimmte Andruckkraft zeigt die gleiche Amplitude und Phasenlage wie die gemessene Kraft. Die x-Komponenten der Beschleunigung zeigen an Handgelenk und Ellenbogen bei richtiger Phasenlage geringfügig größere Amplituden als in der Messung. Die y-Komponente der Beschleunigung weist am Handgelenk die richtige Phasenlage auf, die Amplitude ist jedoch um den Faktor vier zu klein. Am Ellenbogen ist die Phase um $\pi/3$ gegenüber der Messung verschoben und die Amplitude um den Faktor drei zu klein. Das Hand-Arm-System beschreibt die in Abbildung 27 schematisch dargestellt Bewegung.
Mit dem starren zweigliedrigen Modell ist es zwar möglich die Schwingungen in x-Richtung zu reproduzieren, es gelingt jedoch nicht die Schwingungen des Unterarms in y-Richtung, also senkrecht zur Erregungsrichtung, zu simulieren. In der Simulation wird lediglich eine Rotation des Unterarms beobachtet.

5.1.4 Einfluß der Schwabbelmassen

Bevor der Einfluß der Schwabbelmasse beschrieben wird, soll gezeigt werden, daß die in der Simulation verwendeten Schwabbelmassenparameter physikalisch sinnvoll gewählt sind. Dazu werden die Auslenkungen und Eigenfrequenzen der Schwabbelmassen betrachtet und mit den real auftretenden Größen verglichen. Die Abbildungen

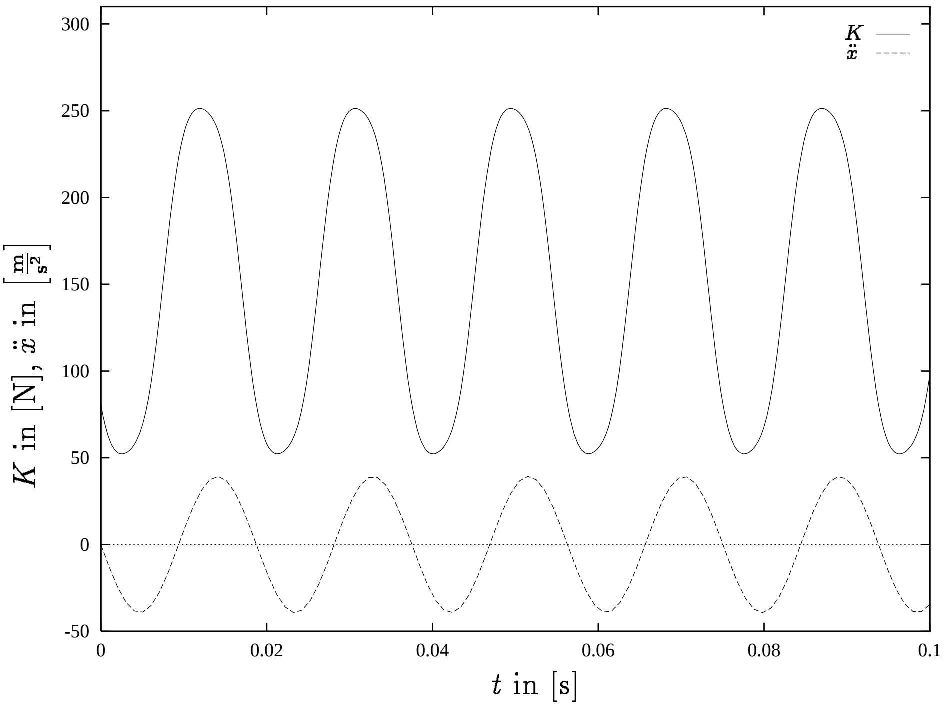

Abbildung 33: Erregerbeschleunigung und simulierter Kraftverlauf des starren zweigliedrigen Modells

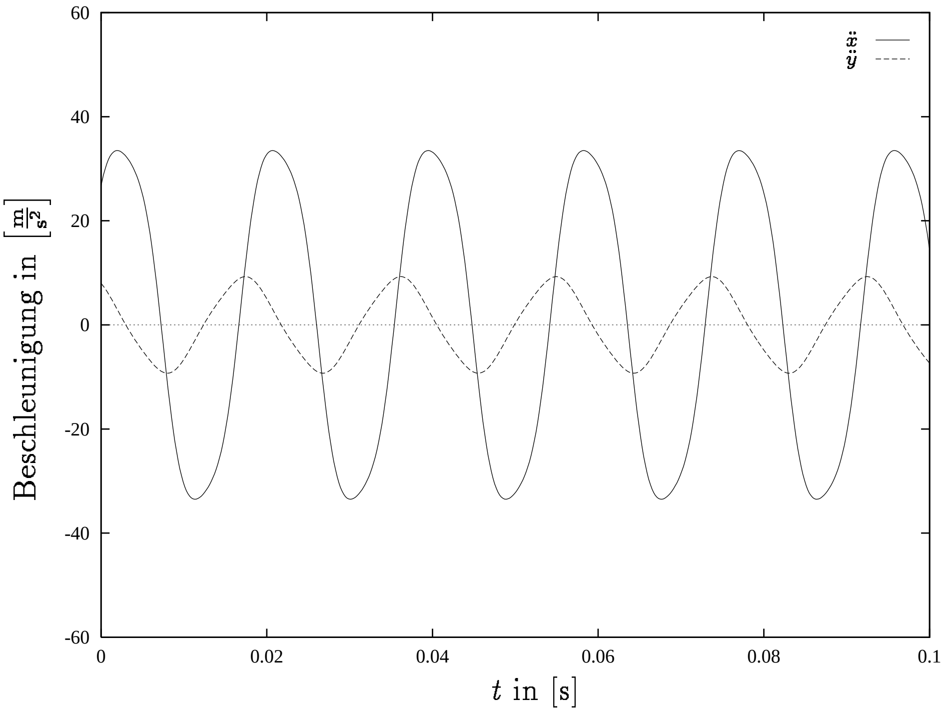

Abbildung 34: Simulierte Beschleunigungen des starren zweigliedrigen Modells am Handgelenk

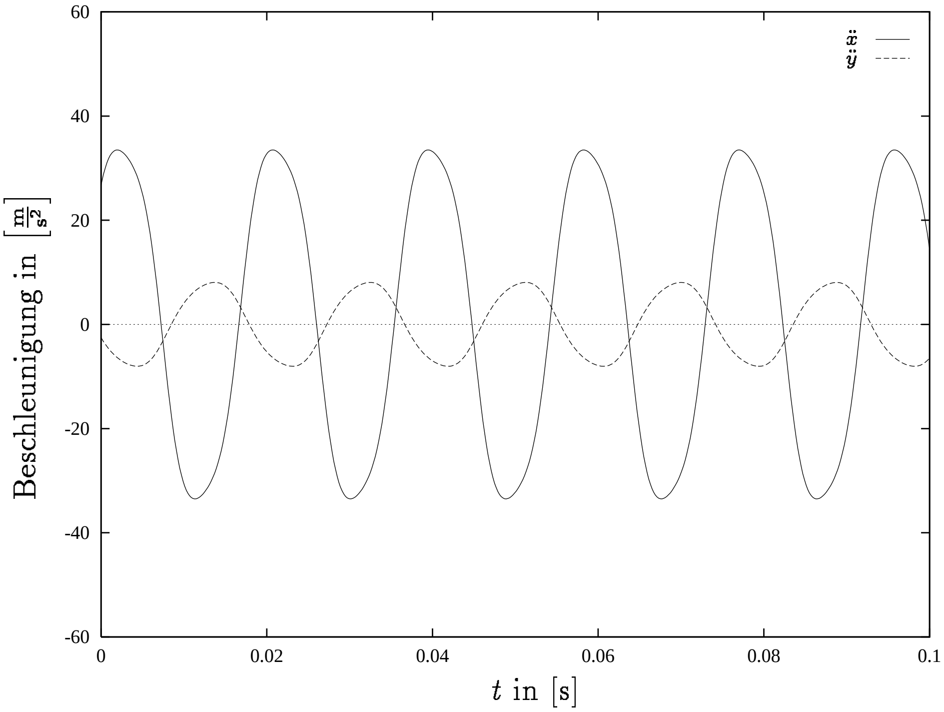

Abbildung 35: Simulierte Beschleunigungen des starren zweigliedrigen Modells am Ellenbogen

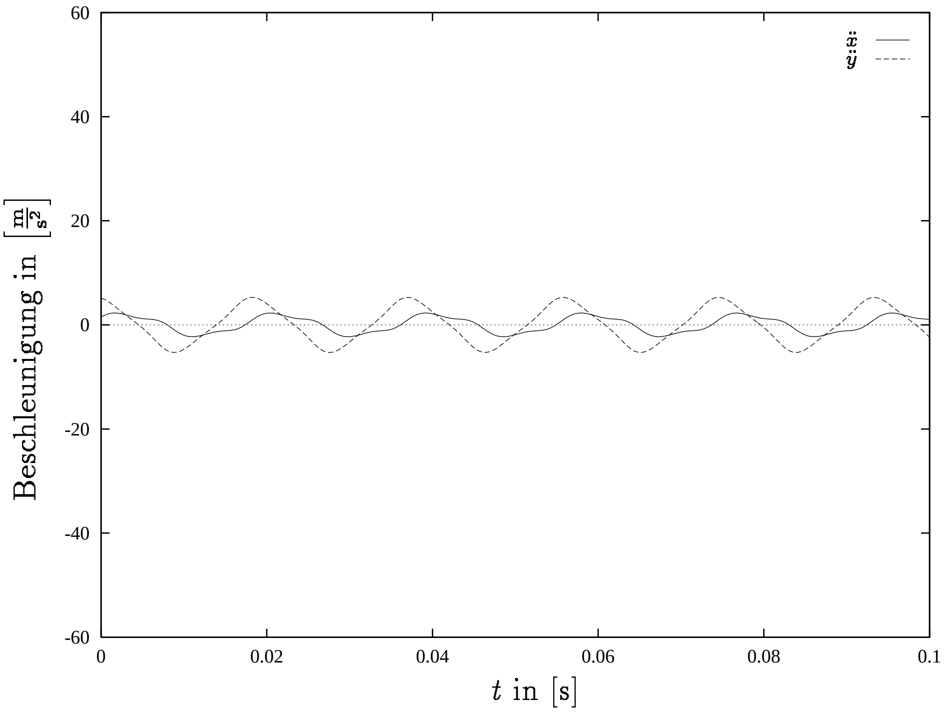

Abbildung 36: Simulierte Beschleunigungen des starren zweigliedrigen Modells am Schultergelenk

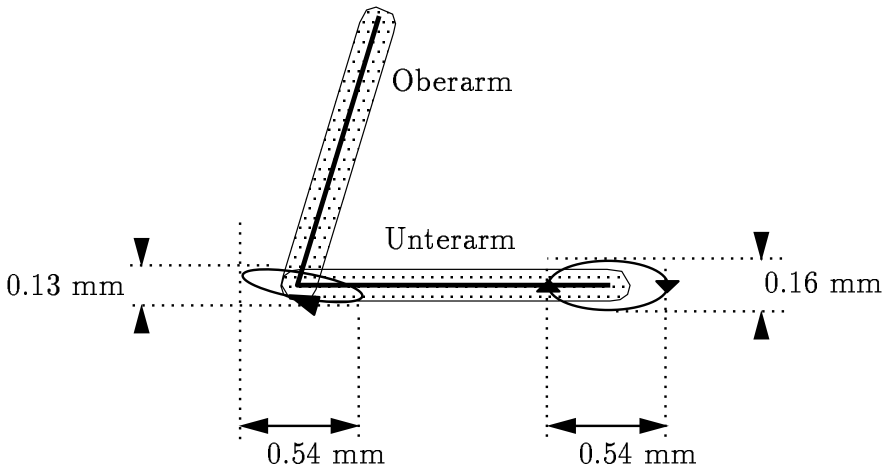

Abbildung 37: Simulierte Bewegung des starren zweigliedrigen Modells

38 und 39 zeigen die Auslenkungen der Schwabbelmassenschwerpunkte gegenüber den Knochenschwerpunkten an Unter- und Oberarm bei der Simulation des zweigliedrigen Modells.

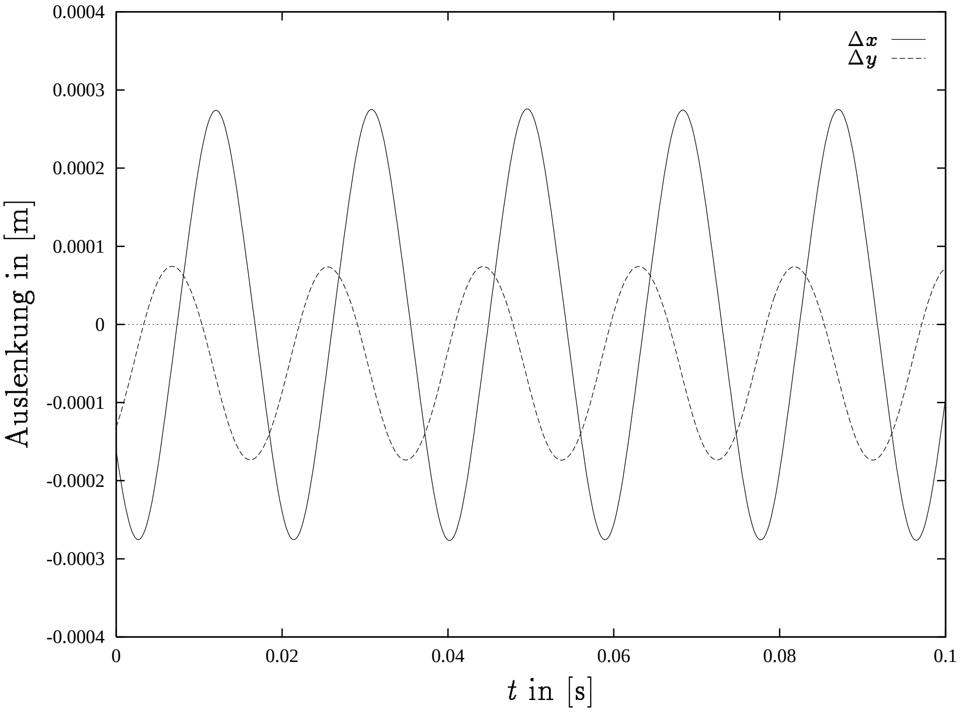

Abbildung 38: Auslenkung der Schwabbelmassen am Unterarm

Die Auslenkungen der Schwabbelmassen, sowohl durch die Erregung als auch durch die Schwerkraft, sind realistisch und entsprechen den bei den Messungen mit der Hochgeschwindigkeitskamera gemachten Beobachtungen.

Die Schwabbelmasse des Unterarms hat wesentlichen Einfluß auf Amplitude und Phasenlage der Andruckkraft, sowie auf die y-Komponente der Schwingung des Hand-Arm-Systems.

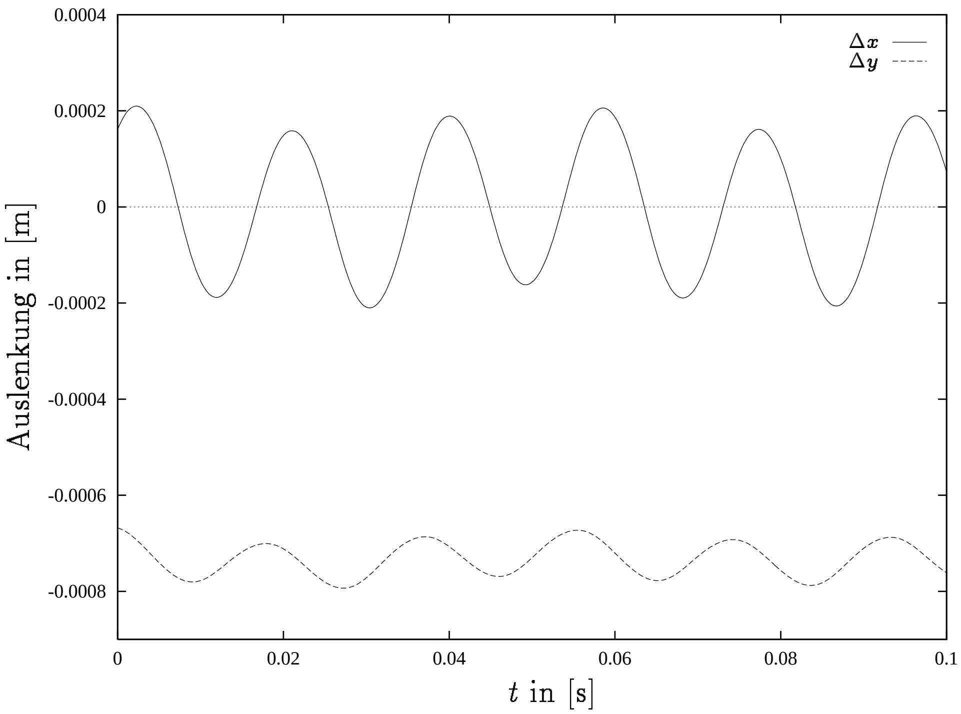

Abbildung 39: Auslenkung der Schwabbelmassen am Oberarm

Die Eigenfrequenz der Schwabbelmasse für die Schwingung in Knochenlängsrichtung beträgt bei der Simulation des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen am Unterarm $\nu_{\mathrm{U}} = 78,0\,\mathrm{Hz}$ und am Oberarm $\nu_{\mathrm{O}} = 18,4\,\mathrm{Hz}$. Der große Unterschied zwischen den Eigenfrequenzen erklärt sich aus dem unterschiedlichen Spannungszustand der Muskulatur. Die Muskulatur im Unterarm ist maximal angespannt, wohingegen sie am Oberarm im wesentlichen entspannt ist.
Bei der Optimierung des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen hat sich gezeigt, daß für die simulierte Andruckkraft Amplitude und Phasenlage nicht gleichzeitig in völlige Übereinstimmung mit den gemessenen Größen gebracht werden können. Es existieren optimale Frequenzen für die Übereinstimmung von Phasenlage ν_{ϕ} und Amplitude ν_{A}. Beim zweigliedrigen Modell lagen die optimalen Frequenzen bei $\nu_{\phi} = 65\,\mathrm{Hz}$ und $\nu_{\mathrm{A}} = 98\,\mathrm{Hz}$.
Die Dämpfung der Schwabbelmassen hat bei der Frequenz von 53.3 Hz erst einen wesentlichen Einfluß auf das Schwingungsverhalten wenn sie sich der kritischen Dämpfung nähert. Durch eine größere Dämpfung verschlechtert sich sowohl die Phasenlage als auch die Amplitude der simulierten Andruckkraft.

Die Schwingungen des Unterarms in y-Richtung konnten mit dem starren Modell nicht nachvollzogen werden. Beim Einsatz der Schwabbelmasse gelingt dies in Ansätzen, da durch freie Beweglichkeit der Schwabbelmasse Schwingungsenergie aus der Anregung in x-Richtung in die y-Richtung übertragen werden kann. Die bei der Simulation gewählte Modellierung ist nicht in der Lage die Amplitude dieser Schwingung zu reproduzieren, es muß also überprüft werden, ob die Ergebnisse durch eine Modifizierung der Modellierung der Schwabbelmasse oder der Schulter verbessert werden können.

5.1.5 Einfluß der Regelung

In den zweigliedrigen Modellen haben die Regelparameter, bedingt durch die raumfeste Aufhängung der Schulter und die raumfeste Position des Shakers, nur einen geringen Einfluß auf die Dynamik des Hand-Arm-Systems. Sind die statischen Sollmomente richtig gewählt, so genügen sehr kleine Regelmomente um Störungen auszugleichen.
Ist beim dreigliedrigen Modell die Regelung des Rumpfes richtig dimensioniert, so ist der Schulterpunkt annähernd raumfest und die restlichen Regelmomente haben, wie bei den zweigliedrigen Modellen, nur geringen Einfluß auf die Dynamik das Hand-Arm-System.

5.2 Anwendung der Inversen Dynamik

Um die Inverse Dynamik sinnvoll einsetzen zu können, muß das zu simulierende System bereits weitgehend analysiert sein. Neben den gemessenen Beschleunigungen, die die Bewegung des Modells beschreiben, müssen auch Massen und Trägheitsmomente aller Segmente, sowie die Kopplungen zwischen den Segmenten bekannt sein. Lassen sich die Anfangskoordinaten und -geschwindigkeiten der Segmente nicht aus den Beschleunigungen berechnen, so müssen sie ebenfalls gemessen werden.

Wendet man das Verfahren aus Abschnitt 2.4 an, so ist bei unbedachter Wahl der zu bestimmenden Momente oder der bekannten Beschleunigungen die Eindeutigkeit der berechneten Kräfte und Momente nicht gewährleistet, da das Programm nicht in der Lage ist die Eingaben auf ihre Plausibilität zu prüfen. Es bleibt also stets dem Anwender überlassen, für physikalisch sinnvolle Randbedingungen zu sorgen, z.B. ist es sinnvoll, zur Bestimmung eines Gelenkmoments anstatt Beschleunigungen zweier beliebiger Segmente die Beschleunigung der über das Gelenk verbunden Segmente anzugeben.

Um die Funktionsfähigkeit des in Abschnitt 2.4 vorgestellten Verfahrens zu prüfen wurde es zunächst an einfachen Modellen mit unterschiedlichen Anforderungen getestet:

- Periodische Gelenkmomente und konstante äußere Kräfte
  Es wurden mehrere ein-, zwei- und dreigliedrige Modelle mit verschiedenen Anfangsbedingungen und vorgegebenen periodischen Gelenkmomenten unter Einfluß der Schwerkraft vorwärts simuliert. Die dabei berechneten Beschleunigungen dienten anschließend als Eingabedaten für die Inverse Dynamik. Da aus der Vorwärtssimulation alle Anfangsbedingungen und Kopplungen bekannt sind, konnte die Inverse Dynamik problemlos eingesetzt werden.
  Die Gelenkmomente und die Schwerkraft entfielen als Eingabegrößen, an ihre Stelle traten die zuvor berechneten Beschleunigungen der Segmente. Es wurden dabei jedoch nicht alle Beschleunigungen verwendet, sondern gerade soviele vorgegeben um ein unterbestimmtes Gleichungssystem für Gleichung (37) zu vermeiden.
  Alle invers berechneten Kräfte und Momente waren im Rahmen der Integrationsgenauigkeit mit den simulierten identisch. Darüberhinaus erwies sich das

Verfahren auch als tolerant gegenüber kleinen Störungen der Anfangsbedingungen. Diese Fehlertoleranz liegt in dem verwendeten SVD-Lösungsalgorithmus für überbestimmte Gleichungssysteme begründet, der den Lösungsvektor $\ddot{\boldsymbol{x}}$ mit einem „least-square-fit“-Verfahren bestimmt.

- Stoßartige Belastung
  Es wurde ein zweigliedriges Modell mit Schwabbelmasse bei stoßartiger Belastung untersucht. Dazu wurde der Aufprall auf den Boden unter Einfluß der Schwerkraft und eines periodischen Gelenkmoments vorwärts simuliert. Die ermittelten Bodenreaktionskräfte wurden als Zeitreihe im inversen Modell eingesetzt. Hier zeigten sich die Einschränkungen, denen das Verfahren im Moment noch unterworfen ist. Bei den kurzzeitigen, sehr hohen Bodenreaktionskräften ist der Einsatz der sukzessiven Approximation nicht mehr zur Bestimmung der Momente geeignet. Die Integration der Bewegungsgleichungen bricht in diesem Fall ab, da die Zwangsbedingungen nicht mehr erfüllt werden können.

Die Anwendung der Inversen Dynamik sollte also prinzipiell auch für das Hand-Arm-System möglich sein, da keine stoßartigen Belastungen auftreten.
Verschiedene bei der realen Messung aufgetretene Probleme machten den Einsatz der Inversen Dynamik jedoch unmöglich, bzw. lassen ihn wenig sinnvoll erscheinen:

- Fehlende Meßgrößen
  - Als äußerst schwerwiegend für die Inverse Dynamik erweist sich der Verlust des Meßkanals für die y-Komponente der Beschleunigung an der Schulter (Meßpunkt 3). Eine Bestimmung der Schwerpunktsbeschleunigungen des Oberarms ist damit nicht mehr möglich.
  - Einer direkten Messung nicht zugänglich waren die y-Komponente der Kraft am Handgriff und die auf die Schulter wirkenden Krafte. Sie wären zur Analyse der zweigliedrigen Modelle notwendig gewesen.
  - Da sich das Hand-Arm-System bei Versuchsbeginn bereits in einem eingeschwungenen Zustand befindet, ist auch eine Bestimmung der Anfangsbedingen nicht möglich. Die Möglichkeit Orte und Geschwindigkeiten durch Integration der Beschleunigungen zu ermitteln ist durch Driffteffekte, die durch die Diskretisierung der Meßdaten auftraten, zu ungenau.
- Unbekannte Kopplungsparameter
  Die zur Ankopplung der Schwabbelmassen notwendigen Parameter sind noch nicht bekannt, das Modell für die Inverse Dynamik ist deshalb unvollständig.

Bedingt durch die soeben aufgeführten Gründe ist eine sinnvolle Anwendung der Inversen Dynamik für das vorliegende Problem nicht möglich. Durch die Unkenntnis der Anfangsbedingungen brachen alle Simulationsläufe schon nach wenigen Millisekunden ab. Alle manuellen Korrekturversuche scheitern daran, daß die Abhängigkeiten von Parametern und Anfangsbedingungen nichtlinear sind.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Bei den Messungen am Menschen konnten die Beschleunigungen an Hand und Ellenbogen durch geeignete Anbringung der Beschleunigungsaufnehmer mit geringen Fehlern bestimmt werden. Da eine ähnlich gute Befestigung der Beschleunigungsaufnehmer an der Schulter nicht möglich war, konnten die Schulterbeschleunigungen bei der Auswertung nicht berücksichtigt werden.
Mit den in dieser Arbeit erstellten Simulationsmodellen konnte gezeigt werden, daß

- die Modellierung des Schultergelenks als Scharniergelenk zwischen Rumpf und Oberarm nicht zulässig ist. Mit der für die zweigliedrigen Modelle gewählten Aufhängung mit raumfesten Federn kann die Schulterbeweglichkeit besser modelliert werden.

- die Verwendung eines starren Modells zur Beschreibung der Dynamik des Hand-Arm-Systems bei periodischer Anregung nicht befriedigend ist, da die Schwingung des Unterarms senkrecht zur Erregungsrichtung nicht reproduziert werden kann.

- die Verwendung des *Schwabbelmassen*-Ansatzes die Simulationsergebnisse wesentlich verbessert, eine vollständige Übereinstimmung mit dem Messungen jedoch nicht erzielt werden konnte.

Ein kritischer Vergleich der Resultate des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen mit den Resultaten anderer Forschungsgruppen, siehe [Fritz] oder [Hesse], ist nur eingeschränkt möglich, da sich sowohl die Meßgrößen, als auch die Versuchsbedingungen wesentlich unterscheiden. In der Arbeit von [Hesse] wurden Messungen durchgeführt, bei denen ausschließlich die Kräfte und Beschleunigungen am Handgriff bei einer geringen Andruckkraft (30-90 N) gemessen wurden. In der Arbeit von [Fritz] werden Messungen zitiert, die ebenfalls mit kleiner Andruckkraft und bei einem Gelenkwinkel des Ellenbogens von 120° durchgeführt wurden. Beide Arbeiten beschränken sich auf die Analyse der Impedanzkurven, die im Frequenzbereich 10-1000 Hz untersucht werden. Da das zweigliedrige Schwabbelmassenmodell nur bei einer festen Frequenz von 53,3 Hz untersucht wurde ist ein Vergleich der Messungen nicht möglich.
In der Arbeit von [Fritz] wird ein zweidimensionales Modell des Hand-Arm-Systems simuliert, das aus vier Körpern besteht, die über lineare Feder-Dämpfer-Elemente verbunden sind. Die vier Körper repräsentieren dabei Oberarm, Unterarm und zwei Handelemente. Mit diesem Modell werden, bei einer Anregung mit 50 Hz und einer Beschleunigungsamplitude von $14\,\mathrm{m/s^2}$, die Auslenkungen der vier Körper in x-Richtung simuliert, die Auslenkungen in y-Richtung sind nicht angegeben.
Vergleicht man diese Auslenkungen mit den Messungen aus Abschnitt 3.6, so kann vorallem bei der Phasenlage keine Übereinstimmung festgestellt werden. Da die Größe der anregenden Amplitude nur einen geringen Einfluß auf die Phasenlage hat, kann festgestellt werden, daß das zweigliedrige Modell mit Schwabbelmassen die Bewegungen des Arms besser wiedergibt als das von [Fritz] vorgestellte Modell.

Um die bisherige Modellierung verbessern zu können sind weitere Messungen notwendig. Dabei müssen zuverlässige Methoden zur Bestimmung der Beschleunigungen an der Schulter und der y-Komponente der Kraft am Handgriff entwickelt werden. Die Messungen selbst sollten bei verschiedenen Frequenzen im Bereich zwischen 10 Hz und 200 Hz durchgeführt werden. Mit diesen Daten können Simulationsmodelle entwickelt werden, die sich mit den Messungen aus [Hesse] und [Fritz] vergleichen lassen. Eine Verfeinerung der bisherigen Modellierung kann an drei Punkten ansetzen:

- Die Ankopplung der Schwabbelmasse mit Federn berücksichtigt nicht, daß bei der Verschiebung senkrecht zum Knochen Kontaktkräfte auftreten, die die Bewegung wesentlich einschränken. Es müssen also geeignete Ansätze zur Beschreibung dieser Kräfte gefunden werden.

- Die bisherige Modellierung der Schwabbelmassen als ausgedehnte Starrkörper kann nur die Schwingung der Schwabbelmasse gegen die Knochen beschreiben. Eigenschwingungen der elastischen Schwabbelmasse können nicht simuliert werden. Um diese Einschränkung zu beseitigen könnte die Schwabbelmasse z.B. in mehrere mit Federn gekoppelte Starrkörper oder Punktmassen aufgeteilt oder mittels Finite Elemente Methoden beschrieben werden. Beide Methoden erhöhen jedoch nicht nur den Rechenaufwand beträchtlich, sie liefern vor allem eine große Zahl weiterer unbekannter Parameter, die experimentell zu bestimmen wären, da die Schwabbelmasse nicht homogen ist.

- Die Aufhängung der Schulter an einem raumfesten Punkt sollte durch die Modellierung von Schulterblatt und Schlüsselbein ersetzt werden. Dazu wäre der Übergang zu einem dreidimensionalen Simulationsmodell notwendig.

Die in *simsys* implementierten Methoden zur Lösung inverser Probleme müssen verbessert werden, um auch die Behandlung von stoßartigen Belastungen zu ermöglichen. Dazu muß die Handhabung des bisher verwendeten numerischen Integrationsverfahrens verbessert werden.

Ein weiterer sehr interessanter Aspekt in biomechanischen Mehrkörpersystemen ist das Auftreten von Phasenübergängen bei der Fortbewegung von Menschen und Tieren. Beim Menschen erfolgt der Übergang vom Gehen zum Laufen, bei Tieren vom Gang über den Trab zum Galopp. Diese Erscheinungen können mit den Methoden der nichtlinearen Dynamik behandelt und analysiert werden. Die nichtlineare Dynamik konnte zwar im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht eingesetzt werden, zur Vorbereitung für weitere Studien wurde jedoch bereits die Poincaré-Abbildung in das Programmpaket *simsys* implementiert. Ein kurzer Abriß der Grundlagen der nichtlinearen Dynamik und der Poincaré-Abbildung befindet sich in Anhang D.

A Parameter der Simulationsmodelle

A.1 Globale Parameter

In diesem Abschnitt werden die Parameter der Modelle, die bei der Simulation nicht verändert wurden, angegeben.

- Integrationsparameter. Die Integrationsroutine *de* benötigt zur Steuerung des Integrationsvorgangs Angaben über die Integrationsschrittweite Δ und die absoluten und relativen Integrationsgenauigkeiten $gabs$ und $grel$.

Parameter	Wert
Δ	0,2 ms
$gabs$	$1,0 \cdot 10^{-6}$
$grel$	$1,0 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 2: Intergrationsparameter

- Anregung mit dem Shaker.
  Alle Simulationsmodelle wurden mit der gleichen Frequenz und der gleichen Amplitude angeregt. Um einen besseren Eindruck von der Größenordnung von Beschleunigungen und Auslenkungen zu bekommen, werden beide Amplituden angegeben:

Steuerung des Shakers		
Frequenz	53,3	Hz
Beschleunigung	39,24	$\frac{m}{s^2}$
Auslenkung	0,35	mm

Tabelle 3: Parameter des Shakers

- Parameter der Segmente
  Auch die Skelettparameter wurden bei allen Modellen gleich gewählt. Dazu gehören die Masse M, das Trägheitsmoment Θ und die Segmentlänge L.

Segment	M in [kg]	Θ in [kgm^2]	L in [m]
Unterarm	1,47	0,00119	0,275
Oberarm	0,25	0,00154	0,310
Rumpf	64,5	9,981	1,520

Tabelle 4: Parameter des Skeletts

Die Masse des Unterarms beinhaltet auch die Masse der Hand (0,45 kg) und des Handgriffs (0,72 kg). Die Massen und Trägheitsmomente der Schwabbelmassen sind aus Tabelle 5 ersichtlich. Die Hebel der Schwabbelmasse wurden bei der

Schwabbelmasse	M in [kg]	Θ in [kgm^2]
Unterarm	0,95	0,00563
Oberarm	1,64	0,01016

Tabelle 5: Parameter der Schwabbelmassen

Simulation variiert und sind bei der Beschreibung der einzelnen Modelle zu finden.

Die Lage des Schwerpunkts wird durch die Hebellängen r_{ij} in Tabelle 6 festgelegt, die Bezeichnung der Hebel erfolgt wie in Abbildung 17.

Hebel	Länge in [m]
r_{11}	0,113
r_{12}	0,162
r_{21}	0,161
r_{22}	0,149
r_{31}	0,470
r_{32}	1,050

Tabelle 6: Hebellängen des Skeletts

Die Modelle befinden sich zu Simulationsanfang alle in der gleichen Ausgangsstellung, alle Segmente sind in Ruhe, d.h. sämtliche Geschwindigkeiten und Winkelgeschwindigkeiten sind Null. Die Schwabbelmassen sind gegenüber ihren Bezugskörpern nicht ausgelenkt. Um die Anfangskoordinaten aller Körper zu beschreiben, wird ein Punkt der kinematischen Kette, der Fußpunkt beim dreigliedrigen und die Schulter beim zweigliedrigen Modell, angegeben. Da dieser Punkt willkürlich gewählt werden kann, wird er in den Nullpunkt gelegt. Somit sind nur noch die Winkelstellungen der Segmente gegen die Vertikale anzugegeben. Die Schwabbelmassen an Unter- und Oberarm besitzen die gleichen Anfangswinkel wie die entsprechenden Segmente selbst.

Segment	Winkel in [°]
Rumpf	-14,0
Oberarm	163,0
Unterarm	90,0

Tabelle 7: Winkelstellungen gegen die Vertikale

A.2 Dreigliedriges Modell mit Schwabbelmassen

Die individuellen Parameter des dreigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen sind:

- Schwabbelmassen
  Zur vollständigen Beschreibung der Schwabbelmasse fehlen noch die Hebel und die Kopplungsparameter der Federn nach Gleichung (43):

Hebel	Länge in [m]
r_{41}	0,093
r_{42}	0,132
r_{51}	0,161
r_{52}	0,149

Tabelle 8: Schwabbelmassenhebel des dreigliedrigen Modells

Verbindung	l_0 in [m]	a in $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]$	b in $\left[\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}\right]$
r_{41} - r_{11}	0,00	$1,0 \cdot 10^5$	10,0
r_{42} - r_{12}	0,01	$1,0 \cdot 10^5$	10,0
r_{51} - r_{21}	0,00	$1,1 \cdot 10^4$	6,0
r_{52} - r_{22}	0,00	$1,1 \cdot 10^4$	6,0

Tabelle 9: Federn des dreigliedrigen Modells

- Handpolster
  Für das Handpolster mußten die Koeffizienten für die Kopplung der y-Komponente aus Gleichung (42) bestimmt werden.

Parameter	Wert
a	$4,0 \cdot 10^3 \quad \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$
b	$1,7 \cdot 10^1 \quad \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$

Tabelle 10: Handpolsterparameter des dreigliedrigen Modells

- Regelparameter
  Die Regelparameter, d.h. Sollwinkel φ_{soll}, Sollmoment M_{soll}, Regelmoment k und Dämpfung w für die zwei Gelenke, sowie Hand und Fuß, des dreigliedrigen Modells sind in Tabelle 11 aufgeführt.

Gelenk	φ_{soll} in [°]	M_{soll} in [Nm]	k in [Nm/°]	w in [Nms/°]
Ellenbogen	73,0	2,7	0,02	0,2
Schulter	-4,0	-44,3	0,02	0,1
Fuß	-14,0	0,0	1,1	0,1
Hand	90,0	0,0	0,01	0,025

Tabelle 11: Regelparameter des dreigliedrigen Modells

- Raumfeste Befestigung des Fußpunktes
  Der Fuß wird, wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, mittels zweier Federn im Koordinatenursprung befestigt. Die Federn für die x- und y-Komponente sind entsprechend Gleichung (43) modelliert, wobei für beide Federn die Ruhelänge $l_0 = 0$ ist. Um den Arbeitspunkt der Federn raumfest zu halten, bringen die Federn im unausgelenkten Zustand in x-Richtung die mittlere Andruckkraft und in y-Richtung die Gewichtskraft des gesamten Körpers auf.

Feder für	a in $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	b in $\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}}\right]$
x-Komponente	$2,0 \cdot 10^7$	200,0
y-Komponente	$2,0 \cdot 10^6$	200,0

Tabelle 12: Federn der Bodenbefestigung

A.3 Zweigliedriges Modell mit Schwabbelmassen

Die individuellen Parameter des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen sind:

- Schwabbelmassen
  Zur vollständigen Beschreibung der Schwabbelmasse fehlen noch die Hebel und die Kopplungsparameter der Federn nach Gleichung (43):

Hebel	Länge in [m]
r_{41}	0,093
r_{42}	0,132
r_{51}	0,161
r_{52}	0,149

Tabelle 13: Schwabbelmassenhebel des zweigliedrigen Modells

Verbindung	l_0 in [m]	a in $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]$	b in $\left[\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}\right]$
r_{41} - r_{11}	0,00	$1,02 \cdot 10^5$	10,0
r_{42} - r_{12}	0,01	$1,02 \cdot 10^5$	10,0
r_{51} - r_{21}	0,00	$1,1 \cdot 10^4$	6,0
r_{52} - r_{22}	0,00	$1,1 \cdot 10^4$	6,0

Tabelle 14: Federn des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen

- Handpolster
  Das Handpolster von Modell 2 wurde mit folgenden Parametern simuliert:

Parameter	Wert
a	$9,5 \cdot 10^4 \quad \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$
b	$1,5 \cdot 10^1 \quad \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$

Tabelle 15: Handpolster des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen

- Raumfeste Befestigung der Schulter
  Die Schulter wird, wie der Fuß im dreigliedrigen Modell, mittels zweier Federn im Koordinatenursprung befestigt. Die Federn für die x- und y-Komponente sind entsprechend Gleichung (43) modelliert, wobei für beide Federn die Ruhelänge $l_0 = 0$ ist. Um den Arbeitspunkt der Federn raumfest zu halten, bringen die Federn im unausgelenkten Zustand in x-Richtung die mittlere Andruckkraft und in y-Richtung die Gewichtskraft des Hand-Arm-Systems auf.

Feder für	a in $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}}\right]$	b in $\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}}\right]$
x-Komponente	$1,1 \cdot 10^5$	$1,0 \cdot 10^3$
y-Komponente	$1,0 \cdot 10^5$	$8,0 \cdot 10^2$

Tabelle 16: Federn der zweigliedrigen Schulterbefestigung

- Regelparameter
  Die Regelparameter für die Schulter, den Ellenbogen und die Hand des zweigliedrigen Modells sind in Tabelle 17 aufgeführt.

Gelenk	φ_{soll} in [°]	M_{soll} in [Nm]	k in [Nm/°]	w in [Nms/°]
Ellenbogen	73,0	2,7	0,02	0,2
Schulter	-4,0	44,8	0,02	0,1
Hand	90,0	0,0	0,01	0,025

Tabelle 17: Regelparameter des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen

A.4 Zweigliedriges Modell ohne Schwabbelmassen

Beim zweigliedrigen Modell ohne Schwabbelmassen besitzen die Segmente Unter- und Oberarm die gesamte Masse und das gesamte Trägheitsmoment von Knochen und Schwabbelmasse der bisherigen Modelle.

- Massen und Trägheitsmomente

Segment	M in [kg]	Θ in [kgm^2]
Unterarm	2,32	0,00682
Oberarm	1,89	0,01170

Tabelle 18: Massen und Trägheitsmomente des starren zweigliedrigen Modells

- Handpolster
  Das Handpolster des starren zweigliedrigen Modells wurde mit folgenden Parametern simuliert:

Parameter	Wert
a	$1,1 \cdot 10^4 \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$
b	$1,0 \cdot 10^0 \ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}$

Tabelle 19: Handpolster des starren zweigliedrigen Modells

- Regelparameter
  Die Regelparameter für die Schulter, den Ellenbogen und die Hand des starren zweigliedrigen Modells sind in Tabelle 20 aufgeführt.

Gelenk	φ_{soll} in [°]	M_{soll} in [Nm]	k in [Nm/°]	w in [Nms/°]
Ellenbogen	73,0	2,7	0,1	0,1
Schulter	-4,0	44,8	1,0	0,1
Hand	90,0	0,0	2,0	0,25

Tabelle 20: Regelparameter des starren zweigliedrigen Modells

- Raumfeste Befestigung der Schulter
  Die Befestigung der Schulter ist identisch mit der des zweigliedrigen Modells mit Schwabbelmassen. Die Federn für die x- und y-Komponente sind entsprechend Gleichung (43) modelliert, wobei für beide Federn die Ruhelänge $l_0 = 0$ ist. Um den Arbeitspunkt der Federn raumfest zu halten, bringen die Federn im unausgelenkten Zustand in x-Richtung die mittlere Andruckkraft und in y-Richtung die Gewichtskraft des Hand-Arm-Systems auf.

Feder für	a in $\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]$	b in $\left[\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}}\right]$
x-Komponente	$5,0 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^3$
y-Komponente	$2,0 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^3$

Tabelle 21: Federn der Schulterbefestigung

B Erweiterungen von simsys

B.1 Interpolation von Zeitreihen

Bei der Implementierung der Inversen Dynamik ist die Interpolation der Beschleunigungen, an den Stützstellen der Integrationsroutine *de*, notwendig gewesen. Es bot sich deshalb an, die Interpolationsroutine flexibel zu gestalten, um auch andere Größen während der Simulation interpolieren zu können.
Für die Interpolationsroutine wurde ein hermitesches kubisches Spline-Verfahren aus [Späth] gewählt. Die hermiteschen Splines haben einen stark lokalen Charakter, da neben den Funktionswerten auch deren Ableitungen an den Stützstellen vorzugeben sind. Sie sind einmal stetig differenzierbar. Da bei Zeitreihen in der Regel keine Ableitungen vorliegen, müssen diese numerisch ermittelt werden. Dabei kann zwischen drei unterschiedlichen Verfahren gewählt werden. Alle Verfahren arbeiten mit variabler Schrittweite, sodaß auch nicht äquidistante Zeitreihen bearbeitet werden können. Die Verfahren von Akima (2 Versionen) und Schmidt sind ausführlich in [Späth] beschrieben. Es sei hier nur erwähnt, daß das Schmidtsche Verfahren Überschwinger jeder Art ausschließt. Um einen Eindruck vom Verhalten der Splines zu geben, zeigt Abbildung 40 an einem Beispiel die Interpolationsergebnisse der drei Verfahren.

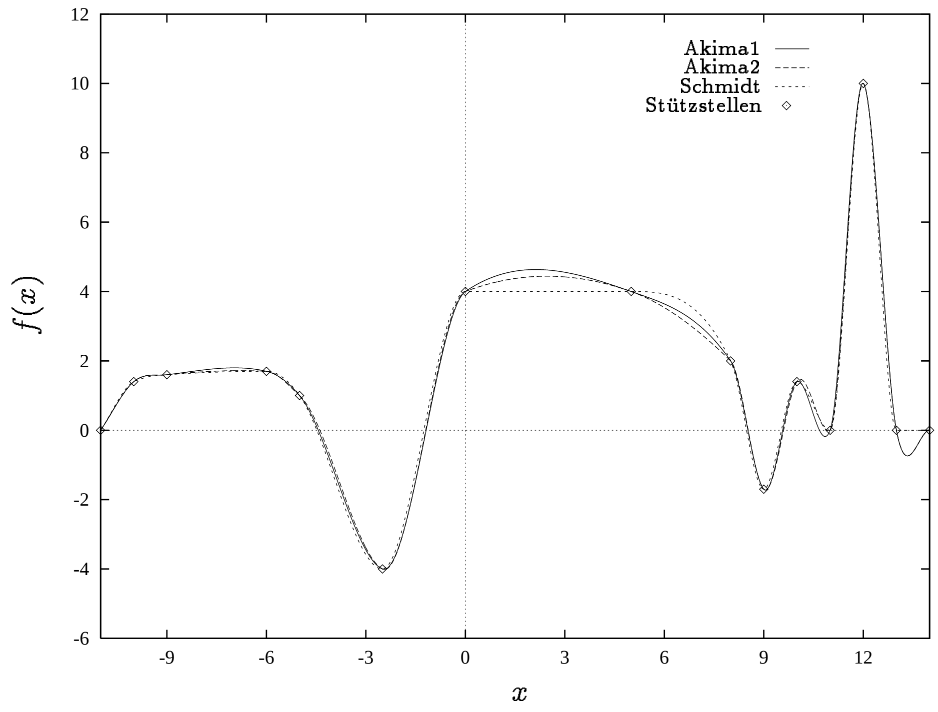

Abbildung 40: Vergleich der Interpolationsverfahren

Um die Interpolation in *simsys* nutzen zu können, muß die in der Arbeit von [Krieg] beschriebene Definitionsdatei von *simsys* um folgenden Eintrag ergänzt werden:

```
@@IPOLKRAFTMOMENT@
# Hier werden die bei der Simulation zu interpolierenden Zeitreihen
```

```
# angegeben. Kraftkomponenten und Momente greifen an einem Hebel
# des K"orpers bzw. im Schwerpunkt an. Kr"afte k"onnen im raumfesten
# oder k"orperfesten Koordinatensystem angegeben sein (im Moment nur
# raumfest installiert). varname ist der im Code verwendete
# Variablenname, und filename gibt das Datenfile an.
# Notation:
# Koerp#: Hebel# - Komp(x,z,m) ,KooSystem(0=rf,1=kf);varname filename
1: 2-x,0; BodenX in/k/einskx0.in
1: 2-z,0; BodenZ in/k/einskz0.in
@@@
```

Die Datenfiles der Zeitreihen müssen in binärem Format vorliegen. Das erste Feld enthält als int-Wert die Anzahl der Samples, alle folgenden Felder enthalten als double-Werte Zeitpunkt und Wert des Samples. Liegen die Werte als ASCII-Datei vor, so können sie mit dem Programm *blowdown* in das binäre Format umgesetzt werden. Die Syntax hierzu lautet:

```
blowdown #AnzahlSamples <ASCIIfile >binfile
```

B.2 Inverse Dynamik

Der Bewegungsgleichungsgenerator von *simsys* ist in der Lage, die Gleichungen für die Vorwärts-Simulation und für die Inverse Dynamik zu erstellen. Da sich die Gleichungssysteme wesentlich unterscheiden, muß in der Definitionsdatei festgelegt werden, ob das Problem invers behandelt werden soll. Die bestehende Definitionsdatei ist deshalb um folgende Eintragungen zu ergänzen:

```
@@INVERS@
# Hier wird angegeben ob der Gleichungsgenerator ein Gleichungssystem
# f"ur inverse Simulation erzeugen soll.
# Notation:
# ja/nein
ja
@@@

@@IPOLBESCHL@
# Hier werden die bei der inversen Simulation ber"cksichtigten
# Zeitreihen angegeben. Es ist nur anzugeben f"ur welchen K"orper die
# Beschleunigungen im entsprechenden Datenfile gelten.
# Notation:
# Koerper#: filename
1: in/b/b1.bin
2: in/b/b2.bin
@@@

@@VARKRMOM@
# Hier werden die in der inversen Simulation zu bestimmenden
# (Kr"afte+Momente) und Momente vereinbart. (Kr"afte+Momente) und Momente
# koppeln stets zwei K"orper aneinander, hat einer der K"orper die
# K"orpernummer 0, so entf"allt die Kopplung und es lassen sich "aussere
# Kr"afte und Momente ermitteln. Es werden nur die im Schwerpunkt
# wirkenden Kr"afte und Momente ins Datenfile ausgegeben.
# Notation:
```

```
# varname: art(0=km,1=m), koerper1#-koerper2#; filename
handkm: 0, 1-0; out/handkm.dat
ellenbm: 1, 1-2; out/ellenbm.dat
schultm: 1, 2-3; out/schultm.dat
@@@
```

Das Eingabeformat der einzulesenden Beschleunigungen entspricht formal dem der interpolierten Kräfte aus Abschnitt B.1, nur folgen auf jeden Zeitwert statt eines Kraftwerts drei Beschleunigungswerte für die Komponenten der Schwerpunktsbeschleunigung $\ddot{\boldsymbol{x}}$.
Die Ausgabe der Kräfte und Momente erfolgt in dem von *simsys* verwendeten Binärformat. Die Umwandlung in ASCII-Dateien erfolgt mit dem Programm *blowup*.

B.3 Nichtlineare Dynamik

In *simsys* wurde zunächst nur die zeitliche Poincaré-Abbildung implementiert. Um sie nutzen zu können, werden im Parameterfile `simsys.dat` die beiden Zeilen

```
Poincare 1
PoinFreq 53.3
```

eingefügt. Um die Poincaré-Abbildung zu aktivieren wird nach dem Schlüsselwort `Poincare` eine `1` gesetzt, sonst eine `0`. Nach dem Schlüsselwort `PoinFreq` wird die Abtastfrequnz $1/T$ angegeben. Die räumliche Poincaré-Abbildung wurde als eigenständiges Programm ausgelagert und unabhängig von *simsys* angewandt.

B.4 Graphische Ausgabe

Die Grafikausgabe von *simsys*, das Programm *simxwin*, wie sie von [Krieg] implementiert wurde, konnte nur äußerst rudimentäre Anforderungen erfüllen. Deshalb wurden einige wesentliche Verbesserungen und Erweiterungen vorgenommen. Die graphische Ausgabe erfolgt weiterhin in ein Fenster des X11-Window Systems.
Bisher hatte der Benutzer keine Möglichkeit die Fensterdimensionen seinen Wünschen anzupassen, sondern wurde mit einer festen Fenstergröße und der Bewegung folgenden Bildausschnitten konfrontiert. Dies führte auf Systemen mit geringer Bildschirmauflösung zu Informationsverlust. Inzwischen erkennt *simxwin* selbständig die Bildschirmgröße und paßt die Fenstergröße entsprechend an, sodaß dem Benutzer die maximale Bildinformation zur Verfügung steht. Weiterhin kann der Benutzer die Fensterdimensionen über commandline-Parameter weitgehend frei bestimmen. Verfügbare Parameter sind: (# steht für eine ganze Zahl)

- -**p**# gibt die Auflösung in Pixel/m an.
- -**x**# bestimmt die x-Dimension in cm.
- -**z**# bestimmt die z-Dimension in cm.
- -**X**# bestimmt den Offset des Nullpunkts der x-Dimension in Pixel.

- -**Z**# bestimmt den Offset des Nullpunkts der z-Dimension in Pixel.
- -**s**# bestimmt die Periode der Stroboskopbilder im Hintergrund.

Die Paramter **p**, **x** und **z** werden auf ihre Verträglichkeit mit den Bildschirmabmessungen überprüft und gegebenenfalls unter Erhaltung des Abbildungsverhältnisses korrigiert. Es ist also sichergestellt, das stets das komplette Fenster dargestellt werden kann. Der Parameter **s** ermöglicht einen Stroboskopeffekt um Bewegungsabläufe besser analysieren zu können. Es werden alle **s**# Bilder mit reduzierter Helligkeit im Hintergrund festgehalten.

C Berechnung anthropometrischer Größen

Das Programm *calcman* berechnet physikalische Größen wie

- Masse
- Segmentlänge
- Schwerpunktskoordinaten
- Trägheitsmomente

für verschiedene Körpersegmente, sowie sinnvolle Kombinationen von Segmenten, mittels Daten und Regressionsgleichungen aus [NASA] und Daten aus [DIN 33402]. Auch wenn das zugrunde liegende Datenmaterial aus [NASA] die umfangreichste derzeit verfügbare Datenquelle darstellt, so ist es doch an vielen Stellen unvollständig. So steht beispielsweise noch keine einheitliche geometrische Definition für komplexe Gelenkverbindungen im Bereich des Beckens oder der Schulter zur Verfügung. Auch sind die segmentiellen Daten für Massen, Schwerpunkte und Trägheitsmomente experimentell an Leichenteilen bestimmt worden. Dabei war einerseits die Anzahl der Objekte 'statistisch' klein, und andererseits die Zerlegungsschnitte unterschiedlich was natürlich zu geringfügigen Abweichungen der Ergebnisse geführt hat. Trotz dieser deutlichen Einschränkungen bezüglich der Genauigkeit der aufgeführten Daten, ergibt sich insgesamt, und unter Berücksichtigung der gestellten Anforderungen, die Möglichkeit, vorhandene Modelle auf ihre Richtigkeit zu überprüfen, sowie neue Modelle zu erstellen. Die mit *calcman* erstellten Daten beschreiben durchschnittliche, d.h. 50-percentile Menschen, Unterschiede im Körperbau bleiben unberücksichtigt.

Bei der Auswahl und Berechnung der segmentiellen Daten stand die Anwendung für zweidimensionale Simulationen in der Sagittalebene des menschlichen Körpers im Vordergrund. Dies erleichtert die Beschreibung der Gelenkverbindungen und erfordert lediglich die Berechnung eines Trägheitsmomentes. Da Symmetrie vorliegt werden die Segmente von Armen und Beinen mit doppelten Massen und Trägheitsmomenten ausgegeben.

Oftmals werden für Simulationen nicht alle Segmente des menschlichen Körpers modelliert, sondern mehrere Segmente zusammengefaßt. Dazu ist die Berechnung des gemeinsamen Schwerpunktes, sowie des Trägheitsmoments mit dem Steinerschen Satz, erforderlich. Dies stellt zwar eine gute Rechenübung dar, ist aber zeitaufwendig und mitunter fehlerträchtig. Deshalb werden fünf kombinierte Segmente, für festgelegte Stellungen der Teilsegmente, stets mitberechnet.
In *calcman* wird der Körper in neun Basissegmente unterteilt, dies sind: Kopf, Hals, Rumpf, Oberarm, Unterarm, Hand, Oberschenkel, Unterschenkel und Fuß. Aus diesen Basissegmenten werden weiter fünf kombinierte Segmente aufgebaut: (Kopf und Hals), (Kopf, Hals und Rumpf), (Unterarm und Hand), (Unterschenkel und Fuß), sowie (Kopf, Hals, Rumpf und Arme). Als Einzelwerte werden Schulterhöhe, Schultergelenkhöhe, Länge der Handfläche, Kopfumfang und Halsumfang berechnet.

Für Absturzsimulationen ist eine detailierte Modellierung des Fußes, in Ballen und

Ferse, erforderlich. Diese beiden Segmente, sowie eine Feder, die die Bänder im Fußgewölbe modelliert, werden mittels eines einfachen geometrischen Modells berechnet.

Zur Berechnung aller Größen für eine Person benötigt *calcman* lediglich drei Parameter die bei Aufruf des Programms abgefragt werden. Es sind dies Geschlecht, Körpergröße und Körpermasse. Als Beispiel folgt das Ausgabefile, das für eine männliche Person der Körpergröße $1,80$ m und Körpermasse $68,0$ kg erzeugt wurde:

```
 Anthropometrische Daten des menschlichen Koerpers
 =================================================

Alle Angaben in MKS Groessen!
Laengen in m, Massen in kg, Traegheitsmomente in kgm^2

 ACHTUNG: Segmente von Arm+Bein sind mit doppelter Masse und
          und doppeltem Traegheitsmoment behaftet!

 Referenzpunkte fuer die Schwerpunkte wie im Sourcecode beschrieben

 Eingabedaten:
  Geschlecht: m   Koerpergroesse: 1.80 m  Koerpermasse: 68.00 kg

   Kopf:
Masse:   4.585 kg
Laenge:  0.2379 m
Schwerpunkt:  x: 0.0812  y: 0.1142  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.019374

   Hals:
Masse:   1.614 kg
Laenge:  0.0861 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.0430  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.002558

   Rumpf:
Masse:   32.886 kg
Laenge:  0.5140 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.2159  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.933247

   Oberarm:
Masse:   3.785 kg
Laenge:  0.3098 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.1487  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.023386

   Unterarm:
Masse:   2.305 kg
Laenge:  0.2753 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.1129  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.013632

   Hand:
Masse:   0.904 kg
```

```
Laenge:  0.1943 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.0581  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.001697

   Oberschenkel:
Masse:   14.056 kg
Laenge:  0.4398 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.1803  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.251465

   Unterschenkel:
Masse:   5.968 kg
Laenge:  0.4296 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.1890  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.080541

   Fuss:
Masse:   1.898 kg
Laenge:  0.2739 m
Schwerpunkt:  x: 0.0632  y: 0.0595  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.008148
Fusshoehe:   0.0927 m

   Ferse:
Masse:   0.418 kg
Laenge:  0.0979 m
Schwerpunkt:  x: -0.0211  y: 0.0618  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.000198
Winkel:   0.328678 rad

   Ballen:
Masse:   1.481 kg
Laenge:  0.1653 m
Schwerpunkt:  x: 0.0869  y: 0.0588  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.002535
Winkel:   0.975916 rad

   Kopf & Hals:
Masse:   6.199 kg
Laenge:  0.3239 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.1663  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.055084

   Kopf & Hals & Rumpf:
Masse:   39.085 kg
Laenge:  0.8379 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.2895  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:2.113255

   Unterarm & Hand:
Masse:   3.209 kg
Laenge:  0.4696 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.1750  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.046896
```

```
   Unterschenkel & Fuss:
Masse:   7.866 kg
Laenge:  0.5223 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.2615  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:0.218355

   Kopf & Hals & Rumpf & Arme:
Masse:   46.078 kg
Laenge:  0.8379 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 0.2738  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:2.443112

   gesammter Koerper:
Masse:   68.000 kg
Laenge:  1.8000 m
Schwerpunkt:  x: 0.0000  y: 1.0292  z: 0.0000
Traegheitsmomente:  xx: 0.000000  yy:0.000000  zz:10.385942

   sonstige Daten:
Federlaenge im Fussgewoelbe:   0.108013 m
Laenge der Handflaeche:   0.114 m
Schulterhoehe:   1.476 m
Schultergelenkhoehe:   1.451 m
Kopfumfang:   0.580 m
Halsumfang:   0.391 m
```

Die Referenzpunkte für die Lage der Schwerpunkte und das Koordinatensystem sind wie folgt definiert:

```
/*
*  Berechnung segmentieller Massen, L"angen, Lagen der K"orperschwerpunkte
*  und Tr"agheitsmomente des menschlichen K"orpers, f"ur 2 dimensionale
*  Modelle (Datenstruktur bereits f"ur 3D-Modelle; sagittale Ebene,
*  idealisiert: alle Schwerpunkte auf den 'Knochen'), nach den Verfahren
*  aus:
*
*    NASA Reference Publication 1024, Volume 1., Chapter IV, (1978)
*
*   Achsensystem: Rechtssystem, mathematisch (computergraphisch!)
*
*           ^ y-Achse
*           |
*           |
*           |
*           +-------->
*          /         x-Achse
*         /
*        /
*       v z-Achse
*
*
*  Eingaben: Geschlecht (m/w)          sex
*            K"orperh"ohe in m          bodyh
```

```
*           K"orpermasse in kg        bodym
*
*  Ausgaben:
*      Masse, L"ange, Lage des K"orperschwerpunktes
*      und Tr"agheitsmomente f"ur die Segmente
*   1. Kopf                                head
*   2. Hals                                neck
*   3. Rumpf                               torso
*   4. Oberarm                             uparm
*   5. Unterarm                            foarm
*   6. Hand                                hand
*   7. Oberschenkel                        thigh
*   8. Unterschenkel                       shank
*   9. Fuss                                foot
*   9b. Fusshoehe                          footh
*  10. Ferse  heel     ) Modellbeschreibung
*  11. Ballen  ball    ) extern
*         die Extremit"aten sind mit doppelten Massen belegt.
*         Weiterhin werden noch Daten f"ur gekoppelte Segmente berechnet
*  12. Kopf+Hals                           hene
*  13. Kopf+Hals+Rumpf                     heneto
*  14. Unterarm+Hand                       foha
*  15. Unterschenkel+Fuss                  shfo
*  16. Kopf+Hals+Rumpf+Oberarm+Unterarm+Hand  sumto
*  17. Gesamter K"orper (Kontrolle)        whbody
*
*
* Schwerpunktslage, in der Literatur als % der Gesamtl"ange,
* hier als absoluter Abstand vom Gelenk. Idealisiert f"ur 2D
* Darstellungen.
*       Segment         Referenzgelenk
*      --------------------------------
*       Oberarm         Schultergelenk
*       Unterarm        Ellenbogengelenk
*       Hand            Handgelenk
*       Oberschenkel    H"uftgelenk
*       Unterschenkel   Kniegelenk
*       Fu\3            Sprunggelenk (- heisst zur Ferse hin)
*       Ferse           Sprunggelenk
*       Ballen          Sprunggelenk
*       Kopf            Scheitel
*       Hals            Schultergelenk
*       Rumpf           Hueftgelenk
*       hene            Schultergelenk
*       heneto          Hueftgelenk
*       foha            Ellenbogengelenk
*       heel            Sprunggelenk
*       ball            Sprunggelenk
*       shfo            Kniegelenk
*       sumto           Hueftgelenk
*       whbody          Boden
*/
```

An dieser Stelle muß darauf hingewiesen werden, daß an einigen Stellen, sofern kein oder unzureichendes Datenmaterial vorhanden war, „willkürliche“ aber plausible Annahmen in der Berechnung benutzt wurden. Aus diesem Grund wurde der Sourcecode des Programms umfangreich kommentiert. Es werden die jeweiligen Quellen von Daten und Regressionsgleichungen stets angegeben und kritische Stellen entsprechend hervorgehoben. Auf die bereits mögliche Berechnungen für dreidimensionale Modelle wurde bewußt verzichtet, die entsprechende Datenstruktur aber bereits installiert. Eine Erweiterung von *calcman* mit zuverlässigeren Daten für dreidimensionale Modelle oder die Beseitigung eventuell vorhandener Fehler wird durch diese Maßnahmen wesentlich vereinfacht.

Um die Genauigkeit der ermittelten Daten zu verbessern wäre es notwendig, individuelle anthropometrische Daten von Probanden in die Berechnungen zu berücksichtigen. Entsprechend modifizierte Regressionsgleichungen sind in [NASA] zu finden.

Eine wesentliche Einschränkung der Anwendbarkeit von *calcman* zur Parameterbestimmung ergibt sich für Schwabbelmassenmodelle. Weder in der medizinischen noch in der biomechanischen Literatur gibt es Quellen, die die Massenverteilung zwischen Weichteilen und Knochen beschreiben. Die Aufteilung von Massen und Trägheitsmomenten bei Schwabbelmassenmodellen beruht demzufolge auf einer realistischen Abschätzung, die sich auf Messungen an Trockenpräparaten von Knochen stützt.

D Nichtlineare Dynamik

In biomechanischen Systemen treten nichtlineare Effekte in unterschiedlichster Ausprägung auf. Zum Beispiel als nichtlineare Kraft-Deformations-Zusammenhänge für Kontakte mit der Umwelt, oder als nichtlineare Bewegungsgleichungen durch die Zwangsbedingungen wie sie in Abschnitt 2.2 beschrieben wurden. Die Möglichkeiten analytischer und numerischer Behandlung werden allerdings wesentlich dadurch eingeschränkt, daß die Bewegungsgleichungen nicht in generalisierten Koordinaten vorliegen. Die Analyse der Simulationen wird dadurch fast ausschließlich in den Bereich der Nachbearbeitung der Simulationsergebnisse verlagert.

D.1 Autonome dynamische Systeme

Zur Beschreibung der Dynamik eines Systems, beziehungsweise seiner Zustände x im Zustandsraum $\mathbb{R}^n$, dient der Fluß ϕ. Sei x der Zustand zum Zeitpunkt t_0, so gilt für den Zustand $\tilde{x}$ zum Zeitpunkt t:

$$\tilde{x} = \phi(t - t_0, x) \qquad \text{mit} \qquad \phi(t, x) : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n. \tag{46}$$

Autonome, zeitkontinuierliche dynamische Systeme sind durch Differentialgleichungen der Form

$$\dot{x} = f(x), \quad x(t_0) = x_0 \tag{47}$$

definiert. Das System (47) ist linear, wenn das Vektorfeld f linear ist.

D.2 Nichtautonome dynamische Systeme

Nichtautonome, zeitkontinuierliche dynamische Systeme $n$ter Ordnung sind durch Differentialgleichungen der Form

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0 \tag{48}$$

definiert. Da das Vektorfeld f zeitabhängig ist, kann im allgemeinen nicht mehr $t_0 = 0$ als Anfangszeit gesetzt werden. Wie schon im autonomen Fall ist das nichtautonome System (48) linear, wenn das Vektorfeld f linear ist.

Nichtautonome Systeme sind periodisch mit der Periode T, wenn eine Zeit $T > 0$ existiert, für die gilt $f(x, t) = f(x, t + T)$ für alle x und t.

Nichtautonome periodische Systeme $n$ter Ordnung können durch Einführen einer neuen Zustandsvariablen $\theta = 2\pi t/T$ in ein autonomes System $(n + 1)$ter Ordnung transformiert werden:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \frac{\theta T}{2\pi}), & x(t_0) &= x_0 \\ \dot{\theta} &= \frac{2\pi}{T}, & \theta(t_0) &= \frac{2\pi t_0}{T}. \end{aligned} \tag{49}$$

Der euklidische Zustandsraum des jetzt autonomen Systems ist $\mathbb{R}^{n+1}$. Da θ mit 2π periodisch ist, kann eine Transformation in den zylindrischen Zustandsraum $\mathbb{R}^n \times S^1$ vorgenommen werden. Dazu wird der Wertebereich von θ auf des Intervall $0 \leq \theta < 2\pi$ eingeschränkt.

D.3 Stationäre Zustände und Grenzmengen

Die stationären Zustände x_s eines dynamischen Systems werden durch das asymptotische Verhalten von $x(t)$ für $t \to \infty$ beschrieben, unter der Voraussetzung, daß $x(t)$ beschränkt ist. Der stationäre Zustand x_s wird meist erst nach einem Einschwingvorgang erreicht.

Grenzmengen L dienen der Beschreibung stationärer Zustände x_s im Zustandsraum $\mathbb{R}^n$. Zur Charakterisierung von Grenzmengen werden folgende Definitionen benutzt:

- Der Punkt y_ω ist ω-Grenzpunkt von x, wenn $\phi_t(x)$ für $t \to \infty$ wiederholt in jede Umgebung U um y_ω eindringt.
- Die Menge $L_\omega(x)$ aller ω-Grenzpunkte von x heißt ω-Grenzmenge von x.
- L_ω ist *attraktierend* wenn für L_ω eine offene Umgebung U existiert, so daß $L_\omega(x) = L_\omega$ für alle $x \in U$.

Betrachtet man die bisherigen Definitionen unter Zeitumkehr, ersetzt also $t \to \infty$ durch $t \to -\infty$, so erhält man analog die Definitionen des α-Grenzpunktes y_α und der α-Grenzmenge L_α.

In dynamischen Systemen treten vier Arten stationärer Zustände auf:

1. Fixpunkte
   Die Grenzmenge ist ein Punkt. Fixpunkte treten nur in autonomen Systemen auf. Das Vektorfeld f des stationären Zustands x_s ist $f(x_s) = 0$, das System befindet sich im Gleichgewicht. Der Zustand $x(t)$ geht für $t \to \infty$ in den stationären Zustand über, unter der Voraussetzung, daß x_s attraktierend ist (ω-Grenzmenge). Ein typisches Phasenraumportrait in $\mathbb{R}^2$, mit Trajektorien verschiedener Anfangszustände, zeigt Abbildung 41.

2. Periodische Lösungen
   Periodische Lösungen treten in nichtautonomen und autonomen Systemen auf. Die Zustände $x(t)$ sind periodisch wenn gilt: $x(t+T) = x(t)$. Die Grenzmenge ist eine geschlossene Kurve. Abbildung 42 zeigt das Phasenraumportrait eines typischen Grenzzyklus Γ in $\mathbb{R}^2$.

   Betrachtet man die Trajektorie nichtautonomer Systeme im zylindrischen Zustandsraum $\mathbb{R}^n \times \mathrm{S}^1$, und schließt sich die Trajektorie erst nach k-maligem Umlauf um den Zylinder, so heißt die Lösung k-periodisch.

3. Quasiperiodische Lösungen
   Die quasiperiodische Lösung ist der allgemeinste Fall einer periodischen Lösung. Treten im dynamischen System mindestens zwei unterschiedliche Grundfrequenzen ω_1 und ω_2 auf, und gilt für den Zustand $x(t) = \varphi(\omega_1 t, \omega_2 t)$ mit $\varphi(\omega_1 t + 2\pi, \omega_2 t) = \varphi(\omega_1 t, \omega_2 t + 2\pi) = \varphi(\omega_1 t, \omega_2 t)$, so ist die Lösung bei rationalem Frequenzverhältnis ω_1/ω_2 periodisch, bei irrationalem Frequenzverhältnis quasiperiodisch. In diesem Fall liegt die Lösungstrajektorie des Systems $n$ter Ordnung auf einem Torus T^{n-1}, sie ist aber nicht geschlossen und damit dicht in T^{n-1}.

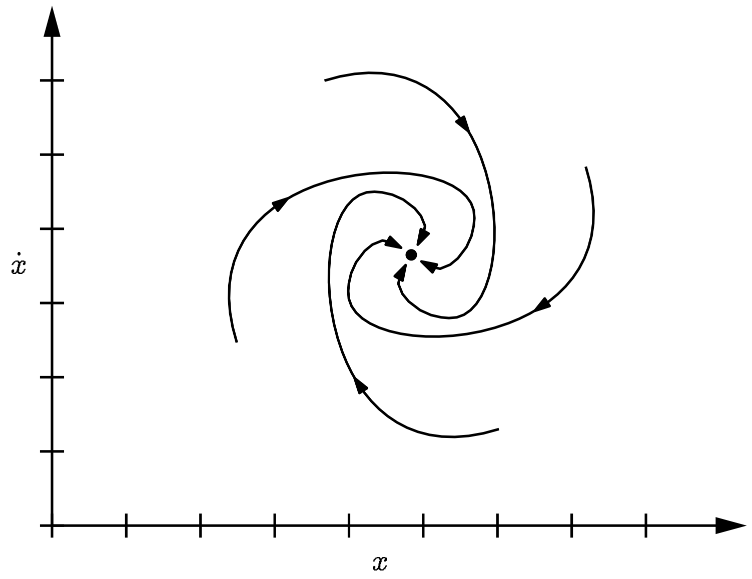

Abbildung 41: Stationäre Lösung eines dynamischen Systems

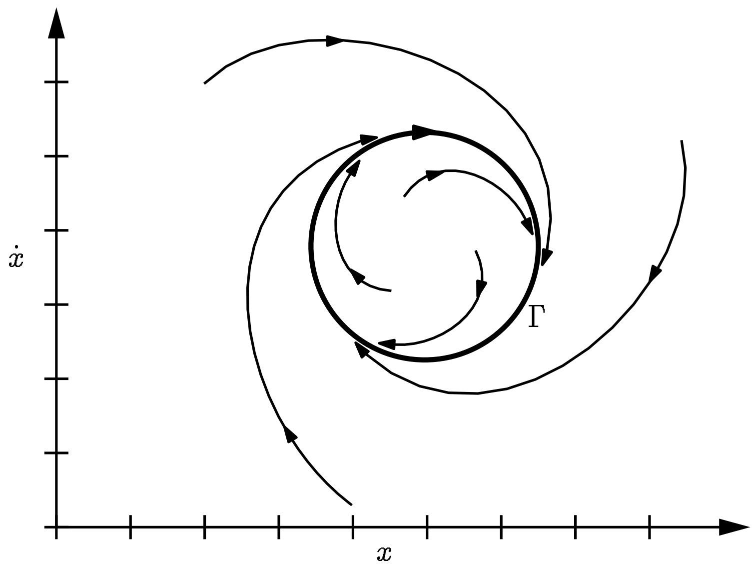

Abbildung 42: Periodische Lösung eines dynamischen Systems

4. Chaos
   Das einfachste Kriterium für einen chaotischen Zustand ist, daß keine der bisherigen Charakterisierungen zutrifft. Betrachtet man die Trajektorie eines chaotischen Systems, erkennt man, daß das System beschränkt aber weder periodisch noch quasiperiodisch ist. In Abbildung 43 ist als Beispiel das Phasenraumportrait eines Duffing-Oszillators dargestellt.

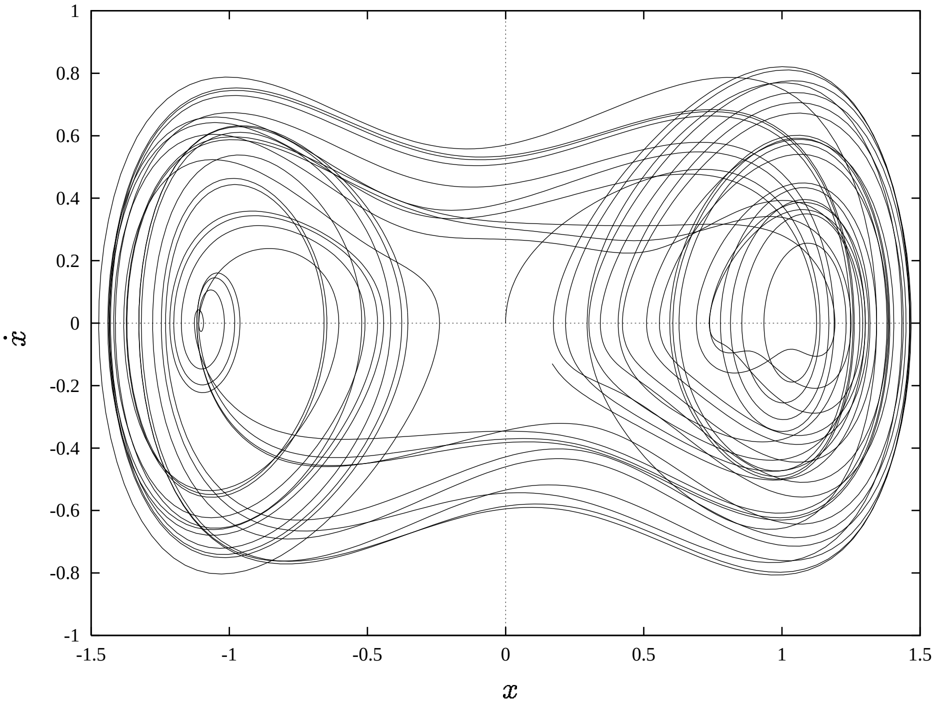

Abbildung 43: Phasenraumportrait des Duffing-Oszillators

   Die Grenzmenge des chaotischen Systems ist ein *Seltsamer Attraktor*. Seltsame Attraktoren sind komplizierte geometrischen Objekte mit fraktaler Dimension. Sie sind den Cantor-Mengen verwandt.
   Eine charakteristische Eigenschaft der meisten chaotischen Systeme ist sensitive Abhängigkeit des Flusses $\phi_{t,t_0}(x_0)$ von den Anfangsbedingungen x_0, d.h. die Trajektorien für beliebig nah benachbarte Anfangsbedingungen entfernen sich exponentiell voneinander. Abbildung 44 illustriert dies am Beispiel des Duffing-Oszillators.

D.4 Die Poincaré-Abbildung

Oftmals sind die Eigenschaften dynamischer Systeme $n$ter Ordnung nur schwer anschaulich darstellbar, da sich das menschliche Abstraktionsvermögen im wesentlichen auf 2- oder 3-dimensionale Räume beschränkt. Deshalb ist eine Reduktion der Dimensionalität, bei Erhaltung der charakteristischen Eigenschaften des Systems, erforderlich. Eine der wichtigsten Methoden, die diese Anforderung erfüllt, ist die Poincaré-Abbildung.

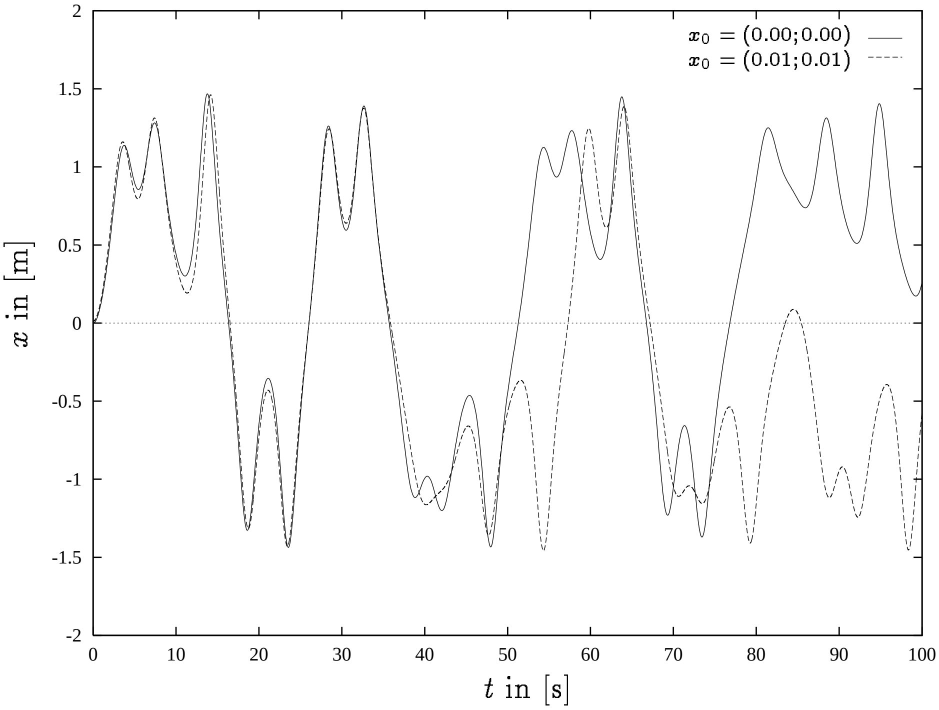

Abbildung 44: Sensitive Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen

Die Poincaré-Abbildung transformiert den Fluß eines zeitkontinuierlichen Systems $n$ter Ordnung in ein zeitlich diskretes System $(n-1)$ter Ordnung. Um die Anwendbarkeit der Poincaré-Abbildung zu gewährleisten, wird das Vorhandensein eines Grenzzyklus Γ mit Periode T vorausgesetzt. Allgemein kann die Abbildungsvorschrift wie folgt formuliert werden. In einen Punkt $\tilde{x} = \phi_t(t_0)$ auf dem Grenzzyklus Γ wählt man eine $(n-1)$-dimensionale Hyperfläche Σ, die die Normalenebene zu Γ ist. Alle Schnittpunkte der Trajektorie durch x, in einer $\varepsilon-$Umgebung von $\tilde{x}$, die nach jeweils einer Periode die Hyperfläche Σ innerhalb der ε-Umgebung durchstoßen, bilden die Poincaré Abbildung P_A.
Diese Formulierung ist aufgrund der Eigenschaften dynamischer Systeme mit gewissen Vorbehalten zu betrachten. So ist nicht sicher, ob die Trajektorie die Hyperfläche für $t > t_0$ nochmals durchstößt, und von welcher Seite von Σ dies in der ε-Umgebung geschehen wird. Abbildung 45 zeigt, daß eine Trajektorie, die in x startet, Σ in x^* bereits durchstoßen hat, bevor sie den zu P_A gehörenden Punkt $P(x)$ erreicht.
Aus praktischen Erwägungen wird oft eine weniger strenge Formulierung gewählt. Da Γ vor Lösung des Systems nicht bekannt ist, wird eine beliebige Hyperfläche Σ gewählt, die den Raum $\mathbb{R}^n$ in zwei Teilräume Σ_+ und Σ_- teilt. Alle Übergange zwischen Σ_+ und Σ_- definieren dann eine Abbildung. Daraus ergeben sich drei verschiedene Poincaré-Abbildungen: P_+, P_- und $P_\pm$. P_+ und P_- sind die einseitigen Poincaré-Abbildungen für Übergänge von Σ_- nach Σ_+, beziehungsweise von Σ_+ nach Σ_-. $P_\pm$ ist $P_+ \cup P_-$. Die Poincaré-Abbildung eines autonomen Systems kann vom geometrischen Standpunkt aus auch als räumliche Abtastung betrachtet werden.

Die Poincaré-Abbildung P_N eines nichtautonomen Systems läßt sich sowohl formal, als auch numerisch wesentlich eleganter behandeln als P_A. Wie in Abschnitt D.2

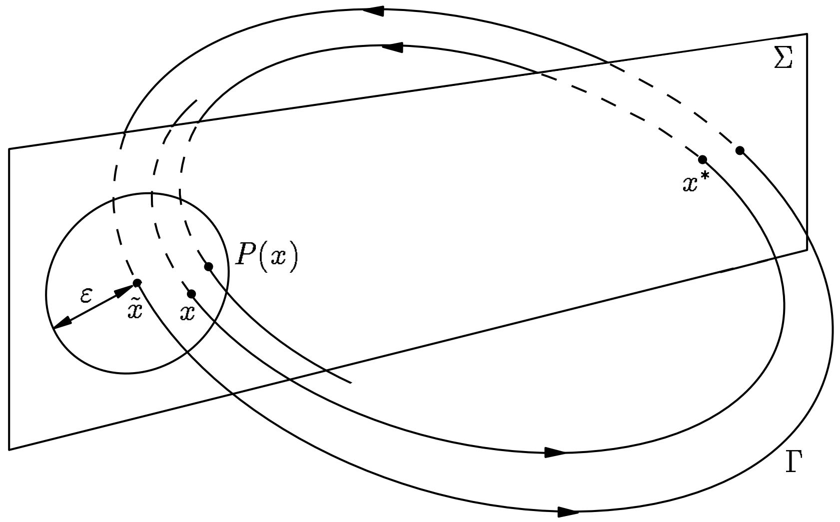

Abbildung 45: Poincaré-Abbildung eines autonomen Systems

gezeigt wurde, kann das nichtautonome System in ein autonomes System im zylindrischen Zustandsraum $\mathbb{R}^n \times S^1$ transformiert werden. Abbildung 46 zeigt, daß die Hyperfläche Σ so gewählt ist, daß die Trajektorie sie alle T Sekunden durchstößt. Durch diese Periodizität weiß man bereits im Voraus, wann der Durchstoß durch die Hyperfläche erfolgen wird. Die Abbildung P_N entspricht also der zeitlichen Abtastung des Flusses mit der Abtastrate $1/T$. Wird die Differentialgleichung (48) durch numerische Integration gelöst, so muß lediglich die Integrationsendzeit passend zur Periode T gewählt werden.

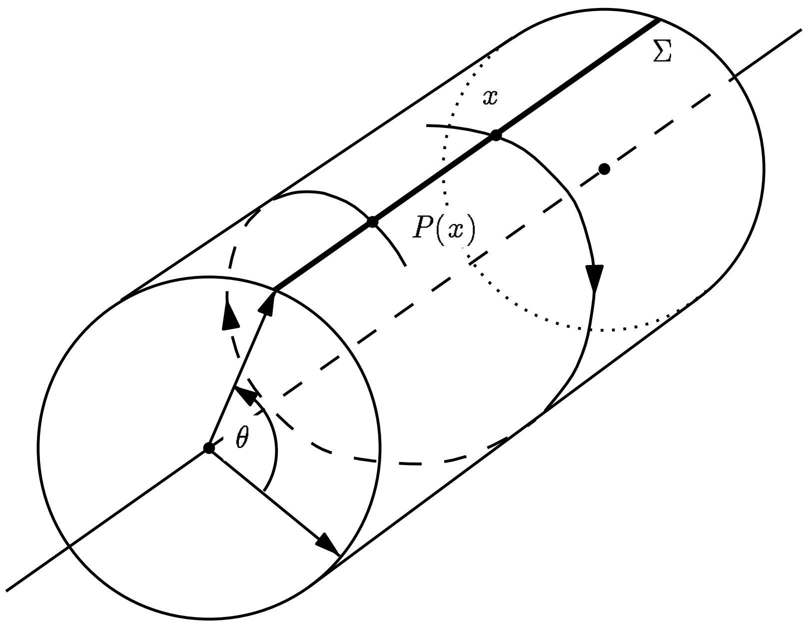

Abbildung 46: Poincaré-Abbildung eines nichtautonomen Systems

Der wesentliche Nutzen der Poincaré-Abbildung liegt darin, daß ihre Grenzmenge einen direkten Rückschluß auf die Grenzmenge des zugrundeliegenden Flusses ϕ_t zuläßt. Ein Vergleich mit Abschnitt D.3 zeigt, daß auch hier die Dimension um 1 reduziert wird. Hat ϕ_t als Grenzmenge:

1. Fixpunkte
   Für die Poincaré-Abbildung existiert keine entsprechende Grenzmenge. Liegt der Fixpunkt auf Σ, so existiert zwar eine nicht leere Abbildung, diese ist jedoch nicht strukturstabil.

2. Periodische Lösung
   Die entsprechende Grenzmenge ist ein Punkt. Handelt es sich um eine k-periodische Lösung, so wird diese auf k Punkte abgebildet.

3. Quasiperiodische Lösung
   Die Poincaré-Abbildung zeigt periodisches Verhalten. Ist die quasiperiodische Lösung k-periodisch, so wird sie auf einen Torus T^{k-1} abgebildet.

4. Chaos
   Die Poincaré-Abbildung erzeugt in diesem Fall kein einfaches geometrisches Objekt, vielmehr entstehen hierbei *Seltsame Attraktoren.* Seltsame Attraktoren weisen eine Feinstruktur auf und besitzen damit fraktale Dimension. Ein „typischer“ Seltsamer Attraktor ist der des Duffing-Oszillators in Abbildung 47, dessen Phasenraumportrait in Abbildung 43 gezeigt wurde.

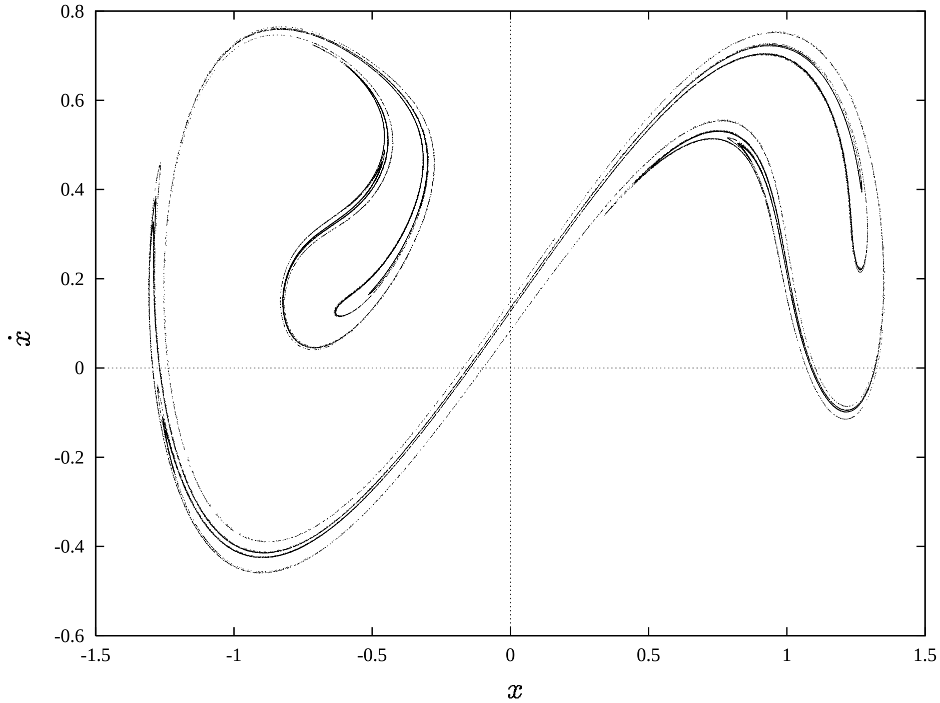

Abbildung 47: Poincaré-Abbildung des Duffing-Oszillators

Neben den einfachen Poincaré-Abbildungen P_A und P_N existieren auch Poincaré-Abbildungen höherer Ordnung. Diese entstehen durch aufeinanderfolgende Anwendung einfacher Poincaré-Abbildungen. Bei jeder Abbildung verringert sich dabei die

Dimension um eins. Unterscheidet man zeitliche Abtastung P_N und räumliche Abtastung P_A, so ergeben sich für Poincaré-Abbildungen zweiter Ordnung drei Kombinationsmöglichkeiten:

- $P_N \circ P_N$
  Liegen in einem nichtautonomen System zwei Erregerfrequenzen $1/T_1$ und $1/T_2$ mit irrationalem Frequenzverhältnis vor, so kann mit beiden Frequenzen abgetastet werden. Dabei wird zunächst mit T_1 gesampelt und die abgebildeten Punkte mit n numeriert, anschliessend wird mit T_2 gesampelt und mit m numeriert. Gilt
  $$nT_1 = mT_2, \tag{50}$$
  so gehört der entsprechende Punkt zur Poincaré-Abbildung 2ter-Ordnung. An dieser Stelle wird die Problematik verketteter Poincaré-Abbildungen deutlich. Ist T_1/T_2 wirklich irrational, so kann Gleichung (50) nicht erfüllt werden. Es ist deshalb erforderlich eine ε-Umgebung für die zweite Abbildung einzuführen. Gleichung (50) geht damit über in
  $$mT_1 = nT_2 \pm \varepsilon. \tag{51}$$

- $P_A \circ P_A$
  Bei autonomen Systemen findet man den gleichen Sachverhalt. Der ersten Abbildung mit der Hyperfläche Σ_1 folgt die zweite Abbildung mit $\Sigma_2 \subset \Sigma_1$. Auch hier ist für die zweite Abbildung die Wahl einer ε-Umgebung um Σ_2 erforderlich.

- $P_N \circ P_A$
  Auch die Verkettung von Zeit- und Raumabtastung ist möglich, man spricht dann von einer hybriden Abbildung, für die ebenfalls die Einschränkung auf ε-Umgebungen gilt.

Der Vorteil höherer Poincaré-Abbildungen ist die leichtere Identifikation von k-periodischem Langzeitverhalten in Systemen höherer Ordnung. Ihre Nachteile sind die Unschärfe der Abbildungen durch die Einführung der ε-Umgebung und der imense Bedarf an Eingabedaten. Wird die Datenmenge bei jeder Abbildung nur um den Faktor 100 reduziert, so ist für eine Abbildung dritter-Ordnung bereits die 10 000 fache Datenmenge erforderlich. Die Bereitstellung solcher Datenmengen ist, sowohl für experimentelle, als auch für numerische Anwendungen, bezüglich Reproduzierbarkeit bzw. Rechenzeit, problematisch.

Literatur

[Dändliker] A. Dändliker: Analyse der im Rahmen der Erschütterungsmessungen auftretenden Kurven.
Diplomarbeit in der Abt. Biomechanik der ETH Zürich, 1974.

[DIN 33402] DIN, Deutsches Institut für Normung e.V.: DIN 33402 - Körpermaße des Menschen.
Beuth Verlag GmbH Berlin, 1986.

[Fritz] M. Fritz: An improved biomechanical model for simulating the strain of the hand-arm-system under vibration stress.
Journal of Biomechanics Vol. 24, No. 12, pp. 1165-1171, 1991.

[Goldstein] H. Goldstein: Klassische Mechanik
AULA-Verlag Wiesbaden, 1989.

[Gruber] K. Gruber: Entwicklung eines Modells zur Berechnung der Kräfte im Knie- und Hüftgelenk bei sportlichen Bewegungsabläufen mit hohen Beschleunigungen.
Dissertation an der Universität Tübingen, ETH Zürich, 1987.

[Guckenheimer] J. Guckenheimer, P. Holmes: Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields.
Springer-Verlag New York, 1983.

[Haken] H. Haken: Synergetics, An Introduction
Springer-Verlag New York, 1983.

[Hesse] M. Hesse: Die Antwort des Hand-Arm-Systems auf stochastische Erregung und ihre Anwendung im Schwingungsschutz.
Dissertation im Fachbereich Maschinenbau der Universität Dortmund, 1989.

[Hospach] F. Hospach: Computersimulationen von Abstürzen mittels biomechanischer Ganzkörpermodelle.
Dissertation an der Fakultät für Physik der Universität Tübingen, 1992.

[Kernighan] B.W. Kernighan, D.M. Ritchie: Programmieren in C.
Carl Hanser Verlag München, 1990.

[Kleinau] J. Kleinau: Modellierung des mechanischen Bewegungsablaufs in einem Arm bei Anlegen von Vibrationen sowie experimentelle Anpassung der Modellparameter.
Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen, 1993.

[Krebs] T. Krebs: Biomechanische Simulationen an mehrgliedrigen Modellen zur Untersuchung von Bewegungsabläufen der Maus
Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen, 1991.

[Krieg] M. Krieg: Simulation und Steuerung biomechanischer Mehrkörpersysteme.
Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen, 1992.

[NASA] NASA Reference Publication 1024 - Anthropometric Source Book, Volume I.-III..
NASA Scientific and Technical Information Office, National Technical Information Service Springfield, 1978.

[Neukomm] P.A. Neukomm: Messen biomechanischer Größen.
Medizinalmarkt 8, pp. 247-250, 1975.

[Parker] T.S. Parker, L.O. Chua: Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems.
Springer Verlag New York, 1989.

[Press] W.H. Press, B.P. Flannery, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling: Numerical recipes in C - The art of scientific computing.
Cambridge University Press, 1988.

[Rauber] Rauber, Kopsch: Anatomie des Menschen, Band I, Bewegungsapparat.
Georg Thieme Verlag Stuttgart, 1987.

[Shampine] L.F. Shampine, M.K. Gordon: Computer Solution of Ordinary Differential Equations
Freeman and Company San Francisco, 1975

[Späth] H. Späth: Eindimensionale Spline-Interpolations-Algorithmen.
R. Oldenbourg Verlag München, 1990.

[Widmayer] K. Widmayer: Simulation von Bewegungsabläufen beim Menschen mit Hilfe von Mehrkörpersystemen.
Diplomarbeit am Lehr- und Forschungsbereich Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen, 1991.

[Willimczik] K. Willimczik (Hrsg.): Forschungsmethoden in der Sportwissenschaft - Band 2: Grundkurs Datenerhebung 1.
Limpert Verlag Bad Homburg, 1977.

[Wirhed] R. Wirhed: Sport-Anatomie und Bewegungslehre.
Schattauer Verlag Stuttgart-New York, 1988.