

Entwicklung eines Finite-Elemente-Modells des menschlichen Schädels zur Simulation von Stößen

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Christian Götz
aus Ellwangen (Jagst)

1998

Tag der mündlichen Prüfung: 4. 12. 1998

Dekan:

Erster Berichterstatter:

Zweiter Berichterstatter:

Prof. Dr. Klaus Werner

Prof. Dr. Hanns Ruder

Prof. Dr. Heinz-Dieter Wehner

Inhaltsverzeichnis

Zeichenerklärung	1
1 Einleitung	2
2 Kontinuumsmechanik	6
2.1 Definitionen und Begriffe	6
2.1.1 Spannung (engl.: stress)	6
2.1.2 Verzerrung (engl.: strain)	10
2.1.3 Verzerrungsrate (engl.: strain rate)	14
2.1.4 Energien	14
2.2 Materialgesetze	15
2.2.1 Der HOOKE'sche elastische Körper	15
2.2.2 Die nichtviskose Flüssigkeit	18
2.2.3 Die NEWTON'sche viskose Flüssigkeit	19
2.2.4 Viskoelastizität	21
2.2.5 Elastizität, Hyper- und Hypoelastizität	25
2.2.6 Versagenskriterien und Plastizität	29
3 Die Methode der finiten Elemente	32
3.1 Die Problemstellung	32
3.2 Das RITZ'sche Prinzip	34
3.3 Die Finite-Elemente-Methode	35
3.4 Anwendung der FE-Methode auf die Kontinuumsmechanik	37
3.4.1 Der Spezialfall linear elastische Medien	38
3.4.2 Allgemeiner Fall	38
3.4.3 Die Fragestellung	39
3.4.4 Was stets zu beachten ist	39
3.5 Lösungsprozeduren	41
3.5.1 Lösung von stationären Problemen	42
3.5.2 Bestimmung der Eigenmoden	44
3.5.3 Dynamische Probleme: Methode der Modenüberlagerung	45
3.5.4 Dynamische Probleme: Implizite Methode	46
3.5.5 Dynamische Probleme: Explizite Methode	47
3.5.6 Eine Diskussion: Welche Methode ist die beste?	48
3.6 Verschiedene Elementtypen	50
3.7 Kontaktalgorithmen	55
3.8 Überprüfung der Ergebnisse: Die Energiebetrachtung	56

3.9	Die Funktion der einzelnen Computerprogramme	57
3.10	Weiterführende Formulierungen	58
4	Medizinische Grundlagen	59
4.1	Die Anatomie des Schädels	59
4.1.1	Der knöchernerne Schädel	59
4.2	Charakteristisierung der Kopfverletzungen	64
4.2.1	Die wichtigsten Schäden	64
4.2.2	Der Verletzungsvorgang	65
5	Stand der Forschung	66
5.1	Unfallforschung	66
5.1.1	Das Head Injury Criterion (HIC)	66
5.1.2	Andere Kriterien	68
5.2	Experimentelle Untersuchungen	68
5.2.1	Materialeigenschaften	68
5.2.2	Stoß- und Crasheperimente	70
5.3	Rechnergestützte Simulationen	73
5.3.1	Eigenfrequenzanalysen	73
5.3.2	Stoß- und Crasheperimente	73
6	Die Modellierung	81
6.1	Die Erzeugung der Schädelgeometrie	81
6.1.1	Segmentierung der knöchernen Strukturen	83
6.1.2	Die Programmkombination <i>flatten/smooth</i>	84
6.1.3	Die Methode des <i>Marching Cube</i>	87
6.1.4	Vergleich der beiden Methoden	89
6.1.5	Vollendung der Geometrie mit PATRAN	90
6.2	Vernetzung	91
6.3	Modellierungsprobleme	94
6.4	Postprocessing	95
6.5	Zusammenfassung, Bewertung und Ausblick	96
7	Die Validierung der Modelle	99
7.1	Allgemeine Bemerkungen	99
7.2	Validierung durch Eigenfrequenzanalyse	100
7.3	Validierung durch Stoßexperimente	104
7.3.1	Die Experimente von NAHUM	104
7.3.2	Validierung unseres Modells mit NAHUM	104
7.4	Validierung durch Fallversuche	109
7.4.1	Die Experimente von YANAGIDA	109
7.4.2	Validierung unserer Modelle mit YANAGIDA	110
8	Unfallsimulationen	117
8.1	Die allgemeine Vorgehensweise	117
8.2	Auswahl der Fälle	121
8.3	Der Fall L115/97 der Tübinger Gerichtsmedizin	121

8.3.1	Der Unfallablauf	121
8.3.2	Die geometrische Vermaßung und Erzeugung der FE-Modelle	123
8.3.3	Photogrammetrie	124
8.3.4	Die Mehrkpersimulation	125
8.4	FE-Simulation von Fall L115/97 mit den 2D-Modellen	126
8.4.1	Zweidimensionale Modellierung	126
8.4.2	Wichtigste Ergebnisse der 2D-Simulation	127
8.4.3	Vergleich der 2D-Simulation mit den tatsächlichen Verletzungen	131
8.4.4	Weitere Ergebnisse	131
8.4.5	Parameterstudien	135
8.5	FE-Simulation von Fall L115/97 mit den 3D-Modellen	136
8.5.1	Wichtigste Ergebnisse der 3D-Simulation	137
8.5.2	Vergleich der 3D-Simulation mit den tatsächlichen Verletzungen	141
8.5.3	Der Einfluss der Halsführung	146
8.6	Der Fall Nummer 8 der Münchener Gerichtsmedizin	147
8.6.1	Fallbeschreibung und forensische Rekonstruktion	147
8.6.2	Die Mehrkpersimulation und die Randbedingungen der FE-Simulation	147
8.6.3	Ergebnisse	148
8.6.4	Zusammenfassung	149
9	Zusammenfassung und Ausblick	152
9.1	Zusammenfassung	152
9.2	Ausblick	154
A	Berechnung von Druckgradienten	156
A.1	Der grobe Aufbau der Postprocessing-Routine	156
A.2	Das Verfahren zur Gradientenbestimmung: Das Programm gradient	157
A.2.1	Vorbereitende Arbeiten	157
A.2.2	Formfunktionen	157
A.2.3	Berechnung des Gradienten	158
B	Materialeigenschaften des menschlichen Schädels	161
B.1	Kompakter Knochen	161
B.2	Spongser Knochen	162
B.3	Gemittelte Materialeigenschaften des Knochens	163
B.3.1	Empirische Formeln, die Knochen betreffend	164
B.4	Cerebrospinales Fluid	165
B.5	Hirnmasse	165
B.5.1	Flüssigkeitsmodelle	165
B.5.2	Linear elastische Materialmodelle	165
B.5.3	Viskoelastische Modelle	166
B.5.4	Hyperelastische Modelle	167
B.6	Andere Gehirnstrukturen	167
B.7	Schädelhaut (Außenhaut)	167
B.8	Blut	168
B.9	Vergleichswerte technischer Materialien	168

C	Das Neutral-File-Format	170
C.1	Allgemeine Struktur	170
C.2	Die Eingabe der Geometrie	171
C.2.1	Die Eingabe von Punkten	171
C.2.2	Die Eingabe von Kurven	171
C.2.3	Die Eingabe von Flächen	172
C.2.4	Die Eingabe von räumlichen Körpern	173
C.3	Die Berechnung der Ableitungen im Punktgitter	174
C.3.1	Die Ableitungen an den äußeren Schichten	176
D	Das Matching-Problem	177
D.1	Die Rotation eines dreidimensionalen Körpers	177
D.2	Koordinatenrotation mit der Quaternionenalgebra	180
D.2.1	Quaternionen	180
D.2.2	Vektorrotation mit Quaternionen	181
D.2.3	Anwendung der Quaternionen-Rotationsalgebra auf unseren Fall	182
E	Das Einheitensystem	185
F	Verschiedenes	187
F.1	Zusammenhang zwischen Federkonstante und Elastizitätsmodul	187
F.2	Der Wertebereich der POISSON-Zahl	188
G	Medizinische Fachausdrücke	190
H	Quellcodes	195
H.1	Die Geometrieerzeugungsprogramme <code>flatten/smooth</code>	195
H.1.1	Das Shellsript <code>flatten</code>	195
H.1.2	Teilprogramme von <code>flatten</code>	198
H.1.3	Das wichtigste Teilprogramm von <code>smooth</code>	199
H.2	Umwandlung des ABAQUS-Inputfiles: Das Shellsript <code>abq2expl</code>	202
H.3	Weitere selbstgeschriebene Codes	206
	Literatur	207

Zusammenfassung

In dieser Arbeit soll eine dynamische Computersimulation des Stoßes auf den menschlichen Schädel während eines individuellen Verkehrsunfalles mit Schädel-Hirn-Trauma durchgeführt werden. Der Zweck dieser Simulation ist, die grundlegenden Prinzipien der Verletzungsmechanismen an einem konkreten Fall zu studieren. Hierfür wurde von der Tübinger Gerichtsmedizin, der Hirnforschung, der Neuroradiologie und der Theoretischen Astrophysik ein Verbundprojekt gebildet, in dessen Rahmen diese Dissertation entstand. Von den Projektpartnern wurde ein tödlicher Unfall mit Schädel-Hirn-Trauma, der sich in dieser Zeit im Großraum Tübingen ereignet hatte, ausgewählt. Die Verletzungen wurden dreidimensional mit Hilfe der Photogrammetrie dokumentiert. Von dem Leichenschädel wurde ein Computertomogramm aufgenommen. Im Rahmen dieser Dissertation wurde aus dem CT des Schädels ein Finite-Elemente-Modell erzeugt. Dieses Modell bestand im aufwendigsten Fall aus dreischichtigem Knochenmaterial, Gehirnmasse und den trennenden Membranen *Falx Cerebri* und *Tentorium Cerebelli*. Das Modell wurde zunächst anhand von Experimenten aus der Literatur validiert. Mit diesem Modell wurde dann eine dynamische Rechnung durchgeführt. Die reale Unfallsituation wurde, soweit dies möglich war, forensisch rekonstruiert. Anschließend wurde eine Mehrkörpersimulation des ganzen Unfallvorgangs (Unfallopfer plus eventuelles Unfallfahrzeug) durchgeführt, um realistische Kontaktkräfte und die Kopf-Globalbewegung zu erhalten. Die Kopftrajektorie und die Kontaktkräfte wurden als Randbedingungen für die Finite-Elemente-Simulation benutzt. Aus dieser Simulation erhielten wir den räumlichen und zeitlichen Verlauf von Drücken und Scherspannungen im Gehirn. Diese Resultate konnten mit den tatsächlichen Verletzungen verglichen werden. Es stellte sich bei dem ersten hier vorgestellten Unfall heraus, dass drei Hauptverletzungen ungefähr an den Stellen lagen, an denen auffällige Über- oder Unterdrücke oder hohe Scherspannungen herrschten. Es konnte damit auch gezeigt werden, dass die Verwendung von Membranen sowie die äußere Führung des Kopfes hierfür von entscheidender Bedeutung sind. Ohne diese Führung konnte lediglich der Überdruck an der Aufprallstelle (*Coup*) und der Unterdruck an der gegenüberliegenden Seite (*Contrecoup*) errechnet werden, an der Stelle der dritten Verletzung fand man keine auffälligen mechanischen Belastungen. In einem weiteren hier vorgestellten Fall fanden wir an der Hauptverletzungsstelle ebenfalls einen auffallend hohen Unterdruck. Damit ist es gelungen, reale Unfallsituationen nachzurechnen und die Entstehung der individuellen Verletzungen auf ganz bestimmte mechanische Belastungen zurückzuführen.

Abstract

The aim of this thesis was to perform a dynamic computer simulation of an individual pedestrian accident leading to severe head trauma. This should allow us to better understand the basic injury mechanisms using an individual case. For this reason a compound project was formed by the Tübingen Institutes of Legal Medicine, Brain Research, Neuroradiology and our biomechanics group from Theoretical Astrophysics. The compound partners chose a lethal accident causing a severe head trauma that occurred in the Tübingen area one year ago. The brain lesions were documented three-dimensionally using the photogrammetry technique. Furthermore, a computer tomogram was taken from the skull. The actual work of this thesis was the creation of a finite element model based on these CT data. For this purpose we first segmented the skull structures, developed a surface triangulation scheme and finally generated a volume three-dimensional finite element model using commercially available codes. This model consisted in the most detailed case of a three layered bony structure, brain material and the separating membranes *falx cerebri* and *tentorium cerebelli*. First of all, the model was validated with experiments known from literature. Later a dynamic simulation of the accident was performed with this model. The accident conditions had been reconstructed forensically as far as possible. Next, a multi-body simulation of the whole accident (including victim and accident vehicle) was done in order to get realistic contact forces and the head global movement. The so created head trajectories and rotation forces were taken as boundary conditions for the finite element simulation of the head. As a result of this simulation we got spatial distribution and the time course of shear stress and pressures in the brain. In the first case we presented, it could be shown on comparison of these spatial distributions and time courses to the actual lesions, that the three main lesions were in fact situated near those places where striking positive or negative pressures or high shear stresses occurred. In addition, it could be shown that the use of membranes as well as the external neck boundary conditions are decisive. Without these boundary conditions only the positive pressure at the *coup* and the negative pressures at the *contrecoup* were found, and no correspondence between the third lesion and any mechanical load existed. In the other accident case we presented we also found a high negative pressure at the place where the main lesion occurred. Therefore, the simulation of individual real accidents and the comparison of the lesions with certain mechanical loads were successful.

Zeichenerklärung

Konventionen

Vektoren und Tensoren werden in der Arbeit mit kursiven Fettbuchstaben dargestellt (z.B. \boldsymbol{x} , \boldsymbol{T} , $\boldsymbol{\sigma}$), wenn sie als solche angesprochen werden. Tensoren und Matrizen werden, falls lateinische Buchstaben verwendet werden, mit Großbuchstaben geschrieben.

Beziehe ich mich dagegen auf die Komponenten, verwende ich einfache Kursivschrift: x_i , T_{ij} , σ_{lm} . Quaternionen werden mit der schon von GUTENBERG für seinen Bibeldruck verwendeten Frakturschrift geschrieben (z.B. \mathfrak{q} , \mathfrak{s} , \mathfrak{n}).

Das Vektor-Vektor-Skalarprodukt wird mit einem Punkt bezeichnet (z.B. $\boldsymbol{x} \cdot \boldsymbol{y}$), während alle anderen Produkte, auch Matrix-Vektor-Multiplikationen, ohne Punkt geschrieben werden ($\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$). Das Quaternionenprodukt wird durch einen Stern \star dargestellt (z.B. $\mathfrak{q} \star \mathfrak{p}$).

Ich verwende nur untere Indizes für Vektoren wie Tensoren. Mit oberen Indizes (Superskripte) deute ich andere Eigenschaften an [z.B. ist \boldsymbol{x}^0 der Vektor $\boldsymbol{x}(t=0)$].

Es gilt überall die EINSTEIN'sche Summenkonvention, wenn nicht ausdrücklich anders vermerkt: Über gleiche Indizes wird summiert, und zwar stets von $i = 1 \dots 3$.

Verwendete Abkürzungen

CT	Computertomografie oder Computertomogramm
FE	Finite Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
MKS	Mehrkörpersimulation (engl.: multi body simulation)
NMR	Nuclear Magnetic Resonance (Kernspintomografie)

Kapitel 1

Einleitung

Das Ziel meiner Arbeit war, die Auswirkungen von mechanischen Belastungen auf biologische Materialien zu simulieren. Als Beispiel hierfür diente die Simulation von durch Unfälle hervorgerufenen Stößen auf den menschlichen Kopf. Die Fragestellung war sehr komplex und deshalb nur in interdisziplinärer Zusammenarbeit mit medizinischen, ingenieur- und computerwissenschaftlichen Arbeitsgruppen zu lösen. Diese Vielfalt an Arbeitsgebieten machte dieses Thema für mich als Physiker zu einer reizvollen Aufgabe. Ich konnte mein Fachwissen aus verschiedensten Bereichen wie Mechanik, linearer Algebra, Programmierung in den Verbund einbringen und lernte nebenbei eine Menge über Anatomie, gerichtsmedizinische Hergangsrekonstruktion, Biomechanik und grafische Bildverarbeitung.

Stumpfe Stöße auf den menschlichen Kopf treten insbesondere im Straßenverkehr vielfach auf, etwa bei Auto-Fußgänger-Unfällen oder bei Stürzen von Fahrradfahrern. Bei den meisten tödlichen Verletzungen sind Schädel-Hirn-Verletzungen im Spiel ([13], Bild 13: In 57-67% aller Fälle). Bei Unfällen im Straßenverkehr werden Verletzungen am Kopf am häufigsten (34 %, [13] S.16) als Todesursache genannt. In der Bundesrepublik starben 1975 3973 Fußgänger und 3341 Zweiradfahrer ([13], Bild 3) an den Unfallfolgen. Diese großen Zahlen machen deutlich, warum in diesem Bereich geforscht werden muss.

Eingedenk dessen wurde im Jahre 1993 ein Schwerpunktprogramm des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF) mit dem Thema *Neurotraumatologie und neuropsychologische Rehabilitation* ins Leben gerufen. Im Rahmen dieses Großprojektes gründete das Institut für theoretische Astrophysik den Verbund *Von der Gewebsläsion zum Computermodell – Pathomechanik und Prognose von Schädel-Hirn-Traumata* zusammen mit der Gerichtsmedizin, der Hirnforschung und der Neuroradiologie, alle an der Universität Tübingen.

Um etwas über die Dynamik des Unfallvorgangs herauszufinden, bieten sich – wie immer in der Physik – zwei grundlegende Vorgehensweisen an, nämlich *Experimente* und *theoretische Erwägungen*. Die Experimente kann man in mehrere typische Gruppen einteilen:

Dummy-Versuche: Diese gelten als form- und massenecht, spiegeln aber ansonsten das Verhalten eines realen Menschen nur ungenügend wider. Es können außerdem nur Beschleunigungen und Reaktionskräfte, aber keine dem Menschen vergleichbaren Drücke im Gehirn gemessen werden.

Leichenversuche: Diese sind problematisch, weil die Materialeigenschaften insbesondere von Weichteilen postmortal erheblich von den prämortalen abweichen. Dies liegt insbesondere an ihrem hohen Wassergehalt. Außerdem sind sie ethisch bedenklich.

Tierversuche: Hier gibt es ebenfalls ethische Probleme. Ferner gibt es Skalierungsprobleme: Tiere leben in anderen Größenordnungen, und deshalb haben auch Stoßkräfte und -zeiten ganz andere Auswirkungen auf die Tiere als auf Menschen.

Freiwillige: Mit diesen können natürlich nur harmlose Unfälle simuliert werden.

Auswertung von realen Unfällen: Diese Methode, die ich hier der Einfachheit halber als Experiment bezeichne, erschien uns die vielversprechendste. Im Rahmen des Verbundprojekts sollen reale Unfälle mit Todesfolge morphometrisch vermessen und hinterher nachsimuliert werden.

Die mathematisch-theoretischen Modelle sind wegen des ungeheuren Komplexitätsgrades schnell an ihre Grenzen gestoßen. Seit dem Aufkommen von schnellen Großrechnern mit großem Hauptspeicher und hohem Vektorisierungsgrad bietet sich aber eine neue Arbeitsweise an, nämlich die *Simulation*. Mit ihr kann man praktisch jede Unfallsituation nachstellen. Ethische Probleme kennt man hier nicht. Dennoch gibt es auch schwerwiegende Nachteile:

Computergröße: In den letzten Jahren hat sich die Leistung der Computer zwar atemberaubend verbessert, dennoch stößt man unweigerlich an ihre Grenzen, wenn man kleine biologische Strukturen modellieren möchte.

Materialdaten gibt es in der Literatur zwar in Hülle und Fülle; biologische Materialien sind aber wegen ihres hoch-nichtlinearen Verhaltens noch nirgendwo vollständig vermessen worden, sondern werden je nach Bedarf in gewisser Hinsicht untersucht. Außerdem ist ihr Verhalten stark vom Flüssigkeitsgehalt abhängig (Viskosität!), was das lebende vom toten Gewebe stark unterscheidet. Darüber hinaus gibt es auch starke individuelle Unterschiede in den Eigenschaften. Alles in allem stellen diese Daten den größten Unsicherheitsfaktor in der Simulation dar.

Verifizierung: Simulationsresultate können nicht im strengen physikalischen Sinne validiert werden, man muss hingegen ihr Verhalten anhand ihrer Resultate verifizieren. Als Vergleichsmaßstab dienen in der Regel Leichen- oder Dummyversuche. Diese haben die oben geschilderten Nachteile.

Wir wollten bei unserem Verbundprojekt deshalb unsere Modelle vor allem durch einen Vergleich mit realen Unfällen verifizieren.

Kurz gesagt besteht das Ziel dieser Arbeit darin, eine *kinetisch-dynamische Rekonstruktion des Unfallvorgangs* durchzuführen. Unsere Vorgehensweise lässt sich wie folgt zusammenfassen:

- Aufbau eines geometrisch einfachen Finite-Elemente-Modells auf der Grundlage von Computertomografie- (CT-)Daten eines Menschen
- Mehrkörpersimulation des Unfallablaufs, wie sie aus dem Unfallprotokoll rekonstruiert werden kann
- Die Trajektorie des Kopfansatzes und die Kontaktkräfte mit dem Kopf, wie sie im Mehrkörpersystem simuliert wurden, dienen als Randbedingung für mein Finite-Elemente-Modell.
- Mit der Methode der finiten Elemente werden Beschleunigungen, Drücke und Druckgradienten im Kopf bestimmt.

- Diese Messgrößen werden mit den von den Verbundpartnern erhobenen morphologischen Daten verglichen und damit verifiziert.

Damit sollen die grundlegenden verletzungsauslösenden Mechanismen genauer bestimmt werden. Dieses Verständnis ist die Voraussetzung für weitere Forschung. Für die Zukunft ergeben sich daraus vielfältige Anwendungsperspektiven:

- Zusätzliches Diagnosemittel in der Neurotraumatologie
- Hilfsmittel zur Beweisfindung in der Gerichtsmedizin
- Verbesserte Konstruktion von Fahrrad- und Motorradhelmen, da diese direkt mit dem Finite-Elemente-Modell mitgerechnet und damit simulativ getestet werden können. Dies führt zu besseren Unfallschutzmaßnahmen.

Folgende Einschränkungen sind für das Modell gemacht worden:

- Es sollen keine Schädelfrakturen simuliert werden. Dies würde einen außerordentlichen Mehraufwand bedeuten.
- Das Modell soll zwar auf der individuellen Schädelanatomie basieren, insgesamt aber eher zu einfach als zu kompliziert modelliert werden. Damit werden die Ergebnisse sicherlich nicht so detailliert, aber dafür wird das Modell dadurch besser handhabbar, und oft sind die Aussagen eines einfacheren Modells grundlegender und damit auch richtiger als die eines komplizierten.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut:

- In den Kapiteln 2-5 wird das Hintergrundwissen besprochen, die Kapitel 6-9 befassen sich mit meinem eigentlichen Teil der Arbeit.

Das Hintergrundwissen teilt sich dabei in folgende Kapitel:

- In Kapitel 2 gebe ich einen Überblick über die Theorie der Kontinuumsmechanik. Viele Fachbegriffe, die in dieser Arbeit verwendet werden, werden hier erläutert. Dieses Kapitel richtet sich an all diejenigen, die wie ich während ihres Studiums keine Vorlesung über Kontinuumsmechanik hören konnten.
- In Kapitel 3 beleuchte ich die Theorie der finiten Elemente. Ausgehend von einer Betrachtung allgemeiner Art gehe ich dann über auf die Anwendung in der Kontinuumsmechanik mit Schwerpunkt auf expliziter Dynamik und Kontaktmodellierung. Es richtet sich an die Leser ohne oder mit geringer Vorbildung auf diesem Gebiet.
- Kapitel 4 beschreibt die wichtigsten anatomischen Grundlagen des menschlichen Schädels sowie die Unfallmechanismen aus medizinischer Sicht. Es richtet sich an alle Leser ohne medizinische Hintergrundbildung.
- In Kapitel 5 wird der Stand der Forschung in der Literatur besprochen. Das Kapitel umfasst den Stand der Unfallforschung mit den traumatologischen Kriterien (HIC); Messungen von Materialeigenschaften, Stoß- und Fallexperimente sowie Computersimulationen anderer Autoren werden beschrieben.

Diese Kapitel sind alle weitgehend unabhängig voneinander und können auch für sich betrachtet oder übersprungen werden.

Der eigentliche Teil meiner Arbeit wird in den übrigen Kapiteln beschrieben:

- In Kapitel 6 geht es um den Aufbau der Modelle. Hier wird der Weg vom Computertomogramm zum fertigen Finite-Elemente-Modell beschrieben.
- In Kapitel 7 werden die Modelle mit bekannten Experimenten validiert. Drücke, Beschleunigungen und Reaktionskräfte, die in den Experimenten gemessen wurden, sollen hier in der Simulation reproduziert werden. Dadurch erlangen die Modelle ihre Glaubwürdigkeit.
- In Kapitel 8 schließlich werden mit diesen Modelle Unfälle rekonstruiert. Zunächst wird die allgemeine Vorgehensweise beschrieben; dann kommt eine genaue Schilderung des Unfallablaufs aus gerichtsmedizinischer Sicht, der sich die Simulation und schließlich der Vergleich beider Ergebnisse anschließt.
- Im Kapitel 9 gebe ich neben einer Zusammenfassung der Ergebnisse auch einen Ausblick auf mögliche Weiterentwicklungen des Modells.

Diesem allem schließt sich ein umfangreicher Anhang an, in dem verschiedene technische Aspekte genauer beleuchtet werden:

- Anhang A beschreibt einen Algorithmus zur Berechnung von Druckgradienten und erklärt daran die Methode der Finiten Elemente.
- In Anhang B sind die Materialeigenschaften des menschlichen Schädels zusammengestellt, wie sie aus der Literatur zusammengetragen worden sind.
- In Anhang C wird das PATRAN-Neutral-File-Format und die Erzeugung von kubischen Flächen beschrieben. Auf diese Weise wird die Modellgeometrie in den Präprozessor eingegeben.
- Anhang D beschreibt das *Matching*-Problem: Um die medizinischen Befunde mit den Simulationsergebnissen zu vergleichen, müssen die verschiedenen Koordinatensysteme aufeinander abgebildet werden. Der Algorithmus hierfür wird in diesem Kapitel beschrieben.
- In Anhang E werden einige Worte zum Thema Skalierung und Einheiten verloren.
- In Anhang F sind kleinere physikalische Beweise zusammengestellt.
- In Anhang G findet man eine alphabetisch geordnete Stichwortsammlung medizinischer Fachbegriffe.
- In Anhang H stehen einige Quellcodes von selbstgeschriebenen Programmen. Wegen der großen Menge konnten nicht alle in voller Ausführlichkeit abgedruckt werden.

Kapitel 2

Kontinuumsmechanik

Die Kontinuumsmechanik ist die *Mechanik der deformierbaren Medien*. Im Gegensatz dazu steht die Mechanik der starren Körper. Letztere kann man durch 6 Koordinaten eindeutig beschreiben (Position und Orientierung im Raum). In der Kontinuumsmechanik können die Körper sich dagegen noch beliebig deformieren. Jetzt reichen diese 6 Koordinaten bei weitem nicht mehr aus; es muss die Position von unendlich vielen Massepunkten im Körper angegeben werden. Von daher ist man um Vereinfachungen bemüht. Man führt charakteristische kontinuierliche Größen ein, die im Folgenden erläutert werden sollen.

2.1 Definitionen und Begriffe

Es gibt in der Kontinuumsmechanik drei grundlegende Begriffe, mit deren Hilfe man das Verhalten der meisten Materialien beschreiben kann: *Spannung*, *Verzerrung* und *Verzerrungsrate*.

2.1.1 Spannung (engl.: stress)

Bei Flüssigkeiten wirkt auf die einzelnen Teilchen ein *allseitiger Druck*, der als Kraft pro Fläche definiert ist. Diese Näherung gilt bei Festkörpern überhaupt nicht. Auf jedes kleine Flächenelement ΔS eines kleinen Teilkörpers S wirkt im Festkörper eine Kraft in eine bestimmte Richtung (Abb. 2.1). Diese Größe wird als *Spannung* bezeichnet.

Die Spannung soll zunächst also als Vektor definiert werden. Ihre Richtung ist die der Kraft. Man muss aber zusätzlich noch angeben, bezüglich welcher wie orientierter Einheitsfläche gemessen wird; und dazu wird die Normalenrichtung ν der Fläche angegeben (Abb. 2.1). Die Spannung hat ein positives Vorzeichen bei Zugkräften, ein negatives bei Druckkräften. Man definiert also

$$\mathbf{T}^\nu = \frac{d\mathbf{F}}{dS} \quad (2.1)$$

Um diese begrifflichen Schwierigkeiten zu umgehen, definiert man die Spannung zumeist als *Tensor zweiter Stufe (Spannungstensor)*

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{dF_i}{dS_j}. \quad (2.2)$$

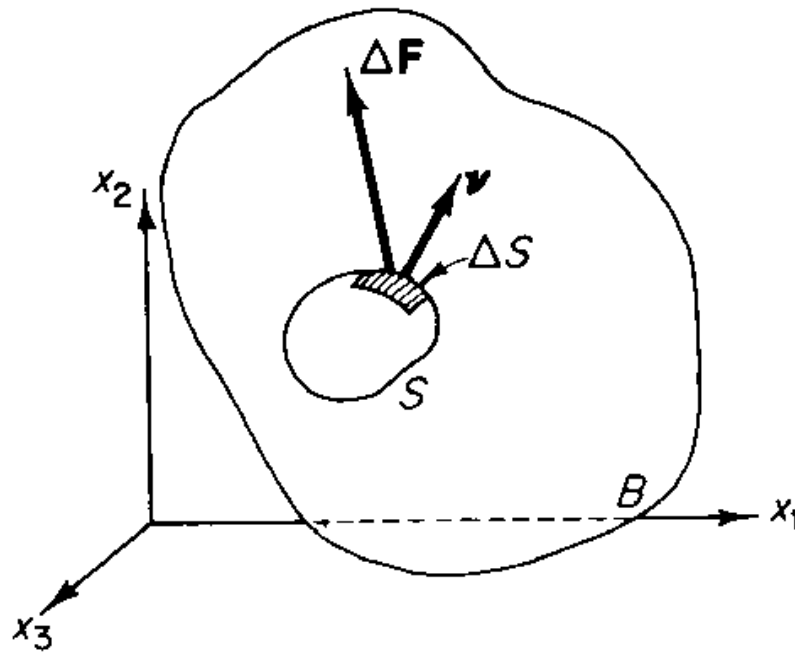


Abbildung 2.1: Definition des Spannungsvektors. $\Delta \mathbf{F}$ gibt den Kraftvektor an, ν den Normalenvektor auf die Fläche ΔS . S stellt den Teilkörper des Gesamtgebildes B dar. Das Bild ist entnommen von [43], §2.2.

Zur Veranschaulichung stelle man sich einen infinitesimalen Quader in dem Körper vor, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen orientiert sind (Abb. 2.2). Im ganzen infinitesimalen Quader wirkt dann die gleiche Kraft. Die Komponenten σ_{ij} stellen die Kraftkomponente in i -Richtung dar, die auf der Fläche mit Normalenrichtung j wirkt. Man bezeichnet die Diagonalelemente als *Normalspannungen* (*normal stresses*), die Nichtdiagonalelemente als *Scherspannungen* (*shear stresses*).

Der Spannungstensor ist immer symmetrisch. Dies erscheint auf den ersten Blick ein wenig überraschend, besagt dies doch, dass die Kraft in j -Richtung auf die Fläche mit Normalenrichtung i genauso groß ist wie die Kraft in i -Richtung auf die Fläche mit Normalenrichtung j . Dies liegt am *Momentengleichgewicht* ([38], Bd.III, S.102): Im Gleichgewichtszustand ist das Moment, das auf eine Ecke des Quaders von einer Seite wirkt, genauso groß wie das Moment, das von einer anderen Seite auf diese Ecke wirkt (Abb. 2.3). In jeder Ecke ergeben paarweise ein Seitenvektor und eine Kraftkomponente genau eine Momentenkomponente, die einander entgegengerichtet sind ($\mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 = -\mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2$). Da bei Quadern alle \mathbf{r}_i (die Seiten) stets senkrecht aufeinander stehen und alle Seiten gleich lang sind, müssen die Beträge von \mathbf{F}_i gleich sein.

Aufgrund seiner Symmetrie lässt sich der Spannungstensor auch immer diagonalisieren; anschaulich gesprochen findet man immer ein Koordinatensystem, in dem die Scherspannungen verschwinden. Die drei Spannungen werden in diesem System als *Hauptspannungen*, ihre Richtungen als *Hauptspannungsrichtungen* bezeichnet. Mathematisch gesehen sind die Hauptspannungen die Eigenwerte des Spannungstensors, die Hauptspannungsrichtungen die Eigenvektoren.

Da \mathbf{F} und der Normalenvektor der Fläche Vektoren sind, folgt die Tensoreigenschaft für σ automatisch

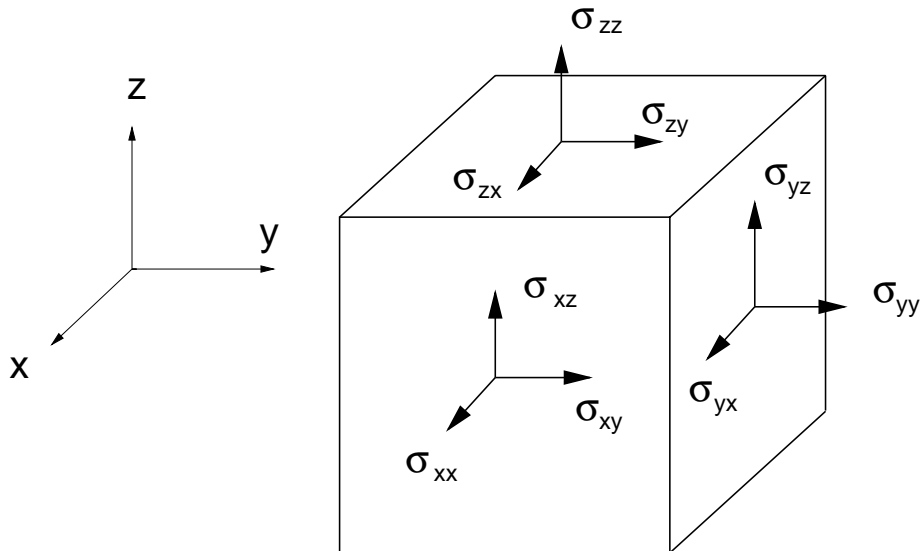


Abbildung 2.2: Veranschaulichung des Spannungstensors (aus [120])

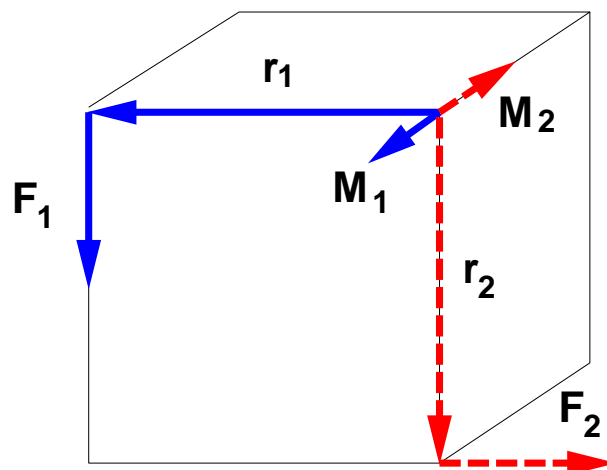


Abbildung 2.3: Das Momentengleichgewicht: Jeweils paarweise kombinieren sich Hebelarm und Kraft so, dass das resultierende Moment an jeder Ecke sich gegenseitig aufhebt.

(es wird hier wie in der gesamten Arbeit die EINSTEIN'sche Summenkonvention verwendet):

$$\sigma'_{km} = \beta_{kj}\beta_{mi}\sigma_{ji} \quad (2.3)$$

wobei β_{ij} der metrische Tensor ist.

Der Spannungstensor (2.2) und der Spannungsvektor (2.1) hängen über die CAUCHY-Formel zusammen (ν_i seien die Komponenten des Flächennormalen-Einheitsvektors ν)

$$T_j^\nu = \nu_i \sigma_{ij} \quad (2.4)$$

2.1.1.1 Skalare Größen

Da man in der Praxis gerne mit skalaren Größen operiert, gibt es bei der Spannung auch eine Reihe von charakteristischen skalaren Größen, die für die verschiedensten Zwecke gebraucht werden. Natürlich kommen nur solche skalaren Größen in Frage, die bei einer Koordinatentransformation unverändert bleiben. Ich möchte sie hier kurz aufzählen:

Die drei Invarianten, also die Vorfaktoren des charakteristischen Polynoms des Spannungstensors $\lambda^3 + I_1\lambda^2 + I_2\lambda - I_3 = 0$, sind:

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_{ii} \quad (\text{Spur von } \boldsymbol{\sigma}) \\ I_2 &= \frac{1}{2}(\sigma_{ii}\sigma_{jj} - \sigma_{ij}\sigma_{ji}) \quad (\text{zweite Invariante}) \\ I_3 &= \det(\boldsymbol{\sigma}) \quad (\text{Determinante des Spannungstensors}) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Die drei Eigenwerte des Spannungstensors sind die Hauptspannungen: Ich bezeichne sie mit nur einem (römischen) Index ($\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$). Konvention ist, die Hauptspannungen der Größe nach zu ordnen. Aus den obigen Gleichungen folgt

$$\begin{aligned} I_1 &= \sigma_I + \sigma_{II} + \sigma_{III} \\ I_2 &= \sigma_I\sigma_{II} + \sigma_{II}\sigma_{III} + \sigma_{III}\sigma_I \\ I_3 &= \sigma_I\sigma_{II}\sigma_{III} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Kombinationen dieser Invarianten :

1. Der **hydrostatische Druck** ist das $(-1/3)$ -fache von $I_1 = Sp(\boldsymbol{\sigma})$. Er ist also betraglich der Mittelwert der Hauptspannungen. Das negative Vorzeichen rührt daher, dass Kompression (negative Spannung) einem positiven Druck entspricht.
2. Die **TRESCA-Vergleichsspannung** ist die Differenz zwischen der größten und der kleinsten Hauptspannung:

$$\sigma_{Tr} = \sigma_{III} - \sigma_I \quad (2.7)$$

3. Die **VON-MISES-Vergleichsspannung** ist definiert als

$$\begin{aligned} \sigma_{VM} &= \sqrt{I_1^2 - 3I_2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_I - \sigma_{II})^2 + (\sigma_{II} - \sigma_{III})^2 + (\sigma_{III} - \sigma_I)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{yz}^2 + \sigma_{xz}^2)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Auf die praktische Bedeutung dieser skalaren Größen gehe ich später ein.

Die physikalische Dimension aller Spannungsgrößen ist die eines Drucks, also Kraft pro Fläche. In SI-Einheiten verwendet man $1Pa = 1N/m^2$ (*Pascal*).

2.1.2 Verzerrung (engl.: strain)

Ein weiteres Maß zur Beschreibung des Zustandes des Festkörpers ist die **Streckung** (engl.: *stretch*). Mit ihr wird ausgedrückt, um welchen Faktor das Material gegenüber seiner Ruhelage auseinandergezogen oder zusammengedrückt ist. Die Streckung ist dimensionslos, weil sie als Verhältnis zweier Längen definiert wird:

$$\lambda := \frac{L}{L_0} \quad (2.9)$$

Mit L_0 ist die ursprüngliche Länge, mit L die Länge nach der Dehnung bzw. Kompression gemeint. Bei einem unverzerrten Körper hat die Streckung den Wert 1.

Weitaus häufiger als die Streckung wird in der technischen Mechanik jedoch der Begriff der **Verzerrung** (engl.: *strain*) gebraucht. Die Verzerrung stellt – ebenso dimensionslos – die prozentuale Auslenkung aus der Ruhelage dar. Bei einem unverzerrten Körper soll sie also 0 sein. Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Verzerrung zu definieren. Die gängigsten sind ([1], §1.4.2):

$$\text{Nominalverzerrung (Biot-Verzerrung): } \varepsilon_{nom} = \lambda - 1 = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.10)$$

$$\text{Logarithmische Verzerrung: } \varepsilon_{log} = \ln \lambda = \ln \frac{L}{L_0} \quad (2.11)$$

$$\text{GREEN'sche Verzerrung: } \varepsilon_{Green} = \frac{1}{2} (\lambda^2 - 1) \quad (2.12)$$

Wenn $L = 2$, $L_0 = 1$ ist, dann ist $\varepsilon_{nom} = 1$, $\varepsilon_{log} = 0,69$, $\varepsilon_{Green} = 1,5$. Wenn dagegen $L = 1,01$, $L_0 = 1$ ist, dann ist $\varepsilon_{nom} = 0,01$, $\varepsilon_{log} = 0,0099$, $\varepsilon_{Green} = 0,01005$. Man sieht also, dass für kleine Verzerrungen (hier: 1 %) die drei Verzerrungsmaße nahezu dasselbe ergeben. Bei größeren Verzerrungen hingegen muss man klarmachen, auf welches Verzerrungsmaß man sich bezieht. In meiner Arbeit beziehe ich mich stets auf die Nominalverzerrung und bezeichne diese kurz mit ε , wenn nicht explizit anders angegeben.

Es gibt auch ein Maß, das die Verschiebung eines Körperpunktes aus der Ruhelage absolut anzeigt, also mit den Dimensionen einer Länge. Es wird als **Verschiebung** (engl.: *displacement*) bezeichnet und meist u genannt:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^0) = \mathbf{x}(\mathbf{x}^0) - \mathbf{x}^0 \quad (2.13)$$

\mathbf{x}^0 ist hierbei die Ursprungslage des Punktes, \mathbf{x} die Endlage.

In der bisherigen Erörterung ging ich von einer Dimension aus. In drei Dimensionen gibt es aber neben der Kompression und Zugverzerrung auch noch Scherverzerrungen, also seitliche Verschiebungen und Verdrillungen (Abb. 2.4). Ein Maß für eine Scherverzerrung ist der Verzerrungswinkel α , für den gilt: $\tan \alpha = u_1/x_2$ bzw. $\tan \beta = u_2/x_1$ (Abb. 2.5).

Analog zum Spannungstensor kann man auch einen Verzerrungstensor definieren. Man definiert ihn aus der skalaren Gleichung der Abstandsquadrate von zwei benachbarten Punkten vor und nach der Verzerrung (ds^0 bzw. ds):

$$ds^2 - (ds^0)^2 = 2e_{ij}dx_i dx_j \quad (2.14)$$

Da diese Größen skalar sind, folgt die Tensoreigenschaft für e analog zu Glg. (2.3) damit automatisch.

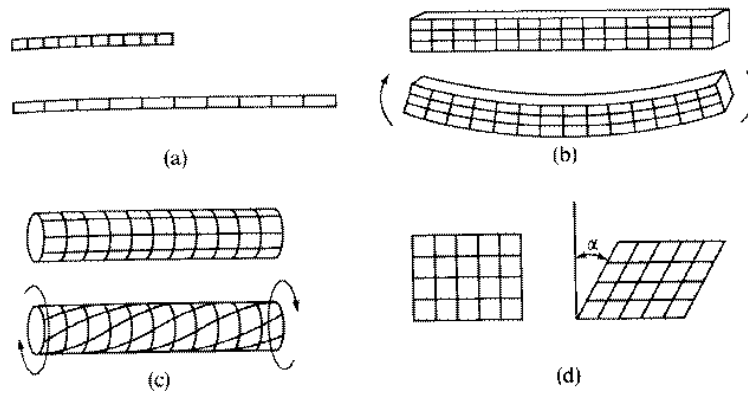


Abbildung 2.4: Mögliche Verzerrungsformen in 3 Dimensionen: (a) Einfache Dehnung, (b) Verbiegung, (c) Verdrillung, (d) Scherung. Das Bild ist entnommen aus [43], §2.3.

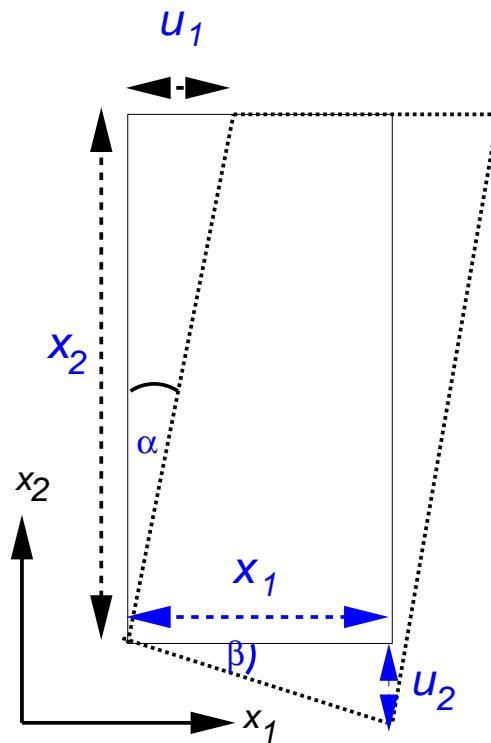


Abbildung 2.5: Bei der Scherverzerrung gilt: $\tan \alpha = u_1/x_2$ bzw. $\tan \beta = u_2/x_1$. Der Originalkörper ist mit durchgezogenen, der verzerrte mit gestrichelten Linien dargestellt. In diesem Fall, wo $u_2 < 0$ ist, wäre $\beta < 0$.

In Koordinatenschreibweise sieht e so aus ([43], §2.3, δ_{ij} ist das Kronecker-Delta):

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\delta_{ij} - \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial x_\alpha^0}{\partial x_i} \frac{\partial x_\beta^0}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} \right) \quad (2.15)$$

Man nennt diesen Tensor den *ALMANSI-Verzerrungstensor*.

Wenn es sich um infinitesimale Verzerrungen handelt, kann man in erster Ordnung rechnen. Es gilt dann die Näherung

$$\frac{\partial u_m}{\partial x_j} \frac{\partial u_m}{\partial x_i} \ll \frac{\partial u_m}{\partial x_j}. \quad (2.16)$$

Setzt man dies in den finiten Verzerrungstensor ein, so entsteht der *CAUCHY'sche infinitesimale Verzerrungstensor*.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.17)$$

Er besitzt ebenso die Tensoreigenschaft und ist – wie man an seiner Struktur sofort erkennt – ebenfalls symmetrisch.

In der Praxis spricht man einfach vom Verzerrungstensor und bezieht sich zumeist auf den infinitesimalen. Auch in meiner Arbeit werde ich das so handhaben. Für die meisten praktischen Anwendungen ist dieser auch eine ausreichend gute Näherung, in etwa, wenn die Verzerrung nicht mehr als 10 % beträgt.

2.1.2.1 Zur Notation

Oft wird in technischen Mechanikbüchern die Größe γ_{ij} definiert:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.18)$$

Es wird hiermit nicht der ganze Tensor bezeichnet, sondern nur die Schubverzerrungen. Der Verzerrungstensor lautet dann in Matrixschreibweise

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Man beachte also insbesondere, dass für die Nichtdiagonalelemente gilt

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\gamma_{ij} \quad (2.20)$$

Der Faktor $\frac{1}{2}$ darf nicht vergessen werden!

2.1.2.2 Anschauliche Deutung

Für die Diagonalelemente des Verzerrungstensors gilt:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \frac{x_i - x_i^0}{x_i}$$

was in der infinitesimalen Näherung der Nominalverzerrung entspricht:

$$\cong \frac{x_i - x_i^0}{x_i^0} = \varepsilon_{nom}$$

Bei den Nichtdiagonalelementen erkennen wir eine Mischform aus den beiden Kombinationen von

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} (\tan \alpha + \tan \beta) = \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

in der infinitesimalen Näherung ($\alpha \approx \tan \alpha$): Es handelt sich also um die halbe Winkelveränderung des ursprünglich rechten Winkels.

Eine andere Größe ist der sogenannte **infinitesimale Rotationstensor** ω_{ij} bzw. sein dualer **infinitesimaler Rotationsvektor** ω_i :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega} &= \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u} \\ \text{z.B. } \omega_3 &= \omega_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Auch für diesen Vektor gibt es eine anschauliche Deutung: $\omega_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) = \frac{1}{2} (\beta - \alpha)$ in erster Ordnung. Im Fall einer Starrkörperrotation, d.h. wenn der Körper sich nur dreht und nicht verzerrt, ist (vgl. Abb. 2.4) $\beta = -\alpha$, und $\frac{1}{2} (\beta - \alpha) = \beta$ genau der Starrkörper-Drehwinkel ([42], §4.3f). Die Richtung des Rotationsvektors ist die Drehachse. Der Rotationstensor plus die Einheitsmatrix ergibt die Rotationsmatrix. *Wichtig*: Dieser einfache Zusammenhang gilt nur für infinitesimale Drehungen!

2.1.2.3 Zusammenhang zwischen Verzerrung und Verschiebung

Wenn man die Verschiebung nach den Koordinatenachsen entwickelt, ergibt sich

$$\begin{aligned} du_i &= \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dx_j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dx_j \\ &= \varepsilon_{ij} dx_j - \omega_{ij} dx_j \end{aligned} \quad (2.22)$$

Die Verschiebung selbst

$$u_i = \int_V (\varepsilon_{ij} - \omega_{ij}) dx_j + u_i^0 \quad (2.23)$$

setzt sich also zusammen aus Verzerrung, Starrkörperrotation und Starrkörpertranslation (u_i^0).

2.1.2.4 Skalare Größen

Auch bei den Verzerrungen gibt man gerne skalare Größen an, die analog wie bei den Spannungen definiert sind. Am wichtigsten sind hier die *Hauptverzerrungen* (*principal strains*), also die Eigenwerte des Verzerrungstensors.

Die Spur von $\boldsymbol{\varepsilon}$ wird als **Volumenverzerrung** (ε_V) bezeichnet:

$$\varepsilon_V = Sp(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_{ii} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \quad (2.24)$$

Dieser Name wird in erster Näherung gerechtfertigt durch folgende Ableitung:

$$\begin{aligned}\varepsilon_V &= \frac{dV}{V} = \frac{(l_1 + dl_1)(l_2 + dl_2)(l_3 + dl_3) - l_1 l_2 l_3}{l_1 l_2 l_3} \\ &\cong \frac{(dl_1 l_2 l_3 + dl_2 l_1 l_3 + dl_3 l_1 l_2)}{l_1 l_2 l_3} = \frac{dl_1}{l_1} + \frac{dl_2}{l_2} + \frac{dl_3}{l_3} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}\end{aligned}\quad (2.25)$$

2.1.3 Verzerrungsrate (engl.: strain rate)

Der **Verzerrungsraten-Tensor** ist definiert als:

$$V_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.26)$$

$v_i(x_1, x_2, x_3)$ ist jetzt die Verschiebungsgeschwindigkeit eines Massenpunktes. Es ist klar, dass diese Größe vor allem bei Flüssigkeiten oder Stoffen mit fließenden Eigenschaften wichtig sein wird. Im Fall von infinitesimalen Verzerrungen gilt $V_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}$, nicht jedoch bei finiten Verzerrungen {[42], §16.6(12)}.

2.1.4 Energien

In der Kontinuumsmechanik muss der erste Hauptsatz der Thermodynamik erfüllt sein {[129], (2.75)}:

$$-dQ + dW^a = dW^{inn} + dW^{kin} + dW^{Lage} \quad (2.27)$$

Die Summe der Änderungen von innerer, kinetischer und Lage-Energie ist genauso groß wie die Differenz aus äußerer Energie und der Wärmeverlust. Die einzelnen Energieformen lassen sich auf folgende Weise beschreiben:

- Bei der Verformung der Körper wird die dazu nötige Energie als **Formänderungsenergie** gespeichert (oft auch *Verzerrungsenergie*, engl. *strain energy* genannt). Dies ist die innere Energie W^{inn} . Ihr genaues mathematisches Aussehen ist materialabhängig; es wird unten für die verschiedenen Materialgesetze einzeln abgeleitet.
- Äußere Kräfte leisten an den Körpern *äußere Energie*. Man teilt diese ein in *Volumen-* und *Oberflächenkräfte*. Ihre Energien sind dann

$$dW^a = u_i^V p_i^V dV + u_i^O p_i^O dO \quad (2.28)$$

p^V ist die Volumenkraftdichte, p^O die Oberflächenkraftdichte.

- Bei dynamischen Vorgängen muss außerdem die kinetische Energie der Körper betrachtet werden. Diese schließt natürlich die Starrkörperbewegung des gesamten Körpers mit ein. Sie berechnet sich aus (ρ ist die Dichte)

$$dW^{kin} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} u_i dV \quad (2.29)$$

- Die Lageenergie der einzelnen Teilchen spielt unter der Gravitation natürlich auch eine Rolle. Meist wird jedoch die Gravitation als äußere Kraft (mit umgekehrtem Vorzeichen) verstanden, deshalb berücksichtige ich sie bei dieser Diskussion nicht weiter.
- Verlustenergien dQ : Bei zahlreichen Verformungsarten treten Energieverluste auf, bei denen die Energie in Wärme übergeht. Je nach Vorgangsweise unterscheidet man *plastische Deformationsenergie*, *Bruchenergie*, *viskose Verluste*, *Reibung*.

Manchmal wird Glg. (2.27) auch dargestellt durch

$$dE^{tot} = dW^{inn} + dW^{kin} + dW^{Lage} + dQ - dW^a = 0 \quad (2.30)$$

indem eine sogenannte *totale Energie* E^{tot} eingeführt wird, die während der gesamten Bewegung konstant bleibt ([1], Glg. 1.5.6-4).

2.2 Materialgesetze

Mit den Definitionen aus Abschnitt 2.1 lassen sich nun Materialgleichungen aufstellen. Die meisten technischen Materialien (Luft, Wasser, Metalle) lassen sich in ausreichender Näherung als viskos oder linear elastisch beschreiben. Für die meisten biologischen Materialien geht dies jedoch nicht so einfach. Es müssen kombinierte Materialmodelle aus diesen beiden Grenzfällen angenommen werden, vor allem viskoelastische und hyperelastische. Allen Materialien wiederum ist gemeinsam, dass beim Überschreiten einer bestimmten Grenzspannung sich das Verhalten dramatisch ändert, sei es dass plastische Verformungen eintreten, die nicht mehr rückgängig gemacht werden können, oder sei es dass das Material bricht.

Zudem kommt für jedes Material noch ein temperaturabhängiger Term hinzu: Materialien dehnen sich mit steigender Temperatur in der Regel aus. Da dies bei meiner Arbeit jedoch keine Rolle spielt, lasse ich diese Terme konsequent weg.

In diesem Abschnitt werden für die verschiedenen Materialklassen die *Materialgleichungen* (engl.: *constitutive equations*) abgeleitet.

2.2.1 Der HOOKE'sche elastische Körper

Unter einem HOOKE'schen elastischen Körper versteht man einen Körper, der dem HOOKE'schen Gesetz gehorcht. Man nennt diese Körper auch *linear elastisch*. Für diese Körper gelten drei Sätze ([42], §1.1):

1. Ein kontinuierlicher Körper bleibt auch unter äußeren Spannungen kontinuierlich.
2. Es gibt einen spannungsfreien Ausgangszustand, zu dem der Körper zurückkehrt, wenn die äußere Spannung weggenommen wird.

3. HOOKE'sches Gesetz (1678, [42], S.1): *UT TENSIO SIC VIS*
 oder modern ausgedrückt: *Der Spannungstensor ist proportional zum Verzerrungstensor.*

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2.31)$$

Der Spannungstensor hängt also nicht von der Verzerrungsrate und auch nicht von der Vorgeschichte ab. Es gibt keine Hysterese. Es ist klar, dass alle Materialien dieser Welt diese drei Eigenschaften höchstens in gewissen eingeschränkten Spannungsbereichen erfüllen. Harte biologische Materialien wie Knochen können mit dem linear elastischen Modell in guter Näherung beschrieben werden.

C_{ijkl} heißt **konstanter Elastizitätstensor** und ist ein Tensor 4.Stufe, das heißt er hat $3^4 = 81$ Einträge!

Diese 81 Einträge sind aber nicht alle unabhängig voneinander. Aufgrund der Symmetrie von σ und ε folgt diese Eigenschaft in den vorderen und hinteren Indizes auch für C . Wenn man zusätzlich noch *Isotropie* für das Material annimmt, das Material sich also in allen beliebigen Raumrichtungen gleich verhalten soll, muss C unabhängig von Koordinatensystem-Rotationen werden. Wenn das Material außerdem noch *homogen* ist, also auch invariant gegenüber Translationen, ist der Tensor C nicht mehr vom Ort abhängig, sondern überall im Material gleich. Er reduziert sich dann auf die 2 sogenannten LAMÉ-Konstanten λ und μ ([17], §6.4.1):

$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (2.32)$$

δ_{ij} ist das Kroneckersymbol. Das HOOKE'sche Gesetz lautet dann kurz:

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{ll}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \quad (2.33)$$

Die beiden Konstanten haben (ebenso wie alle Einträge des Elastizitätstensors) die Einheit eines Druckes. Die beiden LAMÉ-Konstanten werden in der technischen Mechanik zumeist durch die technischen Größen E, ν, G, K ausgedrückt, wobei nur jeweils 2 Konstanten unabhängig voneinander sind. E heißt *Elastizitätsmodul (E-Modul, YOUNG-Modul)*, ν *Querkontraktionszahl oder POISSON-Verhältnis*, G ist das *Schermodul* und K das *Kompressionsmodul*.

Die Umrechnung der LAMÉ-Konstanten in die technischen Konstanten sowie deren Abhängigkeiten untereinander sind hier zusammengefasst:

$$\begin{aligned} \mu &= G \\ \lambda &= \frac{2G\nu}{1-2\nu} = \frac{G(E-2G)}{3G-E} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ E &= \frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu} = \frac{\lambda(1+\nu)(1-2\nu)}{\nu} = 2G(1+\nu) = \frac{9GK}{G+3K} \\ \nu &= \frac{\lambda}{2(1+\mu)} = \frac{\lambda}{(3K-\lambda)} = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{3K-2G}{2(G+3K)} \\ G &= \mu = \frac{\lambda(1-2\nu)}{2\nu} = \frac{E}{2(1+\nu)} \\ K &= \lambda + \frac{2}{3}\mu = \frac{EG}{9G-3E} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Diese Formeln sind zusammengestellt aus {[43], §2.8 (5)} und {[38], S.112}. Mit den technischen Konstanten schreibt sich das HOOKE'sche Gesetz dann folgendermaßen:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] \\ &\text{oder in Komponenten ergibt sich die sehr schlüssige Darstellung} \\ \varepsilon_{xx} &= \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1 + \nu}{E}\sigma_{xy} = \frac{1}{2G}\sigma_{xy}\end{aligned}\tag{2.35}$$

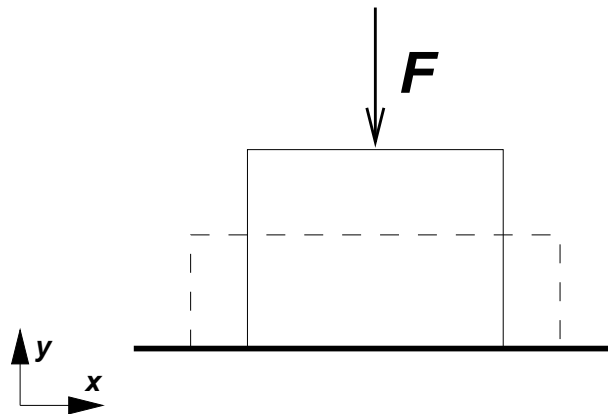


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung der Querkontraktion. Eine Kompressionskraft in y -Richtung bewirkt außer der Kompression in y -Richtung zusätzlich noch eine Dehnung in die anderen Raumrichtungen.

und entsprechend für die Komponenten in den übrigen Raumrichtungen. Aus dieser Darstellung kann man die Bedeutung der einzelnen Konstanten schön ablesen:

- E bezeichnet das Dehnungs- oder Kompressionsmodul. Wenn $\nu = 0$ ist, ist E einfach die Proportionalitätskonstante zwischen den Diagonaltermen von σ und ϵ . Wirkt die doppelte Spannung im Körper in eine bestimmte Richtung, wird er auch doppelt soweit gedehnt bzw. komprimiert. Die Verwandtschaft von E zu der Federkonstanten einer einfachen Feder ist offensichtlich. Im Anhang F.1 wird die einfache Federgleichung aus dieser Formulierung abgeleitet. Die Dimension von E ist die Einheit eines Drucks, also $Pa = N/m$.
- ν ist die Querkontraktionszahl. Eine Kraft, die in x -Richtung wirkt, verzerrt den Körper in der Regel auch in y - und z -Richtung (s.Abb. 2.6). ν ist eine dimensionslose Zahl, sie gibt das Verhältnis von Quer- zur Längsdehnung an. Der Wertebereich von ν ist beschränkt. Der minimale Wert $\nu = 0$ beschreibt einen Körper ohne Querdehnung, der maximale Wert $\nu = 0,5$ (in 3 Dimensionen) beschreibt einen vollständig inkompressiblen Körper (s.Anhang F.2).
- G ist das Schermodul. Es beschreibt das Verhältnis aus Schubspannung und Schubverzerrung. Man beachte hierbei wieder den Faktor 2 aus Glg. (2.20). So gilt also etwa

$$\sigma_{xy} = 2G\varepsilon_{xy} = G\gamma_{xy}.\tag{2.36}$$

Die Einheit von G ist wiederum die eines Druckes. Aus der Bedingung $0 < \nu < 0,5$ folgt mit Glg. (2.34) eine Beschränkung des Wertebereichs von G : $E/3 < G < E/2$ ([48], §3.4.3).

- K schließlich ist das Kompressionsmodul. Es gibt das Verhältnis aus mittlerer Hauptspannung (=der hydrostatische Druck mal minus 1) und Volumenverzerrung (Glg. 2.24) ([38], S.111) an:

$$\frac{1}{3}\sigma_{ii} = -p = K\varepsilon_V = K\varepsilon_{ii}. \quad (2.37)$$

Technisch ist K bei HOOKE'schen Körpern wenig von Bedeutung. Dagegen wird es bei Flüssigkeiten sehr wichtig sein.

2.2.1.1 Energien

Bei ideal elastischen Körpern wird die ganze für die Verformung des Körpers geleistete Arbeit in *Formänderungsenergie* (engl.: *strain energy*) gespeichert. Der Wärmeverlust ist Null. Wenn man in der Energiegrundgleichung $dW^{inn} = F_j du_j$ die Verschiebung du_j durch Glg. (2.22) ausdrückt und Starrkörperrotationen ausschließt ($\omega_{ij} = 0$), so erhält man für HOOKE'sche Körper

$$dW^{inn} = F_j du_j = \frac{F_j}{dA} dA \varepsilon_{jk} dx_k = \sigma_{jk} \varepsilon_{jk} dV = C_{jkjk} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{jk} dV \quad (2.38)$$

Mit dA ist die Randfläche eines infinitesimalen Quaders gemeint.

2.2.1.2 Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen lassen sich aus der Lagrange-Funktion des Systems ableiten, für die gilt (vgl. Glg. 2.27, wir betrachten die Lageenergie der Gravitation als äußere Energie):

$$\mathcal{L} = W^{kin} - W^{inn} + W^a \quad (2.39)$$

Diese setzt man in die Euler-Lagrangeschen Gleichungen ein und erhält die Bewegungsgleichungen (ρ ist die Dichte, f^a ist die äußere Kraft pro Volumeneinheit):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}_i} &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} \\ \rho \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i^a \quad ([42], §5.5:7) \end{aligned} \quad (2.40)$$

2.2.2 Die nichtviskose Flüssigkeit

Das nichtviskose Flüssigkeitsmodell ist das einfachste nichtelastische Modell. Es gilt hier einfach

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} \quad (2.41)$$

δ_{ij} ist wieder das Kronecker-Delta. In Worten ausgedrückt, ist der Spannungstensor diagonal und hat überall denselben Eintrag, der genau dem negativen hydrostatischen Druck entspricht. Der Spannungstensor hängt weder von der Verzerrung noch von der Verzerrungsrate ab.

Die einzige kontinuumsmechanische Größe von Bedeutung in diesem Fall ist also der Druck. Man kann zwischen Druck p , Dichte ρ und Temperatur T allerdings zumeist eine Zustandsgleichung (*engl.: equation of state*) aufstellen von der Art

$$f(p, \rho, T) = 0 \quad (2.42)$$

Bei einem idealen Gas lautet diese einfach $p = \rho RT$, wenn R die Gaskonstante ist. Bei einer inkompressiblen Flüssigkeit gilt $\rho = \text{const}$, daher hängt in diesem Fall der Druck nur noch von der Temperatur ab. Da wir in unseren Betrachtungen stets den Temperatureffekt vernachlässigen wollen, wäre in diesem Fall der Druck also konstant.

Eine andere Art der Zustandsgleichung wird in ABAQUS/Explicit [4] verwendet. Sie ist von der Form

$$p = f(\rho) + g(\rho)e_m \quad (2.43)$$

wobei hier e_m die innere Energie pro Einheitsmasse ist. Es werden zwei Modelle vorgeschlagen, und zwar die HUGONIOT-Form für lineare Schockwellen und die JONES-WILKINS-LEE-Form für Explosionen ([4], §4.6.1). Im einfachsten Fall sieht die HUGONIOT-Form so aus:

$$p = -K \varepsilon_V \quad (2.44)$$

das heißt, der Druck ist der Volumenverzerrung proportional; und die Proportionalitätskonstante ist gerade das Kompressionsmodul ([3], §1.6-2). Damit hat die Zustandsgleichung dieselbe Form wie beim HOOKE'schen Gesetz (Glg. 2.37).

Das nichtviskose Modell wird vor allem dann benutzt, wenn keine großen Verschiebungen zwischen den Teilchen zu erwarten sind oder wenn diese vernachlässigbar gegenüber der Globalbewegung sind.

2.2.3 Die NEWTON'sche viskose Flüssigkeit

Kommt es dagegen auf die Verschiebungen zwischen den Teilchen an, was bei *laminaren*, also langsamen wirbelfreien Strömungen immer der Fall ist, dann kommen Verzerrung und Verzerrungsrate ins Spiel. Man muss dann auf ein komplizierteres Materialgesetz zurückgreifen. Auf NEWTON geht folgende verallgemeinerte Relation zurück ([43], §2.7)

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \mathcal{D}_{ijkl}V_{kl} \quad (2.45)$$

δ_{ij} ist wieder das Kroneckersymbol, σ_{ij} ist der Spannungstensor, V_{kl} der Verzerrungsratenstensor und p ist der hydrostatische Druck. \mathcal{D}_{ijkl} ist ein Tensor 4.Stufe von Viskositätskoeffizienten der Flüssigkeit. Er hat ganz analog wie der Elastizitätstensor C_{ijkl} beim HOOKE'schen Gesetz $3^4 = 81$ Einträge.

Wenn der Viskositätstensor verschwindet, die Viskosität der Flüssigkeit also gleich Null ist, erhalten wir wieder die Spannung der nichtviskosen Flüssigkeit (Glg. 2.41). Der hintere Term verschwindet außerdem, wenn sich die Flüssigkeit in Ruhe befindet ($V_{kl} = 0$). Der Term $-p\delta_{ij}$ stellt also den Restdruck auf der Flüssigkeit im Ruhesystem dar.

Nun wollen wir uns aber dem Viskositätstensor \mathcal{D}_{ijkl} zuwenden. So wie beim HOOKE'schen Gesetz der Elastizitätstensor C_{ijkl} die Linearität zwischen Spannung und Verzerrung ausdrückt, stellt der Viskositätstensor die Linearität zwischen Spannung und Verzerrungsrate bei der laminaren Flüssigkeit dar. Dagegen ist die Spannung in der laminaren Flüssigkeit von der Verzerrung selbst unabhängig.

Wenn die Flüssigkeit isotrop und homogen ist, kann \mathcal{D}_{ijkl} durch zwei unabhängige Konstanten λ und η ausgedrückt werden (analog zu Glg. 2.32)

$$\mathcal{D}_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \eta (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.46)$$

und die Spannung lässt sich schreiben als

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \lambda V_{kk} \delta_{ij} + 2\eta V_{ij} \quad (2.47)$$

Die Analogie zu Glg. (2.33) ist offensichtlich.

Die Konstante η verbindet analog wie bei linearer Elastizität die Nichtdiagonalelemente der Spannungs- und Verzerrungstensor miteinander. Man nennt diese Größe **Zähigkeit** oder **Viskosität** (engl.: *viscosity*). Ihre Einheit ist Druck \times Zeit ($1 \text{poise} = 10 \text{Ns/m}^2$). Wenn man nun die in Abb. 2.7 dargestellte Situation annimmt, d.h. $v_y = 0$, kommt man auf die originale Idee von NEWTON ([43], §2.7), und die Scherspannungen sind:

$$\sigma_{xy} = \eta \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (2.48)$$

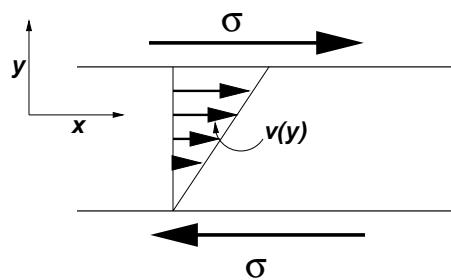


Abbildung 2.7: NEWTONS Konzept der laminaren Strömung. Die Scherspannung in der Flüssigkeit hängt nur vom Geschwindigkeitsgradienten senkrecht zur Fließrichtung ab.

Die andere Konstante λ wird in dieser Näherung als 0 angenommen.

2.2.3.1 Energie

Aus dieser Gleichung folgt, dass eine Flüssigkeit mit gewisser Verzerrung, also Verschiebung der Teilchen gegenüber der Ausgangslage, die aber ruht, keine Spannung hat. Mit anderen Worten, die Energie, die beim Fließen ins System hineingeht, wird nirgendwo gespeichert. Die Formänderungsenergie ist Null. Der Energieverlust in Form von Wärmeverlust ist total. Wenn man die Spannung plötzlich wegnimmt, geht die Flüssigkeit keinen Millimeter wieder in ihre Ausgangslage zurück. Aus dieser Perspektive ist ein viskoses Material das genaue Gegenteil eines linear elastischen, bei dem sämtliche ins Material gehende Formänderungsenergie gespeichert wird und nach Entfernen der Spannung wieder dadurch frei wird, dass das Material in seine Ausgangslage zurückgeht. Dort ist die Formänderungsenergie maximal und der Wärmeverlust Null, hier ist die Formänderungsenergie Null und der Wärmeverlust maximal.

2.2.3.2 Bewegungsgleichungen

Die NEWTON'schen Bewegungsgleichungen für Flüssigkeiten lauten ($ma = \Sigma F$) für jedes Volumenelement dV :

$$\frac{D(\rho v_x)}{Dt} = \frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{d\sigma_{xy}}{dy} + \frac{d\sigma_{xz}}{dz} + F_x^a \quad (2.49)$$

Die Summe der Kräfte ist die Längskraft in Flussrichtung sowie die durch die beiden Schubspannungen hervorgerufene Kraft. F_x^a ist eine zusätzliche äußere Kraft. Auf der linken Seite steht einfach Masse (Dichte) mal Beschleunigung. Mit dem großen D ist eine *substanzielle Ableitung* gemeint. Diese setzt sich aus 2 Teilen zusammen: Zum einen aus der Beschleunigung eines bestimmten Teilchens, das sich ja bewegt; zum anderen aus der Beschleunigung an einem bestimmten Ort, durch den ja viele Teilchen fließen ([48], §3.3.4). Setzt man in (2.49) noch die oben abgeleitete Beziehung (2.48) ein, so erhält man die NAVIER-STOKES-Gleichungen. Im Falle von inkompressiblen ($\rho = const$) Flüssigkeiten heißen diese einfach ([48] (3.42), [38] S.129)

$$\rho \frac{Dv_x}{Dt} = -\nabla_x p + \eta \Delta \mathbf{v} + \mathbf{F}^a_x \quad (2.50)$$

2.2.4 Viskoelastizität

Im vorigen Abschnitt wurde betont, dass elastische Körper und viskose Körper gewissermaßen gegensätzliche Idealisierungen sind: Betrachtet man den Ruhezustand ($W^{kin} = 0$) eines Körpers nach einer Verzerrung, so gilt im ersteren Fall ist $dW^{inn} = dW^a, dQ = 0$, während im letzteren gilt $dW^{inn} = 0, dQ = dW^a$ in der Nomenklatur von Glg. (2.27). Für viele Körper in der Natur, insbesondere für biologische Weichteile wie Haut, Gehirnmasse oder Organe, gilt weder das eine noch das andere Extrem, sondern eine Mischung aus beiden. Solche Stoffe nennt man dann **viskoelastisch**.

Man kann einen viskoelastischen Körper als Reihen- oder Parallelschaltung von elastischen und viskosen Gliedern dargestellt denken. Die einfachsten Modelle tragen Namen (Abb. 2.8)

Diese Modelle sind im Eindimensionalen anschaulich gut verständlich. Mit der gezackten Linie ist eine linear elastische Feder gemeint, mit dem Tubus ein rein viskoses Dämpfungselement (*engl. dashpot*). Die Kenngröße der Feder ist $k = EA/l_0$ (Glg. F.4), die des Dämpfers die Viskosität η . Bei der Feder gilt $F = ku$, beim Dämpfer $F = \eta \dot{u}$. Eine Hintereinanderschaltung bedeutet, dass die Auslenkungen der Körper additiv sind, die Kräfte jedoch an allen Elementen die gleichen sind. Eine Parallelschaltung bedeutet, dass die Kräfte additiv sind, während die Auslenkungen überall gleich sind.

Damit erhalten wir für die drei Modelle folgende Beziehungen zwischen Kraft, Auslenkung und Auslenkungsgeschwindigkeit ([43], §2.11)

MAXWELL-Modell:

$$\dot{u} = \frac{\dot{F}}{k} + \frac{F}{\eta}$$

VOIGT-Modell:

$$F = ku + \eta \dot{u}$$

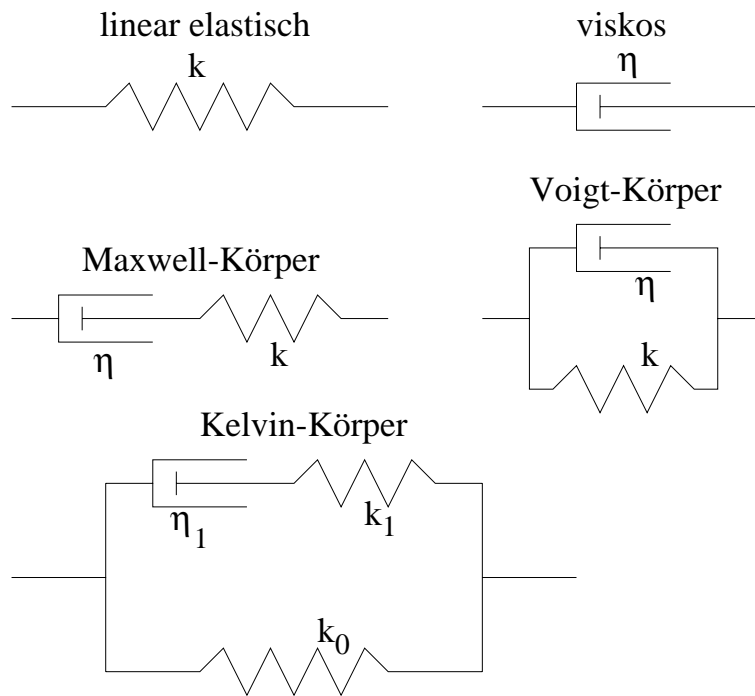


Abbildung 2.8: Drei einfache viskoelastische Materialmodelle. Der MAXWELL-Körper ist eine Hintereinanderschaltung von viskosem Dämpfungselement und elastischer Feder, der VOIGT-Körper eine Parallelschaltung; der KELVIN-Körper ist eine Kombination eine Stufe komplizierter. Der KELVIN-Körper wird in der englischen Fachliteratur auch als *standard linear solid* bezeichnet ([43], §2.11).

KELVIN-Modell:

$$F + \frac{\eta_1}{k_1} \dot{F} = k_0 u + \eta_1 \left(1 + \frac{k_0}{k_1} \right) \dot{u}. \quad (2.51)$$

Diese drei vorgestellten Körper sind, wie gesagt, nur Beispiele von solchen Mischformen. In welchen Eigenschaften manifestiert sich nun konkret der Begriff *Viskoelastizität*? Viskoelastische Körper weisen ganz allgemein ([120], S.14) folgende Eigenschaften auf:

1. *Kriechen* (engl.: *creep*): Wenn man auf einen viskoelastischen Körper plötzlich eine konstante Kraft ausübt, so erfolgt keine plötzliche, sondern eine langsam ansteigende Deformation bis zu einem endlichen Grenzwert [Abb. 2.9 (a)]. (Sind die Zeitspannen dafür lang, wird dies im Volksmund als „Ausleiern“ bezeichnet).
2. *Spannungsrelaxation*: Hält man umgekehrt die Deformation konstant, nimmt die Spannung mit der Zeit ab [Abb. 2.9 (b)]. (Auch das nennt man im Volksmund „Ausleiern“).
3. *Hysterese der Spannungs-Dehnungs-Kurve*: Wird ein viskoelastisches Material gedehnt und wieder entlastet, so geht das Material nicht auf demselben Weg zurück, wie es gekommen ist, sondern es weist eine Hysterese auf [Abb. 2.9 (c)]. Die Fläche zwischen der Belastungs- und Entlastungskurve entspricht der Energie, die durch die viskosen Effekte verloren geht. Dennoch nimmt der Körper, nachdem alle äußeren Kräfte entfernt worden sind, wieder seine ursprüngliche Ruhelage an. In Formeln ausgedrückt geht die äußere Arbeit hier also zum Teil in Wärme und zum Teil in

Formänderungsarbeit über: $|dW^a| = |dW^{inn}| + |dQ|$. Der Energieverlust dQ ist ein Maß dafür, ob ein Material elastisch behandelt werden kann oder viskoelastisch behandelt werden muss. Liegt er etwa unter 1% bei den im Problem vorkommenden Beanspruchungen, reicht ein elastisches Materialmodell völlig aus.

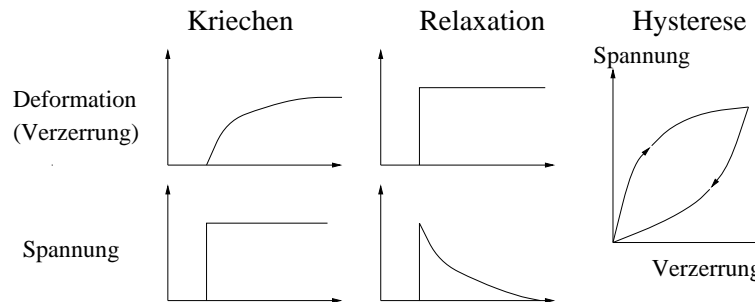


Abbildung 2.9: Veranschaulichung viskoelastischer Materialeigenschaften. Es wird von links nach rechts dargestellt (a) das Kriechen, (b) die Spannungsrelaxation und (c) die Hysteresiskurve. Die Fläche zwischen dem Hin- und Rückweg in der Hysteresekurve entspricht der verlorengegangenen Energie.

2.2.4.1 Lineare Viskoelastizität

Von linearer Viskoelastizität spricht man bei kleinen Verzerrungen ($\varepsilon < 2\%$). Dann kann man das Spannungs-Dehnungs-Verhältnis als Funktion der Zeit durch lineare Integrodifferentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten beschreiben. Ein sehr allgemeiner Ansatz hierfür ist das BOLTZMANN'sche Überlagerungsprinzip:

1. Das Kriechen in einem linear viskoelastischen Körper ist eine Funktion der gesamten vergangenen Spannungsgeschichte.
2. Jede zusätzliche Belastung bewirkt einen unabhängigen und zusätzlichen Beitrag zur Gesamtdeformation ([120], S.15)

Mit anderen Worten, man kann die einzelnen Belastungsschritte unabhängig voneinander aufaddieren. Allgemein lässt sich dies damit in der Form eines Faltungsintegrals darstellen ([43], §2.12:22f):

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) = \int_0^t G_{ijkl}(\mathbf{x}, t - \tau) \frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial \tau}(\mathbf{x}, \tau) d\tau \quad (2.52)$$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t) = \int_0^t J_{ijkl}(\mathbf{x}, t - \tau) \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \tau}(\mathbf{x}, \tau) d\tau \quad (2.53)$$

Die Gleichungen gelten o.B.d.A. unter der Annahme, dass zum Zeitpunkt $t = 0$ der Körper noch völlig undeformiert ist. Die zweite Gleichung ist die Inverse der ersten. Man nennt G_{ijkl} die *Relaxationsfunktion* und J_{ijkl} die *Kriechfunktion*, weil Glg. (2.52) den Relaxationsprozess beschreibt und Glg. (2.53) das Kriechen.

2.2.4.2 Spezialfälle

Zur Veranschaulichung betrachten wir einige Spezialfälle.

1. Wenn wir annehmen, dass G_{ijkl} unabhängig von der Zeit ist, so reduziert sich Glg. (2.52) auf das HOOKE'sche Gesetz (2.31) mit $G_{ijkl} = C_{ijkl}$. Dasselbe gilt für Glg. (2.53), wobei J_{ijkl} dann die Inverse von C_{ijkl} ist.
2. Angenommen, $\frac{\partial \varepsilon_{kl}}{\partial \tau}(\mathbf{x}, t) = V_{kl}(\mathbf{x}, t)$ sei unabhängig von der Zeit, dann reduziert sich Glg. (2.52) auf das viskose Gesetz (2.45) mit Anfangsdruck $p = 0$, wobei $\int_0^t G_{ijkl}(\mathbf{x}, t - \tau) d\tau = \mathcal{D}_{ijkl}$ ist.
3. Im isotropen und homogenen Fall ist G_{ijkl} erstens unabhängig von \mathbf{x} , und zweitens kann man den Tensor wieder schreiben als

$$G_{ijkl}(t) = \lambda(t)\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(t)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (2.54)$$

also analog zu Glg. (2.32). Man kann nun – ebenso analog wie bei der elastischen Theorie – λ und μ durch zwei der technischen Größen E, G, K, ν ausdrücken, nur dass diese jetzt zeitabhängig sind. Man wählt in der Regel G und K bei den viskoelastischen Stoffen. Analog zu Glg. (2.34) gilt $K(t) = \lambda(t) + \frac{2}{3}\mu(t)$, $G(t) = \mu(t)$, und damit folgt für die Relaxationsfunktion:

$$G_{ijkl}(t) = (K(t) - \frac{2}{3}G(t))\delta_{ij}\delta_{kl} + G(t)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

Setzt man dies in Glg. (2.52) ein, so folgt für den Spannungstensor:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) &= \int_0^t [K(t - \tau) - \frac{2}{3}G(t - \tau)]\delta_{ij}V_{kk}(\tau) d\tau + \int_0^t 2G(t - \tau)V_{ij}(\tau) d\tau \\ &= \int_0^t 2G(t - \tau)V_{ij}(\tau) d\tau + \int_0^t K(t - \tau)V_{kk}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.55)$$

womit wir die grundlegende Integralformulierung für lineare isotrope Viskoelastizität nach ([1], §4.7.1) erhalten haben. Hierbei ist natürlich $V_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}$ die Verzerrungsrate, V_{kk} die Spur dieses Tensors und damit die zeitliche Ableitung der Volumenverzerrung ε_V (Glg. 2.24).

Die Frage erhebt sich nun, wie diese Funktionen $G(t)$ und $K(t)$ aussehen. Es ist anschaulich klar, dass hierin Exponentialfunktionen eingehen müssen, denn Relaxation und Kriechen sind Prozesse, bei denen eine Größe exponentiell auf ein Limit hin anwächst oder abfällt. Eine Idee hierfür ist eine Reihenentwicklung, die man als PRONY-Reihe ([1], §4.7.1-2) bezeichnet,

$$K(t) = K_\infty + \sum_{i=1}^{N^K} K_i e^{-t/\tau_i^K}, \quad G(t) = G_\infty + \sum_{i=1}^{N^G} G_i e^{-t/\tau_i^G} \quad (2.56)$$

wobei K_∞ und G_∞ die Langzeit-Grenzwerte des Kompressions- bzw. Schermoduls sind. τ^K bzw. τ^G sind die Relaxationszeiten des jeweiligen Modes. Hat man $G(t)$ und $K(t)$ auf diese Weise bestimmt, könnte man $E(t)$ und $\nu(t)$ aus den Gleichungen (2.34) berechnen.

In der Praxis verwendet man diese Reihenentwicklung häufig mit meist sehr kleinen N , also z.B. $N^K = 0$, $N^G = 1$.

Ein Beispiel für ein PRONY-Glied nullter Ordnung ist ein einzelnes Federelement. Ein Glied erster Ordnung ist ein MAXWELL-Körper: Bei vorgegebener Ausdehnung wird sich das Federglied im Lauf der Zeit völlig auf Kosten des Dämpfungsgliedes entspannen. Der Abfall geht exponentiell auf 0 hinunter.

Da Kräfte und damit Spannungen bei Parallelschaltungen additiv sind, kann man die Summe aus einem PRONY-Glied nullter und erster Ordnung als KELVIN-Körper darstellen. Den VOIGT-Körper kann man dagegen mit der PRONY-Reihe nicht erfassen (Hier müsste man stattdessen J_{ijkl} in eine Reihe entwickeln).

Jedes Glied der PRONY-Reihe lässt sich also als ein Zweig einer großen Parallelschaltung von Elementen darstellen. Ab der zweiten Ordnung jedoch verhalten sich Spannung und Verzerrung nicht mehr linear, deshalb kommt man mit den einfachen Bildern von Feder und Dämpfungselement nicht mehr weiter.

2.2.4.3 Experimentelle Bestimmung von $G(t)$

Man bestimmt diese Größen zumeist aus harmonischen Anregungen. Dazu wird das Faltungsintegral (2.52) FOURIER-transformiert – und da ein Faltungsintegral durch Fourierintegration in ein Produkt übergeht (*Faltungssatz*, [39] §6.5), ergibt sich bei homogenen Medien

$$\hat{\sigma}_{ij}(\omega) = \hat{G}_{ijkl}(\omega)\hat{V}_{kl}(\omega) \quad (2.57)$$

Mit dem Zirkumflex ist die Fouriertransformierte der Funktion bezeichnet. Man misst also $\hat{\sigma}$, \hat{G} und \hat{V} in Abhängigkeit von der Frequenz [120] und kann daraus die Zeitabhängigkeit von G durch Fouriertransformation bestimmen.

2.2.5 Elastizität, Hyper- und Hypoelastizität

In den letzten Abschnitten wurden Materialgesetze besprochen, bei denen der Spannungszustand entscheidend von der Verzerrungsgeschichte abhängt. Es gibt aber auch eine Reihe von Materialgesetzen, bei denen der Spannungszustand nur von der Gesamtverzerrung abhängt. Zwei Bedingungen gelten hier weiter: Ein kontinuierlicher Körper bleibt auch unter äußeren Spannungen kontinuierlich; und es gibt einen spannungsfreien Ausgangszustand, zu dem der Körper zurückkehrt, wenn die äußere Spannung weggenommen wird. Das HOOKE'sche Gesetz ist ein Spezialfall hiervon, das insbesondere für infinitesimale Verzerrungen gilt. Wenn man jedoch auch finite Verzerrungen zulässt, gibt es noch eine Reihe von Materialgesetzen dieses Typs, die ich hier der Allgemeinheit nach ordne:

hypoelastisch > elastisch > hyperelastisch > linear elastisch (Hookesch)

Diese Einteilung geht auf TRUESDELL ([42], §16.6) zurück. Das „>“-Zeichen deutet den Grad der Allgemeinheit an. Jeder linear elastische Werkstoff ist auch hyperelastisch, jeder hyperelastische ist elastisch (dies gilt streng genommen nur für isotrope hyperelastische Materialien), jeder elastische ist hypoelastisch (NOLL, s.[42], §16.6). Umgekehrt gilt das nicht unbedingt. Ein *hypoelastischer* Stoff hat geringere Anforderungen als ein *elastischer* Stoff, er hat unter-elastische Bedingungen (daher: hypoelastisch); dagegen stellt ein *hyperelastischer* Stoff höhere Anforderungen als ein normal elastischer Stoff, daher die Bezeichnung *hyperelastisch*. Der am wenigsten allgemeine Spezialfall ist die lineare Elastizität, die wir schon ausführlich besprochen haben. Man hüte sich insbesondere davor, elastisch mit linear elastisch gleichzusetzen!

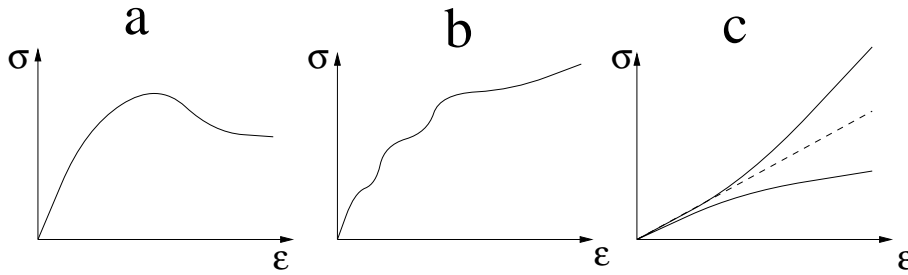


Abbildung 2.10: Schematische Darstellung der verschiedenen Elastizitätsformen: (a) Hypoelastischer Stoff, (b) Elastischer Stoff, (c) 2 hyperelastische Stoffe, gestrichelt ein linear elastischer Stoff. Die Zeichnungen sind als schematisch zu betrachten. Insbesondere bei (a) ergibt die Definition *hypoelastisch* nur bei mehr als einer Dimension einen Sinn. Man stelle sich *hypoelastisch* so vor, dass der gleiche Spannungszustand bei verschiedenen Verzerrungszuständen vorkommen kann, aber nicht so, dass bei einer Erhöhung der Verzerrung die Spannung plötzlich sinkt.

- Die allgemeinste Definition ist die der *Hypoelastizität*, die ich hier nur nennen, aber nicht diskutieren will; sie spielt für meine Arbeit keine Rolle (für eine ausführliche Diskussion verweise ich auf [42], §16.6): Ein Stoff heißt **hypoelastisch**, wenn zwischen seiner Spannungs- und seiner Verzerrungsrate folgende Beziehung besteht:

$$\frac{d}{dt}\sigma_{ij} - \sigma_{ip}\omega_{pj} - \sigma_{jp}\omega_{pi} = \mathcal{C}_{ijkl}(\boldsymbol{\sigma})V_{kl} \quad (2.58)$$

V_{kl} ist der Verzerrungsraten-Tensor nach Glg. (2.26), ω_{kl} der Rotationstensor nach Glg. (2.21). Die Spannungsrate hängt also nicht nur von der Verzerrungsrate, sondern auch von der Spannung selbst ab. Der Tensor \mathcal{C}_{ijkl} hängt seinerseits im allgemeinen wieder von der Spannung ab. Anschaulich gesprochen kann ein hypoelastischer Stoff den gleichen Spannungszustand bei verschiedenen Verzerrungszuständen erreichen. Eine (mit Vorsicht zu genießende, s.Beschreibung!) schematische Darstellung finden Sie in Abb. 2.10a.

- Man nennt einen Stoff **elastisch**, wenn zwischen Verzerrung und Spannung eine eindeutige Beziehung besteht (Abb. 2.10b):

$$\sigma_{ij} = f(e_{ij}) \quad (2.59)$$

Man beachte, dass hier der finite ALMANSI-Verzerrungstensor e und nicht der infinitesimale $\boldsymbol{\epsilon}$ verwendet wurde. f ist eine beliebige bijektive, tensorwertige Funktion. Natürlich ergibt sich das lineare HOOKE'sche Gesetz als Spezialfall daraus sofort, wenn f eine lineare Funktion ist. Dann und nur dann kann man Glg. (2.59) in der Form von Glg. (2.31) mit Hilfe des konstanten Elastizitätstensors C_{ijkl} ausdrücken.

- Ein Material wird als **hyperelastisch** bezeichnet, wenn es eine Verzerrungsenergiefunktion pro Einheitsmasse \mathcal{W} gibt, die so beschaffen ist, dass ihre Änderung genauso groß ist wie die Verzerungsarbeit, die durch die Spannung verrichtet wird ([42], §16.6). Als Formel sieht dies so aus:

$$\rho \frac{d\mathcal{W}}{dt} = \sigma_{ij}V_{ij} \quad (2.60)$$

ρ ist die Dichte und V_{ij} die nach Glg. (2.26) definierte Verzerrungsrate.

Da wir hier von großen Verzerrungen sprechen, ist die Verzerrungsrate nicht gleich der zeitlichen Ableitung des (ALMANSI-)Verzerrungstensors.

2.2.5.1 Anschauliche Bedeutungen

Die Formänderungsenergiefunktion war für *linear elastische* Materialien definiert als $dW = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV$ (Glg. 2.38). Wenn wir diese auf die Einheitsmasse beziehen, so gilt $\mathcal{W} = \frac{dW}{dm} = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} / \rho$. Leiten wir diese nach der Zeit ab, so erfüllt diese die Definitionsgleichung für hyperelastische Materialien: Jeder linear elastische Stoff ist hyperelastisch. Der Begriff *hyperelastisch* ist aber allgemeiner. Nehmen wir zum Beispiel in einer Dimension folgendes infinitesimales Materialgesetz an:

$$\sigma = k\varepsilon^n$$

Dann gilt für die Formänderungsenergie

$$\rho \frac{dW}{dm} = \rho \mathcal{W} = \sigma \varepsilon = k\varepsilon^{n+1}$$

und für deren zeitliche Ableitung

$$\rho \frac{d\mathcal{W}}{dt} = (n+1)k\varepsilon^n \dot{\varepsilon} = (n+1)\sigma \dot{\varepsilon} = \sigma V$$

mit der Definition $V = (n+1)\dot{\varepsilon}$. Das heißt, ein Stoff kann auch hyperelastisch sein, wenn seine Spannung stärker (oder auch schwächer) als linear mit der Verzerrung anwächst (Abb. 2.10c). Der Begriff (*normal*) *elastisch* ist noch allgemeiner: Bei einem beliebigen Spannungs-Verzerrungs-Gesetz gilt

$$\rho \frac{d\mathcal{W}}{dt} = \frac{d}{dt}(\sigma\varepsilon) = \frac{d\sigma}{dt}\varepsilon + \sigma \frac{d\varepsilon}{dt} \neq \sigma V \quad (\text{Abb. 2.10b}).$$

Bei einem hypoelastischen Stoff fällt schließlich sogar die Forderung, dass zu jedem Spannungszustand genau ein Verzerrungszustand gehört (Abb. 2.10a).

2.2.5.2 Das Mooney-Rivlin-Gesetz

In ([1], §4.6.2) werden Beispiele für hyperelastische Materialgesetze abgeleitet. Die Formänderungsenergiefunktion \mathcal{W} basiert auf den Invarianten des finiten Verzerrungstensors. Man zieht hierzu jedoch nicht den ALMANZI-Tensor zu Rate, sondern den sogenannten GREEN'schen Verzerrungstensor, der die dreidimensionale Verallgemeinerung von Glg. (2.12) ist ([1], S.1.4.2-4, [42], §16.1:11):

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial x_k}{\partial x_i^0} \frac{\partial x_k}{\partial x_j^0} - \delta_{ij} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j^0} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i^0} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i^0} \frac{\partial u_k}{\partial x_j^0} \right) \quad (2.61)$$

Der GREEN'sche Verzerrungstensor bezieht sich im Gegensatz zum ALMANZI-Tensor auf die unverzerrten und nicht auf die verzerrten Zustände.

Die Größe $F_{ij} = \frac{dx_k}{dx_i^0}$ bezeichnet man als *Deformationsgradient*, zur Abkürzung setzen wir $j = (\det \mathbf{F})^{-\frac{1}{3}}$. Das Produkt $B_{ij} = j F_{ki} F_{ji} = j \frac{dx_k}{dx_i^0} \frac{dx_k}{dx_j^0}$ heißt *deviatorische Streckungsmatrix*. Die drei Invarianten I_i^B der letzteren stehen in direktem Zusammenhang zu den Invarianten (vgl. Glg. 2.5) des GREEN-Tensors I_i^G :

$$\begin{aligned} I_1^B &= B_{ii} = j(2E_{ii} + 3) = j(2I_1^G + 3) \\ I_2^B &= B_I B_{II} + B_{II} B_{III} + B_{III} B_I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= j^2 [(2E_I + 1)(2E_{II} + 1) + (2E_{II} + 1)(2E_{III} + 1) + (2E_{III} + 1)(2E_I + 1)] \\
&= j^2 [4I_2^G + 4I_1^G + 3] \\
I_3^B &= B_I B_{II} B_{III} = j^3 [(2E_I + 1)(2E_{II} + 1)(2E_{III} + 1)] \\
&= j^3 [8I_3^G + 4I_2^G + 2I_1^G + 1]
\end{aligned} \tag{2.62}$$

Mit den römischen Ziffern sind die Eigenwerte der Matrizen analog zu Glg. (2.6) bezeichnet.

Der einfachste Ansatz für eine Formänderungsenergiefunktion ist ein Reihenansatz ([1], Glg. §4.6.1-13)

$$\mathcal{W} = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1^B - 3)^i (I_2^B - 3)^j \tag{2.63}$$

C_{ij} ist eine (temperaturabhängige) Konstante.

Wenn man diese Reihe nur bis $N = 1$ gehen lässt, erhält man das schon 1940 auf andere Weise gefundene MOONEY-RIVLIN-Gesetz [97]:

$$\mathcal{W} = C_{10}(I_1^B - 3) + C_{01}(I_2^B - 3) \tag{2.64}$$

Setzt man darüber hinaus $C_{01} = 0$, so erhält man wieder das Materialgesetz für linear elastische Medien. Man sieht das wie folgt: Diese Energie schreibt sich als ([6] §10.5.1-6)

$$\mathcal{W} = C_{10}(I_1^B - 3) \cong C(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \approx C(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2) = C\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}$$

Die λ_i sind die Eigenwerte des Deformationsgradienten \mathbf{F} und damit die Streckungsfaktoren. Das letzte Gleichheitszeichen gilt zunächst nur im Hauptspannungssystem. Da aber \mathcal{W} eine skalare und damit koordinatentransformationsinvariante (kovariante) Größe ist, gilt es in jedem Koordinatensystem. Die letzte Form ist aber nichts anderes als die Formänderungsenergie des HOOKE'schen Gesetzes pro Einheitsmasse (Glg. 2.38).

In der Praxis bestimmt man die Streckungsfaktoren λ_i experimentell durch Zug- und Druckversuche und berechnet daraus die Invarianten ($I_1^B = \sum_{i=1}^3 \lambda_i^2$, $I_2^B = \sum_{i=1}^3 \lambda_i^{-2}$, [6] §10.5.1-6).

In diesem Formalismus sind die technischen Materialgrößen wie das Schubmodul G wiederum keine Konstanten mehr. Sie hängen aber nunmehr nicht von der Zeit ab wie bei viskoelastischen Stoffen, sondern von der Verzerrung. Im unverzerrten Zustand gilt ([1], §4.6.1-7)

$$G_0 = 2(C_{10} + C_{01}) \tag{2.65}$$

Aus der Formänderungsenergiefunktion kann man die Beziehung zwischen Spannung und Verzerrung nun durch einfaches Differenzieren ableiten:

$$S_{ij} = \frac{\partial(\rho_0 \mathcal{W})}{\partial E_{ij}} \tag{2.66}$$

wobei E_{ij} der GREEN'sche Verzerrungstensor und $S_{ij} = \frac{\rho_0}{\rho} \left[\sigma_{ij} - \left(\delta_{i\beta} \frac{\partial u_j}{\partial x_\alpha^0} + \delta_{j\alpha} \frac{\partial u_i}{\partial x_\beta^0} - \frac{\partial u_j}{\partial x_\alpha^0} \frac{\partial u_i}{\partial x_\beta^0} \right) \sigma_{\beta\alpha} \right]$ der KIRCHHOFF'sche Spannungstensor ist. Letzterer unterscheidet sich vom normalen (EULER'schen) Spannungstensor dadurch, dass er sich auf die Ursprungskonfiguration und nicht auf den verformten Zustand bezieht, was nur bei endlichen Deformationen wichtig ist. Er steht damit in völliger Analogie zum GREEN'schen Verzerrungstensor.

Man kann selbstverständlich mehrere Materialgesetze auch mischen; so sind in der Realität biologische Weichteile sowohl viskoelastisch als auch hyperelastisch.

Die tatsächliche Spannung ergibt sich aus der Ableitung der inneren Energie nach der elastischen Verzerrung ([1] §4.2.1-2):

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial W^{inn}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{el}} \quad (2.70)$$

Spezielle Plastifizierungsformen: Man spricht von **perfekt plastischem Verhalten**, wenn die Kurve nach Überschreiten des Fließpunktes (Abb. 2.11) ganz flach ist. Ferner verhält sich ein Material **viskoplastisch**, wenn es erstens perfekt plastisch ist und zweitens die Nichtdiagonalelemente der plastischen Verzerrungsrate proportional sind zu den Nichtdiagonalelementen des Spannungstensors ([42], §6.3):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \frac{1}{\mu} \sigma_{ij} \quad (2.71)$$

mit $\mu > 0$. μ hat die Dimension eines Viskositätskoeffizienten (Druck \times Zeit). Aufgrund des viskosen Fließverhaltens des Materials im plastischen Bereich spricht man von viskoplastischem Verhalten.

2.2.6.1 Versagenskriterien

Ein Material wird besonders dann beansprucht, wenn die Spannungen in den verschiedenen Raumrichtungen stark unterschiedlich sind. Ein anschauliches Beispiel hierfür ist ein Luftballon, der im Wasser bei gleichmäßigem Druck in allen Raumrichtungen stark zusammengepresst wird und nicht platzt, während er dies in der Luft bei schon kleinen Spannungsunterschieden in verschiedenen Richtungen tut. Die allgemeine Aussage, dass die Plastifizierung (das Versagen) von Materialien weitgehend unabhängig vom hydrostatischen Druck ist, wurde in umfangreichen Versuchen von BRIDGMAN (1923, [20] und [42], §6.7) experimentell nachgewiesen. Ein Maß für die Stabilität sind folglich die Differenzen zwischen den Hauptspannungen. Es gibt verschiedene Versagenstheorien; nach der Theorie von HUBER, VON MISES und HENCKY liegt der Fließpunkt an der Stelle, bei der die VON-MISES-Spannung (Glg. 2.8) die materialeigene Fließspannung (*engl.: yield stress*) überschreitet (*Hypothese der Gestaltänderungsenergie* oder *Schubhypothese*, ([100] §11.3); nach einer anderen Theorie dort, wo die TRESKA-Spannung (Glg. 2.7) diese Fließspannung überschreitet (*Oktaederschubhypothese*).

Setzt man die Fließspannung der VON-MISES- bzw. der TRESKA-Spannung gleich, so erhält man die Gleichung eines Ellipsoids bzw. eines Oktaeders im Spannungsraum (Abb. 2.12). Daraus lässt sich auch die anschauliche Bedeutung der VON-MISES-Spannung bzw. der TRESKA-Spannung ablesen: Wenn sich der Spannungszustand im Spannungsraum innerhalb dieses Ellipsoids (bzw. Oktaeders) befindet, reagiert das Material rein elastisch. Wenn die Vergleichsspannung so groß wird, dass das Ellipsoid bzw. der Oktaeder verlassen wird, reagiert das Material plastisch.

Die VON-MISES-Theorie hat eine anschauliche Erklärung: Die Fließspannung kann als skalare materialabhängige Größe nur von den Invarianten des Spannungstensors abhängen. Da sie nach BRIDGMAN (s.o., [20]) nicht vom hydrostatischen Druck abhängt, zieht er diesen (I_1) von der zweiten Invarianten ab (und multipliziert mit -1 durch, Glg. 2.8). In dieser einfachsten Theorie lässt er die dritte Invariante ganz beiseite.

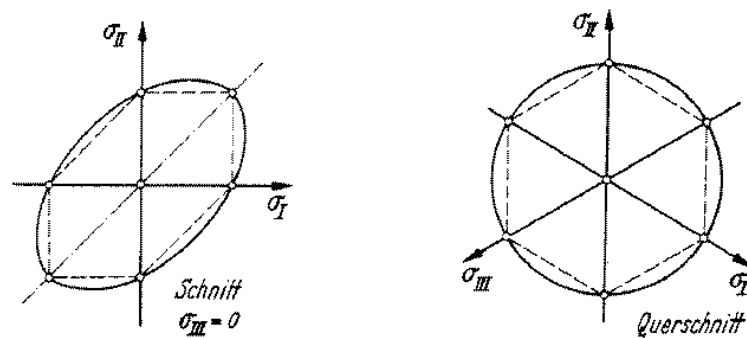


Abbildung 2.12: Anschauliche Darstellung der Fließspannungen in den verschiedenen Theorien: Man erkennt das VON-MISES-Ellipsoid (durchgezogene Linien) und den TRESKA-Oktaeder (gestrichelt). Wenn sich die entsprechende Vergleichsspannung im Spannungsraum innerhalb des jeweiligen Körpers befindet, liegt elastisches Verhalten vor; befindet sie sich außerhalb, versagt das Material. Das Bild ist entnommen von [100], Abb. 11.4 und 11.5.

2.2.6.2 Andere Versagensformen

Ein Material kann natürlich auch auf andere Weise versagen, es kann zum Beispiel brechen. Die Behandlung von Brüchen ist schwierig, weil damit eine unserer grundlegenden Hypothesen nicht mehr vollständig gültig ist: kontinuierliche Stoffe bleiben kontinuierlich. Die Bruchgrenze kann man im Prinzip auch mit der VON-MISES-Theorie behandeln.

Biologische Materialien wie Knochen brechen nach Erreichen ihrer Grenzspannung (ihres *yield stress*) und plastifizieren nicht. Dennoch verzichteten wir in dieser Arbeit auf eine Behandlung von Knochenbrüchen, da sie den Rahmen dieser Dissertation sprengen würde. Wir begründen dies damit, dass die Energien, die durch den Knochenbruch verloren gehen, in den von uns betrachteten Fällen gering sind gegen die Energien, die das Gehirn beschädigen. Dennoch werfen wir in unseren Simulationen stets ein Auge auf die maximale VON-MISES-Vergleichsspannung im Knochen, um abschätzen zu können, ob die Bruchgrenze des Knochens überschritten wurde oder nicht.

Kapitel 3

Die Methode der finiten Elemente

In den ersten Abschnitten dieses Kapitels möchte ich die Problemstellung und die Finite-Elemente-Methode ganz allgemein vorstellen. Erst in den späteren Abschnitten soll sie dann konkret auf den Fall der Kontinuumsmechanik angewendet werden.

3.1 Die Problemstellung

Ein zeit- und ortsabhängiges physikalisches Problem kann grundsätzlich auf zwei verschiedene Arten beschrieben werden: Zum einen auf eine *differentielle* und zum anderen auf eine *integrale* Art. Die differentielle Art beschreibt das Problem lokal an jedem Punkt im Zeit-Raum; die integrale Art beschreibt es global, indem über den ganzen Zeit-Raum integriert wird. Beispiele für die verschiedenen Beschreibungsformen sind vielfältig: In der Elektrodynamik können die MAXWELL'schen Gleichungen auf die eine wie die andere Art beschrieben werden, in der klassischen Mechanik stehen die EULER-LAGRANGE'schen Bewegungsgleichungen dem HAMILTON'schen Prinzip gegenüber. Da die beiden Prinzipien äquivalent sind, kann aus der integralen Formulierung immer die differentielle Formulierung gewonnen werden (andersherum ist es nicht eindeutig!). Deshalb möchte ich in dieser Diskussion mit der globalen Beschreibung beginnen und die lokale daraus ableiten.

Eines der grundlegendsten Prinzipien der klassischen Physik ist das HAMILTON'sche Prinzip. Es besagt, dass die Bewegung eines (mechanischen) Systems im Zeitintervall von t_0 bis t_1 derart ist, dass die **Wirkung** eines Systems

$$S = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L} dt \quad (3.1)$$

einen extremalen Wert annimmt ([83], §1). Die Funktion L heißt hierbei LAGRANGE-Funktion und hängt von allen Ortskoordinaten und der Zeit direkt ab. Die Stationaritätsbedingung des Funktionals S lässt sich schreiben als

$$\delta S[u] = \delta \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}[u(\mathbf{x}, t)] dt = 0 \quad (3.2)$$

Die Funktion u soll das Funktional (3.1) extremal machen ([123], §1.3).

Wenn man die Variation der Wirkung durchführt, erhält man als Ergebnis die *differentielle* Formulierung des Problems. Es lässt sich wie folgt darstellen:

1. Das Problem soll in einem bestimmten Gebiet $G \in \mathbb{R}^{n+1}$, also in einem Vektorraum mit Orts- und Zeitkoordinaten gelöst werden.
2. Die Randbedingungen am Rande des Gebietes G sind vorgegeben; sie sind entweder von der DIRICHLET'schen Art ($u(s) = \phi(s)$) mit einer (2x stetig differenzierbaren) Randfunktion ϕ oder von der VON NEUMANN'schen Art ($\frac{\partial u}{\partial n} = \gamma(s)$ mit einer 1x stetig differenzierbaren Funktion γ , die Ableitung nach n bedeutet die Richtungsableitung senkrecht nach außen) oder eine Mischform von beiden (eine sogenannte CAUCHY'sche Randbedingung).
3. Wenn in S die Funktion u höchstens quadratisch eingeht, so erfüllt die gesuchte Lösungsfunktion u die folgenden partiellen Differentialgleichungen

$$A(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2B(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \Phi \left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (3.3)$$

Der Einfachheit halber sind sie hier nur für zwei Dimensionen (1 Ort + 1 Zeit oder 2 Ortsrichtungen) angegeben. Für eine ausführliche Diskussion verweise ich auf ([22], §3.3.2.3.1).

x und y können hier für Orts- wie für Zeitkoordinaten stehen. Man klassifiziert diese Differentialgleichungen in drei Typen ([17], §3.3.1):

$$B^2 - AC \begin{cases} < 0 & \text{elliptisch} \\ = 0 & \text{parabolisch} \\ > 0 & \text{hyperbolisch} \end{cases}$$

Bei elliptischen Gleichungen stehen die Randbedingungen ringsherum auf einem geschlossenen (nicht notwendigerweise endlichen) Gebiet G fest. Normalerweise handelt es sich hierbei um zeitunabhängige Probleme; die Koordinaten x und y sind also beide Ortskoordinaten. Ein typisches Beispiel ist die LAPLACE'sche Gleichung der Elektrodynamik $\nabla^2 \phi = 0$. Solche Probleme werden als *Randwertprobleme* bezeichnet (Abb. 3.1 a).

Bei unseren Problemen handelt es sich in der Regel aber um hyperbolische Differentialgleichungen. Bei hyperbolischen (und parabolischen) Gleichungen ist das Gebiet G unendlich und nach einer Seite hin offen (für $t \rightarrow \infty$, Abb. 3.1 b). Für x steht dann die Orts-, für y die Zeitkoordinate. Dann ist zum Zeitpunkt $t = 0$ die Funktion u an allen Raumpunkten vorgegeben, zu allen späteren Zeitpunkten nur noch auf dem Rand. Das Raum-Zeit-Gebiet geht dann bis $t \rightarrow \infty$. Als Ersatz für die fehlenden Randbedingungen am offenen Ende müssen weitere Anfangsbedingungen vorgegeben werden, typischerweise die Ableitung $\frac{\partial u}{\partial t}$ zur Zeit $t = 0$. Man löst diese Differentialgleichungen beispielsweise, indem man aus einem Zeitpunkt, an dem die Lösung bekannt ist, den nächsten Zeitschritt nähert und so Schritt für Schritt die Lösung für alle Zeiten generiert. Es ist klar, dass man hier Abschätzungskriterien braucht, inwieweit die numerische Lösung mit der tatsächlichen übereinstimmt. Diese Probleme nennt man *Anfangswertprobleme*.

Es soll betont werden, dass das Gebiet G im allgemeinen aus drei Raumrichtungen und einer Zeitrichtung besteht. Im Raum handelt es sich um ein geschlossenes (nicht notwendigerweise endliches) Gebiet, in der Zeit ist es für $t \rightarrow \infty$ offen.

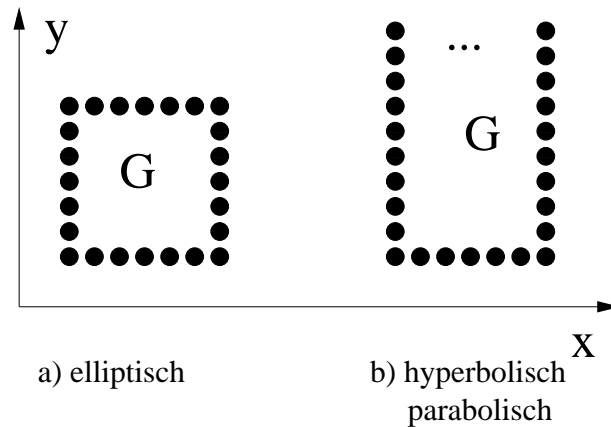


Abbildung 3.1: Veranschaulichung der Differentialgleichungstypen. (a) Eine elliptische Gleichung beschreibt zumeist ein Problem im Raum zu einem festen Zeitpunkt (x und y sind Ortskoordinaten). Die Lösung ist auf der Berandungskurve des Gebietes G vorgegeben (Randwertproblem) und soll im Inneren bestimmt werden. (b) Bei parabolischen und hyperbolischen Differentialgleichungen ist das Lösungsgebiet G unendlich groß. x beschreibt hier im Beispiel eine Orts-, y die Zeitkoordinate. Die Lösung des Problems ist zum Zeitpunkt $t = 0$ an allen Raumpunkten bekannt (Anfangswertproblem); zu allen späteren Zeitpunkten ist sie nur noch an bestimmten Randpunkten vorgegeben. Mit den Kreisen ist die numerische Diskretisierung des Problems angedeutet.

3.2 Das RITZ'sche Prinzip

Nach Aufstellung einer Variationsformulierung oder der Differentialgleichungen (diese werden für unsere konkreten Fälle weiter unten abgeleitet) muss nun die Lösungsfunktion u bestimmt werden. Ein bekannter Ansatz hierfür ist der von RITZ [113], den dieser schon 1909 gefunden hat und der die Grundlage für die Methode der finiten Elemente bildet.

Die Funktion $u(\mathbf{x}, t)$ soll das Funktional vom Typ S (Glg. 3.1) stationär machen bzw. das Anfangswertproblem vom Typ (Glg. 3.3) erfüllen. Zur näherungsweisen Lösung wählt man hierfür einen Satz von linear unabhängigen, möglichst dem Problem angepassten Funktionen $\varphi_i(\mathbf{x}, t)$ und setzt

$$u(\mathbf{x}) = \varphi_0(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m c_k \varphi_k(\mathbf{x}) \quad (3.4)$$

Der Einfachheit halber wird die Zeitkoordinate t hier weggelassen. Die Funktion φ_0 soll hierbei die inhomogenen Anfangs- und Randbedingungen erfüllen (DIRICHLET, VON NEUMANN oder CAUCHY'sche), während alle anderen Funktionen φ_i ($i > 0$) die homogenen Randbedingungen erfüllen sollen (d.h. am Rande von G 0 sind). Damit ist sichergestellt, dass die Randbedingungen für alle Werte von c_k erfüllt sind.

Durch die Variation nach den c_k bzw. durch Einsetzen ins Differentialgleichungssystem werden nun die Koeffizienten c_k bestimmt. Ist dies gelungen, so ist das Anfangswertproblem näherungsweise gelöst.

Es lässt sich zeigen, dass nur die Verwendung der exakten Lösungsfunktion u das Funktional S stationär

(meistens: minimal) macht. Die Näherungslösungen führen stets zu etwas größeren Wirkungen ([21], §8.1.5.3). Dies wirkt sich auch auf die Methode der finiten Elemente aus.

Das große praktische Problem bei der RITZ'schen Methode ist, dass es bei komplizierten Gebieten praktisch unmöglich ist, eine geeignete Funktion φ_0 zu finden ([123] S.45). Einen Ausweg aus diesem Dilemma bietet die Methode der finiten Elemente.

3.3 Die Finite-Elemente-Methode

Hier wird das kontinuierliche Gebiet G im Ortsraum in endlich viele (finite!), endlich kleine, möglichst regelmäßige Elemente eingeteilt (Abb. 3.2). Die Elemente sind miteinander verbunden durch eine diskrete Anzahl von Knotenpunkten, die sich an ihren Kanten befinden ([155], §2.1). Weitere Knoten können sich im Inneren der Elemente befinden (Abb. 3.3).

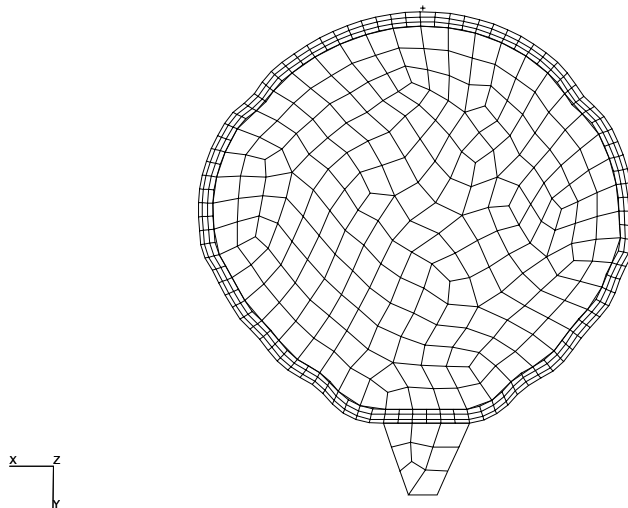


Abbildung 3.2: Beispiel für eine Finite-Elemente-Diskretisierung eines Gebiets (in diesem Fall ein Frontalschnitt durch einen menschlichen Schädel mit Knochen, Gehirn und Halsansatz).

In jedem Element wird jetzt eine Art RITZ'scher Ansatz gewählt

$$u^e(\boldsymbol{\xi}) = \begin{cases} \sum_{k=1}^p u_k^e N_k^e(\boldsymbol{\xi}) & \text{im Element } e \\ 0 & \text{in allen anderen Elementen} \end{cases} \quad (3.5)$$

$\boldsymbol{\xi}$ ist nun ein Ortsvektor in lokalen Koordinaten des Elements. Dagegen bezeichne ich den globalen Ortsvektor von jetzt ab mit \boldsymbol{x} . Das Superskript e deutet an, dass die zugehörige Funktion nur innerhalb eines Elementes e von Null verschieden ist.

u_k^e sind die Koeffizienten des RITZ-Ansatzes; sie entsprechen dort den c_k . Man bezeichnet sie in der FE-Theorie als *Knotenvariablen*. p ist die Anzahl der Knoten in einem Element. Die N_k^e heißen die *Formfunktionen* des Elements.

Die Formfunktionen sind so beschaffen, dass sie an genau einem Knoten des Elements den Wert 1 annehmen und an allen anderen Knoten 0 sind (Abb. 3.4). Hier gibt es natürlich beliebig viele Möglichkeiten. Wenn die Formfunktion von einer Ecke zur anderen linear abfällt, spricht man von linearen Ansatzfunktionen. Man kann ebensogut auch quadratische, kubische oder noch höhere Polynome wählen. Für Polynome höherer Ordnung als 1 braucht man allerdings mehr Stützstellen, d.h. man braucht weitere Knoten im Element (Abb. 3.3). Beispiele für solche Formfunktionen sind in Abschn. A.2.2 oder (sehr ausführlich und empfehlenswert: [123], Kap.2) zu finden. Aus diesem Ansatz folgt sofort, dass die Funktion u^e in den Knoten den Wert der entsprechenden Knotenvariablen u_k^e annimmt.

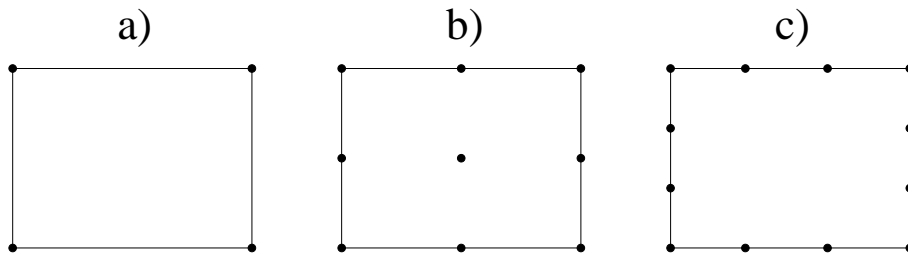


Abbildung 3.3: Beispiele für rechteckige Elemente mit ihren Knoten. In (a) ist der einfachste Ansatz mit 4 Knoten dargestellt, ein sogenannter *bilinear*er Ansatz, denn in beide Raumrichtungen ist der Ansatz linear; (b) ist ein *biquadratischer* Ansatz, (c) schließlich ein *nicht vollständiger kubischer* Ansatz (der sogenannten *SERENDIPITY-Klasse*, [123], Fig.2.15).

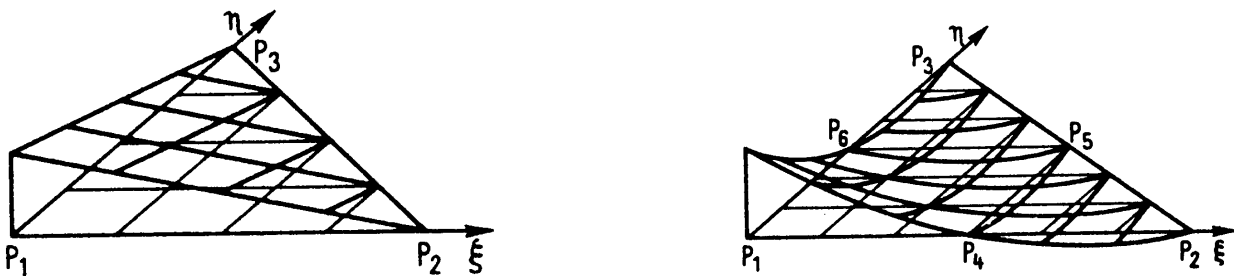


Abbildung 3.4: Formfunktionen über einem Dreieckselement. Die Formfunktion ist jeweils am Knoten $P_1 = 1$, an allen übrigen Knoten gleich 0. Links ist eine *lineare*, rechts eine *biquadratische* Ansatzfunktion mit jeweils einem *Zwischenknoten* dargestellt. Die Bilder sind entnommen aus [123], Fig. 2.20f.

Wir nummerieren jetzt die Knoten im gesamten Gebiet G von $k = 1$ bis N durch. Wir rechnen die Formfunktionen nun wieder in die globalen Koordinaten \mathbf{x} um und bezeichnen diese dann mit $N_k(\mathbf{x})$. N_k ist jetzt nur in den Elementen von 0 verschieden, in denen der Knoten k vorkommt. Es sind also Funktionen mit einem *lokalen Träger*. Dann können wir die globale Funktion $u(\mathbf{x})$ einfach schreiben als Summe von u^e über alle Knoten:

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N u_k N_k(\mathbf{x}) = \sum_{\partial G} u_k N_k(\mathbf{x}) + \sum_{IG} u_k N_k(\mathbf{x}) \quad (3.6)$$

∂G bedeutet den Rand des Gebietes G , IG das Innere des Gebietes. Die Anfangsbedingungen sind sehr einfach zu erfüllen, da u an jedem Knoten k den Wert u_k annimmt (nur dort ist $N_k \neq 0!$). Auf diese einfache Weise gelingt es, den inhomogenen Randbedingungen im RITZ-Ansatz zu genügen.

Die Funktion u stellt nun einen RITZ-Ansatz dar, wie besonders an der rechten Schreibweise in Glg. (3.6) klar wird. Der erste Summand entspricht der Funktion φ_0 von Glg. (3.4), die die inhomogenen Randbedingungen erfüllt. Im zweiten Summanden entsprechen die u_k den Entwicklungskoeffizienten c_k und die Formfunktionen N_k den Entwicklungsfunktionen φ_k . Man kann nun den Ansatz nach den Entwicklungskoeffizienten u_k im Inneren des Gebiets G variieren, an denen keine Randbedingung vorgegeben wurde. Dies entspricht genau der RITZ'schen Vorgehensweise. So lassen sich alle u_k zu allen Zeitpunkten bestimmen, und die Funktion u ergibt sich kontinuierlich an allen Orten.

Der große Vorteil der FE-Methode besteht darin, dass die Elemente-Formfunktionen N_k^e für jeden Elementtyp nur ein einziges Mal berechnet werden müssen. Die lokalen Koordinatenkomponenten von ξ laufen dabei der Einfachheit halber von 0 bis 1. Die Umrechnung von lokalen Koordinaten ξ eines Elements auf globale Koordinaten x erfolgt dann durch eine einfache Multiplikation: Man setze in Glg. (3.5) für die Knotenvariablen einfach eine globale Koordinatenkomponente der entsprechenden Knoten ein; dann ist $u^e(\xi)$ dieselbe globale Koordinatenkomponente, aber nun kontinuierlich im gesamten Element, z.B. in zwei Dimensionen gilt

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) &= \sum_{k=1}^p x(k)N_k(\xi, \eta) \\ y(\xi, \eta) &= \sum_{k=1}^p y(k)N_k(\xi, \eta) \end{aligned}$$

Diese geometrische Umrechnung beschreibt die einfache Abbildung eines Einheitsquadrats auf ein finites Element. Man nennt solche Elemente *isoparametrisch*.

3.4 Anwendung der FE-Methode auf die Kontinuumsmechanik

Bisher haben wir die FE-Methode als Lösungsmethode für Anfangswertprobleme sehr theoretisch erörtert. In diesem Abschnitt werden wir nun konkret die Wirkungsfunktion und die dazugehörigen Differentialgleichungen für kontinuumsmechanische Probleme aufstellen.

Ein mechanisches System sei einer äußeren räumlichen Kraftdichte \mathbf{p}^V unterworfen (diese schließt die Gravitation mit ein!); ferner der Oberflächenkraftdichte \mathbf{p}^O und den Einzelkräften \mathbf{F}^i . Die vollständige Lagrange-Funktion eines solchen mechanischen Systems lautet ([123], Glg. 1.71) in Übereinstimmung mit dem 1.Hauptsatz der Thermodynamik (Glg. 2.27)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= W^{kin} - W^{inn} + W^a \\ &= \int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} u_i dV - \frac{1}{2} \int_V \sigma_{jk} \varepsilon_{jk} dV + \int_V \mathbf{u} \cdot \mathbf{p}^V dV + \int_O \mathbf{u} \cdot \mathbf{p}^O dO + \sum_i \mathbf{F}^i \cdot \mathbf{u}^i \quad (3.7) \end{aligned}$$

Dabei bedeutet σ_{jk} den Spannungstensor, ε_{jk} den Verzerrungstensor und \mathbf{u} den Verschiebungsvektor. Der erste Term ist die kinetische Energie des Systems, der zweite die durch den inneren Spannungszustand gespeicherte Energie. Der dritte bis fünfte Term bezeichnet das Potential der äußeren Kräfte, das sich aus Volumen-, Oberflächen- und Einzelkräften zusammensetzt.

Der harte Teil der Arbeit ist die Berechnung der einzelnen Teilintegrale. Dies muss im Prinzip für jedes Element einzeln durchgeführt werden und kostet natürlich entsprechend Rechenzeit. Die Verwendung einer feineren Diskretisierung mit mehr Elementen verbessert allerdings in vielen Fällen die Genauigkeit.

3.4.1 Der Spezialfall linear elastische Medien

Wenn die Wirkung quadratisch ist (wie etwa bei linear elastischem Materialgesetz), das heißt höchstens quadratische Terme in u und den Ableitungen von u enthält, lässt sich die zugehörige Lagrange-Funktion schreiben als

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}} - \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{K} \mathbf{u} + \mathbf{R} \cdot \mathbf{u} \quad (3.8)$$

mit symmetrischen und in der Regel positiv definiten Matrizen \mathbf{K} und \mathbf{M} ([155], S.66).

\mathbf{K} heißt die **Steifigkeitsmatrix** des Systems. Sie hat so viele Zeilen und Spalten, wie Knoten in dem Gebiet sind mal der Anzahl der Freiheitsgrade jedes Knotens. Bei 10.000 Knoten in drei Raumdimensionen mit z.B. 3 Translations- und 2 Rotationsfreiheitsgraden sind das also 50.000 Zeilen und Spalten! \mathbf{R} heißt **Lastvektor** und hat die Dimension einer Kraft für Translationsfreiheitsgrade bzw. eines Moments für Rotationsfreiheitsgrade. Der Vektor hat ebenfalls für jeden Knoten und jeden seiner Freiheitsgrade einen Eintrag. \mathbf{u} ist der Verschiebungsvektor an den Knoten. An den Translationsfreiheitsgraden hat er die Einheit einer Länge, an den Rotationsfreiheitsgraden eines Winkels. \mathbf{M} heißt die **Massenmatrix** und hat die Dimension einer Masse bei Translations- und die eines Trägheitsmoments bei Rotationsfreiheitsgraden.

Der erste Term um die Massenmatrix stellt die kinetische Energie dar, der Term um die Steifigkeitsmatrix die innere Energie, und der letzte Term um den Lastvektor das Potential der äußeren Kräfte (vgl. Glg. 3.7).

Wenn man nun die Variation durchführt, ergibt sich ein lineares Differentialgleichungssystem

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{R} \quad (3.9)$$

Es bleibt also eine Matrix-Bewegungsgleichung übrig. Sie ist nichts anderes als die Erweiterung der Bewegungsgleichung einer einfachen ungedämpften linearen Feder in eine Matrizenform:

$$\begin{aligned} m \ddot{u} + k u &= F \text{ bei Translationsfedern bzw.} \\ \theta \ddot{\phi} + k_r \phi &= T \text{ bei Rotationsfedern} \end{aligned} \quad (3.10)$$

und analog wie bei der Feder kann man auch in der Matrizenform einen Dämpfungsterm einfügen

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{R} \quad (3.11)$$

unter Verwendung der Dämpfungsmatrix \mathbf{C} . Man kann sich also das in finite Elemente diskretisierte Gebiet vorstellen als ein kompliziertes System, das aus vielen Translations- und Rotationsfedern zusammengesetzt ist. Doch Vorsicht! Diese Vorstellung gilt nur bei linear elastischem Materialgesetz und außerdem nur für den Fall $\nu = 0$, also den Fall ohne Querkontraktion!

3.4.2 Allgemeiner Fall

Im allgemeinen Fall kann man keine symmetrische Steifigkeitsmatrix aufstellen, weil die Wirkung keine quadratische Form der Verschiebungen mehr ist. Die Bewegungsgleichung (3.9) schreibt sich dann

allgemeiner ([7], L 2.3)

$$M\ddot{u} = R - I, \quad (3.12)$$

wobei mit R dann die externen und mit I die internen Kräfte gemeint sind. Dennoch ist es in vielen Fällen nötig, die innere Energie als Produkt einer nun von den Verschiebungen abhängigen Steifigkeitsmatrix und den Verschiebungen auszudrücken (Abschn. 3.5.1 und 3.5.4).

$$I = K(u) u \quad (3.13)$$

3.4.3 Die Fragestellung

Normalerweise sind durch die Zwangsbedingungen einige Komponenten von R (Zwangskräfte) und einige von u vorgegeben (Einspannbedingungen). Die Berechnung der übrigen Komponenten von u (und R) ist dann die Aufgabe.

Hat man u und R bestimmt, kann man durch Differentiation von Glg. (3.6) nach den globalen Ortskoordinaten den Verzerrungstensor (Glg. 2.17) bestimmen. Diese Differentiation läuft auf eine einmalige Differentiation der ohnehin sehr einfachen Formfunktionen hinaus, die man in einer sogenannten Verzerrungs-Verschiebungs-Matrix D zusammenstellen kann. Mit dieser Matrix muss nur noch der Verschiebungsvektor an den Knoten multipliziert werden

$$\varepsilon = Du \quad (3.14)$$

Die Spannung berechnet sich dann je nach Materialgesetz aus der Verzerrung. Andere Größen wie der hydrostatische Druck lassen sich daraus wiederum leicht gewinnen. Der Druckgradient, der für unsere Anwendungen auch von Interesse ist, der aber von ABAQUS nicht berechnet wird, lässt sich analog bestimmen (eine zu diesem Zweck geschriebene Postprocessing-Routine finden Sie im Anhang A).

3.4.4 Was stets zu beachten ist

Zunächst möchte ich stichwortartig ein paar Punkte hervorheben, die für alle Lösungsverfahren von Bedeutung sind.

Massenmatrix: Die Finite-Elemente-Lösung ist nur dann eine RITZ'sche Lösung, wenn man die Massenmatrix mit denselben Interpolations- (Form-)funktionen berechnet wie die Steifigkeitsmatrix ([17], §4.2.4). Man bezeichnet sie in diesem Fall als **konsistente Massenmatrix**. Die konsistente Massenmatrix ist in der Regel nicht diagonal. Die zugehörige Beschleunigung ändert sich dann zwischen den Knoten kontinuierlich (linear, quadratisch, je nach Ansatzfunktion).

Man kann aber auch einfacher vorgehen, indem man die Masse jedes Elements gleichmäßig auf seine Knoten verteilt. Eine solche Massenmatrix ist auf jeden Fall diagonal und heißt **konzentrierte Massenmatrix** (engl.: *lumped mass matrix*, [17], §4.2.4). Anschaulich bedeutet dies, dass von der Annahme ausgegangen wird, dass die Beschleunigung in der Nachbarschaft eines Knotens konstant und gleich dem Wert im Knoten selbst ist. Ihre Spur ist die Gesamtmasse des Körpers.

Der Lastvektor R nimmt im Hinblick auf die in ihm enthaltenen Volumen- und Flächenkräfte ebenfalls ein anderes Aussehen an, wenn man die konzentrierte Darstellung verwendet. Anschaulich kann man

sich das so vorstellen, dass beim konzentrierten Fall alle Lasten nur auf die Knoten wirken, während sie im konsistenten Fall über das ganze Element kontinuierlich verteilt sind.

Eine konzentrierte Massenmatrix liefert keine RITZ'sche Lösung. Dennoch sind die auf diese Weise erbrachten Lösungen häufig ausreichend genau. Durch die Diagonalität der konzentrierten Massenmatrix kann man auf jeden Fall ziemlich viel Rechenzeit sparen und diese lieber in mehr Iterationen einsetzen, was die Ergebnisse gegenüber der Verwendung von konsistenten Massenmatrizen oft verbessert.

Reduzierte Integration: Ein gewichtiger Punkt bei der Finite-Elemente-Methode ist die Berechnung der Integrale in Glg. (3.7), was im linear elastischen Fall der Berechnung der Steifigkeitsmatrix entspricht (Glg. 3.8). Hierfür wird die GAUSS-LEGENDRE-Integration verwendet ([52], §4.2.1, [109], §4.5). Das Integral wird durch eine einfache Multiplikation ersetzt; es wird durch N Stützstellen *exakt* berechnet, wenn der Integrand eine Linearkombination von LEGENDRE-Polynomen bis zum Grade $2N - 3$ ist (Grad N bedeutet in meiner Sprechweise, dass die höchste vorkommende Potenz x^N ist). Die FE-Methode hat den Vorteil, dass in den Integralen alles außer den Formfunktionen selbst konstant ist, die ja auf einem lokalen Träger genau solche Polynome sind. Das heißt, bei einem linearen Formfunktions-Ansatz brauchen wir 2 Stützstellen in jede Raumrichtung, also $2^2 = 4$ bei zweidimensionalen und $2^3 = 8$ bei dreidimensionalen Problemen. Wird das Integral auf diese Weise berechnet, spricht man von *vollständiger Integration* ([1], §3.2.4-5).

Verwendet man hingegen weniger Stützstellen, so stimmt die Integrallösung nur näherungsweise. Bei nur *einer* Stützstelle pro Element mit einem linearen Ansatz setzt man also implizit an, dass die Spannung im ganzen Element konstant ist. Man gewinnt dafür aber bei zweidimensionalen Modellen einen Faktor 4, bei dreidimensionalen einen Faktor 8 an Rechenzeit. Man spricht bei dieser Methode von *reduzierter Integration*.

Es kommt hier noch ein mathematisch etwas zweifelhaftes Argument ins Spiel, was aber durchaus in der Praxis seinen Sinn hat: Die FE-Beschreibung tendiert dazu, das Modell etwas zu steif zu machen. Dies liegt am RITZ'schen Prinzip, was besagt, dass von allen Variationsmöglichkeiten die echte Lösung die Wirkung extremal (minimal) macht. Die FE-Lösung wird die Wirkung nicht vollständig minimieren, deshalb wird das Modell zu steif. Auf der anderen Seite führt die reduzierte Integration eher dazu, das Modell schlaffer zu machen, so dass die reduzierte Integration insgesamt in vielen Fällen genauere Ergebnisse liefert als die vollständige Integration.

Konvergenz der Lösungen: Diese Frage ist ein mathematisch diffiziler Punkt. Ich möchte das hier nur oberflächlich ansprechen. Für eine genaue mathematische Diskussion verweise ich auf BATHE ([17], Kap.4.2.5) und ZIENKIEWICZ ([155], Kap.3.8). Die Genauigkeit der Ergebnisse hängt von einer Fülle von Punkten ab: Wie gut ist das mechanische Modell? Wie gut sind die Materialkonstanten bestimmt? Wie gut ist die Diskretisierung? Was für Elemente und wie viele wurden gewählt? Wie groß sind die Elemente? Wie groß ist das Verhältnis vom größten zum kleinsten Element? Wurde reduziert oder vollständig integriert? Wurden konsistente oder konzentrierte Massenmatrizen verwendet? Und weiter: Wie fein integriert der Integrator? Es gibt noch viele andere Punkte.

Ich möchte hier ein paar praktische Tips geben, wie man die Konvergenz verbessern kann.

- Man sollte nicht zu wenige Elemente verwenden, damit die Diskretisierung nicht zu grob wird und damit die reduzierte Integration sowie die konzentrierte Massenmatrix nicht zu stark ins Gewicht

fallen.

- Die Elemente sollten nicht allzu stark verzerrt sein. Sie sind ja eine Abbildung des Einheitsquaders, und wenn eine Seite gegenüber einer anderen zu stark verkürzt ist oder die Elemente zu „platt“ werden, kann dies zu numerischen Problemen in diesem Element führen. Der von uns verwendete Präprozessor PATRAN [91] bietet zu diesem Zweck einige Kontrollparameter an; so werden die Seitenwinkel, das Verhältnis der kürzesten zur längsten Elementeseite und anderes berechnet; bei Überschreiten einer Toleranzgrenze wird eine Warnung ausgegeben ([91], Finite Elements/Verify/Elements). Aus diesem Grund sollten auch Situationen vermieden werden, bei dem alle Elemente wie beim Gradnetz eines Globusses an einem Pol spitz aufeinander zulaufen.
- Wenn sehr grobe und sehr feine Elemente in einem Modell verwendet werden, sollte man bedenken, dass oft die Größe des kleinsten Elements die Integrationszeit bestimmt und in die Höhe treibt, während die Grobheit anderer Elemente die Genauigkeit der Ergebnisse beschränkt.
- Als Faustregel mag gelten, dass die Konvergenz bei Verwendung feinerer Netze besser wird. Dies muss aber von Fall zu Fall überprüft werden, denn es können andere, gegenteilige Effekte eintreten (beispielsweise können plattgedrückte Elemente entstehen). Außerdem bedeutet eine Verfeinerung des Netzes um den Faktor 2, dass in 3 Dimensionen $2^3 = 8$ neue Elemente für ein altes entstehen und damit die Steifigkeitsmatrix um den Faktor $8^2 = 64$ größer wird!
- Die Verwendung von höhergradigen Formfunktionen kann die Konvergenz ebenfalls verbessern und ist eine Alternative zur Elementverfeinerung. Die Nachteile in der Rechenzeit sind allerdings die gleichen.

Hourglass Control: Die Verwendung von reduzierter Integration macht verschiedene Elemente-Verzerrungszustände für das von uns verwendete Löserprogramm ABAQUS [2] energetisch ununterscheidbar, so dass neben den physikalisch sinnvollen Zuständen auch völlig unsinnige vorkommen. Zu diesem Zweck führt ABAQUS eine künstliche Steifigkeit ein, welches die Bildung von solchen *Hourglass*-Zuständen (benannt nach der Sanduhrform solcher Verzerrungen, Abb. 3.5) ausschließt ([6], §13.1.4). Dies hat allerdings den Nachteil, dass ein Teil der Gesamtenergie des Systems in diese numerische künstliche Energie (den sogenannten *artificial strain*) verloren geht. Ein FE-Netz tendiert besonders dann zu solchen Zuständen, wenn viele sehr schmale und flache Elemente enthalten sind. In solchen Fällen sollte man das Netz dahingehend verfeinern, dass die Elemente eher quadratisch als langgestreckt werden oder man Schalen- statt Kontinuums-elementen verwendet (Abschn. 3.6).

Ein Maß für die Güte der Konvergenz ist die Betrachtung der im System vorkommenden Energie. Wenn die totale Energie, also die Summe aus interner, kinetischer und Verlustenergie, über die ganze Zeitspanne konstant bleibt, ist dies ein Hinweis auf eine gute Lösung. Ferner sollten numerische Verlustenergien (wie der *artificial strain*) gering sein ($< 10\%$).

3.5 Lösungsprozeduren

In vielen Fällen interessiert man sich nicht für den Ablauf der Bewegung, sondern für den Zustand nach Einstellung eines Gleichgewichts. Solche Aufgabenstellungen werden als **stationäre Probleme** bezeichnet ([17], §3.2). Die Frage, ob ein Hausdach unter einer bestimmten Schneelast hält oder ob eine Brücke

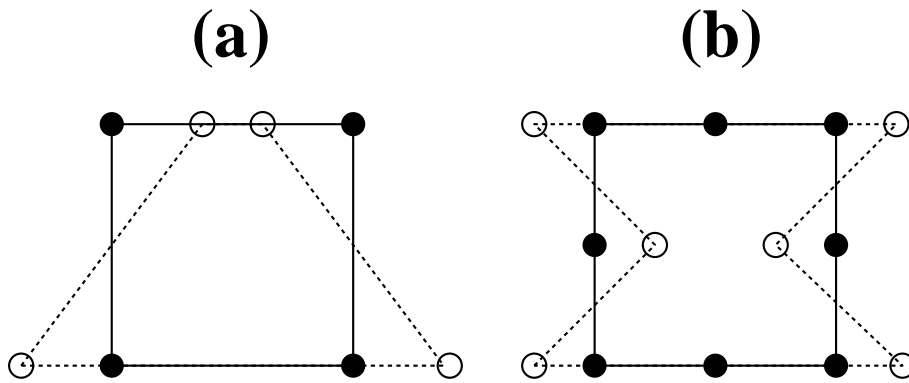


Abbildung 3.5: Veranschaulichung von Hourglass-Zuständen (a) bei bilinearen, (b) bei quadratischen Ansatzfunktionen. Die Zustände sind bei reduzierter Integration energetisch gleich. Wegen der Sanduhrform im Fall (b) trägt dieser Effekt den Namen.

unter ihrem eigenen Gewicht zusammenbrechen kann, sind Beispiele hierfür. Im eindimensionalen Analogon entspricht das der Frage, wie weit sich eine Feder beim Anhängen eines Gewichtes ausdehnt, nachdem der Einschaukelprozess beendet ist. In diesem Fall kann man die zeitlichen Ableitungen von u in Glg. (3.11) gleich 0 setzen.

Hingegen muss bei den Fragen, in denen es auf den Zeitverlauf ankommt, die volle Bewegungsgleichung benutzt werden. Es handelt sich um *dynamische* Probleme. Diese Dissertation beschäftigt sich mit Stoßprozessen auf den menschlichen Schädel, was natürlich ein hochgradig dynamischer Prozess ist. Deswegen liegt mein Schwergewicht auf diesem Problemtyp.

Für dynamische Probleme gibt es einige wesentlich verschiedene Lösungsmethoden, die in Abb. 3.6 schematisch dargestellt sind und in den folgenden Abschnitten erläutert werden.

3.5.1 Lösung von stationären Problemen

Im stationären Fall reduziert sich die allgemeine Differentialgleichung (3.12) auf die Form

$$\mathbf{R} = \mathbf{I}(\mathbf{u}) \quad (3.15)$$

\mathbf{R} ist die Summe der äußeren, \mathbf{I} die der inneren Kräfte; \mathbf{R} ist gegeben, \mathbf{u} gesucht.

Im linear elastischen Fall gilt $\mathbf{I} = \mathbf{K}\mathbf{u}$, so dass (3.15) die Form $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{R}$ annimmt. Um diese Matrixgleichung nach \mathbf{u} aufzulösen, muss man eine Matrixinversion durchführen:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{R} \quad (3.16)$$

Die Rechenzeit hängt von der Zahl der Zeilen in der Matrix ab und damit von der Zahl der Knoten. Man kann die Rechenzeit spürbar reduzieren durch eine geschickte Umnummerierung der Knoten, so dass die *Bandbreite* (das ist die maximale Anzahl der von 0 verschiedenen Einträge um die Mitteldiagonale in jeder Zeile) minimiert wird. Verfahren hierfür werden bei SCHWARZ ([123], §3.2) vorgestellt und sind sowohl bei ABAQUS als auch bei PATRAN verfügbar.

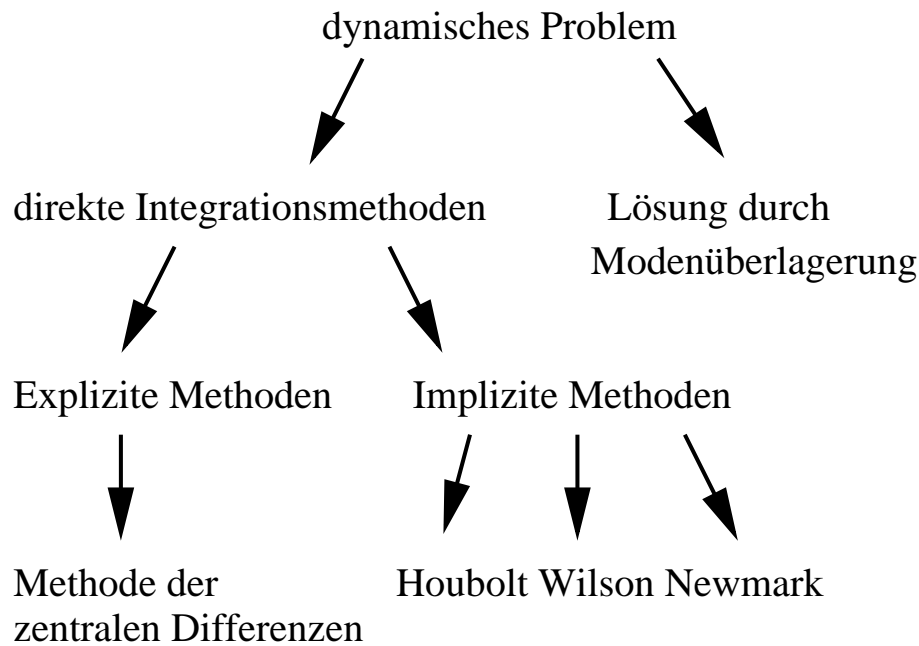


Abbildung 3.6: Schematischer Überblick über die Lösungsmethoden bei dynamischen Problemen. Die Methode der Modenüberlagerung ist bei linear elastischen Medien und fast frei schwingenden Systemen besonders gut geeignet; sie führt dann auf ein Eigenwertproblem. Bei den direkten Methoden unterscheiden wir explizite Methoden, die vom Programm ABAQUS/Explicit gelöst werden, und implizite Methoden, die von ABAQUS/Standard gelöst werden. Stationäre Probleme, Eigenwertprobleme und Modenüberlagerung werden ebenfalls von ABAQUS/Standard gelöst. Die angegebenen Methoden sind bei BATHE ([17], Kap.9) ausführlich dargestellt.

Im nichtlinearen Fall ist die Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} nicht mehr unabhängig von \mathbf{u} . Man berechnet diese jetzt iterativ durch allmähliche Variation von \mathbf{u} , beispielsweise mit der NEWTON-RAPHSON'schen Methode ([145] S.147). Die Iterationsschritte werden durch rechte obere eingeklammerte Indizes charakterisiert.

1. Man sucht die sogenannte Residuumsfunktion $\Psi(\mathbf{u}) = \mathbf{I}(\mathbf{u}) - \mathbf{R} = \mathbf{0}$ und findet diese durch Iteration.
2. Ausgangspunkt:
 - (a) Man bestimmt eine geeignete Startmatrix $\mathbf{K}^{(1)}$.
 - (b) Mit deren Hilfe bestimmt man einen ersten Verschiebungsvektor $\mathbf{u}^{(1)}$ aus

$$\mathbf{K}^{(1)}\mathbf{u}^{(1)} = \mathbf{R}$$

- (c) Man setzt $i = 1$.

3. Zweiter Schritt:

- (a) Man bestimmt das verbleibende Residuum $\Psi^{(i)} = \Psi(\mathbf{u}^{(i)}) = \mathbf{I}(\mathbf{u}^{(i)}) - \mathbf{R}$,

(b) Man entwickelt $\Psi(\mathbf{u})$ um $\mathbf{u}^{(i)}$ bis zur 1. Ordnung und sucht die nächste Nullstelle:

$$\Psi^{(i)} + \frac{\delta\Psi^{(i)}}{\delta\mathbf{u}} \delta\mathbf{u}^{(i)} = 0$$

Daraus erhält man $\delta\mathbf{u}^{(i)}$.

(c) Die Ableitung $\frac{\delta\Psi}{\delta\mathbf{u}^{(i)}} = \mathbf{K}^{(i+1)}$ ist die nächste Iterationsstufe der Steifigkeitsmatrix, der Vektor $\mathbf{u}^{(i+1)} = \mathbf{u}^{(i)} + \delta\mathbf{u}^{(i)}$ die nächste Stufe des Verschiebungsvektors.

4. Iteration:

(a) Man setzt beim Punkt (3a) mit der nächsthöheren Iteration wieder fort und wiederholt das Ganze so lange, bis das Residuum kleiner als eine bestimmte Grenze ist.

Dieses Iterationsverfahren ist in Abb. 3.7 bildlich veranschaulicht. Es ist *unbedingt stabil*, d.h. wenn das Verfahren eine Lösung liefert, so stimmt diese. Wenn die Anfangsmatrix zu schlecht gewählt wurde oder das Problem zu kompliziert ist, kann es natürlich auch sein, dass das Verfahren überhaupt keine Lösung liefert.

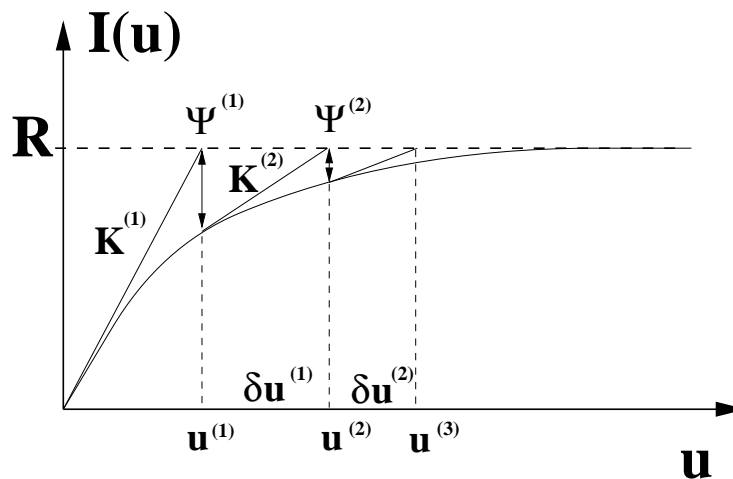


Abbildung 3.7: Veranschaulichung des Iterationsverfahrens zur Berechnung nichtlinearer Probleme nach NEWTON-RAPHSON.

3.5.2 Bestimmung der Eigenmoden

In vielen Fällen ist es interessant, in der Simulation die Eigenschwingungen des mechanischen Körpers zu bestimmen. Das hat vor allem den Grund, dass die Eigenfrequenzen und die zugehörigen Eigenschwingungen *messbar* sind. Der Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messergebnissen ist eine gute Methode zur Validierung der Finite-Elemente-Diskretisierung: Wenn die berechneten und die gemessenen Eigenfrequenzen ähnlich sind, kann man davon ausgehen, dass grundsätzlich das dynamische Verhalten des Modells korrekt beschrieben wird [28]. Zum zweiten werden die Eigenmoden auch benötigt, um dynamische Probleme mit Hilfe der Methode der Modenüberlagerung zu berechnen (Abschn. 3.5.3).

Geht man von der ungedämpften linear elastischen dynamischen Gleichung (3.9) aus und setzt die äußeren Kräfte gleich 0, erhält man die Schwingungsgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

Man setzt als allgemeine Lösung eine harmonische Schwingung an

$$\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\phi} \sin \omega(t + \delta). \quad (3.18)$$

$\boldsymbol{\phi}$ ist ein zeitunabhängiger Vektor mit je einem Eintrag pro Knoten und Freiheitsgrad. Man erhält damit das modifizierte Eigenwertproblem

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi} = \omega^2 \mathbf{M}\boldsymbol{\phi} \quad (3.19)$$

Dieses modifizierte Eigenwertproblem lässt sich mit der Methode der *simultanen Hauptachsentransformation* ([40], §20.5.3f, [17] §9.3.1) lösen. Die Gleichungen werden entkoppelt und einzeln gelöst. Als Ergebnis erhält man die Eigenfrequenzen ω_i und den Knotenvektor $\boldsymbol{\phi}_i$, zusammen mit (3.18) und (3.6) also die Eigenschwingungen.

Wenn zusätzlich noch Dämpfung vorliegt, kann man die Gleichungen bei geeigneter Form der Matrix \mathbf{C} ebenfalls entkoppeln, etwa in der Form

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (3.20)$$

α und β sind materialabhängige Konstanten. Diese Art heißt *RAYLEIGH'sche Dämpfung*. Bei solchen gedämpften Funktionen kommt noch ein Term $2\omega_i \xi_i \dot{x}_i(t)$ ins Spiel. ξ_i ist dann der Dämpfungsgrad des jeweiligen Eigenmodes.

In allen anderen Fällen, also auch bei nichtlinearen Materialgesetzen, müssen die Eigenwerte numerisch gefunden werden.

3.5.3 Dynamische Probleme: Methode der Modenüberlagerung

Wenn man die Eigenwerte und zugehörigen Eigenmodes erst einmal bestimmt hat, kann man natürlich eine Superposition dieser Eigenfunktionen $\boldsymbol{\phi}_i$ als Ansatzfunktion zur Lösung der vollständigen Gleichung (3.11 mit $\mathbf{R} \neq \mathbf{0}$) benutzen:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i x_i(t) \quad (3.21)$$

Durch Transformation der Differentialgleichung auf die Basis der $\boldsymbol{\phi}_i$ (analog zur Methode der simultan Hauptachsentransformation) kann die Differentialgleichung entkoppelt werden, woraus sich die Schwingungsfunktionen $x_i(t)$ bestimmen lassen ([17] §9.3.1).

Je näher die Lösung des Problems an einer Eigenlösung des Problems liegt, desto kleiner kann man N wählen, ohne dass die Genauigkeit darunter leidet. Deshalb ist diese Methode besonders dann erfolgreich, wenn man das langfristige Verhalten eines schwingenden Systems auf eine geringe äußere Störung untersuchen will.

3.5.4 Dynamische Probleme: Implizite Methode

Die andere Möglichkeit zur Lösung von zeitabhängigen Differentialgleichungen ist die **direkte Integration**. Diese Verfahren werden wiederum in *implizite* und *explizite* Methoden unterteilt.

Bei direkter Integration muss nun auch die Zeit diskretisiert werden. Jeder Zeitschritt wird in ABAQUS als **Inkrement** bezeichnet. Bei der impliziten Methode muss in jedem Inkrement zunächst eine Steifigkeitsmatrix bestimmt werden. Man geht auf folgende Weise vor:

1. Ausgangspunkt ist Glg. (3.11) zum Zeitpunkt $t + \Delta t$:

$$M\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) + C\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{R}(t + \Delta t)$$

2. Man bestimmt nun formal $\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)$ und $\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)$ durch sogenannte Rückwärts-Differenzenformeln aus $\mathbf{u}(t + \Delta t)$, $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{u}(t - \Delta t)$, $\mathbf{u}(t - 2\Delta t)$ und setzt diese in die Differentialgleichung ein. Dieses Verfahren heißt Houbolt'sche Methode ([17], §9.2.2). Dies geht nur formal, da ja $\mathbf{u}(t + \Delta t)$ weiterhin unbekannt ist!
3. Nun stehen in der Differentialgleichung aber nur noch Terme von \mathbf{u} zu verschiedenen Zeiten drin, aber keine Ableitungen mehr. Wenn man diese sortiert, ergibt sich

$$\hat{\mathbf{K}}\mathbf{u}(t + \Delta t) = \mathbf{R}(t + \Delta t) + \mathbf{G}_1\mathbf{u}(t) + \mathbf{G}_2\mathbf{u}(t - \Delta t) + \mathbf{G}_3\mathbf{u}(t - 2\Delta t)$$

$\hat{\mathbf{K}}$ ist die Steifigkeitsmatrix plus einer im Verhältnis kleinen Beimischung einer Linearkombination aus M und C ; die Matrizen \mathbf{G}_i sind reine Linearkombinationen von M und C .

4. Auf der rechten Seite der Gleichung stehen nun lauter bekannte Terme, links steht die Unbekannte $\mathbf{u}(t + \Delta t)$. Durch Invertierung der Matrix $\hat{\mathbf{K}}$ kann man diese nun bestimmen und hat damit den Verschiebungsvektor zum nächsten Zeitpunkt erhalten.
5. Daraus berechnet man die Verzerrung und die Spannung in den Elementen, daraus die neue Steifigkeitsmatrix zum Zeitpunkt $(t + \Delta t)$.
6. Man wiederholt die Prozedur ab Punkt 3.

Es gibt auch andere implizite Methoden ([17] §9.2), aber *die Invertierung einer (modifizierten) Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} ist das charakteristische Kennzeichen einer impliziten Methode.*

Bei nichtlinearen Problemen wird es noch eine Stufe komplizierter; dort muss die Steifigkeitsmatrix in Abhängigkeit von \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$ und $\ddot{\mathbf{u}}$ auf iterative Weise bestimmt werden. Man benutzt hier wieder eine Residuumsfunktion Ψ und bestimmt iterativ abwechselnd Ψ , \mathbf{K} und \mathbf{u} analog wie in Abschn. (3.5.1):

$$\begin{aligned} M\ddot{\mathbf{u}}^{(i)}(t + \Delta t) + \mathbf{K}^{(i)}\delta\mathbf{u}(t + \Delta t) &= \mathbf{R}(t + \Delta t) - \Psi^{(i-1)}(t + \Delta t) \\ \mathbf{u}^{(i)}(t + \Delta t) &= \mathbf{u}^{(i-1)}(t + \Delta t) + \delta\mathbf{u}^{(i)}(t + \Delta t) \end{aligned}$$

Wenn eine maximale Anzahl von Iterationsschritten überschritten wird, verkürzt ABAQUS die Inkrementlänge automatisch. *Deshalb gibt es bei der impliziten Methode in der Regel keine konstante Inkrementlänge.* Zur genauen Beschreibung verweise ich auf BATHE ([17], §9.5.2).

Die implizite Methode ist im selben Sinne wie bei den stationären Problemen *unbedingt stabil*, weil die Konvergenz in jedem Inkrement getestet wird: Wenn eine Lösung gefunden wird, stimmt diese auch.

3.5.5 Dynamische Probleme: Explizite Methode

Kennzeichnend für explizite Methoden ist, dass man keine Steifigkeitsmatrix berechnen und invertieren muss. Ebenso wenig braucht man lineare und nichtlineare Gleichungen zu unterscheiden. Ich beschreibe hierfür die **Methode der zentralen Differenzen** ([7], L 2.6, [17] §9.2.1). Die Vorgehensweise ist folgende:

1. Man geht von Glg. (3.12) zum Zeitpunkt t aus und löst diese auf nach $\ddot{\mathbf{u}}$:

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{R}(t) - \mathbf{I}(t))$$

Man benutzt bei der expliziten Methode immer eine konzentrierte (also diagonale) Massenmatrix, denn dann ist diese Matrixinversion trivial.

2. Man berechnet \mathbf{u} und $\dot{\mathbf{u}}$ nur aus den Verschiebungen in der Vergangenheit, die alle bekannt sind:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) &= \dot{\mathbf{u}}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) + \ddot{\mathbf{u}}(t)\Delta t \\ \mathbf{u}(t + \Delta t) &= \mathbf{u}(t) + \dot{\mathbf{u}}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)\Delta t\end{aligned}$$

Hier ist eine Darstellung gewählt, bei der alle Zeitinkremente gleich lang sind, *was in aller Regel bei der expliziten Methode der Fall ist.*

3. Dann berechnet man die Verzerrungen, die Verzerrungsrate und daraus die Spannung in den Elementen; man bestimmt aus diesen wieder die internen Kräfte \mathbf{I} zum Zeitpunkt $t + \Delta t$.
4. Mit dem nächsten Zeitinkrement beginnt man wieder bei Schritt 2.

Bei der expliziten Methode besteht jedes Inkrement aus genau einem Rechenschritt, es sind keine Iterationen nötig. Dafür müssen diese Inkremente aber viel kleiner gewählt werden, denn *die expliziten Verfahren sind nur bedingt stabil.* Das bedeutet:

Nur wenn Δt kleiner als ein bestimmtes Stabilitätslimit ist, sind die Lösungen richtige Näherungslösungen des Problems. Wenn Δt zu groß gewählt ist, kann das Ergebnis beliebig falsch sein.

Das Stabilitätslimit ist gegeben durch

$$\Delta t \leq \Delta t_{max} = \frac{2}{\omega_{max}} \left(\sqrt{1 + \xi^2} - \xi \right) \quad (3.22)$$

ω_{max} ist dabei der höchste Eigenwert des Systems, und ξ gibt den kritischen Dämpfungsfaktor in diesem Eigenmode an. Anschaulich gesprochen ist dieses Limit gegeben durch die Zeit, die eine Druckwelle (Schallwelle) braucht, um durch das kleinste Element im Modell zu gehen. Im Eindimensionalen gilt also $\Delta t_{max} = \frac{l}{c_s} = l\sqrt{\frac{\rho}{E}}$ ([7], L 2.11). c_s ist die Schallgeschwindigkeit, l die kürzeste Elementlänge, E das Elastizitätsmodul und ρ die Dichte.

3.5.6 Eine Diskussion: Welche Methode ist die beste?

Die Modenüberlagerung ist vor allem bei langfristigen, wenig gestörten Problemen erfolgreich, wo man mit der Überlagerung weniger Eigenschwingungen auskommt.

Bei kurzfristigen Ereignissen sind die direkten Integrationsmethoden besser. Die Unterschiede zwischen impliziten und expliziten Methoden sind in Tabelle 3.1 zusammengestellt.

Die ersten beiden Argumente in der Tabelle sind für unsere spezielle Problematik, nämlich die Untersuchung von Stößen auf den menschlichen Schädel, ausschlaggebend. Deshalb können wir für diese Art von Simulationen ausschließlich die explizite Methode verwenden.

<i>Implizite Methoden</i>	<i>Explizite Methoden</i>
Die Inkrementlänge wird immer so kurz werden, dass die Zustandsänderung aufgrund der Bewegung in diesem Inkrement sehr gering ist. Bei singulären Ereignissen wie Stößen wird also das Inkrement so klein, dass die Rechenzeit dramatisch und für unsere Anwendung in inakzeptable Bereiche anwächst.	Meist stabile Inkrementlänge.
Diskontinuitäten können auch dazu führen, dass überhaupt keine konvergierende Lösung mehr gefunden wird. Diskontinuitäten können Stoßkontakte oder der Übergang von Gleit- zu Haftreibung sein.	Die Diskontinuitäten beeinflussen die Konvergenz der Lösung nur wenig.
Unbedingte Stabilität	Bedingte Stabilität. Aufgrund der notwendigen Limitierung von Δt wird die Schrittweite um so kleiner, je kleiner das kleinste Element des Modells ist. Daher bestimmt die kleinste Elementlänge entscheidend die Länge der Rechenzeit!
Die Rechenzeit wird von der Größe der Steifigkeitsmatrix maßgeblich bestimmt, da diese invertiert werden muss. Wenn N die Anzahl der Knotenfreiheitsgrade ist, hängt die Rechenzeit von N^2 ab.	Da keine Matrixinversionen stattfinden, ist die Abhängigkeit der Rechenzeit von der Zeilenzahl linear ($\propto N$)
Konzentrierte oder konsistente Massenmatrix	Konzentrierte Massenmatrix
Man kann alle Arten von Formfunktionen verwenden: Lineare, quadratische, kubische und so weiter.	Man sollte nur lineare Formfunktionen verwenden, damit die Rechenzeit kürzer wird. Da die Zeitinkremente sehr klein sind, wird durch höhere Ansatzfunktionen eigentlich nichts gewonnen.
Bei nahezu inkompressiblen Materialien wie Gehirn ($\nu > 0,4$) müssen unangenehme Klimmzüge unternommen werden, um eine Lösung des Problems zu garantieren; in einem solchen Fall setzt man sogenannte <i>Hybrid-Elemente</i> ein ([1] §3.2.3).	Auf das kann man bei der expliziten Methode getrost verzichten.
Bei nicht allzu ruckartigen Bewegungen sind die Inkremente groß und die Zahl der Rechenschritte daher gering.	Die Inkremente sind immer klein; bei einfachen Bewegungen ist die Rechenzeit deutlich größer als bei impliziten Methoden.

Tabelle 3.1: Die Unterschiede zwischen impliziten und expliziten Integrationsmethoden

3.6 Verschiedene Elementetypen

Die Wahl der verwendeten Elementetypen ist sehr wichtig. Man kann die Elemente unterscheiden hinsichtlich ihrer Dimensionalität, nach den Freiheitsgraden in den Knoten, nach ihrer geometrischen Form, dem Koordinatensystem und nach dem anzuwendenden Integrationsverfahren. Ein Finite-Elemente-Programm stellt eine mehr oder weniger umfangreiche Elementebibliothek zur Verfügung. An ihrem Ausmaß kann man über die Qualität des entsprechenden Codes Schlüsse ziehen.

Ich werde die Elemente nun nach den genannten Gesichtspunkten klassifizieren.

Dimensionalität des isoparametrischen Urbildes: Es gibt 0-dimensionale (Punktmassen), 1-, 2- und 3-dimensionale Elemente. Das Wort *Dimension* bezieht sich hierbei auf die Dimension des isoparametrischen Urbildes und nicht das Aussehen im geometrischen Raum. So können beispielsweise dünne Schichten im Raum als zweidimensionale Schalenelemente mit angegebener Dicke oder als dreidimensionale Kontinuumselemente modelliert werden. Für einen Balken im Raum kann man diese beiden Modellierungsarten und außerdem noch eindimensionale Balkenelemente (mit anzugebender Querschnittsfläche) verwenden (Abb. 3.8).

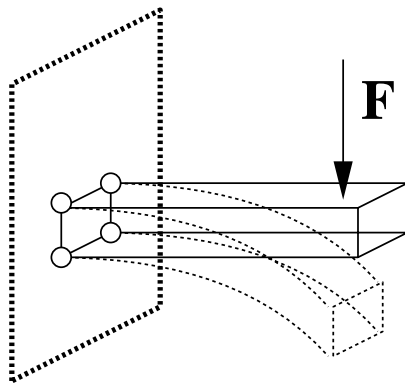
Freiheitsgrade: Das ist ein gewichtiger Punkt. Hinsichtlich dessen müssen wir Kontinuums-, strukturelle und Starrkörperelemente unterscheiden.

- **Kontinuumselemente** (*engl.: continuum elements*): Die Knoten dieser Elemente haben in drei Dimensionen jeweils 3 Translations- und keine Rotations-Freiheitsgrade. Durch die Verschiebung der Knoten gegeneinander ist der Verzerrungszustand des Elements eindeutig bestimmt. Hält man ein Kontinuumselement an *einem* Knoten in allen 3 Freiheitsgraden fest, hat man ein Kugelgelenk erzeugt: Der Körper hängt daran fest, kann aber frei rotieren. In drei Dimensionen wird der Körper erst dann fest eingespannt, wenn man mindestens *drei* Knoten festhält (Abb. 3.8a).

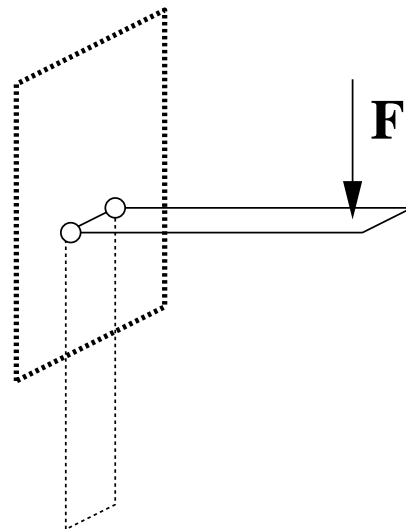
Es gibt Kontinuumselemente, deren isoparametrisches Urbild ein-, zwei- oder dreidimensional ist. Man kann den zweidimensionalen Elementen vorschreiben, sich nur in einer Ebene zu verzerren (ebener Verzerrungszustand, *engl. plane strain elements*). Es wird dann aber aufgrund der Querkontraktion Spannungen in die dritte Raumrichtung geben. Umgekehrt kann man ihnen auch vorschreiben, Spannungen nur in einer Ebene aufzunehmen (ebener Spannungszustand, *engl. plane stress elements*). Es gibt dann aufgrund der Querkontraktion Verzerrungen in der dritten Raumrichtung. Der Spannungstensor eines Kontinuumselements ist also immer eine 3×3 -Matrix.

- **Strukturelle Elemente I (Membranen und Stäbe):** Wenn man (im Urbild) ein- oder zweidimensionale Elemente braucht, die in der dritten Dimension keine Spannungen *und* auch keine Verzerrung haben, benutzt man Stabelemente (*engl.: truss elements*) bzw. Membranelemente (*membrane elements*). Stäbe können also nur Zug und Druck übertragen, keine Biegungen. Für Membranen gilt dasselbe. Spannungs- und Verzerrungstensor eines Stabelements sind Skalare (1×1 -Matrizen), die eines Membranelements 2×2 -Matrizen.

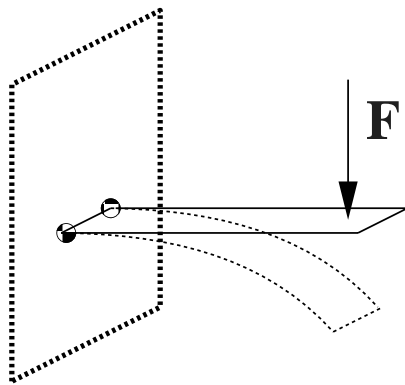
Die Knoten haben in diesem Fall wie bei den Kontinuumselementen bis zu drei translatorische Freiheitsgrade und keine rotatorischen. Es ist also bei diesen Elementen nicht möglich, sie fest an einer Seite in der Wand zu verankern. Mehr als ein Gelenk zu simulieren ist nicht möglich (Abb.



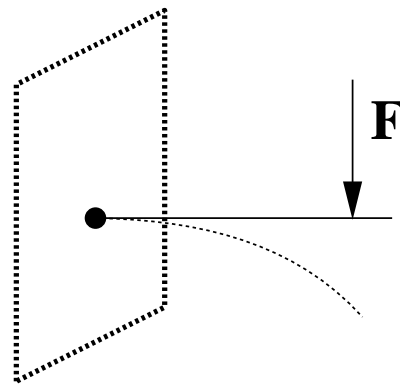
a) Kontinuumselement



b) Membranelement



c) Schalenelement



d) Balkenelement

- Befestigung an 3 Translationsfreiheitsgraden
- Befestigung an 3 Translations- und 2 Rotationsfreiheitsgraden
- Befestigung an 3 Translations- und 3 Rotationsfreiheitsgraden

Abbildung 3.8: Veranschaulichung des Biegeverhaltens der verschiedenen Elementetypen. Wenn ein Element an der Wand nur festgepinnt wird, klappt es beim Einwirken einer äußeren Kraft einfach hinunter wie im Fall (b). Wenn es dagegen fest verspannt wird, biegt es sich durch (a,c,d; dargestellt sind nichtlineare Ansatzfunktionen). (a) Kontinuumselemente müssen an 3 oder mehr Knoten befestigt werden, um ein Element fest zu verspannen, (c) bei Schalen reichen 2, (d) bei Balken 1 Knoten. (b) Bei Membranelementen ist es überhaupt nicht möglich, das Element auf diese Weise fest mit der Wand zu verbinden. Der Grund liegt in der Zahl der Freiheitsgrade der Knoten: Bei Kontinuumselementen und Membranen 3, bei Schalen 5 und bei Balken 6.

3.8b). Membranen und Stäbe haben im Gegensatz zu zweidimensionalen Kontinuums-elementen und Schalenelementen keine Biegesteifigkeit.

- **Strukturelle Elemente II (Schalenelemente)** (*engl.: shell elements*): Dies sind vom Urbild her zweidimensionale Elemente, aber da die Knoten nun außerdem noch (zumeist) 2 Rotationsfreiheitsgrade tragen, können die Knoten auch Momente aufnehmen. Hält man ein Schalenelement an *zwei* Knoten fest und schränkt außerdem die beiden Rotationsfreiheitsgrade ein, kann man damit schon das Element fest einspannen (Abb. 3.8c).

Da ein Schalenelement auch Biegemomente aufnehmen kann, kann man mit solchen Elementen dünne dreidimensionale Schichten modellieren. Ein Schalenelement hat also eine Dicke. Längs dieser Dicke wird mit Hilfe der SIMPSON-Regel ([9] §25.4.5) an verschiedenen Integrationspunkten (sog. *element sections*) der Spannungszustand berechnet. Der Spannungstensor eines Schalenelements ist an jedem Punkt eine 3×3 -Matrix.

Schalenelemente sind also bei der Modellierung von dünnen Schichten eine Alternative zur Verwendung von dreidimensionalen Kontinuums-elementen. Die Rechnung geht mit ihnen schneller, weil die Anzahl der Freiheitsgrade geringer ist ($4 \text{ Knoten} \times 5 \text{ Freiheitsgrade} = 20$ gegenüber $8 \times 3 = 24$ bei linearer Ansatzfunktion); das Problem der *Hourglass Control* (S.41) entfällt bei Schalenelementen, während bei dünnen Kontinuums-elementen gerade das ein gravierendes Problem darstellt. Der Vorteil der Kontinuums-elemente besteht darin, dass man einfacher mehrere Schichten übereinanderlegen kann und insbesondere eine beidseitige Kontaktformulierung möglich ist.

- **Balkenelemente** (*engl.: beam elements*): Deren isoparametrisches Urbild ist eindimensional. Die Knoten haben 6 Freiheitsgrade im Raum. Hält man ein Balkenelement an *einem* Knoten fest und beschränkt zudem die drei Rotationsfreiheitsgrade, ist der Balken fest verspannt (Abb. 3.8d).

Balkenelemente können sich in beide Normalenrichtungen durchbiegen. Entsprechend gibt es hierbei Integrationspunkte in diesen beiden Dimensionen (Abb. 3.9). Es gibt Balkenelemente im Raum und Balkenelemente in der Ebene, bei denen eine der drei Raumrichtungen ausgeschlossen ist (dann hat jeder Knoten 2 Translationsfreiheitsgrade sowie 1 Rotationsfreiheitsgrad). Der Spannungstensor eines Balkenelements im Raum ist eine 3×3 -Matrix, in der Ebene eine 2×2 -Matrix.

Bei der Verwendung von langen Trägerstrukturen sind Balkenelemente eine gute Alternative zu Kontinuums-elementen, da die Anzahl der Freiheitsgrade sehr viel geringer ist ($2 \times 6 = 12$ gegenüber $8 \times 3 = 24$ bei linearer Ansatzfunktion) und das Problem der *Hourglass-Control* in beiden Querrichtungen entfällt.

- **Starrkörperelemente** (*engl.: rigid elements*): Diese Elemente haben an den einzelnen Knoten überhaupt keine Freiheitsgrade. Man muss bei diesem Elemententyp einen Referenzknoten definieren, der dann alle 6 Starrkörperfreiheitsgrade (bzw. alle 3 in 2 Dimensionen) trägt.

In unserem Fall verwenden wir bei unseren dreidimensionalen Rechnungen hauptsächlich Kontinuums-elemente. Von der Verwendung von Schalenelementen für den knöchernen Schädel haben wir dann absehen müssen, wenn ein beidseitiger Kontakt (einerseits zum Gehirn, andererseits zur Straße) erforderlich war. In diesem Fall konvergierten die Resultate nicht. Dagegen verwenden wir Membranelemente für die Modellierung der Hautmembranen im Kopf (*Falx Cerebri, Tentorium Cerebelli*). Das Autodach wird mit Schalenelementen modelliert. Die harte Straße modellieren wir mit Starrkörperelementen.

In den zweidimensionalen Simulationen verwendete ich ebenfalls Kontinuumselemente, bei denen eine Raumrichtung ausgeschlossen ist (*plane strain elements*) und für die Membranstrukturen ebene Balken- oder Stabelemente.

Es gibt noch weitere Elementtypen wie Federn, Dämpfungselemente (*dashpots*) und viele andere ([4], §3).

Geometrische Form: In zwei Dimensionen können die Elemente drei- oder viereckig sein (*Tri-* oder *Quad-Elements*), in drei Dimensionen verwendet man meist Tetraeder (*Tet-*), Hexaeder (*Hex-*) oder Pentaeder (*Prismenelemente, Wedge elements*, Abb. 3.9).

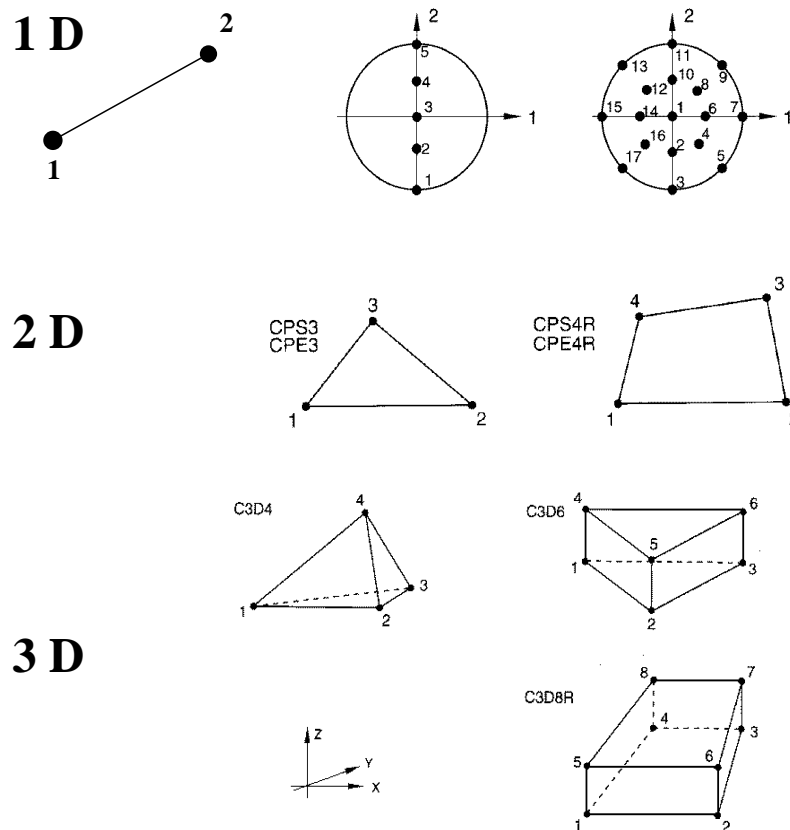


Abbildung 3.9: Verschiedene Elementtypen. Bei den 1D-Elementen ist ein Balkenelement dargestellt; links wie er im FE-Modell aussieht, in der Mitte und rechts im Querschnitt. Die Integrationspunkte in eine (im mittleren Bild) und in zwei Normalenrichtungen (im rechten Bild) sind eingezeichnet. Bei den 2D-Elementen sieht man ein Tri- und ein Quad-Element, bei den 3D-Elementen ein Tet- (C3D4), Wedge- (C3D6) und ein Hex-Element (C3D8R). Die Bilder sind entnommen von ([4], §3.5.4-4, §3.2.2-3 und §3.2.3-4).

Tri- bzw. Tet-Elemente sind am einfachsten zu handhaben. Es gibt Vernetzungsalgorithmen auch für komplexe Geometrien, während das bei Quad- und insbesondere bei Hex-Elementen sehr viel schwerer ist. Unser individuelles Gehirn beispielsweise lässt sich von PATRAN nicht mit Hex-Elementen vernetzen.

Tri- und Tet-Elemente haben im ganzen Element einen konstanten Verzerrungszustand, wenn man lineare Ansatzfunktionen verwendet. Das sieht man aus folgender Überlegung:

Eine rein lineare Ansatzfunktion ist in zwei Dimensionen

$$N_i(\xi, \eta) = a_0 + a_1\xi + a_2\eta$$

Diese reicht für Dreiecke aus. Um die Verzerrung ε auszurechnen, muss man nach den Ortskoordinaten ableiten. Leitet man diese Ansatzfunktion nach ξ oder η ab, erhält man auf jeden Fall einen konstanten Wert.

Bei vier Ecken jedoch reichen diese drei Terme nicht aus, man braucht einen vierten und damit einen nichtlinearen Term – zum Beispiel $a_3\xi\eta$. Die Ableitung dieses Terms belässt Abhängigkeiten von ξ bzw. η . Deshalb hat ein bilineares quadratisches Element keinen konstanten Verzerrungszustand und beschreibt damit die Wirklichkeit besser.

In drei Dimensionen kann man dies analog zeigen.

Auf der anderen Seite ist der Ansatz für Tri- und Tet-Elemente natürlich vollständig linear, während er für Quad- und Hex-Elemente nicht vollständig quadratisch ist, was die Frage nach der Konvergenz stellt. Und wenn man höhere Ansatzfunktionen verwendet, zieht dieses Argument sowieso nicht mehr.

Wedge-Elemente werden selten verwendet. Wir benutzen sie, um den Schädelknochen mit Kontinuums-elementen zu vernetzen. Man kann dann nämlich sehr einfach die Vernetzung in der Ebene mit Dreieckselementen in die dritte Raumdimension herausprojizieren. Bei der Verwendung von Schalenelementen für den Knochen benutzen wir Tri-Elemente.

Letzten Endes ist die Verwendung der verschiedenen Elementetypen eine Glaubensfrage. Man muss das Ergebnis durch Wahl verschiedener Netztypen verifizieren.

Koordinatensystem: Die meisten Elemente sind im kartesischen Koordinatensystem definiert, haben also eine x, y, z -Koordinate. Daneben gibt es bei ein- und zweidimensionalen Elementen noch axial-symmetrische Elemente, die stattdessen die Zylinderkoordinaten r und z verwenden. Die dritte Raumrichtung ϕ wird von diesen Elementen nicht benötigt (außer eventuell für den Spannungszustand). Die axial-symmetrischen Elemente muss man sich um die ($r = 0$)-Achse rotationssymmetrisch vorstellen. Ein Zylinder kann auf diese Weise als Rechteck, eine Kugel als Halbkreis dargestellt werden (Abb. 6.15). Der Rechenaufwand kann durch so eine dimensionale Reduktion drastisch reduziert werden.

Wir verwenden axial-symmetrische Elemente bei einfachen Sturzsimulationen einer Kugel auf den Boden. Sobald die äußeren Kräfte aber irgendwie unsymmetrisch angreifen, kann man axial-symmetrische Modelle nicht mehr verwenden.

Anzuwendendes Integrationsverfahren: Bei jedem Element muss entschieden werden, ob man vollständig oder reduziert integrieren möchte. ABAQUS/Explicit verwendet grundsätzlich reduzierte Integration.

3.7 Kontaktalgorithmen

Beim Aufprall von Körpern gegeneinander sowie zwischen verschiedenen Materialschichten (wie Knochen und Gehirn) treten Kontakte auf. Dafür braucht man spezielle Kontaktalgorithmen. In einem expliziten Solver können Kontakte relativ einfach programmiert werden. ABAQUS/Explicit verwendet folgenden Algorithmus ([4], §5):

Master-Slave-Formalismus: Von den beiden Kontaktflächen übernimmt die eine Fläche die Rolle des *Masters*, die andere die des *Slave*. Die Masterfläche muss in jedem Element analytisch vorliegen. Nun wird von jedem Knoten der Slave-Fläche das nächste Masterflächenelement gesucht, auf dieses die Normale gefällt und somit der minimale Abstand berechnet. (Abb. 3.10).

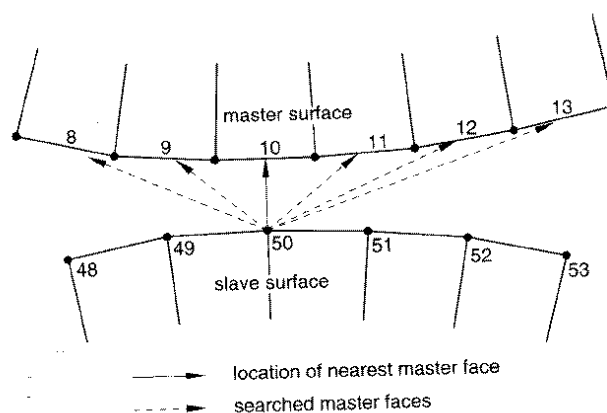


Abbildung 3.10: Veranschaulichung des Kontaktalgorithmus bei ABAQUS/Explicit ([4], §9.6.4-7)

Wird dieser Abstand kleiner als ein vorgegebener Berührungsabstand, so wird eine Gegenkraft (*Reaktionskraft*) aufgebracht, die gemäß *Actio gleich Reactio* auf beide Körper gleichmäßig wirkt. Durch gegenseitige Iteration wird die Kraft bestimmt, aufgrund welcher der Abstand 0 wird. Auf diese Weise kann auch Berührung von zwei Schichten, die nicht exakt aufeinanderpassen, erzwungen werden (Abb. 8.17).

Optional können die Rollen von *Master* und *Slave* anschließend vertauscht werden, sofern auch die ursprüngliche *Slave*-Kontaktfläche analytisch gegeben ist; anschließend wird der Mittelwert zwischen den beiden Ergebnissen verwendet.

Verschiedene Kontakttypen: Bei ABAQUS/Explicit werden folgende Kontaktarten unterschieden:

- **Feste Verbindung** (*tied contact*): In diesem Fall bleiben die Knoten der *Slave*-Oberfläche, die am Anfang der Rechnung Kontakt haben, immer an derselben Stelle der *Master*-Fläche fest sitzen. Ebenso gut kann man natürlich auf einen Kontaktalgorithmus zwischen zwei Flächen ganz verzichten, indem man zwei benachbarte Elementeschichten mit gemeinsamen Knoten (auch z.B. mit unterschiedlichen Materialeigenschaften) verwendet. Dennoch bietet sich diese Form von Kontakt

an, wenn man etwa in einem bestimmten lokalen Gebiet ein feineres Netz verwenden möchte und auf sehr krumme Übergangselemente verzichten will. Wenn in diesem Fall die Elemente nicht exakt aneinandepassen, kann man sie durch Wahl eines geeigneten Berührungsabstands zur Berührung zwingen (Abb. 8.17). Außerdem kann man dann zu Untersuchungszwecken die Kontaktart zwischen zwei Elementeschichten schnell ändern.

- **Freier Kontakt:** Diese Art bedeutet eine reibungsfreie Berührung der zwei Kontaktflächen, wenn ihr Abstand 0 wird; durch die Reaktionskraft können die beiden Flächen dann wieder auseinandergedrückt werden.
- **Reibung:** Beim Reiben zweier Kontaktflächen übereinander kann man COULOMB'sche Reibung definieren. Die Gleitreibung erfüllt die Gleichung $F_{Reib} = f_c F_{Reac}$, wobei f_c der Reibungskoeffizient ist. Haftreibung tritt dann ein, wenn derselbe Reibungskoeffizient multipliziert mit dem Betrag der Scherspannung in der Kontaktfläche kleiner als eine Grenzspannung ist: $f_c P_{scher} < \tau_{max}$ ([1], §5.2.3).
- **Selbstkontakt:** Bei ABAQUS/Explicit ist auch der Kontakt einer Fläche mit sich selbst möglich.

Es gibt auch noch weitere Kontaktarten, die für meine Anwendung ohne Belang sind.

Ist eine der beiden Kontaktflächen ein Schalenelement, so muss die Dicke der Schale mit in die Kontaktlogik einbezogen werden. Bei doppelseitigem Kontakt eines Schalenelements führt dies zu numerischen Problemen, so dass wir von dieser Kontaktart abgesehen haben.

3.8 Überprüfung der Ergebnisse: Die Energiebetrachtung

Die explizite Finite-Elemente-Methode liefert nahezu immer ein Ergebnis. Nicht immer jedoch ist dieses Ergebnis auch die Lösung der physikalischen Fragestellung. Vor allem numerische Probleme sind Ursachen von solchen Fehllösungen. Die Frage erhebt sich, ob es einfache Kriterien gibt, anhand von denen man die numerische Richtigkeit der Lösungen überprüfen kann. Besonders geeignet hierfür ist die Betrachtung der Energiebilanz.

Zu jedem Zeitschritt kann man sich die verschiedenen Teilenergien ausgeben lassen. Dabei lege man besonderes Augenmerk auf folgende Punkte:

- **Totale Energie:** Darunter versteht man die Summe aus kinetischer, innerer und Verlustenergie abzüglich der äußeren Energie ([1], Glg. 1.5.6-4)

$$E^{tot} = E^{kin} + E^{inn} + Q - E^a, \quad (3.23)$$

die nach dem 1.Hauptsatz der Thermodynamik (Glg. 2.30) *konstant* bleiben muss. In der FE-Rechnung sollte während der ganzen Zeit diese Energie auf 1-2% konstant bleiben.

- **Künstliche Energie:** Dies ist die numerische Korrekturenergie, die aufgrund der *Hourglass Control* (S.41) entsteht und in Glg. (3.23) in die Verlustenergie Q eingerechnet ist. Sie sollte möglichst klein sein ($< 10\%$ der totalen Energie).

- **Andere Verlustenergien:** An ihrer Größe kann man ablesen, wie wichtig eine entsprechende genaue Modellierung für das Modell ist. Ist beispielsweise der Verlust an *viskoelastischer* Energie groß, sind gute viskoelastische Parameter wichtig. Tritt keine *plastische* Energie auf, kommt es im Modell auch nicht zur Plastifizierung. Ebenso ist der Effekt der *Reibung* erkennbar an der Reibungsenergie.

3.9 Die Funktion der einzelnen Computerprogramme

Die einzelnen Arbeitsschritte von der Erstellung des Modells bis zu der Ausgabe der Spannungs- und Verschiebungsverteilungen werden von den verschiedenen Programmen aufgeteilt.

Geometrie: Die geometrischen Abmessungen der zu untersuchenden Körper können entweder direkt mit einem *FE-Präprozessorprogramm* (in unserem Fall: PATRAN [91]) oder mit externen CAD-Programmen in ein Computermodell gebracht werden. Für unsere individuelle Kopfform, die auf CT-Daten basiert, wurde ein eigenes Geometrie-Generierungs-Programm geschrieben (Abschn. 6.1). Diese geometrischen Daten werden schließlich in den Präprozessor eingelesen.

Vernetzung: Die Vernetzung der geometrischen Körper mit einem FE-Netz und deren Visualisierung ist die eigentliche Aufgabe des Präprozessors. Man kann sich hier die Elementtypen aussuchen. Am Ende erzeugt PATRAN ein Ausgabe-File, welches gleichzeitig das Eingabe-File (ABAQUS: *inp*-File) für das Löserprogramm ist. PATRAN ist bei uns auf einer Silicon Graphics R 4000 Workstation installiert.

Nachbearbeitung des Eingabefiles: Dieses kann mit dem Editor nachbearbeitet werden. Bei Verwendung von ABAQUS/Explicit muss das ganze File noch einmal umgeschrieben werden, denn dieser Solver wird von PATRAN nicht unterstützt. Diese Aufgabe erledigt das selbstgeschriebene Shellskript *abq2expl* (Anhang H.2).

Das Lösen der Differentialgleichungen und damit die Hauptarbeit der Rechnung wird von einem nicht-interaktiven Solver erledigt. Wir verwenden dazu das uns vom Rechenzentrum in Karlsruhe freundlicherweise zur Verfügung gestellte ABAQUS/Explicit [2] (bzw. in manchen Fällen auch ABAQUS/Standard). Diese Programme sind auf einem Rechner des Typs Silicon Graphics Origin R 10000 mit 10 Prozessoren und IBM RS/6000 SP (auf letzterem nur ABAQUS/Standard) installiert.

ABAQUS erzeugt in jedem Fall ein Resultate-File (*fil*-File) und ein Restart-File (*res*-File).

Usererroutinen: Falls erforderlich, werden nun Usererroutinen wie die Berechnung der Druckgradienten ausgeführt.

Auswertung der Ergebnisse: Mit Hilfe des *fil*- und *res*-Files werden die Ergebnisse mit einem *Postprozessor-Programm* nun ausgewertet und visualisiert. Zu diesem Zweck verwenden wir lokal auf unserer Workstation wieder PATRAN oder in Karlsruhe ABAQUS/Post.

Zur Validierung verwendeten wir vereinzelt auch andere Programme wie FELT [50], MARC [92] und selbstgeschriebene Codes.

3.10 Weiterführende Formulierungen

Es gibt eine Reihe von weiteren Ansätzen zur Modellierung mechanischer Eigenschaften.

Brüche von Materialien können mit bestimmten FE-Algorithmen berechnet werden. Man bestimmt dabei in jedem Zeitschritt die VON MISES-Spannung; und wenn diese über eine Grenze hinausreicht, wird das Element in zwei Elemente geteilt. Gerade an den Nachbarelementen treten dann erhöhte Spannungen auf, so dass eine Bruchlinie entsteht. Das Bruchsystem ist aber hochempfindlich auf Anfangsbedingungen; die Parameter werden an Experimente angefitet. Wir ignorieren in unserer Arbeit diesen Themenkomplex völlig; wir rechtfertigen dies damit, dass die von uns betrachteten Unfälle keine oder nur geringe Schädelfrakturen aufweisen.

Netzverfeinerung: Zur Verbesserung der Konvergenz kann man einen Netzverfeinerer (*engl.: Remesher*) verwenden, der zwischen zwei Zeitschritten das Netz an kritischen Stellen verfeinert. Auf diese Weise kann man lokale numerische Instabilitäten minimieren und die Gesamtlösung verbessern. Solche Module sind bereits auf dem Markt, für ABAQUS/Explicit existieren sie aber noch nicht.

Kombination mit Mehrkörpersystemen: Ein Finite-Elemente-Modell neigt immer dann zu numerischen Instabilitäten, wenn große Starrkörperbewegungen ins Spiel kommen, also wenn etwa der Kopf als Ganzes Translationen oder Rotationen ausführt. Dann funktionieren nämlich die Näherungen mit den infiniten Verzerrungen (Verzerrungstensor!) nicht mehr und man muss mit endlichen Deformationen (Stichwort: GREEN'scher Verzerrungstensor, KIRCHHOFF'scher Spannungstensor {[42] Kap.16}) rechnen, was den numerischen Aufwand beträchtlich erhöht.

Ein Ausweg aus diesem Dilemma ist die Kombination von starren Mehrkörper- mit Finite-Elemente-Modellen. Die Starrkörpervariablen werden in einem raumfesten, die deformierbaren Variablen in einem körperfesten Koordinatensystem beschrieben. Man erhält ein System von Differentialgleichungen, das rein starre Anteile, rein deformatorische Anteile und gekoppelte Anteile enthält [127]. Viele kommerzielle Mehrkörpersimulations-Programme haben mittlerweile erste Schnittstellen zu Finite-Elemente-Paketen entwickelt, mit denen diese Idee vorangetrieben werden soll.

Kapitel 4

Medizinische Grundlagen

4.1 Die Anatomie des Schädels

Dieses Kapitel richtet sich an die Leser ohne vertiefte medizinische Kenntnisse. In Anhang G sind häufig verwendete medizinische Fachausdrücke erläutert. Das Kapitel kann vom Mediziner übersprungen werden. Es ist im wesentlichen aus einem Anatomieatlas [111] und einem medizinischen Lexikon [110] zusammengestellt. Die Literatur dieser Bücher möchte ich zum vertiefenden Studium der Materie empfehlen.

4.1.1 Der knöcherne Schädel

Der knöcherne Schädel lässt sich anatomisch in zwei grobe Teilbereiche einteilen (Abb. 4.1): Er besteht aus dem *Neurokranium* (Gehirnschädel) und dem *Viszerokranium* (Gesichtsschädel). Der Gesichtsschädel enthält alle Gesichtsknochen, während der Gehirnschädel der Teil ist, der das Gehirn enthält. Diese Einteilung ist nicht eindeutig; Teile der vorderen Schädelbasis kann man zu beiden Teilschädeln zählen.

Der Gehirnschädel besteht aus einem ziemlich glatten Schädeldach (Abb. 4.1) und einer sehr strukturierten Schädelbasis (Abb. 4.2). Das Schädeldach enthält sechs 5-12 *mm* dicke Knochen [Stirnbein (*os frontale*), Hinterhauptsbein (*os occipitale*) und jeweils zwei Scheitel- (*ossa parietalia*) und Schläfenbeine (*ossa temporalia*)], die an den *Suturen* (Nähten) beim Erwachsenen fest zusammengewachsen sind. Die Schädelbasis besteht aus einer dünneren Knorpelschicht und Teilen des Hinterhauptknochens und der Schläfenknochen. Im mittleren Bereich sind die zwei mittleren Schädelgruben (*Fossae craniales mediae*) zu sehen, hinten die hintere Schädelgrube (*Fossa cranialis posterior*), in der sich das Kleinhirn befindet. Die Gruben werden durch die Felsenbeinpyramide (*Pars Petrosa*, Teil des Schläfenknochens) voneinander abgetrennt. Nach vorne zum Gesichtsschädel wird der Hirnschädel durch einen weiteren Knochen, das sogenannte Keilbein (*os sphenoidale*) abgetrennt. Im Hinterhauptsbein gibt es ein großes Loch, das *Foramen Magnum* (Abb. 4.1,4.2) als Übergang zum Rückenmark. Dieses Loch ist Teil des Hinterhauptbeins. Am Rand des Loches liegt das Hinterhauptbein an zwei Stellen (den sogenannten *Kondylen*) auf der Wirbelsäule auf, wo er sich wie auf einem Gleitlager bewegen kann. Der Kopf ist schließlich durch Muskeln und Sehnen am Rumpf befestigt. Seine Bewegung wird außerdem durch das Rückenmark eingeschränkt.

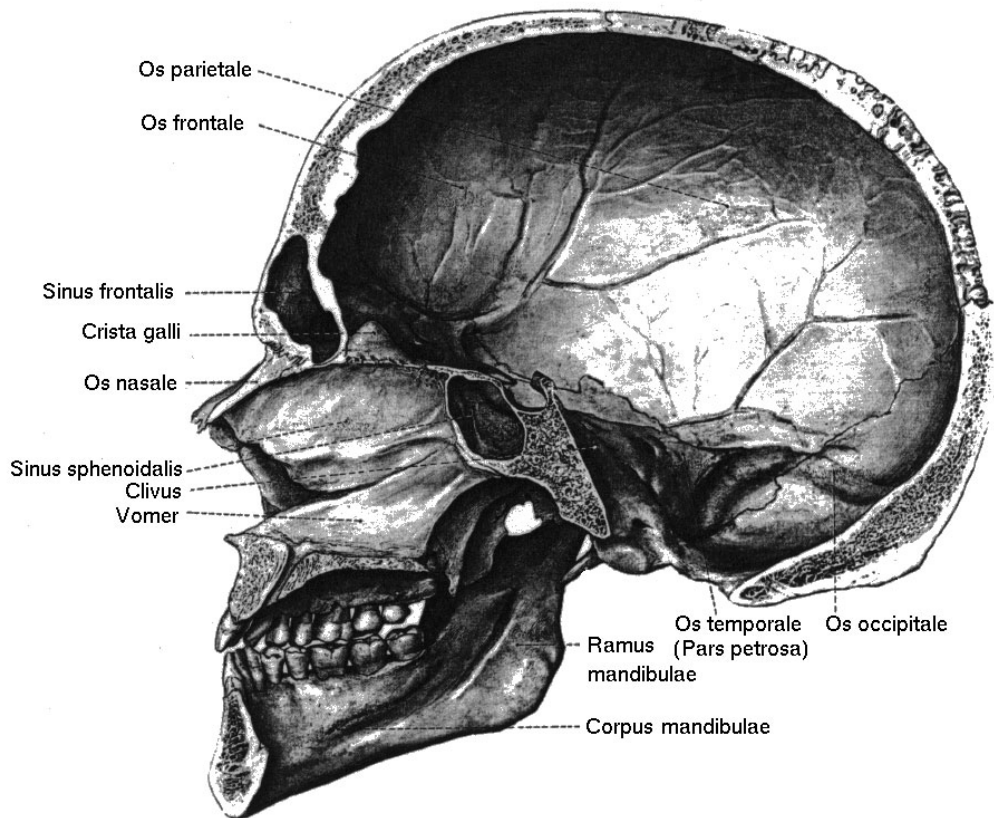


Abbildung 4.1: Medianschnitt durch den Schädel, Ansicht der rechten Hälfte von medial (aus [111], Abb. 9.22)

Betrachtet man einen Querschnitt durch den Kopf (Abb. 4.5), so erkennt man folgende Strukturen: Ganz außen liegt die Außenhaut (*Epidermis (Oberhaut), Dermis (Lederhaut) und Subcutis (Unterhaut)*). Sie ist insgesamt ca. 3-7 mm dick. Danach folgt der 5-10 mm dicke Knochen, welcher wiederum aus drei etwa gleich starken Schichten besteht. Die äußere und die innere Schicht ist relativ stabil (*Kompakta*), während die mittlere Schicht aus kleinen Verstrebungen (*Trabekeln*) besteht, insgesamt eine schwammartige Struktur hat und verhältnismäßig weich ist (*Spongiosa* oder *Diploë*). Das Elastizitätsmodul der Spongiosa beträgt $\frac{1}{10} - \frac{1}{100}$ der Kompakta. Geht man weiter nach innen, trifft man auf die Innenhäute. Die äußerste Innenhaut liegt direkt am Knochen an und ist relativ hart (*Dura Mater*). Ihr schließt sich die weichere *Arachnoidea* an. Unter der *Arachnoidea* verläuft ein flüssigkeitsgefüllter Zwischenraum, der *Subarachnoidalraum (Cavum subarachnoideale)*. Die Flüssigkeit in diesem Raum heißt *Liquor cerebrospinalis* und ist eine farblose, wasserartige Substanz. Dieser Raum wird innen von der sogenannten weichen Hirnhaut (*Pia Mater*) begrenzt, welche direkt am Gehirn anliegt. Das Gehirn (genauer: *Parenchym*) mit *Pia Mater* ist durch Bänder, Gefäße und Zwischenhäute nur schwach an den äußeren Schädelstrukturen befestigt und kann sich relativ frei gegenüber diesem bewegen. Das Gehirn selbst besteht außen aus der Gehirnrinde *Kortex* mit der *grauen Substanz (substantia grisea)*, die in vielen Windungen (*Gyri*) nebeneinandergelegt sind. In dieser Hirnrinde befindet sich die Hauptmasse der Neuronen und damit das Zentrum des Denkens, Steuerns und Empfindens. Unterhalb der Hirnrinde liegt die Hauptmasse des Gehirns, die *weiße Substanz (substantia alba)* oder das *Marklager*.

Das Gehirn selbst besteht aus drei großen Strukturen, nämlich dem Großhirn (*Cerebrum*), Kleinhirn (*Ce-*

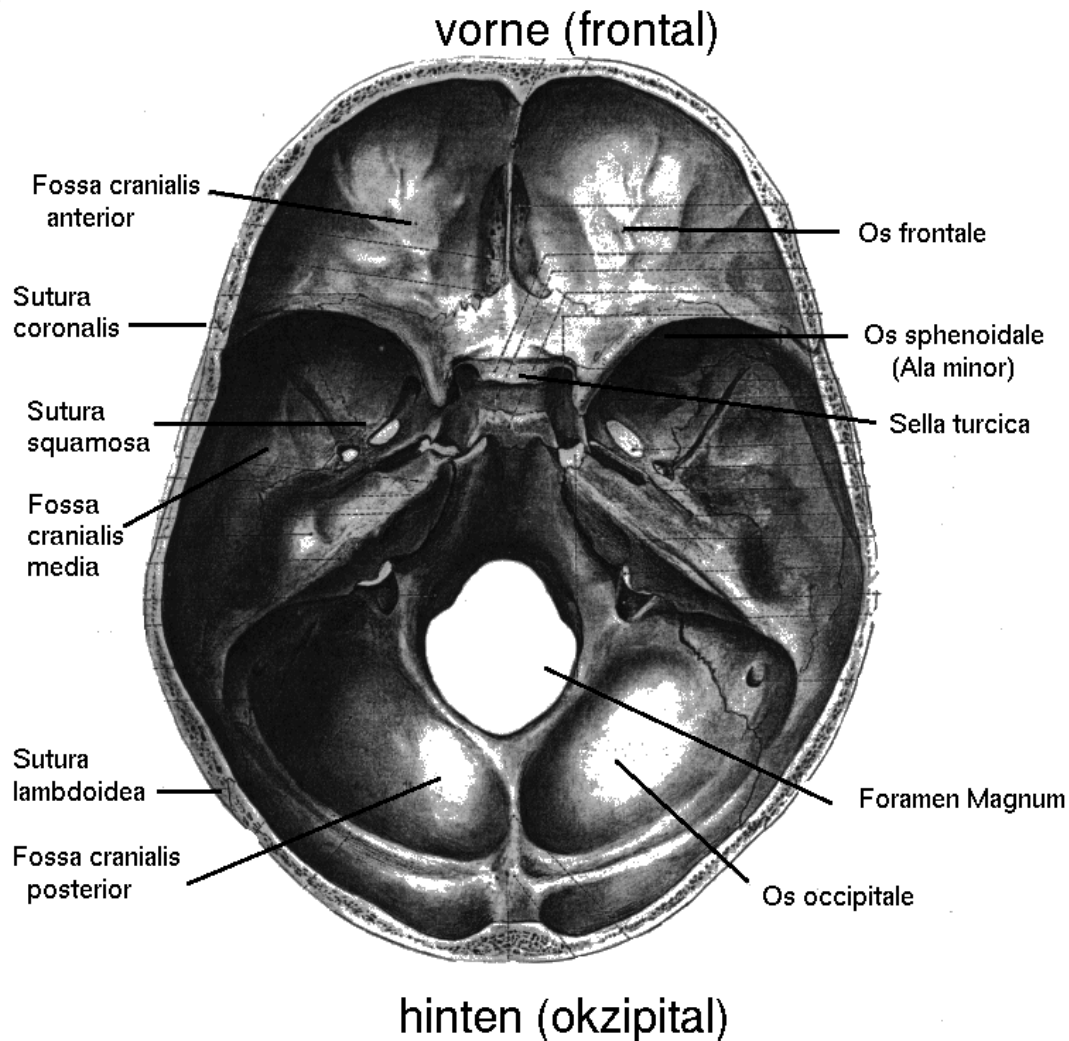


Abbildung 4.2: Innere Schädelbasis (aus [111], Abb. 9.20)

rebellum) und dem Hirnstamm (*Truncus Cerebri*). Das Großhirn selbst wird durch einen tiefgehenden Ausläufer der Dura Mater, nämlich die *Falx Cerebri* (Abb. 4.3, 4.5) in die linke und rechte Großhirnhemisphäre geteilt. Das Kleinhirn liegt im Hinterkopfbereich (Abb. 4.4) und wird vom Großhirn durch eine weitere Hautschicht, das Kleinhirnzelt (*Tentorium Cerebelli*) abgetrennt. Der Hirnstamm ist vom Großhirn nahezu vollständig umschlossen.

Zwischen Knochen und Dura Mater verläuft eine Arterie (*A. meningea media*), zwischen Dura und Arachnoidea verlaufen die oberflächlichen Hirnvenen (*Vv. cerebri superiores*). Außerdem ist das ganze Gehirn von feinen Kapillaren durchzogen. In der Spongiosa verlaufen die Diploëvenen (*Vv. diploicae*). Als *Brückenvenen* (*Vv. emissariae*) werden die senkrecht dazu verlaufenden Venen bezeichnet, die durch den Knochen gehen und somit Innenhaut-, Außenhaut- und Diploëvenen verbinden (Abb. 4.5).

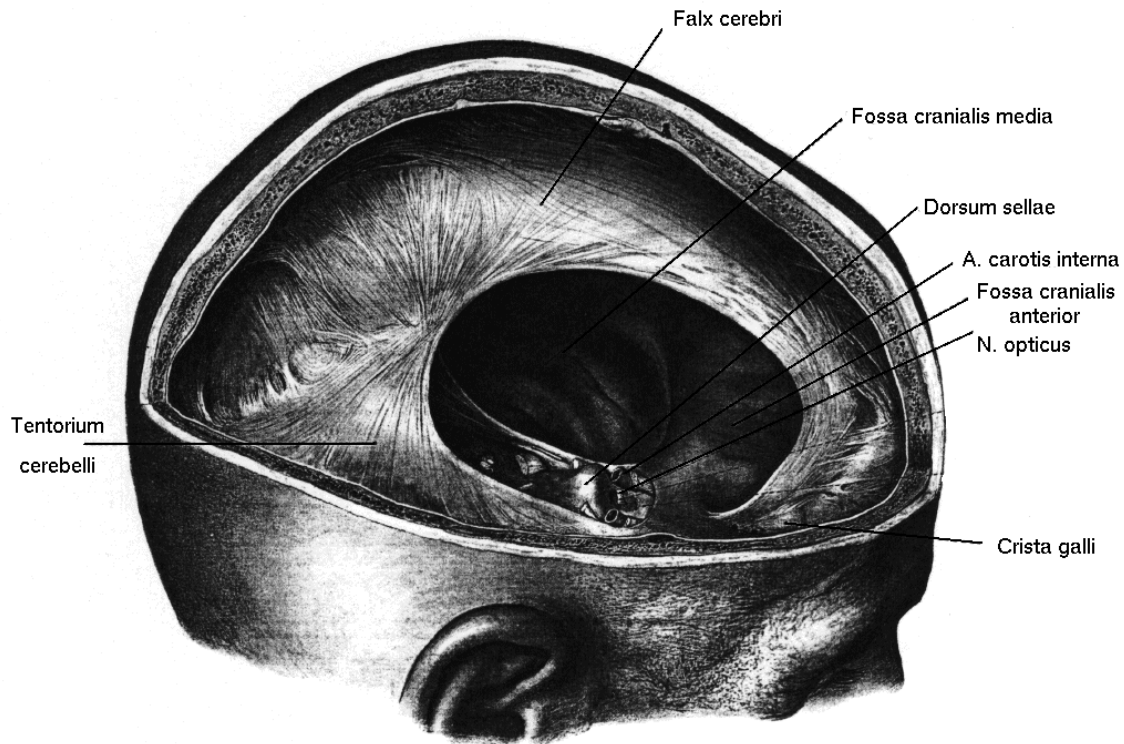
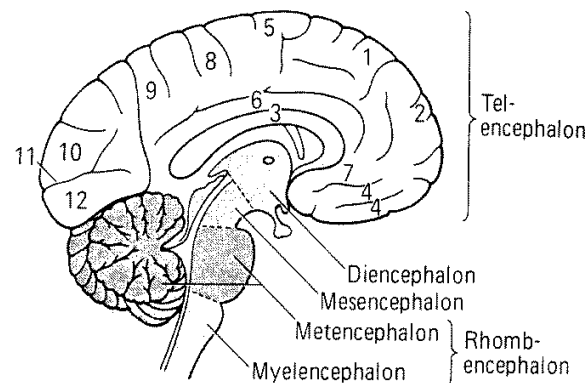


Abbildung 4.3: Hirnhäute (*Falx Cerebri* und *Tentorium Cerebelli*) in der Ansicht von rechts oben (aus [111], Abb. 9.23)



Gehirn, Mediansagittalschnitt:
 1: Gyrus (G.) frontalis sup.; 2: G. frontalis med.;
 3: Corpus callosum; 4: Gyri orbitales; 5: G.
 praecentralis; 6: G. cinguli; 7: G. rectus; 8: Lo-
 bulus praecentralis; 9: Praecuneus; 10: Cu-
 neus; 11: Sulcus calcarinus; 12: Lobus occi-
 pitalis [470]

Abbildung 4.4: Schematischer Aufbau des Gehirns (aus [110]) in der Ansicht von rechts (der Okzipitalbereich ist im Bild links zu sehen).

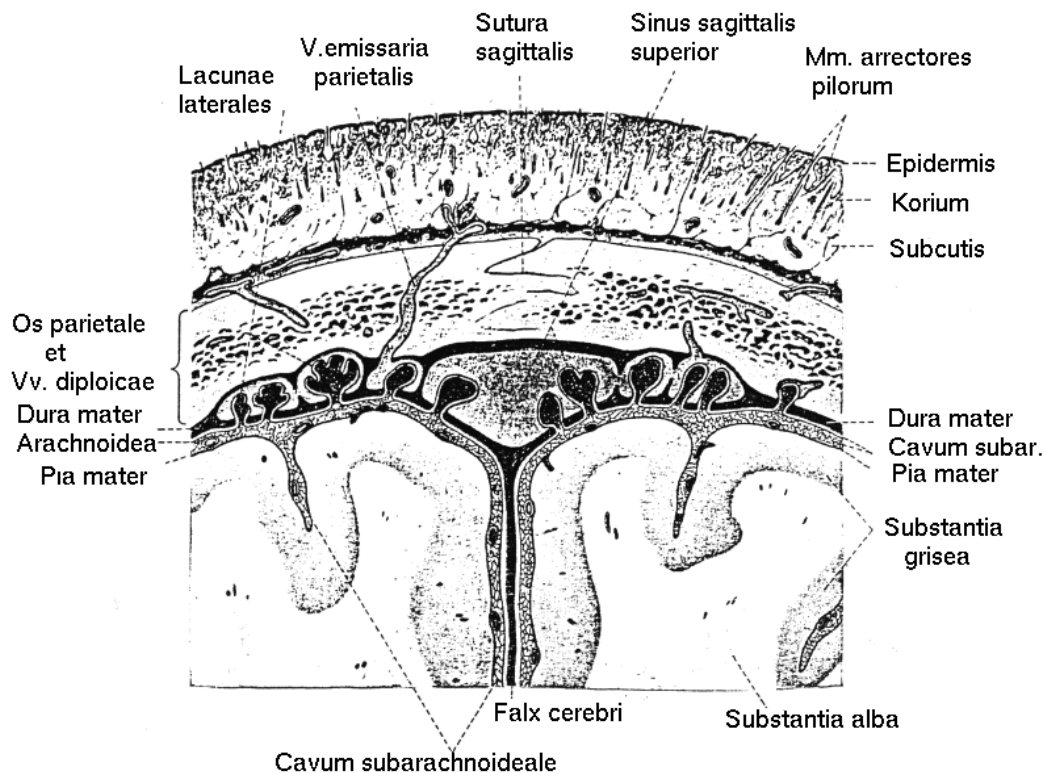


Abbildung 4.5: Schematischer Schnitt durch den Schädel (aus [18]). Die Außenhaut ist 3-7 mm dick, die drei Knochenschichten etwa 5-10 mm. Nach innen folgen die Innenhäute, der Cavum subarachnoideale ist mit Liquor angefüllt. Die Hirnrinde (Substantia grisea) ist schließlich 1-4 mm dick, darunter folgt das mehrere cm dicke Marklager (Substantia alba).

4.2 Charakterisierung der Kopfverletzungen

4.2.1 Die wichtigsten Schäden

In dieser Arbeit sollen Traumen, also Stoßverletzungen des Kopfes betrachtet werden. Medizinisch gesehen kann man Kopftraumen in zwei Klassen einteilen: Die ersteren betreffen den knöchernen Schädel (Schädelprellungen, Schädelbruch), die letzteren führen zu Funktionsstörungen des Gehirns (Hirntraumen) [107]. Die meisten schweren Unfälle gehören zu beiden Gruppen. In dieser Arbeit interessieren wir uns allerdings nur für *gedeckte* Hirnverletzungen, bei denen keine oder nur geringe Schädelbrüche auftreten.

Die Gehirnverletzungen erfolgen zum einen *primär* durch den Stoßvorgang an sich. Für diese Verletzungen sind mechanische Belastungen verantwortlich wie ein hoher Über- oder Unterdruck oder eine große Scherspannung in bestimmten Gehirnbereichen. Dadurch können Adern platzen und Gehirnbereiche zerstört werden. Diese mechanischen Belastungen können wir in dieser Arbeit simulieren; damit können wir aber nur diese Primärverletzungen validieren. Zum anderen entstehen auch *Sekundärverletzungen* durch Einblutungen (*Hämatome*), *Ödeme* und Gehirnschwellungen [49]. Da der knöcherne Schädel steif ist, kann beim Auftreten einer solchen Volumenvergrößerung das Gehirn nicht ausweichen. Schon dadurch kann Parenchym absterben. Ferner nimmt der hydrostatische Druck im Gehirn allmählich zu, und zwar unter Umständen so lange, bis er so hoch wird wie der arterielle Druck und folglich kein frisches Blut mehr ins Gehirn gepumpt werden kann. Diese Sauerstoffunterversorgung (Hypoxie) führt zum weiteren Zellsterben und möglicherweise zum Hirntod. Die Sekundärschäden treten Stunden oder Tage nach dem Unfall auf. Die Untersuchung von ihnen ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Für unseren Projektverbund ist es daher wichtig, die Primär- von den Sekundärschäden abzugrenzen. Dies ist nicht immer eindeutig und auch für Histologen keine einfache Aufgabe.

Der Mediziner unterscheidet drei Arten von Hirnverletzungen [107]: *Commotio cerebri* (Gehirnerschütterung), *Contusio cerebri* (Gehirnquetschung) und *Compressio cerebri* (Traumatogener Hirndruck). Bei einer Gehirnerschütterung tritt keine dauerhafte Substanzschädigung des Gehirns ein. Eine Gehirnquetschung hat eine längere Bewusstlosigkeit zur Folge und führt zu dauerhaftem Ausfall von Gehirnpartien. Die *Compressio* schließlich ist ein Sammelbegriff für alle traumatogenen Ursachen, die einen erhöhten Hirndruck zur Folge haben, also Hämatome oder Ödeme. Die Hämatome werden wiederum nach der Schicht klassifiziert, in der sie auftreten: *Epidurale* Hämatome treten zwischen Dura Mater und Knochen auf und rühren folglich von geplatzten Arterien her; *subdurale* Hämatome bedeuten geplatzte Venen zwischen Dura und Arachnoidea; und *intrazerebrale* Hämatome schließlich sind Verletzungen der Kapillaren im Großhirn. Bei unseren Simulationen beschränken wir uns modellbedingt (Hirnhäute sind im Modell mit Ausnahme der *Falx* und des *Tentoriums* nicht enthalten) auf intrazerebrale Verletzungen. Die Läsionen treten bei Stoßverletzungen im Gehirn charakteristischerweise in der dem Stoß benachbarten Hirnpartie (*Coup*) und auf der gegenüberliegenden Seite (*Contrecoup*) auf (die Namensgebung stammt von LOUIS ([89], 1766). Die Schwere der beiden Hauptverletzungen hängt vom Unfallverlauf ab; ebenso können weitere Verletzungen auftreten, die nur in einer individuellen Betrachtungsweise simuliert werden können, wie es das Ziel dieser Arbeit ist.

4.2.2 Der Verletzungsvorgang

Es gibt physikalisch verschiedene traumatische Verletzungsvorgänge, die auch medizinisch unterschiedliche Verletzungsmuster hervorrufen. Diese Einteilung geht auf DENNY-BROWN und RUSSEL [35] zurück. Die Begriffe werden nicht einheitlich verwendet; in Klammern sind von verschiedenen Autoren benutzte Klassifizierungsnamen angegeben.

- **Beschleunigungs- und Verzögerungstrauma** [124] (*Inertial acceleration concussion* [35], *Fall Injury* [151]): Hierbei fällt der Kopf breitflächig auf eine sehr viel größere Masse, zum Beispiel auf die Straße oder eine Motorhaube. Dieser Unfalltyp ist Hauptgegenstand dieser Arbeit. Das Hirn wird hierbei durch den Aufprall gequetscht (Trägheit), auf der gegenüberliegenden Seite gedehnt. Durch diesen Unterdruck reißt es auf (*Kavitation*), Gasbläschen entstehen, die beim Platzen die Kapillaren sprengen können (*Rindenprellungsherde*, [51], in [124], S.111f). Charakteristisch hierfür ist, dass die Contrecoupverletzung zumeist deutlich größer als die Coupverletzung ausgeprägt ist.
- **Impressionstrauma** [124] (*Impact acceleration concussion* [35], *Blow injury* [151]): Eine (stumpfe) kleine Masse stößt sehr lokal auf den Kopf, etwa ein fliegender Gegenstand. In Leichenversuchen wird sehr häufig ein Impaktor mit definierter Geschwindigkeit auf den Kopf gestoßen. In diesem Fall wirkt der Stoß nur lokal an der Einschlagstelle, auf der gegenüberliegenden Seite ist der Effekt gering. Folglich ist die Coupverletzung hierbei viel stärker als die Contrecoupverletzung.
- **Kompressionstrauma** [124] (*Compression concussion* [35], *percussion concussion* [47]): Ein Fremdkörper dringt ins Gehirn ein und erhöht somit den Druck. Dies kann ein Geschoss [124] oder auch eine injizierte Flüssigkeit sein (Tierversuche [47]). Dieser Typus interessiert uns in dieser Arbeit nicht.
- **Rotationstrauma**: Nicht alle Gehirnverletzungen lassen sich durch die Kavitationstheorie erklären. So treten häufig kontusionsbedingte Verletzungen im Gehirn vor allem im Temporal- und Frontallappen auf [27], und zwar nicht im Zusammenhang mit der Stoßstelle. HOLBOURN ([63], in [124], S.109) führte 1943 dies auf eine Rotationsbewegung des Gehirns zurück, durch die Scherspannungen entstehen, die zu den Verletzungen führen. Ferner können durch schnelle Rotation aufgrund der Trägheit die Brückenvenen abreißen. Ein derartiger Mechanismus findet sich jedoch nur in einem geringen Bruchteil aller Schädel-Hirnverletzungen ([124], §II 4.c δ).

Die Rotationstheorie steht zunächst einmal in Konkurrenz zur Kavitationstheorie bei der Contrecoupverletzung. Es zeigt sich jedoch, dass beide Theorien ihre Berechtigung haben; manche Verletzungen lassen sich durch den einen, andere durch den anderen Mechanismus erklären.

Wir betrachten in dieser Arbeit im wesentlichen zwei Unfalltypen: Im einen Fall wird ein Fußgänger von einem Auto erfasst, auf die Motorhaube aufgeschaufelt und prallt mit dem Kopf zunächst darauf. Anschließend wird der Fußgänger über das Dach nach hinten abgeworfen. Zum zweiten betrachten wir den Sturz eines Radfahrers aus dem Stand auf die rechte Seite. Bei beiden Fällen prallt der Kopf mehrfach auf. In der Finite-Elemente-Rechnung wird jedoch immer nur der *Primärstoß* simuliert. Er ist auch der heftigste Aufprall und folglich für die größten Verletzungen verantwortlich. Ein umfassender Überblick über verschiedene Unfallbewegungsabläufe aus medizinischer Sicht findet sich bei UNTERHARNSCHEIDT ([138], S.460ff).

Kapitel 5

Stand der Forschung

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die verfügbaren Veröffentlichungen zu allen meine Arbeit betreffenden Themenkreisen gegeben. Dieser Überblick erhebt keineswegs den Anspruch auf Vollständigkeit. Stattdessen ist aus der Fülle der Literatur ein kleiner Teil ausgewählt, dessen Ergebnisse für meine Arbeit von Nutzen waren.

5.1 Unfallforschung

In der forensischen Medizin wird seit langem Unfallforschung betrieben. Aus der Vermessung von Aufprallstellen, Fußgängerwurfweite und Bremsweg des Autos können im Vergleich mit den Verletzungen des Opfers wichtige Schlüsse über den Unfallablauf gezogen werden [13]. Mit einfachen Methoden (lineare Extrapolation) wurden so auch Kopfbeschleunigungen auf das Autodach abgeschätzt [14]. Bis vor kurzem stellte dies auch den einzigen gangbaren Weg dar. Durch das Aufkommen von Mehrkörpersimulationen in den letzten Jahren hat man mittlerweile jedoch eine weit bessere Methode zur Verfügung, solche Aufprallbeschleunigungen zu berechnen, indem man den Unfallablauf simuliert. Anhand der forensisch gefundenen Kontaktstellen kann man die Güte der Simulation überprüfen [122]. Die damit gefundenen Beschleunigungsdaten sind auf jeden Fall genauer als die forensisch abgeschätzten.

Schon frühzeitig versuchte man, die Schwere eines Unfalls in Bezug auf den Kopf durch eine konkrete Zahl auszudrücken. Eine Vielzahl von solchen Sicherheitsindizes ist entstanden, von denen das auf der Translationsbeschleunigung des Kopfes basierende *Head Injury Criterion* (HIC) das am meisten verbreitete ist. Natürlich ist die Reduzierung eines so komplexen Vorgangs auf eine einzelne Zahl eine grobe Vereinfachung. Dennoch lässt sich an ihr über den Daumen die Unfallschwere abschätzen.

5.1.1 Das Head Injury Criterion (HIC)

Der HIC-Wert basiert auf der sogenannten *Wayne-State-Kurve* (Abb.5.1), die vom Jahre 1953 an von GURDJIAN und Mitarbeitern [57] durch Versuche mit frontalen Hammerschlägen und Druckluftschüben auf das exponierte Gehirn von Tieren, ferner durch Fallversuche von menschlichen Leichenköpfen und schließlich Freiwilligenversuchen an der Wayne State University Detroit aufgestellt wurde. Die Grundidee besteht darin, dass ein Mensch in einem Stoß eine um so höhere Translationsbeschleunigung er-

tragen kann, je kürzer diese wirkt. Im Wayne-State-Diagramm wird der Bereich oberhalb der Kurve als lebensgefährlich eingestuft, während der Bereich darunter als nicht lebensgefährlich gilt. Diese Grenzkurve wurde 1959 von GADD ([44], [140]) nach vielen weiteren Messungen an die folgende Formel angefügt:

$$ta^{2,5} - 1000 = 0 \quad (5.1)$$

wobei die Zeit t in s und die Beschleunigung a in g (Erdbeschleunigungen) angegeben wird. Der Exponent 2,5 ergab sich aus den Messungen.

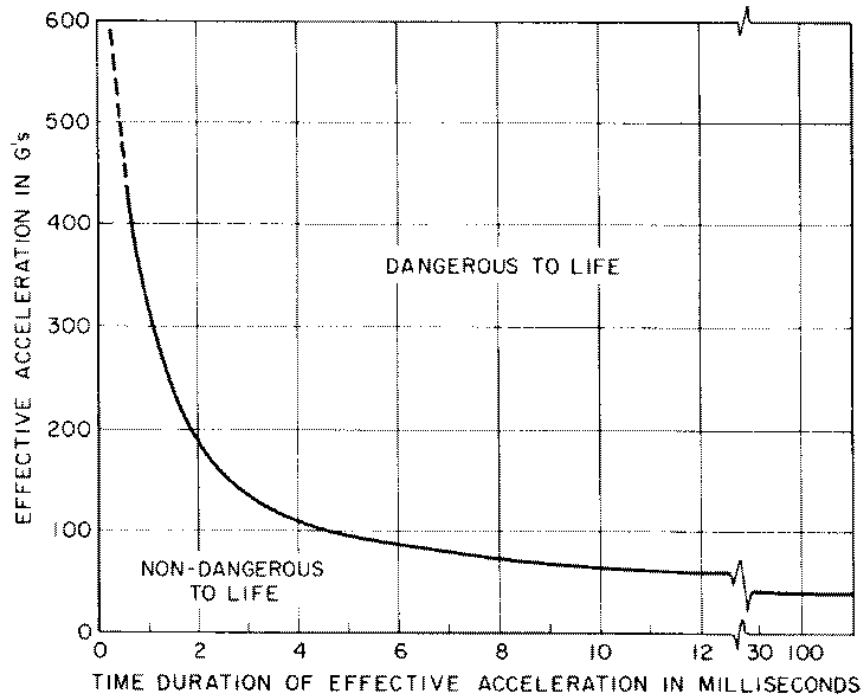


Abbildung 5.1: Die Wayne-State-Kurve, entnommen aus [140]. In der einfachsten Form besagt sie beispielsweise, dass ein 10 ms langer Stoß mit effektiv 70 g Beschleunigung die Grenzbelastung ist; liegt sie darüber, ist der Unfall tödlich, liegt sie darunter, ist er es nicht. Dagegen könnte man bei einer Stoßdauer von nur 2 ms fast 190 g ertragen.

Der in dem Diagramm verwendete Begriff „Effektive Beschleunigung“ wurde im Lauf der Zeit klarer definiert; und schließlich entstand nach jahrelanger Diskussion das *Head Injury Criterion* (HIC), das vom US-Department of Transportation (NHTSA) auf Vorschlag von VERSACE [140] im Jahre 1972 als Standardkriterium festgelegt wurde [139]:

$$HIC = \left\{ (t_2 - t_1) \left[\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right]^{2,5} \right\}_{max} \quad (5.2)$$

Ein HIC-Wert über 1000 gilt als lebensbedrohend. Die Zeit ist wiederum in Sekunden, die Beschleunigungen in g zu messen. Diese modifizierte Form von Glg. 5.1 wird etwa bei [49] ausführlich diskutiert. t_1 und t_2 sind zwei beliebige Zeitpunkte während des Crash, wobei $t_2 > t_1$ sein soll. Es wird also die mittlere Beschleunigung (= eckige Klammer) hoch 2,5 mit dem entsprechenden Stoßzeitintervall multipliziert; dies wird über alle möglichen Zeitintervalle ausgerechnet und anschließend das Maximum ausgewählt. Für diese Arbeit habe ich ein Programm geschrieben, das den HIC-Wert für eine beliebige vorgegebene Beschleunigungskurve berechnet.

Obwohl dieser Koeffizient offiziell anerkannt ist, beschreibt er die Schwere eines Unfalls doch nur unvollständig. NEWMAN setzte sich 1980 [101] ausführlich mit ihm auseinander. Seine Hauptkritikpunkte sind, dass keine Rotationsbeschleunigungen in das Kriterium eingehen und es damit nur dann einen Sinn hat, wenn die Beschleunigung rein translatorisch ist. Ferner beruhte die ursprüngliche Wayne-State-Kurve auf einer viel zu geringen Statistik, die zudem noch große „Ausreißer“ enthielt, die einfach ignoriert wurden. Nach Auswertung etlicher Versuche und Korrelationsstudien kam NEWMAN schließlich zu dem Schluss, dass „die Schwere einer Kopfverletzung und der HIC-Wert nicht miteinander korrelieren“.

Trotz dieser berechtigten Kritik wird der HIC-Wert weiterhin verwendet und hat meiner Ansicht nach bei Unfällen mit geringer rotatorischer Beschleunigung des Kopfes dann eine Aussagekraft, wenn er deutlich über 1000 oder deutlich unter 1000 liegt. In dem Bereich von ca. 500-2000 kann man vom HIC allein sicherlich nicht auf den Ausgang des Unfalls schließen. Der HIC-Wert kann aber ein Anhaltspunkt sein, den man zur Abschätzung der Unfallschwere zusätzlich zu allen anderen Daten noch betrachten sollte.

5.1.2 Andere Kriterien

Neben dem HIC wurden eine Reihe von anderen Kriterien entwickelt, die aber letzten Endes auch nicht viel mehr helfen als der HIC; zum Beispiel AIS (abbreviated injury scale, [101] S.716); GAMBIT, eine Art erweiterter HIC, der auch Rotationsbeschleunigungen enthält, und TEC (Translational Energy Criteria) [128]. Der Unfallvorgang mit Schädel-Hirn-Trauma ist ein zu komplexer Vorgang, als dass er mit wenigen Zahlen erfasst werden könnte.

5.2 Experimentelle Untersuchungen

5.2.1 Materialeigenschaften

Die richtige Wahl der Materialeigenschaften ist für die Simulationsergebnisse von großer Bedeutung. Biologische Materialien verhalten sich weder linear noch sind sie homogen und isotrop. Dennoch kann in vielen Fällen ein einfaches Materialgesetz benutzt werden, wenn die Verzerrungen nicht zu groß sind. Eine Simulation kann auch zeigen, ob es überhaupt nötig ist, beispielsweise einem bestimmten Material viskoelastische Eigenschaften zuzuordnen; in vielen Fällen reicht die Näherung eines linear elastischen Materialgesetzes völlig aus, wie man durch Parameterstudien oder Energiebetrachtungen feststellen kann.

Da wir bei uns keine Messapparaturen verfügbar hatten, beschränkte ich mich bei der Suche nach Materialeigenschaften auf die Literatur. In den folgenden Abschnitten wird beschrieben, was die verschiedenen Autoren für Materialmodelle verwenden und welche Modelle wir benutzen. Die konkreten Zahlenwerte sind im Anhang B zu finden. Sehr häufig zeigen die Resultate große Schwankungen. Messungen an biologischem Gewebe sind äußerst schwer durchführbar, weil lebendes menschliches Gewebe als Versuchsobjekt nicht zur Verfügung steht, ferner sich lebendes tierisches oder totes menschliches Gewebe vom lebenden menschlichen stark unterscheidet. Gewebe kann nicht in seiner natürlichen Umgebung getestet werden. Meist muss es *fixiert*, d.h. mit Formaldehyd oder anderen Chemikalien konserviert werden, wodurch sich die Eigenschaften wieder ändern. Auch ethische Gründe schränken die Untersuchungsmöglichkeiten ein. Ferner sind die Materialeigenschaften individuell sehr verschieden. Deshalb

muss bei allen Simulationen die Wahl der Materialparameter hinterfragt werden. Dies geschieht in dieser Arbeit in Form von Parameterstudien, bei denen die Materialeigenschaften in den angegebenen Grenzen variiert werden und ihr Einfluss auf die Simulationsergebnisse studiert wird (Kap. 7).

5.2.1.1 Knochen

Die drei Knochenschichten *Kompakta - Spongiosa - Kompakta* haben unterschiedliche Materialeigenschaften. In den meisten Rechnungen werden sie als linear elastisch und isotrop betrachtet. Es gibt auch experimentelle Arbeiten, die ihm viskoelastische Eigenschaften zuordnen ([34], [87], s. Anhang B). Bei Stoßsimulationen wird fast immer ein linear elastisches Materialgesetz oder gar ein Starrkörpermodell [136] für den Knochen verwendet. Die Spongiosa ist wegen ihrer trabekulären Struktur weicher und hat etwa ein um einen Faktor 10-100 kleineres Elastizitätsmodul als die Kompakta. In den Simulationsrechnungen unterscheiden viele Autoren diese Schichten jedoch nicht, sie benutzen stattdessen aus den drei Schichten gemittelte Werte. Bei Studien über das Gehirn kommt es darauf in erster Näherung auch nicht an. In meiner Arbeit werden detaillierte Parameterstudien zu dieser Frage durchgeführt (Kap. 7). Obwohl das Knochenmaterial nicht isotrop ist, also in senkrechter Richtung andere Eigenschaften in paralleler Richtung hat ([121], [33]), benutzen wir die Steifigkeit, die das Material in senkrechter Richtung hat, als isotrope Steifigkeit. Diese Näherung ist gerechtfertigt dadurch, dass die Hauptverzerrung des Schädels bei Aufprallen in dieser Richtung vor sich geht.

5.2.1.2 Gehirnsubstanz

Bei der Gehirnschubstanz werden in der Literatur einfache Flüssigkeitsmodelle, linear elastische, viskoelastische und hyperelastische Modelle verwendet. Die Materialeigenschaften schwanken sehr stark; die Messung von Materialeigenschaften biologischer Weichteile gehört zu den Hauptunsicherheitsfaktoren von Computersimulationen. Nach ausführlichen Parameterstudien stellt CLAESSENS [28] fest, dass ohne das Vorhandensein von genaueren Daten sämtliche Simulationen lediglich Trends andeuten, aber keine quantitativen Ergebnisse liefern können.

In unserer Arbeit werden hauptsächlich linear elastische und viskoelastische Materialeigenschaften für das Gehirn verwendet. KUIJPERS [82] zeigte durch die Verwendung verschiedener Materialmodelle, dass viskoelastische Eigenschaften im Gehirn die Ergebnisse nur gering beeinflussen. Diese Erkenntnis konnte von uns bestätigt werden. Der Energieverlust durch viskoelastische Eigenschaften des Gehirns beträgt höchstens 5% der Gesamtenergie und liegt damit deutlich unter dem Fehler der *artificial energy* aufgrund der *Hourglass Control*. Wir verwenden meist dennoch das viskoelastische Modell, weil es nicht unbedingt größeren Rechenaufwand erfordert. An der Energiebilanz können wir an jedem Modell sehr einfach den Einfluss dieses Materialmodells kontrollieren. Detaillierte Parameterstudien über die viskoelastischen Parameter sind aber unseres Erachtens – in Übereinstimmung mit KUIJPERS [82] – für Stoßexperimente überflüssig. Hyperelastische Modelle wurden nicht in Betracht gezogen, weil die Deformation der Gehirnregionen in den kurzen Stoßzeiten nicht allzu groß ist. Dagegen ist eine genaue Bestimmung von Elastizitätsmodulen von großer Bedeutung [28].

Bei den meisten älteren Arbeiten wird das Gehirn zusammen mit dem cerebrospinalen Fluid (Liquor) und den Ventrikeln homogen als eine Masse behandelt. In neueren Arbeiten dagegen werden einzelne Gehirnstrukturen unterschieden. Dabei werden unterschiedliche Elastizitätsmodulen für verschiedene Hirnpartien eingesetzt. Nach CLAESSENS [28] ist das allerdings von eher untergeordneter Bedeutung,

wie er in ausführlichen Parameterstudien nachwies. Dagegen ist die Modellierung von Hirnmembranen wie Falx und Tentorium wichtig für die Druckverteilung (das Kleinhirn wird durch die Präsenz des Tentoriums anderen Drücken ausgesetzt wie der Rest des Gehirns). Diese Aussage konnte von uns bestätigt werden. Die Hauptaufgabe des Liquors schließlich ist, das Gehirn locker an den Knochen zu koppeln. Am wichtigsten ist eine gute Modellierung dieser Randbedingungen (s. Diskussion S.76). Die linear elastischen Eigenschaften des Liquors sind von geringer Bedeutung. In unserer Arbeit verzichten wir aus diesen Gründen auf Gehirnstrukturen. In den meisten Literaturarbeiten werden bei Simulationsstudien diese Substanzen auch entweder weggelassen oder linear elastisch modelliert.

5.2.1.3 Andere Substanzen

Andere Substanzen spielen in dieser Arbeit kaum eine Rolle. Die Außenhaut wirkt bei starken Aufprallen wegen der kurzen Stoßzeit praktisch nicht dämpfend; deshalb lassen wir sie zumeist weg. Blutadern sind nur dann wichtig, wenn man die Verletzung von ihnen modellieren möchte [153]. Wir haben sie weggelassen.

5.2.2 Stoß- und Crasheperimente

Zum Erfassen des Mechanismus eines Unfallvorgangs müssen zunächst Experimente durchgeführt werden. In der Literatur gibt es einige experimentelle Studien, mit denen eine Simulationsrechnung dann auch verglichen und an der sie validiert werden kann. Die Experimente möchte ich unterteilen in Dummy-, Leichen-, Tierversuche und in Auswertungen von realen Unfällen.

5.2.2.1 Dummyversuche

Besonders in der Automobilindustrieforschung sind solche Versuche beliebt. Mit Dummies [*englische Bezeichnung: ATD (=anthropomorphic test device)*] kann sehr eindrücklich das Verhalten von Pkw-Insassen [152] oder Fußgängern vor dem Fahrzeug [53] simuliert werden. Mit solchen Studien kann dann überlegt werden, an welchen Stellen man das Fahrzeug weicher und nachgiebiger gestalten kann (Stichwort Stoßfänger mit Schaumauflage, Airbag). Ein Dummy kann keine individuellen Menschen simulieren, sondern ist auf irgendeine Weise genormt. Der Vorteil von Dummies ist, dass man sie bequem jeder gewünschten Beschleunigung aussetzen und die Bewegung filmen kann, so dass man sofort einen optischen Eindruck bekommt. Oft werden Dummies nur für bestimmte Fragestellungen hergestellt, und nur für entsprechende Unfallabläufe geben sie sinnvolle Ergebnisse. Bei Aufprallstudien von Fußgängern auf Automotorhauben reicht es unter Umständen, lediglich ein Oberschenkelsurrogat einzusetzen. Ein populärwissenschaftlicher Überblick über den gegenwärtigen Stand der Dummy-Forschung ist bei BEUSENBERG [19] gegeben.

Dummies haben bei Studien von Kopfverletzungen den schweren Nachteil, dass der Kopf, der aus ein oder zwei Schichten aus Metall, Holz oder Plastik besteht, in seinen elastisch-dynamischen Eigenschaften nicht viel mit dem menschlichen Kopf zu tun hat. Intrakranielle Drücke können nicht bestimmt werden. Ich möchte ein paar Arbeiten jüngeren Datums aus der Wissenschaftswelt anführen, die sich mit Dummyversuchen und Kopfverletzungen beschäftigen. DIMASI [36] verglich von ihm gemessene Dummykopf-Beschleunigungen mit seinen Simulationsrechnungen. WILLINGER schlägt dagegen einen

neuen Dummy-Kopf vor [147], mit dem er die kinematischen Eigenschaften eines menschlichen Kopfes besser repräsentieren will. Er benutzt hierzu die Messungen von Eigenfrequenzen eines menschlichen Schädels und wählt die Dimensionen seines physikalischen Modells so, dass diese auch auftreten. Er fügt dazu in den Schädel eine weitere, beweglich gelagerte Masse ein, die in allen Raumrichtungen schwingen kann und die das Gehirn repräsentiert. Diese beeinflusst in erheblichem Maße die Bewegung und die auftretenden Kräfte. Erstmals können mit einem Dummymodell Aussagen über die intrakranielle Dynamik getroffen werden [148]. Zur Überprüfung der Theorie, dass Contrecoupverletzungen auf Kavitationen zurückzuführen sind, also infolge von Unterdruck entstehen, bauten LUBOCK und GOLDSMITH ([90], 1980) ein flüssigkeitsgefülltes Kopf-Hals-Modell und nahmen die Contrecoupregion mit Hochgeschwindigkeitskameras auf. Dort kam es tatsächlich zur Blasenbildung aufgrund der Kavitation. Einen ähnlichen Versuch machte YANAGIDA 1989 [151]. Er härtete einen männlichen Leichenschädel mit Elastomeren aus, überzog ihn mit Thiokol-Gummi und füllte Wasser hinein. Dann setzte er den Schädel auf einen Dummy-Körper und führte zwei Arten von Versuchen aus: Zum einen gab er einen äußeren Stoß mit einem Impaktor auf den sitzenden Kopf und simulierte damit einen *Blow Injury*; zum anderen ließ er den Kopf auf eine Kraftmessplatte fallen und simulierte damit einen *Fall Injury*. Die Stöße waren alle sehr weich, der Sturz etwa erfolgte aus 1,8 bzw. 3,6 *cm* Höhe. Dennoch ist diese Arbeit für uns von großer Bedeutung, denn es ist eine der wenigen experimentellen Arbeiten, bei denen ein Beschleunigungstrauma (*Fall Injury*) vermessen wurde. Die Versuche von YANAGIDA sind in Abschn. 7.4.1 ausführlich beschrieben. KANG und WILLINGER [68] stellten mit Dummy-Versuchen eine reale Unfallsituation nach und maßen damit die Beschleunigungen des Kopfes, die sie als Randbedingung für eine FE-Simulation eines individuellen Unfalls benutzten.

5.2.2.2 Leichenversuche

Leichenversuche sind aus ethischen Gründen nicht einfach durchzuführen. Deshalb gibt es hier nur wenige Experimente, mit denen aber die meisten Autoren ihre Simulationsergebnisse validieren. Die meistbeachteten Versuche wurden 1977 von NAHUM [98] durchgeführt. Bei ihm wurden sitzende Leichen von einem sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegenden Impaktor gestoßen. Der Kopf wurde um 45° um die transversale Achse nach unten geneigt, der Stoß erfolgte also auf die obere Stirn. Er vermaß die intrakraniellen Drücke an der Coup- und der Contrecoupstelle sowie an einigen weiteren ausgewählten Punkten. Dazu eröffnete er an diesen Stellen die Dura Mater und bestimmte den Druck im cerebrospinalen Fluid. Ferner maß er die Reaktionskraft zwischen Kopf und Impaktor, die Beschleunigung und den HIC. Nur wenige weitere Leichenversuche wurden später durchgeführt, etwa 1992 von TROSSELLE [135].

Von anderen Autoren wurden Leichenschädel zur Bestimmung von Eigenfrequenzen benutzt. GURDJIAN [58] (in [78]) bestimmte 1970 die niedrigsten Resonanzfrequenzen eines leeren Schädels mit 313, 600 und 800 *Hz*, KHALIL maß 1385-4245 *Hz* [77] (in [28]) für die zehn ersten Eigenmoden. Bei Einschluss des Gehirns ergeben sich weit niedrigere Resonanzen bei 100-200 *Hz* (WILLINGER und CÉSARI [149]), bei denen das Gehirn vom Schädel unabhängige Rotationsbewegungen um verschiedene Achsen durchführt. Für das Gehirn alleine werden in Simulationen Resonanzfrequenzen von unter 10 bis 20 *Hz* angegeben ([115], [28]). Hierfür liegen keine experimentellen Messungen vor. Natürlich hängen die gefundenen Werte stark von den Randbedingungen ab.

5.2.2.3 Tierversuche

Auch Tierversuche werden zur Simulation von Schädel-Hirn-Traumen benutzt. Ihre Durchführung ist allerdings ethisch sehr problematisch. Man will mit ihnen den genauen Ort des Schadens im Gehirn nach einem Aufprall messen, den Schadenstyp, seine Schwere und den Zeitverlauf [47]. Ebenso kann man an Tiermodellen den weiteren Verlauf der Verletzungen, also auch Sekundärschäden, die morphologischen, zerebrovaskulären und metabolischen Veränderungen dokumentieren und Verhaltensänderungen beobachten. Die Ergebnisse sind von GENARELLI [47] zusammengefasst. Er hält fest, dass vor allem in neurologischer, physiologischer und biochemischer Hinsicht die Modelle gute Ergebnisse liefern, während in morphologischer Hinsicht dies nicht der Fall ist. Gerade die morphologischen Änderungen hängen stark von der verwendeten Spezies und damit von der Geometrie des Opfers ab. Die Geometrie beeinflusst das Resonanzverhalten und damit die Kinetik des Modells stark [98]. Man sollte deshalb eine Vielzahl von Tiermodellen verwenden, um jeweils spezifische Merkmale zu untersuchen, die mit dem Menschen vergleichbar sind [108]. Da wir uns in unserer Arbeit hauptsächlich um morphologische Veränderungen kümmern, sind für uns Tiermodelle von geringem Nutzen. Die Tatsache, dass die Position und Stärke der Verletzungen stark von der Schädelgeometrie abhängen, bestärkt uns in unserer Ausgangsposition, dass wir von einer *individuellen* Schädelgeometrie des Unfallopfers ausgehen müssen.

Tiermodelle können auch Hinweise auf allgemeine Verletzungsvorgänge geben. So wurde mit einem aufgeschnittenen gefrorenen Rhesusaffenkopf mit einer Fotoserie nachgewiesen, dass sich das Gehirn gegenüber dem Knochen bewegt [56]. Weitere Tierversuche mit Primaten, denen Kügelchen ins Gehirn injiziert wurden, deuten auf eine Gehirnbewegung von mehreren Millimetern hin (in [78]). ABEL und GENARELLI führten 1978 eine Versuchsserie an Rhesusaffen durch, indem sie diese einer Rotationsbeschleunigung aussetzten [8]. Um Ergebnisse von Tierversuchen auf Menschen zu übertragen, müssen sie wegen der unterschiedlichen Größe von Mensch und Tier umskaliert werden [154]. Das gilt auch für die Finite-Elemente-Programme. Da diese ohne vorgegebene Einheiten rechnen, kann man die Ergebnisse, ohne eine zweite FE-Rechnung durchführen zu müssen, auf andere Einheiten umskalieren. In Anhang E ist dies exemplarisch durchgeführt.

5.2.2.4 Auswertungen von realen Unfällen

Diese letzte Möglichkeit der Verwendung von Unfalldaten ist von allen vorgestellten die realistischste, weil hier tatsächlich lebendes menschliches Gewebe untersucht wird. Allerdings können an solchen Unfällen natürlich niemals Zeitverläufe von mechanischen Größen gemessen werden. Es gibt hierbei nur in Abschn. 5.1 beschriebene Möglichkeit der forensischen Rekonstruktion. Im Münchener Institut für Rechtsmedizin wurden 25 exemplarische Verkehrsunfälle [14] auf diese Weise zusammengefasst. Wir haben bei unserem Verbundprojekt durch die Zusammenarbeit mit dem Tübinger Institut für Gerichtsmedizin ebenfalls eine Reihe von gutdokumentierten Unfällen zur Verfügung und darüberhinaus noch CT-Aufnahmen des Unfallopfers, so dass wir eine individuelle Schädelgeometrie benutzen können. In meiner Arbeit werden die Simulationen mit den Verletzungen dieser realen Unfälle verglichen, und die Stoßdynamik wird mit Hilfe der forensisch rekonstruierten Angaben im Mehrkörpermodell [122] simuliert. In der Literatur wurden ähnliche Wege bisher erst seit kürzester Zeit begangen. So hat beispielsweise KANG (1997) [68] einen realen Unfall mit einem Dummy nachgestellt und die dort auftretenden Beschleunigungen als Randbedingung für seine FE-Simulation benutzt.

5.3 Rechnergestützte Simulationen

5.3.1 Eigenfrequenzanalysen

Die Resonanzfrequenzen sind ein Maß dafür, ob die Kinematik des Modells mit der echten Kinematik übereinstimmt. Deshalb werden von vielen Autoren Eigenfrequenzanalysen durchgeführt und diese mit experimentellen Daten verglichen. Zumeist werden die Frequenzen eines leeren Schädels, eines gefüllten Schädels und die des Gehirns alleine berechnet.

Leerer Schädel: Im Experiment maßen KHALIL und VIANO ([77], 1979) als Grundfrequenz 1385 Hz, GURDJIAN [58] 313 Hz. In der Simulation berechneten NICKELL und MARCAL 194 Hz bei Aufhängung an der Schädelbasis, SHUGAR ([126], 1977) nur 43 Hz, CHU ([27], 1994) 286 Hz im zweidimensionalen Modell, RUAN ([115], 1996) 325 Hz und CLAESSENS ([28], 1997) 1994 Hz.

Gefüllter Schädel: Experimente (WILLINGER und CÉSARI [149], 1990) zeigen eine Grundfrequenz von etwa 100 Hz. In der Rechner-simulation ergaben sich ähnliche Werte {WILLINGER [147]: 89 Hz (3D), CHU [27]: 119 Hz (2D), UENO: ([137], 1995) 84 Hz (2D), RUAN [115]: 154-91 Hz (3D), CLAESSENS [28]: 219 Hz (3D)}. RUAN führte Parameterstudien durch und stellte fest, dass die Frequenzen ohne die Gehirnmembranen niedriger liegen und durch eine Halsrandbedingung weiter absinken.

Gehirn alleine: Hierfür liegen bis heute keine Messungen vor. Mit Falx Cerebri und Tentorium berechnete WARD ([144], 1975) 23 Hz als Grundfrequenz, RUAN ([115], 1996) 15 Hz und CLAESSENS ([28], 1997) 79 Hz. Die Frequenzen ohne die Membranen waren etwas niedriger. CLAESSENS begründet seine hohe Eigenfrequenz damit, dass WARD ein nach heutigen Messungen zu niedriges E-Modul für das Gehirn angenommen hatte. Diese Gehirn-eigenfrequenzen sind deutlich niedriger als die Eigenfrequenzen einer flüssigen Kugel ähnlicher Größe (ab 128 Hz bei $\nu = 0,48$, ab 557 Hz bei $\nu = 0,4999$ [78]).

5.3.2 Stoß- und Crashsimulationen

Finite-Elemente-Simulationen eines Schädel-Hirn-Traumas gibt es seit etwa 20 Jahren, also seit dem Aufkommen von entsprechend leistungsfähigen Rechneranlagen. Mit der Veröffentlichung von NAHUM [98] mit den Druckmessungen an Leichen standen zudem Validierungsmöglichkeiten zur Verfügung, mit denen man seine Simulationsergebnisse vergleichen kann. Die Simulationen unterscheiden sich im wesentlichen in folgenden Punkten, anhand derer ich die Literatur gliedern möchte:

1. *Was wird simuliert?* In Frage kommen Impaktorversuche (Impressionstraumen) oder Kopfaufpralle (Beschleunigungstraumen) sowie Rotationstraumen oder, wie bereits besprochen, die Simulation von Eigenfrequenzen. Wird der Aufprall in Form von äußeren gemessenen Kräften auf das Modell eingeleitet oder mit Hilfe eines Kontaktalgorithmus in der Simulation selbst berechnet?
2. *Wie detailliert ist das Modell?* Es geht hierbei um die Anzahl der verwendeten Schichten und die Anzahl der Elemente. Dieser Punkt ist im Lauf der Jahre dank der größeren Computerleistung immer mehr verfeinert worden. Es geht hierbei auch um die Geometrie des Modells: Welche Struk-

turen werden berücksichtigt (Foramen Magnum, Gehirnstrukturen, Gesichtsschädel)? Wodurch wurde die Modellgeometrie generiert (CT-, NMR-Daten oder geometrische Ersatzmodelle)?

3. *Dimensionalität*: Wird mit einem ebenen zweidimensionalen Modell oder mit einem räumlichen dreidimensionalen gerechnet?
4. *Welche Materialgesetze werden verwendet?* Diese Frage haben wir in Abschnitt 5.2.1 ausführlich diskutiert.
5. *Randbedingungen im Kopf (Interface boundary conditions)*: Das heißt, auf welche Art und Weise ist das Gehirn an den Schädel gekoppelt? Ist es daran fixiert oder kann es sich frei bewegen?
6. *Äußere Randbedingungen (Neck boundary conditions)*: Wie ist der Schädel befestigt? Ist er ganz frei, kann er um ein Halsgelenk rotieren, ist er ganz fixiert oder wird er irgendwie geführt?
7. *Wie werden die Ergebnisse validiert?* Werden sie mit Experimenten, Unfällen oder anderen Simulationen verglichen und wie gut sind sie? Werden sie mit Leichenversuchen oder Dummyversuchen verglichen? Oder sind sie wie unsere eigene Arbeit Ergebnis einer multidisziplinären Studie?

Im Hinblick auf diese Fragen gibt es einige sehr gute Arbeiten, die andere Artikel miteinander vergleichen und Parameterstudien dazu durchführen {[78] (1982), [82] (1995), [28] (1997)}. In Tabelle 5.1 sind die Arbeiten jüngerer Zeit schematisch im Hinblick auf diese Punkte gegenübergestellt, im folgenden Abschnitt werden sie ausführlich diskutiert.

Was wird simuliert? Die erste Simulation führte ANZELIUS 1943 ([12], in [78]) an der Universität Lund durch, der die Reaktion einer kugelförmigen flüssigen Masse auf eine abrupte Geschwindigkeitsänderung berechnete. Damit simulierte er also ein Beschleunigungstrauma. Die meisten Autoren jedoch berechnen das numerisch einfachere *Impressionstrauma*, weil in diesem Fall der Kopf am Anfang in Ruhe ist und die Kraft auf ein lokales Gebiet einwirkt. Dabei wird oft eine gemessene Reaktionskraft (z.B. von NAHUM [98]) auf den ruhenden Schädel gegeben und dann die resultierende Beschleunigung sowie die intrakraniellen Drücke berechnet ([118], [28]). Dies wird damit begründet, dass in diesen Modellen keine Haut vorhanden sei und somit genauere Reaktionskräfte nicht erzielt werden können. Zuweilen wird die Reaktionskraft auch selbst ausgerechnet, der Stoß wird durch ein Impaktor-FE-Modell mit definierter Anfangsgeschwindigkeit und einem Kontaktalgorithmus simuliert ([117], [82], [136], [68]). Schließlich wird auch manchmal die von NAHUM gemessene Kopfbeschleunigung als Anfangsbedingung auf einzelne Knoten gegeben; der Stoß selbst wird dann gar nicht simuliert [27]. *Beschleunigungstraumen* können nicht an der Arbeit von NAHUM validiert werden. Deshalb müssen diese auf andere Weise überprüft werden. Oft werden in Dummy- oder Tierversuchen Beschleunigungen oder Geschwindigkeiten gemessen und diese als äußere Führung auf das Modell gegeben. Auch hierbei können intrakranielle Drücke berechnet ([137], [154]), aber eben nicht oder höchstens qualitativ [154] validiert werden. DIMASI [36] gab keine Drücke an, sondern berechnete den Wert eines Verletzungskriteriums (*CSDM, Cumulative strain damage measure*). Bei KANG [68] wurde ein individueller Motorradunfall mit einem Dummy nachgespielt; die an diesem gemessenen Kopfgeschwindigkeiten sowie die Bodenaufprallkraft wurden als Randbedingung für das FE-Modell benutzt. Er verglich seine Resultate mit den klinischen Befunden des Unfallopfers. *Rotationstraumen* werden zuweilen berechnet und die simulierten mit den in Dummyversuchen gemessenen Beschleunigungen verglichen [36]. Schließlich gibt es noch Arbeiten, bei denen eine rein statische Analyse zur Bestimmung der Materialeigenschaften des Knochens durchgeführt wurde [80].

Detailgetreue: Die Geometrie basiert zumeist auf einem männlichen Durchschnittskopf; individuelle Modelle werden fast nie verwendet. In älteren Arbeiten wurden auch einfachere Geometrien benutzt. Die Zahl der Freiheitsgrade nahm mit den Jahren stetig zu. Die Modelle wurden im Lauf der Jahre immer strukturierter: Neben den fast überall benutzten Schichten Knochen und Gehirn kamen bald Haut und Gehirnstrukturen hinzu. CLAESSENS [28] diskutierte ausführlich Sinn und Unsinn dieses Mehraufwandes an Simulation. Er kam zu dem Schluss, dass die Gehirnstrukturen die intrakraniellen Drücke beeinflussen, aber in weitaus geringerem Maße als dies etwa die pure Größe der Materialkonstanten oder die Randbedingungen tun. Deshalb sollte man seiner Meinung nach das Schwergewicht des Forschens nicht auf eine immer größere Detailgetreue legen. Eine Ausnahme bilden die Membranen (*Falx Cerebri* und *Tentorium Cerebelli*). Diese schirmen die dahinterliegenden Gehirnbereiche ab und führen zu niedrigeren Drücken. Außerdem erhöhen sie die Eigenfrequenzen (Abschn. 5.3.1) und ändern damit die kinetischen Eigenschaften. Auf der anderen Seite sind die Gehirnstrukturen wie die Brückenvenen natürlich dann sehr wichtig, wenn man Verletzungen an genau diesen Strukturen erklären möchte [153]. ZHOU kommt in dieser Arbeit außerdem zu dem Schluss, dass zwar die intrakraniellen Drücke von der Inhomogenität des Gehirns nur gering beeinflusst werden, nicht aber die Scherspannungen. Die Scherspannungen aber werden auch von vielen Autoren für Verletzungen verantwortlich gemacht. So berichtet CHU [27] von dem Phänomen, dass bei der diffusen *Contusio Cerebri* meistens Verletzungen im Frontal- und Temporallappen auftreten, und zwar unabhängig von der Aufschlagstelle. In seiner zweidimensionalen Simulation stellt er fest, dass die Druckverteilung genau von der Aufprallstelle abhängt (*Coup* und *Contrecoup*), dagegen die Scherspannungsverteilung davon ziemlich wenig beeinflusst und gerade im Frontal- und Temporalbereich stark ist. Er schließt deshalb, dass diese Verletzungen auf Scherspannungen und nicht auf Kavitation zurückzuführen sind und bestätigt damit HOLBOURN [63]. Dies wird auch von anderen Autoren ([117], [153], [68]) bekräftigt. KANG fand durch die oben erwähnte Analyse [68] hohe Scherspannungen bzw. hohe VON MISES-Spannungen im Temporallappen und damit an den Stellen, an denen in diesem individuellen Fall Verletzungen auftraten. Er begründet damit ein Toleranzlimit für Scherspannungen im Gehirn zwischen 11 und 16,5 *kPa*. Dagegen sind die Verletzungen bei diesem Fall nicht mit einem hohen Über- oder Unterdruck verbunden.

Eine weitere Detailfrage ist die Modellierung des Foramen Magnum. Insbesondere bei zweidimensionalen Simulationen ist die Frage, ob es oder ob es nicht berücksichtigt wird, wichtig. CHU [27] und KUIJPERS [82] berichten übereinstimmend, dass dessen Modellierung auf die Drücke am Coup und Contrecoup geringen Einfluss hat. Allerdings ist der Einfluss auf die Drücke in der Umgebung des Foramens natürlich sehr stark, und da oft gerade hier Verletzungen auftreten, ist diese Struktur dennoch wichtig. Ganz andere Details berücksichtigten KORMI und ETHERIDGE [79]: Sie modellierten einen knöchernen Schädel mitsamt Helm. Sie zeigen, dass ein Helm den Energietransfer auf den Schädel verzögert und damit die Stoßintensität auf den Kopf verringert. Ein Helm wurde auch von KANG [68] bei dem Sturz des Motorradfahrers mitberücksichtigt.

Dimensionalität: Zweidimensionale Studien werden benutzt, wenn man rasch einen Überblick über bestimmte Verletzungsmechanismen gewinnen will, etwa bei CHU [27] die Frage nach dem Zusammenhang zwischen Scherspannungen und Kontusionsverletzungen oder bei UENO [137] den Effekt von Translations- und Rotationsbeschleunigungen. KUIJPERS führte 1995 [82] eine Diskussion verschiedener Modellparametergrößen (Randbedingungen, Materialgesetze) mit einem zweidimensionalen Modell durch. Hierin ist jedoch Vorsicht angebracht, denn manche Aussagen seines Modells widersprechen den Beobachtungen mit einem dreidimensionalen Modell [28], insbesondere das Verhalten bei einer freien Kopplung zwischen Gehirn und Knochen. *Man darf also nicht ohne weiteres die in einem zweidimensionalen Modell gefundenen Verhaltensweisen auf ein dreidimensionales Modell übertragen.* Insgesamt

geben dreidimensionale Studien die Wirklichkeit sicherlich besser wieder. Nachteile von ihnen sind die wesentlich höhere Rechen- sowie vor allem die höhere Auswertzeit und die immense Datenflut. Ein ABAQUS-Resultatefile hat bei einer dreidimensionalen zeitabhängigen Rechnung mittlerer Länge eine Größe von 10 bis 4000 MByte! Hin und wieder werden auch axialsymmetrische Studien gemacht, insbesondere bei älteren Arbeiten [75].

Randbedingungen im Kopf (Interface boundary conditions): Man kann das Gehirn mit dem Schädel auf verschiedene Weise koppeln:

- *Direkte Kopplung (fix, coupled interface)* Hierbei haben Gehirn und Knochen gemeinsame Knoten. Damit kann sich das Gehirn gegenüber dem Knochen im Widerspruch zu tierexperimentellen Befunden [56] nicht bewegen. Dies wird von den meisten Autoren so gemacht. Die auf diese Weise erhaltenen Überdrücke an der Coupstelle werden meist unter- [82] oder leicht über- [28], die an der Contrecoupstelle deutlich überschätzt ([82], [28]). Ein Stoß führt bei so einer Kopplung zu einem simultanen Aufbau von Druck an der Coupstelle und Unterdruck an der Contrecoupstelle. Einzelne Druckwellen können nicht beobachtet werden, denn diese löschen sich gegenseitig aus ([124], S.27).
- *Keine Kopplung (frei, free interface):* Hierbei kann sich das Gehirn gegenüber dem Knochen völlig frei bewegen. Zwischen Knochen und Gehirn wird dann ein freier Kontakt definiert, wie in Abschn. 3.7 beschrieben. Das plötzliche stoßbedingte Bremsen des Kopfes führt hierbei zu einer Ablösung des Gehirns vom Knochen; dahinter entsteht ein Loch. Das führt dazu, dass sich an der Contrecoupstelle kein Unterdruck ausbilden kann. An der Coupseite berichtet KUIJPERS [82] nach Studien mit einem zweidimensionalen Modell dagegen von besserer Übereinstimmung mit dem Experiment als bei dem Modell mit direkter Kopplung. In drei Dimensionen teilt CLAESSENS [28] diese Beobachtung nicht; stattdessen wird die Stoßzeit stark verzögert, und es kommt zu völlig anderem dynamischen Verhalten. Bei dieser Kopplungsart bildet sich im Gehirn eine vom Stoßzentrum ausgehende Druckwelle, so dass es in der Contrecoupreion nach Durchlauf der Welle sogar zu einem *Überdruck* kommt [82].
- *Fester Kontakt (tied contact):* Dies ist eine Alternative zur direkten Kopplung; die zwei Materie-schichten haben zwar verschiedene Knoten, sind aber durch einen Kontakt fest miteinander verbunden. Von der Mechanik macht dies keinen Unterschied; man hat in diesem Fall den praktischen Vorteil, einfach auf keine Kopplung umschalten zu können.
- *Einbau einer linear elastischen Zwischenschicht (Liquor):* Wenn zwischen Knochen und Gehirn eine linear elastische Liquorschicht mit kleinem Schermodul eingebaut ist, kann sich das Gehirn natürlich gegenüber dem Knochen leicht bewegen, aber auf Kosten einer unter Umständen starken Scherverzerrung der Liquorelemente, die die numerische Stabilität beeinträchtigen können. Der Liquor ist auf der einen Seite fest mit dem Knochen, auf der anderen Seite fest mit dem Gehirn verbunden. Diese Methode benutzen alle Autoren in Tab.5.1, die den Liquor als Struktur berücksichtigt haben. Der Unterschied in den Ergebnissen zur direkten Kopplung ist allerdings ziemlich gering.
- *Wie könnte man es besser machen? In natura* verhindert der flüssige Liquor und ein im Kopfinnen herrschender leichter Unterdruck das Ablösen des Gehirns; stattdessen kommt es im Liquor zur Unterdruckbildung, wie es NAHUM nachgewiesen hat. Man müsste also den Liquor als Flüssig-elemente simulieren. Die notwendigen numerischen Techniken hierfür werden aber gerade erst

entwickelt [28]. In den nächsten Jahren könnten sie dieses Problem lösen. Eine zweite Möglichkeit wäre ein erweiterter Kontaktalgorithmus, der steuert, wann die zwei Schichten sich trennen können, z.B. durch einen Spannungsschwellwert. Dagegen könnte auf diese Weise eine Bewegung entlang der Oberfläche leicht möglich sein [28].

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Kopplungsfrage sehr wichtig ist und die Druckverhältnisse im Gehirn stark beeinflusst. Meiner Ansicht nach ist das im Moment befriedigendste Modell immer noch das Modell mit der festen Kopplung; deshalb habe ich es in dieser Arbeit auch meist verwendet. Man sollte aber gerade hier sein Augenmerk darauf legen und in der Zukunft bessere Modelle benutzen.

Äußere Randbedingungen (Neck boundary conditions): Auch diese Randbedingungen beeinflussen die Ergebnisse stark. SHUGAR führte 1977 ([126], beschrieben in [78]) die erste systematischen Untersuchungen hierzu durch, indem er den Kopf vier verschiedenen Bedingungen aussetzte: Er befestigte ihn an der Unterseite, gab ein Halsgelenk vor, ließ ihn gleiten und ließ ihn ganz frei. Bei einer Befestigung an der Basis kam es zu einer Vorzeichenumkehr in der Beschleunigung und dem intrakraniellen Druck gegenüber den anderen Simulationen. KUIJPERS [82] vergleicht eine freie Randbedingung mit einem Gelenk, bei dem sich der Gelenkpunkt 15 cm unter dem Kopfschwerpunkt befindet. Durch dieses Gelenk rotiert der gesamte Kopf im Verlauf der Simulation um 3° . Dies führt dazu, dass der Druck am Coup sowie die Scherspannungsmaxima etwas abgeschwächt werden und vom Knochenrand mehr ins Gehirnnere wandern. Dagegen ist der Druck am Contrecoup kaum beeinflusst. Man kann das Problem der äußeren Randbedingungen umgehen, indem man *kinematische Randbedingungen* einführt, also das Modell von außen führt: Man gibt gemessene Positionen, Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen auf einige Knoten vor und berechnet daraufhin die Drücke (Tab.5.1, Spalte 8).

Validierung: Um die Modelle zu validieren, wird zunächst entweder eine Eigenfrequenzanalyse durchgeführt und diese mit den Experimenten von GURDJIAN [58], KHALIL [77] oder WILLINGER [149] verglichen; oder es wird ein Impressionstrauma berechnet und meistens mit NAHUM [98] validiert. Die Validierung bezieht sich auf die intrakraniellen Drücke, die Beschleunigung und – falls sie mit einem Kontaktverfahren berechnet wurde – die Reaktionskraft zwischen Impaktor und Schädel. Scherspannungen im Gehirn sowie Verschiebungen des Gehirns sind am Menschen noch nie gemessen worden, deshalb kann man sie nicht zur Validierung benutzen. Diese Überprüfung zeigt, dass eigentlich erst ab den 90er Jahren die Modelle halbwegs sinnvolle Ergebnisse zeigen. Vorher wichen die Drücke stark von den gemessenen ab oder die Simulationen waren nicht reproduzierbar [78]. Sind die dynamischen Eigenschaften des Modells auf diese Weise bestätigt worden, kann man das Modell zum Beispiel zur Simulation von individuellen Unfällen benutzen und die klinischen Verletzungen mit mechanischen Größen in Verbindung bringen. Damit können etwa Toleranzlimits postuliert werden ([68], Scherspannung). Diese Vorgehensweise schien uns schlüssig, weshalb wir in dieser Arbeit im Prinzip genauso vorgehen. Bei der Rekonstruktion der individuellen Unfälle gehen wir jedoch einen neuen Weg.

Modell	Dim.	Geometrie basierend auf	Simulation	Elemente- und Knotenzahl	Strukturen	Randb. im Kopf	Äußere Randbedingungen	Materialgesetz	Validierung an
KHALIL [75] (1977)	axi	Kugelsegmente	I	E: 9	H, K1-K3, G	fix	-	G: Flüss.	-
SHUGAR [126] (1977)	3D		I		K1, G, L	fix	fix, Gelenk, Gleiten, frei	G: Flüss.	Rhesusaffen <i>in vivo</i>
NAHUM [98] (1977)	3D		I	F: 406	G, D, T, F	kein Kno.	frei	G: lin.-el.	NAHUM [98]
RUAN [117] (1993)	3D	Mann der 50. Perzentile	I	K: 6.080 E: 7.351	H, K3, G, L, D, F	fix	frei	G: visko-el.	NAHUM [98]
RUAN [118] (1994)	3D	Mann der 50. Perzentile	I	K: 1.281 E: 1.110	K3, G, L	fix	frei	G: lin.-el.	NAHUM [98]
CHU [27] (1994)	2D	Parasagittalschnitt aus Atlas	I	E: 1.261	K1, G, FM	fix (frei am FM)	Gelenk 15 cm unter Kopfschwerpunkt, Beschl. an 1 Knoten vorgegeben	G: lin-el	NAHUM [98]
DIMASI [36] (1995)	3D	keine Angabe	B, R	K: 8.000 E: 5.900	K1, G, F	fix - frei	geführt (Beschleunigung vorgegeben)	G: lin.-el K: starr	Eigene Dummyversuche
KUIJPERS [82] (1995)	2D	Mann der 50. Perzentile (Parasagittalschnitt)	I	E: 228	K1, G, mit/ohne FM	fix - frei	frei, Gelenk 15 cm unter Kopfschwerpunkt	G: lin.-el. und viskel.	NAHUM [98]
UENO [137] (1995)	2D	Mann der 50. Perzentile (Median-schnitt)	B, R	K: 510 E: 500	K1, G	fest	geführt (Beschleunigung aus Dummyversuchen vorgegeben)	G: lin.-el.	-
KRABEL [80] (1995)	3D	Individuelle CT-Daten	S	K: 2.874 E: 1.342	K3	-	-	K: lin.-el. bis Bruchgrenze	SCHÜLER [121]
ZHOU [153] (1995)	3D	Mann der 50. Perzentile	I+B	K: 17.656 E: 22.995	H, K1, Gg, Gw, C, S, L, V, D, F, T, P, B	fix	I: frei B: Rotationsbeschleunigung nach [8] vorgegeben	G: lin.-el.	I: NAHUM [98] B: -

Tabelle 5.1: Gegenüberstellung der Modelle (Teil 1, Modelle bis 1995). Zeichenerklärung siehe folgende Seite

Modell	Dim.	Geometrie basierend auf	Simulation	Elemente- und Knotenzahl	Strukturen	Randb. im Kopf	Äußere Randbedingungen	Materialgesetz	Validierung an
ZHOU [154] (1996)	3D	Mann der 50. Perzentile	B	K: 17.656 E: 22.995	H, K1, Gg, Gw, C, S, L, V, D, F, T, P, B	fix	geführt (Beschleunigung nach [8] vorgeben)	G: lin.-el.	Qualitative Übereinstimmung mit klinischen Verletzg.
WILLINGER [148] (1996)	3D	Dummyvergleich: 2 Massen ggü. Hybrid III	B	analyt. Rechnung		frei		lin.-el.	Eigene Dummy-Versuche
TURQUIER [136] (1996)	3D	NMR	I	K: 4.436 E: 5.400	K1, G, L, F, T, kein FM	fix	geführt (vorgegebene Geschwindigkeiten nach [135])	G: viskel. K: starr	TROSSEILLE [135]
HARTMANN [60] (1997)	3D	NMR	I	E: 100.000	H, K1, Gg, Gw, V	fix	frei	G: lin.-el.	NAHUM [98]
KANG [68] (1997)	3D	NMR	I+B	K: 11.939 E: 13.208	H, K3, G, L, T, F	fix	I: frei B: geführt durch 4 gemessene Geschwindigkeiten und gemessene Kräfte	G: viskel.	I: NAHUM [98] B: individueller Unfall
CLAESSENS [28] (1997)	3D	CT/NMR	I, E	1) K: 2.257 E: 1.756 2) K: 13.300 E: 12.126	1) K1, G 2) K1, G, C, S, F, T	fix - frei		G: lin.-el.	NAHUM [98]

Tabelle 5.1 : Gegenüberstellung der Modelle (Teil 2, Modelle ab 1996.) **Erläuterungen:** In Spalte 2 (Dim.) bedeutet: axi=axialsymmetrisches 3D-Modell. In Spalte 4 (Simulation) bedeutet I=Impressionstrauma, B=Beschleunigungstrauma, R=Rotationstrauma, S=stationäre Rechnung, E=Eigenfrequenzanalyse. In Spalte 5 bedeutet K=Zahl der Knoten, E=Zahl der Elemente, F=Zahl der Freiheitsgrade. In Spalten 6 (Strukturen) und 8 (Materialeigenschaften) bedeutet H=Haut, K=Knochen (K1..K3= Knochen mit 1 oder 3 Schichten), G=Gehirn (Gg=graue Substanz, Gw=weiße Substanz), C=Cerebellum, S=Hirnstamm, L=Liquor, F=Falx, T=Tentorium, D=Dura Mater, P=Pia Mater, V=Ventrikel, B=Brückenvenen, FM=Foramen Magnum (nur bei 2D-Modellen angegeben). In Spalte 8 (Materialgesetz) werden alle Substanzen außer dem Gehirn linear elastisch behandelt, wenn nicht anders angegeben.

Ein neuer Weg bei der Rekonstruktion von Unfällen: Im Gegensatz zur Straßburger Arbeitsgruppe [68] stehen uns keine experimentellen Möglichkeiten zur Verfügung. Deshalb mussten wir einen anderen Weg gehen, um die Beschleunigungen und Kräfte, denen ein Unfallopfer ausgesetzt ist, zu bekommen. Wir nutzten hierfür die Möglichkeiten unseres interdisziplinären Projektverbundes. Nach der forensischen Rekonstruktion der Eckdaten des Unfalls durch die Tübinger und Münchner Gerichtsmedizin [14] wird in einer Mehrkörpersimulation, bestehend aus 13 starren Körpern, der Unfallablauf am Computer nachsimuliert. Dieses Verfahren wird von SCHÜSZLER [122] in ihrer Dissertation ausführlich beschrieben. Aus dieser Simulation erhalten wir die kinematischen Randbedingungen unseres Unfallvorgangs. In der Vergangenheit wurden solche interdisziplinären Studien zwischen Physikern, Gerichtsmedizinern, Neuropathologen und Histologen immer wieder gemacht, allerdings ohne Finite-Elemente-Simulationen des Kopfes [49].

Kapitel 6

Die Modellierung

Nach all den theoretischen und vorbereitenden Kapiteln möchte ich mich nun meiner konkreten Arbeit zuwenden. In diesem Kapitel sollen alle Arbeitsschritte vom Aufbau des Modells bis zur Auswertung der Messergebnisse und die Arbeit mit den kommerziellen Computerprogrammen beschrieben werden.

6.1 Die Erzeugung der Schädelgeometrie

Als Ausgangspunkt bekamen wir von der neuroradiologischen Universitätsklinik einen Computertomografie-Datensatz des Kopfes des Unfallopfers. Dieser Satz besteht aus einem quaderförmigen *Voxelgitter* mit 512 Voxeln in x - und y -Richtung in jeder Schichtebene (Voxelgröße $0,54 \times 0,54 \text{ mm}$); insgesamt liegen ca. 140 Ebenen mit 1 mm Schichtabstand vor. In Abb. 6.1 ist ein Schädel mit Haut dargestellt und eine Schichtebene angedeutet. Die z -Richtung verläuft senkrecht zu den Schichten. Jeder Voxel beinhaltet einen Grauwert (im vorliegenden Fall bei 12 bit Farbtiefe liegt dieser zwischen 0 und 4095). Der Grauwert entsteht durch Röntgenabsorption im CT (0=dunkel, keine Absorption; 4095=hell, maximale Absorption). Für die Absorption ist bei mittleren Photonenenergien des Computertomografen (60 keV) vor allem der Photoeffekt verantwortlich, bei dem der Absorptionskoeffizient von der dritten Potenz der Kernladungszahl abhängt:

$$\mu \propto Z^3 \quad (6.1)$$

Deshalb kann man biologische Strukturen mit hohem Mineralgehalt und damit vielen Elementen mit hoher Kernladungszahl [$Z(\text{Ca}) = 20$] wie Knochen von Weichteilgewebe abtrennen, das als schwerstes Element in nennenswerten Mengen Sauerstoff [$Z(\text{O}) = 8$] enthält ([61], S.11). Im Computertomogramm wird anstelle des Absorptionskoeffizienten μ des jeweiligen Voxels eine sogenannte HOUNDSFIELD-Unit (HU) angegeben, die die Absorption des untersuchten Materials auf die Absorption des häufigsten Stoffes im menschlichen Körper, nämlich die von Wasser, bezieht: ([81], S.78)

$$HU = \frac{\mu_{Obj} - \mu_{H_2O}}{\mu_{H_2O}} \times 1000 \quad (6.2)$$

Der Grauwert ergibt sich aus dieser HOUNDSFIELD-Unit plus einem Offset von 1024, um negative Werte zu vermeiden. Die Grauwerte von Knochen liegen zwischen 1100 und 3000, die von Weichteilgewebe deutlich unter 1100.

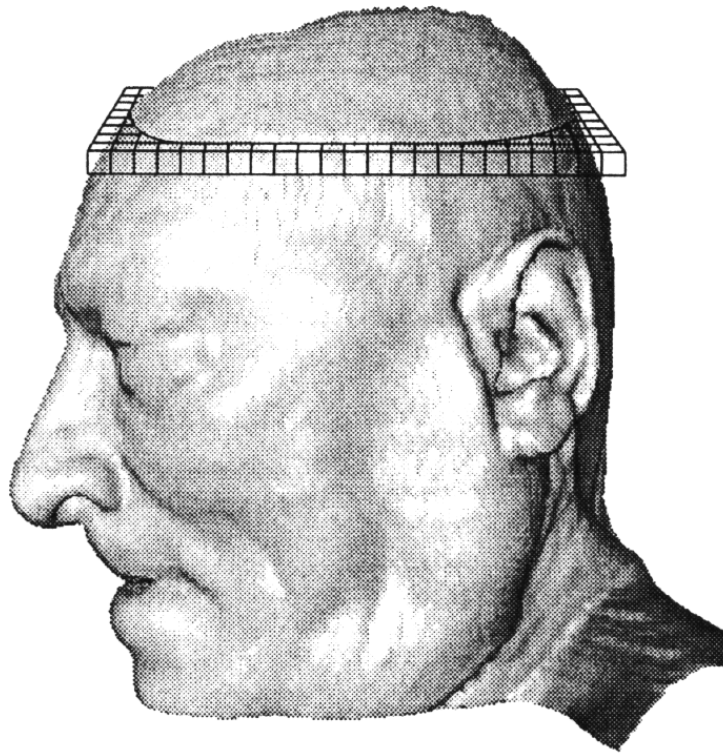


Abbildung 6.1: Ein von unseren Kollegen beim Wilhelm-Schickhardt-Institut für Informatik in Tübingen zur Veranschaulichung rekonstruierter Schädel mit Haut aus CT-Daten. Daneben ist eine Schichtebene angedeutet, die der in Abb. 6.2 dargestellten entspricht. Das Bild ist entnommen aus [86].

Dieser Volumendatensatz enthält alle verfügbaren Informationen über die Geometrie des Schädels. Dennoch können wir nicht direkt mit diesem Datensatz weiterarbeiten und ihn in ein Finite-Elemente-Netz verarbeiten. Man kann natürlich aus jedem Voxel ein quaderförmiges finites Element machen. Dadurch bekommt man aber eine gigantische Menge von Elementen (> 100.000 , wie es z.B. von HARTMANN [60] gemacht worden ist). Will man jedoch Kontakt-Stoß-Prozesse rechnen, ist Rechenzeit und Hauptspeicher kostbar. Man muss also auf irgendeine Weise die Datenflut reduzieren. Die Idee ist die, dass man aus dem Volumensatz einen Oberflächendatensatz generiert, indem man die verschiedenen Strukturen des Gehirns voneinander und vom Hintergrund abtrennt (*segmentiert*) und ihre Oberfläche mit verhältnismäßig wenigen (ca. 700) Oberflächenelementen beschreibt. Dadurch entsteht eine geschlossene Oberflächenstruktur des Knochens. Daraus lässt sich dann mit dem Präprozessor PATRAN [91] ein Körper generieren, den man dann mit wesentlich weniger Elementen dreidimensional vernetzen kann. Über den Daumen gepeilt ist die Zahl der Elemente in drei Dimensionen die der Berandungsoberfläche zur Potenz $\frac{3}{2}$ (ca. 15.000). Es macht bei den derzeit verfügbaren Rechnern wenig Sinn, mit viel mehr Elementen zu rechnen. Neben der langen Berechnungszeit ist vor allem auch die gigantische Auswertungszeit ein limitierender Faktor.

Damit ist unsere Vorgehensweise klar:

- *Segmentierung* der Strukturen (insb. des Knochens)

- Zusammenbau der segmentierten Strukturen zu einem Oberflächennetz. Hierfür haben wir zwei Wege zur Verfügung: Zum einen das selbstgeschriebene Shellsript `flatten/smooth`, zum anderen den vom Wilhelm-Schickhardt-Institut für Informatik zur Verfügung gestellte *Marching Cube*-Algorithmus [86].
- Bei letzterem muss ferner eine *Datenreduktion* durchgeführt werden, denn die Anzahl der Berandungsflächen sollte möglichst deutlich unter 1.000 liegen.
- Das Oberflächennetz wird in den Präprozessor PATRAN eingelesen, welcher daraus geschlossene Körper (*Boundary representation (B-rep) solids*) herstellt. Diese geschlossenen Körper stellen die einzelnen Strukturen dar, im einfachsten Fall das Gehirn, später dann noch einzelne Gehirnstrukturen. Der Knochen selbst wird entweder nur als Außenkante eingelesen oder ebenfalls in einen *B-rep Solid* umgewandelt.
- Die B-rep Solids werden mit Tetraeder-Elementen vernetzt (andere Elemente sind bei PATRAN mit *B-rep Solids* nicht möglich), die Knochenfläche mit Schalen- oder in die dritte Dimension projizierten Kontinuumselementen.
- Materialeigenschaften werden den Elementen zugeordnet; Rand- und Anfangsbedingungen werden definiert, aus denen ein *Lastfall* zusammengestellt wird.
- Schließlich wird vom Präprozessor das ABAQUS-Input-File erzeugt, von Hand nachbearbeitet und dem Solver ABAQUS/Explicit übergeben.
- Nach der Berechnung durch den Solver wird das Ausgabe-File zunächst in ein `.fil`-File konvertiert und kann dann vom Postprozessor PATRAN oder ABAQUS Post eingelesen und ausgewertet werden.

Ich möchte nun die soeben skizzierte Vorgehensweise ausführlich erläutern.

6.1.1 Segmentierung der knöchernen Strukturen

Die CT-Aufnahmen zeigten eine sehr feine Auflösung (0,42 mm Pixelabstand bei einem Schichtabstand von 1 mm). Dadurch wurden sehr viele geometrische Strukturen sichtbar, die ins Finite-Elemente-Modell zu übertragen aufgrund ihrer gigantischen Menge von vornherein unmöglich ist. Wir mussten also etliche Strukturen weglassen. Zunächst müssen bei den CT-Bildern (Abb. 6.2) die Knochenränder (Konturen) gefunden werden. Mit der *Tübinger Medstation* ([54], [55]) kann man alle Pixel hervorheben, deren Grauwert in einem bestimmten Bereich liegt. Da sich die Strukturen des Kopfes im Mineralgehalt und damit im Grauwert des Röntgenbildes unterscheiden, lassen sich mühelos knöcherne Strukturen herausheben (segmentieren), wenn man den Schwellwert nur groß genug macht. Die Knochenkanten müssen nun in jeder einzelnen Schicht ausgewählt werden. In den oberen Schädelniveaus, wo der Schädelknochen eine geschlossene Kurve bildet, lässt sich diese Arbeit noch einigermaßen bequem mit der *Tübinger Medstation* erledigen, indem einfach die auszuwählenden Knochenberandungslinien (Konturen) angeklickt werden (Abb. 6.3). Bei den unteren Schichten gestaltet sich das aber als weitaus schwieriger. So verläuft etwa die Schädelbasis nahezu parallel zu den Schichtebenen und erscheint damit in den betreffenden CT-Schichten als wildes Gewirr aus kleinen Strukturen (Abb. 6.4). Als weiteres Problem kommt hinzu, dass die knorpelartige Substanz einen geringeren Mineralgehalt als Knochen hat und

deshalb in dem angezeigten Grauwertebereich Löcher zu sein scheinen, die in Wirklichkeit aus Knorpelmasse bestehen. Setzt man den Grauwerteswellwert dagegen weiter herab, liegen manche Gehirnstrukturen in diesem Bereich und scheinen zum Knochen zu gehören. Deswegen müssen unerwünschte Löcher und uninteressante Strukturen mit Hilfe eines Malprogramms mühevoll von Hand entfernt werden (Abb. 6.5). In Abb. 6.5 sind verschiedene Strukturen unterschiedlich eingefärbt. So kann hinterher je nach verwendetem Algorithmus entschieden werden, welche Strukturen berücksichtigt werden sollen und welche nicht, indem man einen bestimmten Farbbereich ausblendet.

Noch weiter unten kommen dann die Gesichtsknochen hinzu. In der ersten Näherung haben wir diese ganz weggelassen und uns auf den gehirnenthaltenden knöchernen Schädel (*Neurokranium*) beschränkt, also auf die Knochen *os frontale* (Stirnbein), die beiden *ossa parietalia* (Scheitelbeine), die beiden *ossa temporalia* (Schläfenbeine), *os occipitale* (Hinterhauptbein) und die *basis cranii* (Schädelbasis). Anstelle der Gesichtsknochen werden Punktmassen im Gesichtsbereich eingefügt, um das richtige dynamische Verhalten zu gewährleisten.

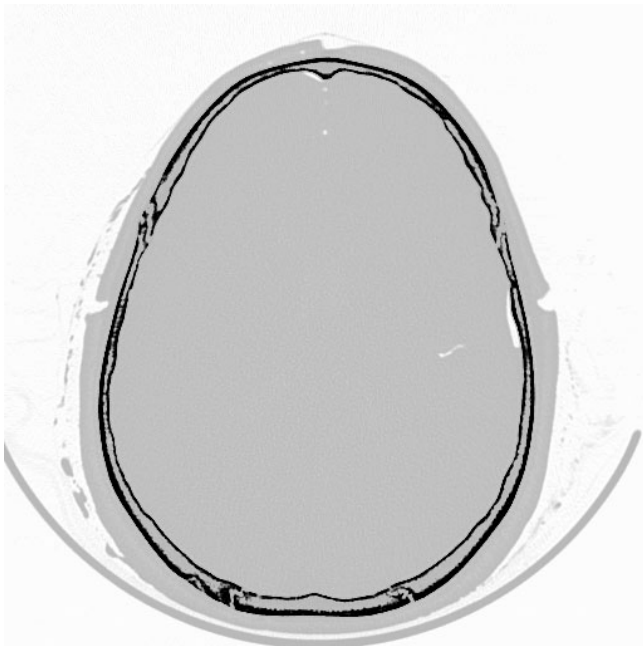


Abbildung 6.2: Ursprüngliches CT-Bild einer oberen Schicht in Grauwertdarstellung

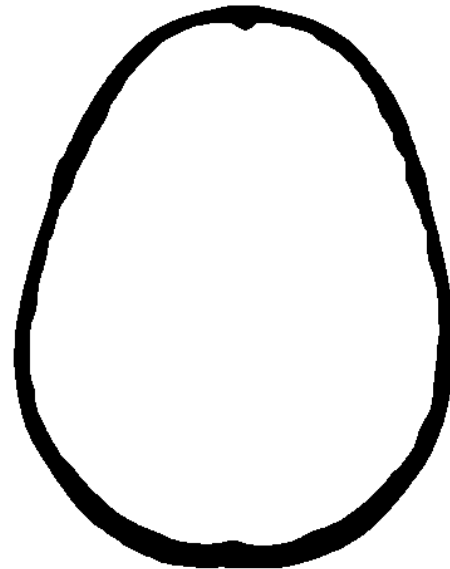


Abbildung 6.3: CT-Bild nach der Kantensegmentierung durch die Tübinger Medstation

Ist diese Arbeit einmal bis hierher gemacht, kann man das Ergebnis dann sowohl für den Zweig *flatten/smooth* als auch für den *Marching Cube* verwenden. In dieser Arbeit wurde aus weiter unten dargelegten Gründen (Abschn. 6.1.4) ausschließlich die erstere Methode für Berechnungen verwendet, die letztere lediglich zu Anschauungszwecken.

6.1.2 Die Programmkombination *flatten/smooth*

Das selbstgeschriebene Shellsript *flatten* (Anhang H.1.1) steuert den Ablauf der Geometrieerzeugung aus den bearbeiteten CT-Bildern. Nacheinander werden für jede einzelne Schicht verschiedene C-Programme aufgerufen. Zunächst müssen Bilderformate konvertiert werden, dann wird ein Schichtmittelpunkt bestimmt. Die Außenkontur wird detektiert, indem jeweils das äußerste gesetzte Pixel und sein äußerer Nachbar festgehalten wird (Programm *edge*, Abb. 6.6). Diese Kantenpunkte werden nun



Abbildung 6.4: Ursprüngliches CT-Bild einer Schädelbasisschicht auf Augenhöhe in Grauwertdarstellung



Abbildung 6.5: Nach der manuellen Verbesserung. Schwarz eingefärbt ist die Struktur (Hintere Schädelgrube), die in der einfachsten Geometrie berücksichtigt wird. Verwendet man kompliziertere Algorithmen, kann man auch den Bereich der mittleren Schädelgruben und den Gesichtsbereich berücksichtigen.

im Kreis herum angeordnet, indem ihre Koordinaten in Polarkoordinaten bezüglich des Schichtmittelpunkts umgerechnet werden. Dadurch ergibt sich eine sortierte Kantenlinie. Diese Linie wird schließlich mit dem Programm τf geglättet. Dazu wird die ganze Kontur in z.B. 30 winkeläquidistante Bereiche eingeteilt, d.h. alle 12 Grad wird nun noch ein Fitpunkt gesetzt, dessen Radialwert über alle Kantenpunkte, deren Winkelkoordinaten $< \pm 6$ Grad von ihm entfernt sind, gemittelt ist (Abb. 6.7). Wenn sich in dem betreffenden Intervall überhaupt kein Kantenpunkt findet (was passieren kann, wenn ein Loch im CT-Bild war, das geschlossen werden soll), dann wird der Radialwert aus den benachbarten Fitpunkten linear extrapoliert, so dass eine Kreisform angenähert wird. Damit ist der Prozess für eine Schicht abgeschlossen; Abb. 6.8 zeigt zum Vergleich die ursprüngliche Struktur (in grau) und außen herum die von τf erzeugte geglättete Berandungskurve der Fitpunkte. Dieser Vorgang wird nun für alle Schichten des CT-Bilddatensatzes wiederholt.

Diese Vorgehensweise erlaubt immer nur eine Berandungskurve in jeder Schichtebene. Im Schädelbasisbereich (Abb. 6.4, 6.5) führt dies dazu, dass Strukturen vernachlässigt werden müssen. Deshalb können die mittleren Schädelgruben sowie die Nase nicht modelliert werden. Wir beschränken uns bei der Schädelbasis auf die hintere Schädelgrube, die in Abb. 6.5 schwarz eingefärbt ist. Eine genaue Nachbildung der Schädelbasis ist aber ohnehin äußerst schwierig. Zum einen verläuft die Basis nahezu parallel zu den Schichten und erscheint damit in vielen Schichtebenen als Gewirr aus kleinen Strukturen. Zum anderen besteht ein großer Teil von ihr nicht aus Knochen, sondern aus Knorpelmaterial, das in seinem Grauwert sehr viel näher am Grauwert von biologischen Weichteilen liegt und deshalb nur schwer von diesem abtrennbar ist. Im CT-Bild liegen erscheinen somit innerhalb der eingestellten Grauwertschwellen Löcher, die keine sind (Knorpelmaterial); oder, wenn man die Grauwertschwelle herabsetzt, liegen

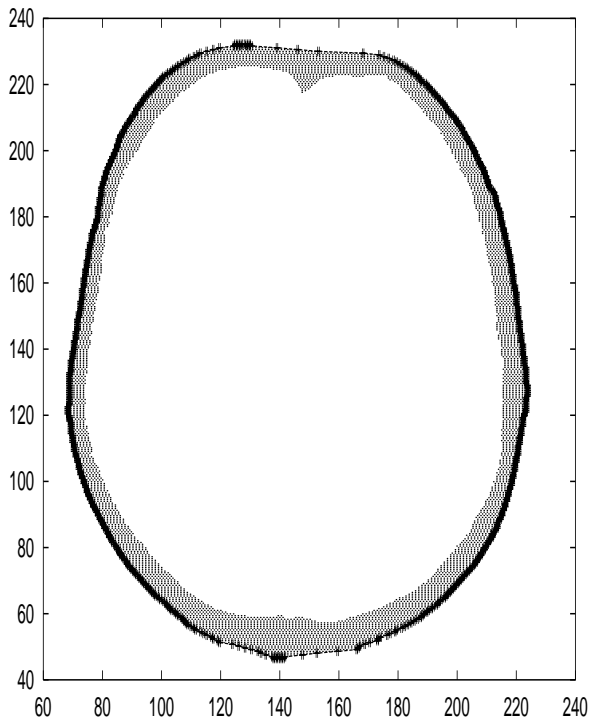


Abbildung 6.6: Kantendetektion mit *edge*: Gesetzte Pixel einer CT-Schicht und detektierte Kanten.

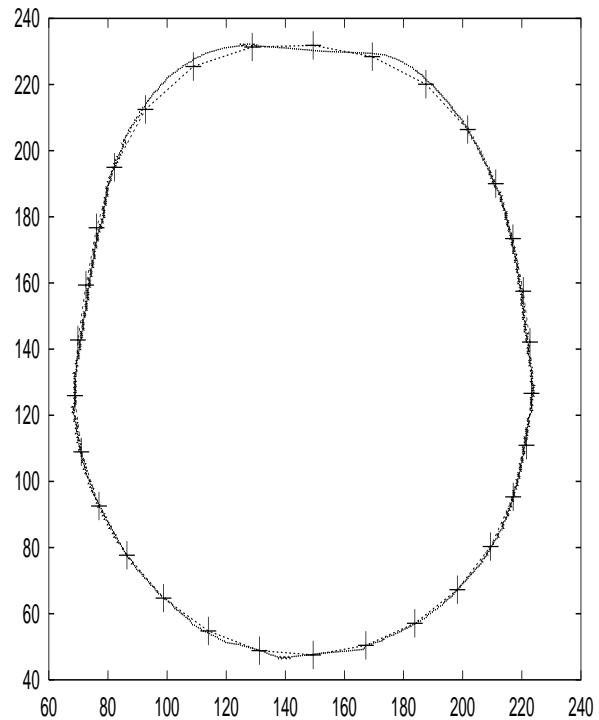


Abbildung 6.7: Kantenpunkte (durchgezogen) und Fitpunkte (gepunktete Linie mit Kreuzchen)

einzelne Weichteilstrukturen ebenfalls im dargestellten Bereich. Somit ist klar, dass die Schädelbasis mehr erraten als rekonstruiert werden kann. Wir haben uns deshalb dazu entschlossen, nicht allzu viel Arbeit in eine gute Modellierung der Basis zu stecken, zumal in den simulierten Fällen niemals ein Stoß direkt auf die Basis erfolgt. Der Nutzen durch eine sehr aufwendige CT-Analyse wäre also sehr gering.

Den Aufbau zu einer dreidimensionalen Geometrie erledigt nun das Programm *smooth*. Man legt die Schichten nun übereinander, wobei wir nur jede sechste Schicht benutzen, um die Teilflächen nicht zu klein machen zu müssen. Jede Schicht besteht nun aus z.B. 30 Fitpunkten. Die jeweils i -ten Fitpunkte aller Schichten liegen somit in einer Ebene übereinander. Zwischen 4 benachbarten Fitpunkten (jeweils dem i -ten und $i + 1$ -ten aus zwei benachbarten Schichten) wird eine parametrische Fläche erzeugt, die so konstruiert ist, dass Nachbarflächen stetig differenzierbar (bis zur Ordnung h^2) aneinander anschließen und somit insgesamt eine völlig glatte Oberfläche entsteht (Näheres in Anh. C, Quellcode in Anh. H.1.3 und die Wirkungsweise in Abb. 6.9). Für jede kleine Fläche sind damit 48 Kurvenparameter nötig (jeweils 16 für die x -, y - und z -Koordinate). Diese Parameter werden im Neutral-File-Format abgespeichert, und die damit erzeugten Berandungsflächen können von *PATRAN* eingelesen werden. Auf die oberste Schicht wird noch ein Deckelpunkt aufgesetzt, der eine halbe Schichthöhe über der obersten Schicht liegt; seine x - und y -Koordinaten sind die des Kopfmittelpunkts. Zu diesem hin werden 30 Deckeldreiecke berechnet, die glatt an die oberste Schicht anschließen. Die Ableitung im Deckelpunkt ist 0. Der untere Rand des Schädels bleibt dagegen offen; auf diese Weise wird das *Foramen Magnum* modelliert.

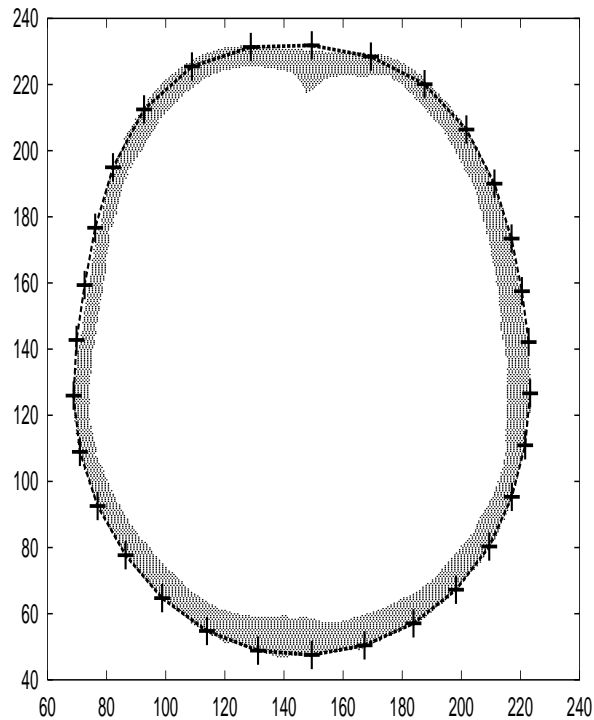


Abbildung 6.8: In grau ist die Schwarz-Weiß-Form des Computertomogrammes (vgl. Abb. 6.3) eingezeichnet. Die Linie mit den Kreuzchen darum zeigt die geglättete Kurve, wie sie am Ende der Prozedur flatten nach Abschluß des Programmes t f vorliegt.

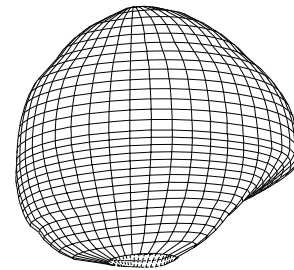


Abbildung 6.9: Kopfgeometrie nach flatten/smooth

6.1.3 Die Methode des *Marching Cube*

Da diese Methode bei der Geometriegenerierung in dieser Arbeit nicht verwendet wurde, möchte ich sie nur kurz andeuten und verweise stattdessen auf die Diplomarbeit von LIEBICH [86]. Die Grundidee des *Marching Cube* ist, dass ein Würfel entlang des Voxeldatensatzes „marschiert“ (Abb. 6.10) und jeweils testet, ob die Grauwerte seiner Ecken alle innerhalb oder alle außerhalb eines vorgegebenen Grauwertintervalls liegen. Das vorgegebene Intervall kann zum Beispiel Knochenmaterial entsprechen. Wenn nun einige Ecken des Würfels innerhalb, andere außerhalb des Intervalls liegen, hat das Knochenmaterial an dieser Stelle offensichtlich eine Berandung. Eine oder mehrere Dreiecks-Berandungsflächen werden entsprechend der markierten Ecken gelegt (Abb. 6.11). Während seines Marsches erkennt der *Marching Cube* dann immer mehr Berandungsflächen, die zusammengesetzt eine geschlossene Oberflächentriangulierung ergeben. Dieses Verfahren ist keineswegs immer eindeutig, und genau da beginnen die Schwierigkeiten, zu deren Erörterung ich auf [86] verweise.

Auf diese Weise erhält man eine triangulierte Oberfläche, die jedoch noch viel zu fein ist. Typischerweise enthält sie 1,5 Millionen Dreiecke! Da wir ja aus dem Oberflächennetz ein Volumennetz generieren wollen und die Zahl der Tetraeder dann ungefähr die Zahl der Oberflächenelemente zur Potenz $\frac{3}{2}$ ist, muss der Datensatz gewaltig reduziert werden, am besten auf unter 1000 Dreiecke. Dazu gibt es verschiedene Algorithmen, die ebenfalls von LIEBICH [86] beschrieben sind. Typischerweise funktionieren diese

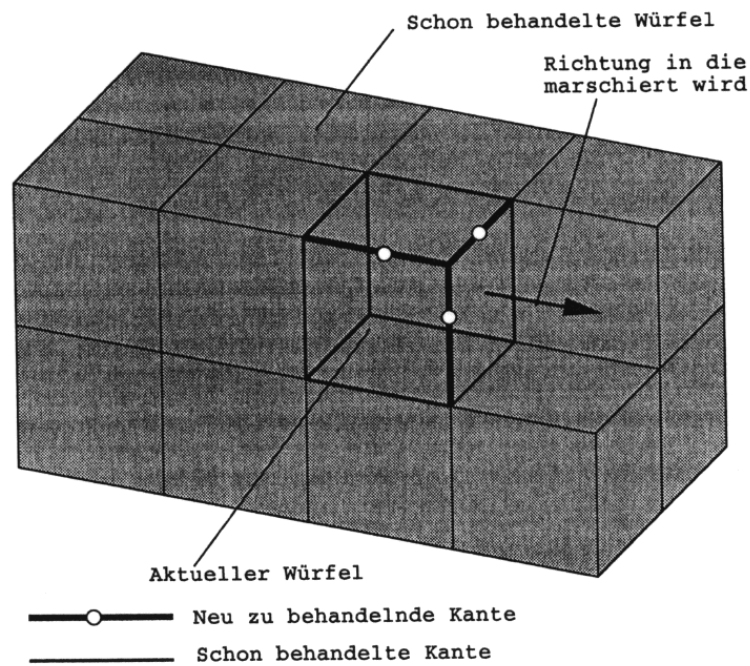


Abbildung 6.10: Funktionsweise des Marching Cube: Ein Würfel marschiert entlang des Voxeldatensatzes (entnommen aus [86]).

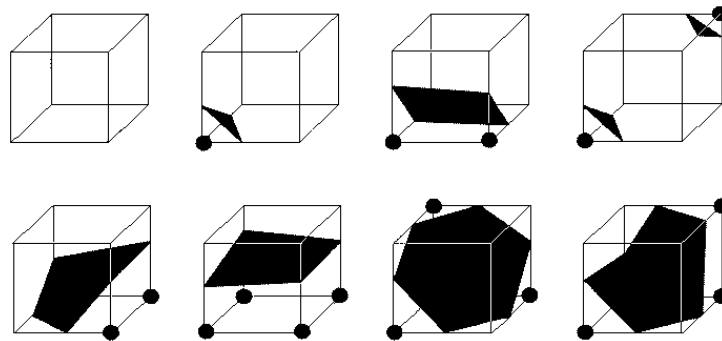


Abbildung 6.11: Mit Hilfe des Marching Cube-Algorithmus werden diejenigen Ecken des Würfels (hier schwarz) markiert, die im vorgegebenen Grauwertintervall liegen, also z.B. innerhalb der Knochensubstanz. Unmarkiert sind diejenigen, die außerhalb liegen. Dazwischen muss offensichtlich eine Berandungfläche liegen. Hier sind verschiedene eindeutige Möglichkeiten aufgezeichnet, wie in solchen Fällen die Berandungsdreiecke gelegt werden. Setzt man alle auf diese Weise generierten Flächen aneinander, erhält man eine geschlossene Oberfläche (entnommen aus [86]).

so, dass man probeweise Knotenpunkte herausnimmt und den Abstand berechnet, den die dadurch entstandenen größeren Dreiecke von der ursprünglich feineren Triangulierung haben. Liegt dieser Abstand

unter einer vorgegebenen Approximationsfehlerschwelle, bleiben die Punkte draußen; wird der Abstand zu groß, werden sie wieder eingesetzt (Abb. 6.12). So entsteht schließlich eine Oberflächentriangulierung eines CT-Kopfes, die man in den Präprozessor PATRAN einlesen und dort zu einem Volumengitter weitervernetzen kann.

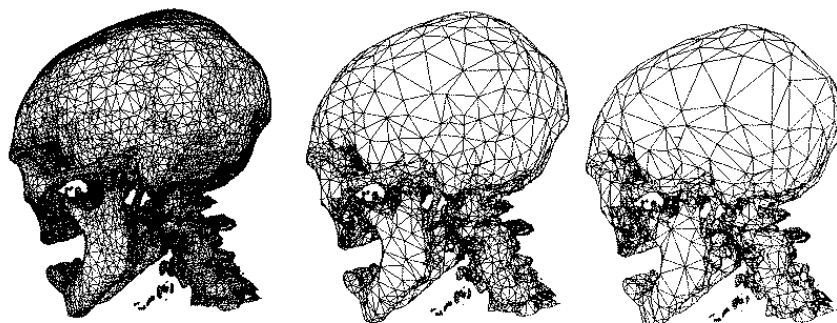


Abbildung 6.12: Netz eines reduzierten Schädels. Von links nach rechts 196.721, 47.137 und 32.735 Dreiecke. Der Approximationsfehler beträgt 0,25, 1,5 und 3 Voxel des Originaldatensatzes. Das vom *Marching Cube* erzeugte Originalnetz bestand aus 1,622 Millionen Dreiecken. Für eine Volumenvernetzung mit PATRAN wäre selbst die dritte Triangulierung noch viel zu groß. Um den Schädel weiter zu reduzieren, müsste man sich auf den Hirnschädel beschränken. Selbst dann wäre jedoch die Zahl der benötigten Elemente für eine volle 3D-Vernetzung noch deutlich höher als in der durch *flatten/smooth* erzeugten Geometrie (Bild entnommen von [86]).

6.1.4 Vergleich der beiden Methoden

Wegen der einfachen Struktur von *flatten/smooth* (eine Berandungskurve pro CT-Schicht) kann mit diesem Programm bei Abb. 6.5 nur die schwarz gefärbte Struktur berücksichtigt werden. Ferner werden damit nur Außenkanten detektiert, die Dicke der Knochen wird als konstant betrachtet. Man erhält damit ein gut handhabbares, glattes Knochenmodell, das einfach vernetzbar ist und mit dem man den groben Unfallvorgang sofort studieren kann. Die Berandungsflächen sind gewölbt und gehen stetig differenzierbar ineinander über (Abb. 6.9). Anschließend wird das Gehirn als von der Knochenfläche umschlossener *B-rep Solid* definiert, der nur mit Tetraedern vernetzt werden kann. Der Knochen wird zunächst nur in der Fläche vernetzt; diese 2D-Elemente können entweder in die dritte Dimension „aufgeblasen“ oder als Schalenelemente definiert werden.

Wenn man dagegen die Geometrie mit dem *Marching Cube* aufbaut, erhält man ein trianguliertes Knochenmodell aus lauter ebenen Dreiecksflächen (Abb. 6.12). Die Dicke des Knochens ist wie im CT; für den Knochen entsteht auch ein *B-rep Solid*. Dafür muss aber hinterher bei der Vernetzung der Knochen ebenfalls ein Tetraeder-Vernetzer verwendet werden, und es sind viel mehr Elemente nötig. Außerdem stand in den ersten zwei Jahren meiner Dissertation diese Methode noch nicht voll funktionsfähig zur Verfügung. Aus diesen Gründen wurde bei dieser Dissertation zur Unfallberechnung bislang nur die Methode *flatten/smooth* verwendet. Nur bei reinen Anschauungsstudien wurde ab und zu auch ein *Marching-Cube-Netz* benutzt. Bei künftigen Arbeiten mit diesem Projekt soll aber unbedingt auf diese Weise die Geometrie erzeugt werden. Die bestehenden Beziehungen zum Wilhelm-Schickard-Institut

für Informatik sollen dazu intensiviert werden.

6.1.5 Vollendung der Geometrie mit PATRAN

Das auf eine der beiden Methoden erzeugte Oberflächennetz wird nun in den Präprozessor PATRAN eingelesen. Im einfachsten Fall wird die Knochenschicht als Fläche eingelesen. Das Foramen Magnum wird provisorisch geschlossen, und dadurch kann das Innere zu einem *B-rep-Solid* zusammengefasst werden, der das Gehirn darstellt. In anderen Modellen wurde nun noch im unteren Bereich eine horizontale Trennebene eingelassen, die das *Tentorium Cerebelli* darstellt, ferner eine sagittale Trennebene vom Schädeldach bis zum Tentorium, die die *Falx Cerebri* repräsentiert. Auf diese Weise entstehen dann drei *B-rep-Solids*, die die beiden Großhirnhemisphären und das Kleinhirn repräsentieren (Abb. 6.13).

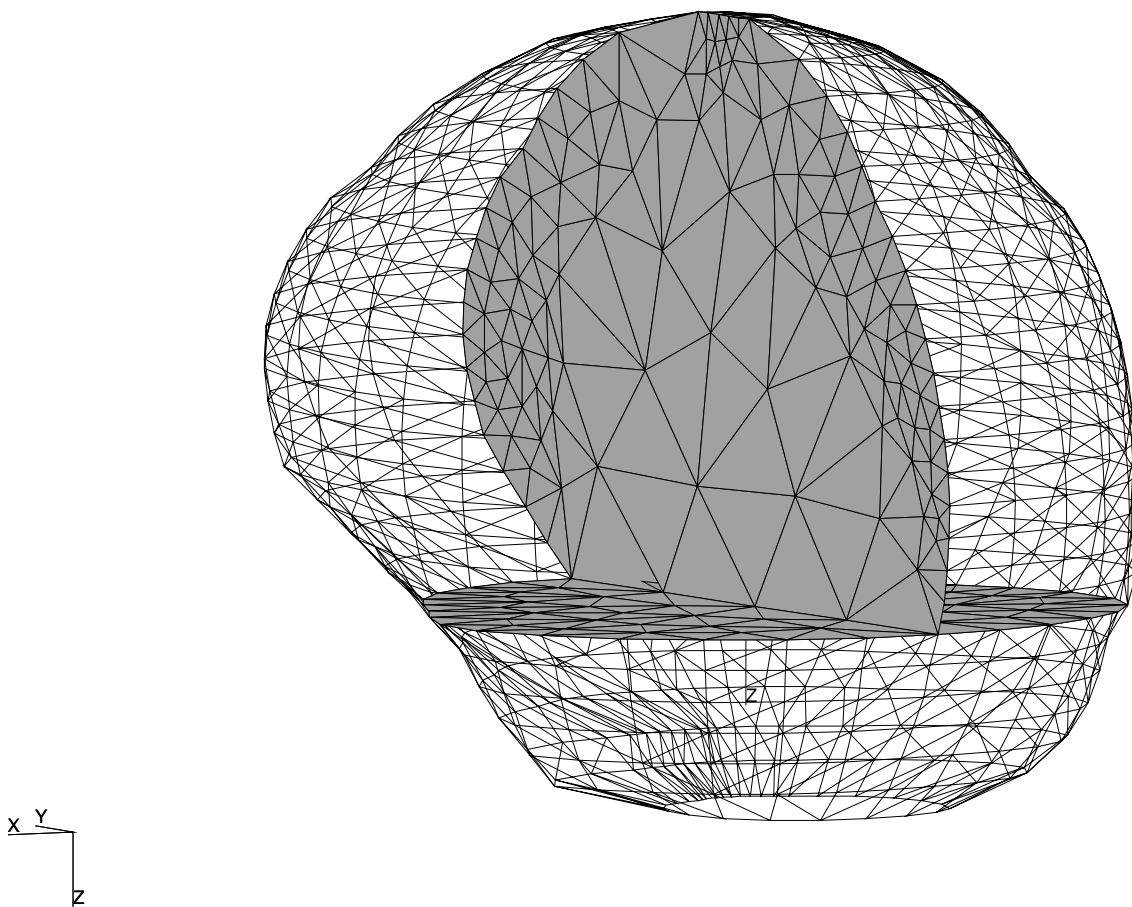


Abbildung 6.13: Schädelgeometrie in PATRAN, Blick von links hinten. Durch die Drehung erkennt man die Falx Cerebri, die die linke von der rechten Großhirnhemisphäre trennt, und unten das Tentorium Cerebelli, das das Kleinhirn abtrennt (Modell 3B).

Alle diese Modelle sind sehr groß; neben einer langen Rechenzeit haben sie vor allem auch eine sehr lange Auswertzeit. Um Parameterstudien durchführen zu können und um einen schnellen Überblick über allgemeine Vorgänge zu bekommen, wurden auch zweidimensionale Modelle entwickelt. Solche 2D-Modelle entstanden z.B. aus einem anatomischen Frontalschnitt, indem die von `flatten/smooth` erzeugten Punkte in jenem Winkelbereich aus allen Schichten extrahiert wurden (Abb. 6.14). Als einfach-

stes Modell wurde schließlich noch eine axialsymmetrische Kugel benutzt, die auf keinen anatomischen Daten beruht (Abb. 6.15).

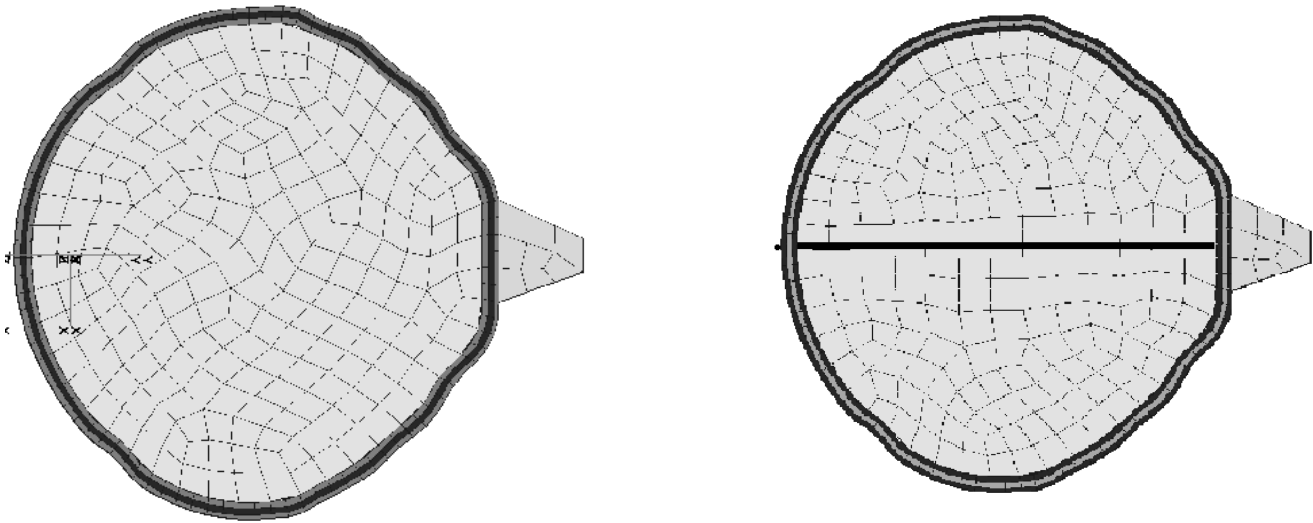


Abbildung 6.14: Zweidimensionales Modell ohne (links, Modell 2A) und mit (rechts, Modell 2B) Falx Cerebri. Das Modell entstammt einem Frontalschnitt aus den CT-Daten des verwendeten Kopfes L 115/97. Das Modell mit Falx enthält 615 Knoten und 499 Elemente, das Modell ohne Falx 724 Knoten und 556 Elemente. Beide Modelle enthalten drei Knochen-schichten. Die Gehirnelemente sind fest am Knochen befestigt (*tied contact*). Farblich sind hier die Materialien voneinander unterschieden. Rechts ist der Hals angedeutet, links ist die Oberseite des Kopfes.

Der Knochen wird durch Skalierung der Knochenebene (in 3D) bzw. Knochenlinie (in 2D) mit konstanter Dicke nach innen erzeugt, wenn man ihn mit Kontinuums-elementen vernetzen will: Aus den Teilflächen werden Teilkörper, aus den Teillinien Teilflächen. Wenn Außenhaut dazugenommen wurde, wurde diese nach außen hin projiziert.

Um das richtige dynamische Verhalten zu gewährleisten, wurden bei den 3D-Modellen Punkt-massen im Gesichtsbereich eingefügt, um die Gesamt-masse des Schädels richtig zu erhalten.

6.2 Vernetzung

Die so erzeugte Schädelgeometrie wird nun vom Präprozessor vernetzt. PATRAN kann *B-rep-Solids* nur mit Tetraedern vernetzen. Das Gehirn besteht aus solchen Kontinuums-elementen. Die Knochenoberfläche wurde zunächst zweidimensional mit Dreiecken vernetzt (Abb. 6.16). Diese können nach innen in die dritte Dimension projiziert werden, wobei Prismenelemente (*wedge elements*), also Kontinuums-elemente entstehen; oder aber sie werden als Schalenelemente definiert. In beiden Fällen kann man den Knochen als einzelne Schicht mit homogenen Materialeigenschaften oder aber als eine Composite-Struktur aus drei verschiedenen Schichten (Kompakta-Spongiosa-Kompakta) definieren. Für die Modellierung als Schalenelemente spricht ein besseres numerisches Verhalten (dünne Schichten, Stichwort

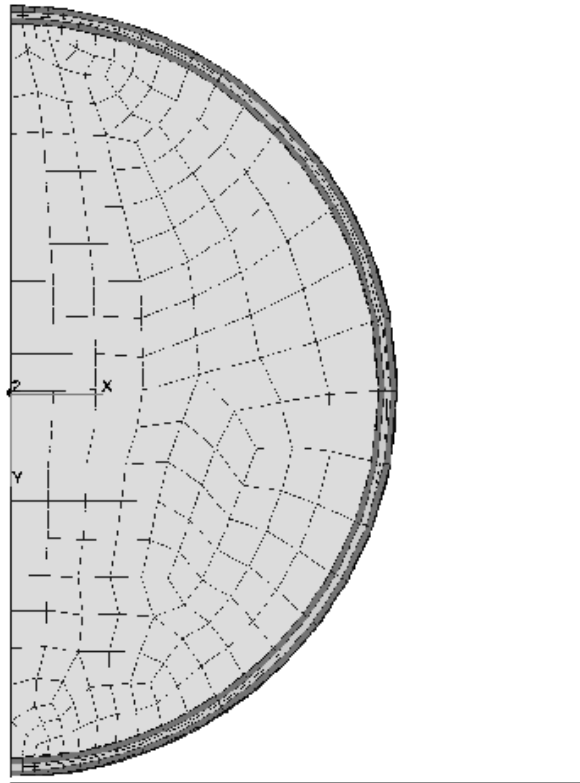


Abbildung 6.15: Axialsymmetrisches Kugelmodell. Man stelle sich das Modell um die y -Achse rotatorisch gedreht vor. Das Modell enthält 279 Elemente und 371 Knoten. Unten ist die Straße angedeutet, auf die die Kugel fällt. Das Modell enthält drei Knochengeschichten und ein homogenes Gehirn. Im gezeigten Beispiel sind ausschließlich axialsymmetrische Kontinuums-elemente verwendet.

artificial strain). Sie haben jedoch den Nachteil, dass ein doppelseitiger Kontakt (einerseits mit dem Gehirn, andererseits mit der Straße) numerisch sehr schwierig ist. Die Membranstrukturen schließlich wurden, falls vorhanden, als Membranelemente definiert.

Da die vordefinierten Flächen bei *flatten/smooth* zum Deckelpunkt hin spitz zusammenlaufen, erzeugt der automatische Vernetzer dann ebenfalls nur spitze Elemente (Abb. 6.17). Diese bedeuten bei der Finite-Elemente-Simulation eine Singularität, die wir vermeiden wollen, um keine stark überhöhten Druckamplituden am Deckelpunkt zu erhalten. Zu diesem Zweck werden die kleinen Dreiecksflächen zu einer großen Fläche (*trimmed surface*) zusammengefasst und dann mit dem sogenannten *Paver* (wörtl.: Pflasterstein-Leger) vernetzt. Dadurch entsteht ein unregelmäßiges Gitter auf der Deckelplatte, das aber keine Singularitäten mehr enthält (Abb. 6.18).

In der 2D-Simulation wurde das Gehirn mit *Plane strain*-Kontinuums-elementen vernetzt. Der Knochen bestand zumeist ebenfalls aus solchen Elementen; die Membranen wurden als Balken oder Stäbe beschrieben (Abb. 6.14). In der axialsymmetrischen Rechnung wurden axialsymmetrische Kontinuums-elemente und teilweise axialsymmetrische Schalenelemente verwendet (Abb. 6.15).

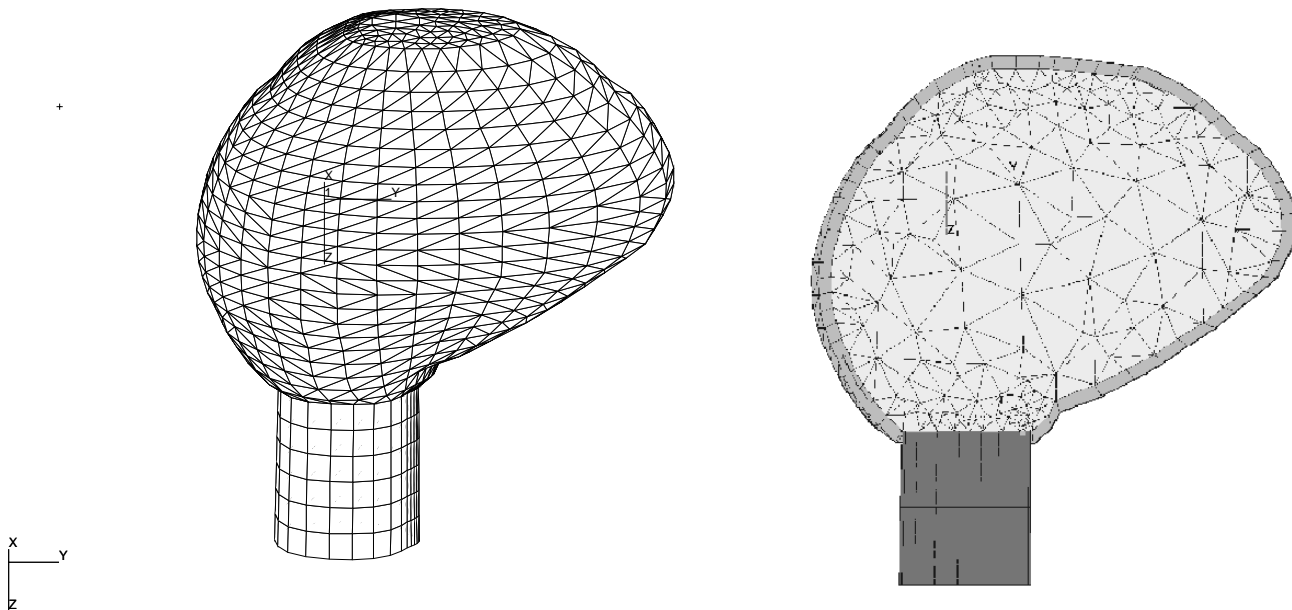


Abbildung 6.16: Dreidimensionales Finite-Elemente-Modell ohne Membranstruktur (Modell 3A), basierend auf den CT-Daten des Kopfes L 115/97 in der Ansicht von rechts. Die Stirn blickt im Bild nach rechts, der Hinterkopf ist links abgebildet. Im linken Bild erkennt man die oberflächliche Vernetzung des Knochens mit Dreiecken. Am Deckel wurde eine Paver-Vernetzung durchgeführt. Im rechten Bild ist ein Sagittalschnitt durch das Modell abgebildet. Man erkennt einzelne Gehirn- und Knochelemente. Unten ist der Hals angedeutet.

Zum Abschluss wird von PATRAN ein ABAQUS-Input-File erzeugt. Dieses File eignet sich für ABAQUS/Standard. Will man dagegen den Solver ABAQUS/Explicit benutzen, muss das File manuell nachbearbeitet werden. Es gibt beim impliziten Verfahren wesentlich mehr Elemententypen als beim expliziten Code, der ja nur sinnvoll bei einfachsten Formfunktionen ist. Außerdem stehen Kontaktdefinitionen an anderer Stelle im Input-File und die Ergebnisausgabe ist eine andere. Um diese Arbeit zu automatisieren, benutzen wir das selbstgeschriebene *awk*-Skript `abq2exp1` (Anh. H.2).

Es gibt viele weitere freie Parameter des Modells (vgl. Abschn. 5.3.2). Das Gehirn wird bei uns zumeist fest am Knochen befestigt, um den von KUIJPERS [82] und CLAESSENS [28] beschriebenen Ablösungseffekt des Gehirns vom Knochen zu verhindern. Parameterstudien in Bezug auf äußere Randbedingungen, Dimensionalität, Materialeigenschaften an unserem Modell werden im nächsten Kapitel beschrieben. Alle verwendeten Modelle sind in Tab. 6.1 analog zu den Literaturmodellen (Tab. 5.1) zusammengestellt. Die bei den Unfallmodellen verwendeten Materialeigenschaften sind in Tab. 6.2 zusammengestellt. Die hier vorgestellten individuellen Modelle beruhen auf der Kopfgeometrie des Falles mit der Aktennummer L 115/97 der Tübinger Gerichtsmedizin. Dieser Fall ist der Sturz eines Radfahrers auf die rechte Seite und ist der wichtigste Fall, der in dieser Arbeit simuliert wird.

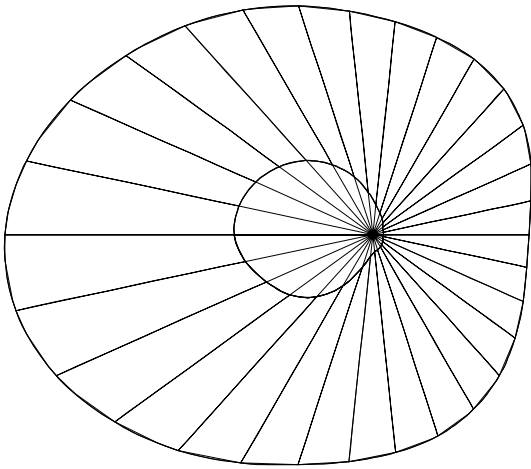


Abbildung 6.17: Geometrie des Deckels nach der Erzeugung mit *smooth*: Die Teilflächen laufen im Scheitelpunkt spitz zusammen, der damit eine Singularität bildet. Ein solches Finite-Elemente-Netz produziert am Scheitelpunkt völlig überhöhte Werte.

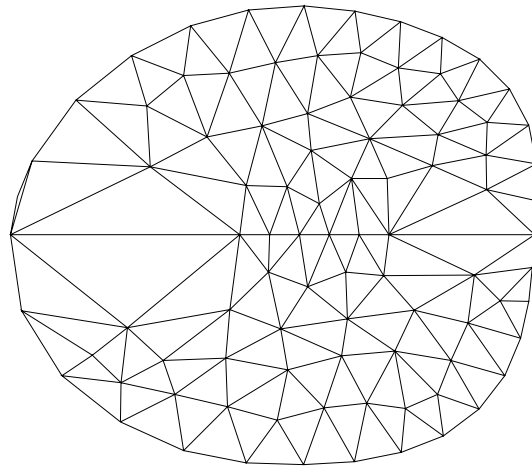


Abbildung 6.18: Vernetzung des Deckels mit dem *Paver* nach Zusammenfassung der Fläche zu einer *trimmed surface*. Es ergibt sich eine regelmäßige Struktur.

6.3 Modellierungsprobleme

Die Arbeit mit dem Präprozessor PATRAN war nicht immer ganz einfach. Besonders bei der Erzeugung der Geometrie und der Vernetzung mussten einige Tricks angewendet werden, die ich kurz beschreiben möchte.

In einem Finite-Elemente-Code müssen sämtliche Wechselwirkungen zwischen den Materialien explizit angegeben werden. Wenn man zum Beispiel aus einem zuvor homogenen Gehirn drei Teilbereiche ausschneidet (linke, rechte Großhirnhemisphäre und Kleinhirn) und dazwischen Membranen einzieht, muss zwischen allen Berührungsflächen ein Kontakt definiert werden. Das bedeutet in so einem Fall allein 6 Kontaktflächen innerhalb des Gehirns. Insbesondere führt das zu beidseitigem Kontakt an den Membranen und damit zu numerischer Instabilität. Eigenfrequenzen konnten mit diesem Modell nicht mehr berechnet werden. Man kann das Problem erheblich vereinfachen, wenn die Knoten der sich berührenden Schichten von beiden Materialien geteilt werden. Man verliert dadurch natürlich den Freiheitsgrad einer möglichen Bewegung eines Materials gegenüber dem anderen, denn die Materialien hängen fest zusammen. Dasselbe gilt auch für die Befestigung des Gehirns am Knochen. Oft kann man aber dadurch erst mit dem Modell rechnen.

Um sicherzustellen, dass die Knoten einer Trennfläche und die der benachbarten Schichten aufeinanderfallen, erzeuge man bei PATRAN zunächst mit *Geometry/Create/Curve/Chain* eine Berandungskurve, danach mit *Geometry/Create/Surface/Trimmed* eine Fläche. Wenn sie eben sein soll, wähle man die Option *Planar*; wenn man sie aus einzelnen Teilflächen zusammensetzen will (wie etwa beim Deckel),

wähle man die Option *Composite*. Nun könnte man mit diesen Trennflächen als Berandungsflächen die beiden Großhirnhemisphären und das Kleinhirn als *B-rep Solids* definieren und alles vernetzen. Dies hat aber den Nachteil, dass die Randknoten der *B-rep Solids* nicht mit den Knoten auf der *Trimmed Surface* übereinstimmen. Dann muss ein *tied contact* definiert werden, was numerisch höchst problematisch wird, wenn die *Trimmed Surface* auf beiden Seiten Kontakt haben soll, wie das bei unseren Membranen der Fall ist. Um dieses Problem zu umgehen, vernetze man zunächst die Berandungsflächen der Teilkörper mit 2D-Dreieckselementen und vernetze die Teilkörper selbst direkt mit der Option *Finite Elements/Create/Mesh/Solid* und gebe als Solid nicht die *B-rep Solids*, sondern die 2D-Berandungselemente ein. Dann liegen die Grenzknoten in den verschiedenen Teilkörpern an derselben Stelle. Man kann mit *Finite Elements/Equivalence/All/Tolerance Cube* die doppelten Knoten herausnehmen, so dass ein fest aneinandergesammeltes Netz entsteht. Eine *tied contact*-Formulierung ist dann nicht mehr nötig.

Die Elemente sollten nicht zu klein gewählt werden, um die Rechenzeit nicht allzu stark ansteigen zu lassen (bei explizitem Code hängt sie von der kleinsten Elementlänge ab [Tab. 3.1]!). Man darf sie aber auch nicht zu groß wählen, damit keine allzu platten und spitzen Elemente entstehen.

Die Modellgröße und -feinheit wird limitiert durch die Faktoren Rechenzeit, Speicherbedarf und vor allem die Arbeitszeit bei der Modellgestaltung und Auswertung. Eine volle dreidimensionale Rechnung auf einer Silicon Graphics Origin 10000 braucht ca. 12 Stunden Rechenzeit. Bei der Ausgabe von Daten sollte man höchst vorsichtig sein. Wenn Spannung, Verzerrung, Druck, Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Reaktionskraft bei Stößen in allen Elementen bzw. Knoten ausgegeben werden sollen, und das für etwa 100 Zeitschritte (was das untere Limit ist, wenn man einen Zeitverlauf studieren will), bekommt man ein Ausgabefile von ca. 4000 MByte Größe. Ein solches File kann man beim besten Willen in menschlicher Zeit nicht mehr auswerten. Allein der Datentransfer von unserem Solverrechner in Karlsruhe nach Tübingen braucht viele Stunden. Die Postprozessoren können das große File wegen mangelndem Hauptspeicher nicht mehr laden, und alle Mühe war umsonst. Deshalb sollte man sich unbedingt vorher überlegen, welche Daten an welchen Elementen und Knoten man ausgeben möchte. Das Risiko dabei liegt natürlich darin, dass man auffällige Belastungswerte übersieht, weil man die Werte an diesen Elementen gar nicht ausgibt. Wenn man die Werte an diesen Elementen ausgeben will, muss die ganze Rechnung noch einmal durchgeführt werden. Das ganze Verfahren ist sehr zeitraubend. Die Erstellung eines vernünftigen dreidimensionalen Modells vom CT bis zur ersten Rechnung dauert mehrere Monate. In Zukunft kann und soll diese Zeitspanne durch geeignete Arbeitsteilung zwischen mehreren Arbeitsgruppen (Segmentierung, Vernetzung) und Automatisierung deutlich verkürzt werden. Bei dieser Arbeit konnten nur wenige Modelle erzeugt werden, dafür wurden verschiedene Vorgehensweisen getestet.

6.4 Postprocessing

Nachdem das Modell dem Solver übergeben und von diesem berechnet worden ist, müssen die erzeugten Ausgabefiles ausgewertet werden. Das *fil*-File kann dabei entweder von PATRAN oder von ABAQUS/Post gelesen werden. PATRAN hat den Vorteil, dass es lokal an unseren Workstations installiert ist und man schnell einen optischen Eindruck von den Ergebnissen bekommen kann. Dafür muss dann aber das *fil*-File mit Hilfe des *ftp*-Protokolls von Karlsruhe nach Tübingen transferiert werden, was bei den üblichen Filegrößen von 20-100 MByte einen nicht zu unterschätzender Zeitfaktor bedeutet. Der Postprozessor ABAQUS/Post kann dagegen in Karlsruhe und außerdem nicht-interaktiv betrieben werden, und auf diese Weise können mit Batch-Jobs die wichtigsten Ergebnisse herausgeschrieben und

gleich mit der richtigen Beschriftung mit Hilfe von *gnuplot* im Postscript-Format gedruckt werden. Hierfür wurden verschiedene Skripten geschrieben.

Man sollte sich darüber im klaren sein, dass die Zeit, die für eine detaillierte Auswertung eines Modells benötigt wird, sehr viel größer ist als die reine Rechenzeit. Durch die automatisierten Skripten kann diese Zeit um ein Vielfaches reduziert werden; dennoch müssen Besonderheiten an einem bestimmten Modell weiterhin aufwendig von Hand durchgesehen werden.

6.5 Zusammenfassung, Bewertung und Ausblick

Der Erzeugung der Schädelgeometrie lässt sicherlich noch viele Wünsche offen. Wichtig ist, einen guten Kompromiss zwischen Detailgetreue und vernünftigem Rechenaufwand zu erreichen. Dafür ist die hier verwendete Methode mit dem Zweig *flatten/smooth* sicherlich eine erste gute Möglichkeit. Sie hat gegenüber dem *Marching Cube* den Vorteil, dass sie mit weniger Elementen auskommt und demnach Rechenzeit und Speicherplatz eingespart werden kann. Am Knochen sind die Teilflächen aufgrund der regelmäßigen Struktur geordnet; auf diese Weise können schnell Ergebnisse entlang bestimmter Linien herausgegriffen werden. Dennoch kann man mit so einem Modell individuelle anatomische Feinheiten nicht simulieren. Auch die Verwendung eines (bis auf die Membranen) homogenen Gehirns sollte verbessert werden. Hierfür bietet sich eine neue Idee an, die ebenfalls vom Wilhelm-Schickhardt-Institut für Informatik entwickelt wurde. Dazu vergleicht man jedes einzelne von PATRAN erzeugte Tetraeder mit dem Original-Voxeldatensatz und bestimmt einen mittleren Grauwert aller Voxel, die in diesem Tetraeder liegen. Je nach Grauwert, der ja dem Mineralgehalt und damit auch dem Elastizitätsmodul (Glg. B.6) entspricht, werden diese nun in Materialklassen eingeteilt und ihnen auf diese Weise verschiedene Materialeigenschaften zugeordnet. Diese können ebenfalls direkt ins PATRAN-Neutralfile eingelesen werden. Auf diese Weise kann man rasch die wichtigsten Gehirnstrukturen ins Modell einbauen. Dies wurde bisher nicht getan, weil nach CLAESSENS [28] die Feinstrukturierung nicht so stark ins Gewicht fällt wie andere Modellierungsgrößen.

Modell	Dim.	Geometrie basierend auf	Simulation	Elemente- und Knotenzahl	Strukturen	Randb. im Kopf	Äußere Randbedingungen	Materialgesetz	Validierung an
Modell 2A (ohne Falx)	2D	Frontalschnitt durch Kopf L 115/97	I, B	E: 556 K: 724	K3, G, HS	fix	B: geführt am Hals I: frei	G: viskel.	NAHUM [98] YANAGIDA [151]
Modell 2B (mit Falx)	2D	Frontalschnitt durch Kopf L 115/97	I, B	E: 499 K: 615	(H,) K3, G, F, HS	fix	B: geführt am Hals I: frei	G: viskel.	NAHUM [98] YANAGIDA [151]
Modell axi	axi	Kugel	B	E: 279 K: 351	K3, G	fix	frei	G: viskel.	YANAGIDA [151]
Modell 3A (ohne Membranen)	3D	Kopf L 115/97	I, B	E: 9.937 K: 2.766	K, G, HS	fix	B: geführt am Hals I: frei	G: viskel.	NAHUM [98] YANAGIDA [151]
Modell 3B (mit Membranen)	3D	Kopf L 115/97	I, B	E: 12.287 K: 2.153	K3, G, F, T, C	fix	frei, geführt	G: viskel.	NAHUM [98]

Tabelle 6.1: Zusammenstellung der eigenen Modelle, analog zu den Literaturmodellen aus Tab. 5.1. **Erläuterungen:** In Spalte 2 (Dim.) bedeutet: axi=axialsymmetrisches 3D-Modell. In Spalte 3 bedeutet die Nummer des Falls (L 115/97) die Aktennummer bei den Kollegen von der Gerichtsmedizin. In Spalte 4 (Simulation) bedeutet I=Impressionstrauma, B=Beschleunigungstrauma. In Spalte 5 bedeutet K=Zahl der Knoten, E=Zahl der Elemente. In Spalten 6 (Strukturen) und 8 (Materialeigenschaften) bedeutet H=Haut, K=Knochen (K1..K3= Knochen mit 1 oder 3 Schichten), G=Gehirn, C=Cerebellum, F=Falx, T=Tentorium, FM=Foramen Magnum (nur bei 2D-Modellen angegeben), HS=Hals. In Spalte 8 (Materialgesetz) werden alle Substanzen außer dem Gehirn linear elastisch behandelt, wenn nicht anders angegeben.

	Gehirn (homogen)	Knochen (1-schichtig)	Auto (Stahl)	Falx (Hirnhaut)
E	675 kPa	$6,5 \cdot 10^6 \text{ kPa}$	$213 \cdot 10^6 \text{ kPa}$	31.500 kPa
ν	0,48	0,2	0,3	0,45
ρ	$1,14 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$	$2,07 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$	$7,85 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$	$1,14 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$
Initial Yield Stress		$100 \cdot 10^3 \text{ kPa}$	$221 \cdot 10^3 \text{ kPa}$	
Isotropic hardening to at Plastic strain of			$250 \cdot 10^3 \text{ kPa}$ $5,5 \cdot 10^{-4}$	
Viskoelastisch: τ	$2,857 \cdot 10^{-2} \text{ s}$			
Schermodul G_0 Schermodul G_∞	528 kPa 168 kPa			
Kompressionsmodul κ	$5,625 \text{ MPa}$			

Die Straße wurde als Starrkörper modelliert.

Wenn dreischichtiger Knochen verwendet wurde, benutzten wir eines der beiden Materialmodelle:

	1. Materialmodell		2. Materialmodell	
	Knochen (Kompakta)	Knochen (Spongiosa)	Knochen (Kompakta)	Knochen (Spongiosa)
E	$17,9 \cdot 10^6 \text{ kPa}$	$0,73 \cdot 10^6 \text{ kPa}$	$7,3 \cdot 10^6 \text{ kPa}$	$3,4 \cdot 10^6 \text{ kPa}$
ν	0,35	0,05	0,22	0,22
ρ	$3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$	$1,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$	$3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$	$1,7 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3}$
Initial Yield Stress	$100 \cdot 10^3 \text{ kPa}$	$100 \cdot 10^3 \text{ kPa}$	$100 \cdot 10^3 \text{ kPa}$	$100 \cdot 10^3 \text{ kPa}$

Quellen: Gehirn

Knochen (1-schichtig)

Knochen (3-schichtig, 1. Modell)

Knochen (3-schichtig, 2. Modell)

Stahl

Hirnhaut

GALFORD und MCELHANEY (1970) [46]

KHALIL und HUBBARD (1977) [75] (linear elastisch)

SCHÜLER und MATTERN (1995) [121] (Grenzbelastung)

KHALIL und HUBBARD (1977) [75]

RUAN (1994) [118]

ABAQUS/Standard Examples Manual §5.2.5 [5]

RUAN (1996) [115] und WILLINGER (1995) [147]

Tabelle 6.2: Verwendete Materialeigenschaften.

Kapitel 7

Die Validierung der Modelle

7.1 Allgemeine Bemerkungen

Nach dem Aufbau des Modells stellt sich zunächst die Frage nach seiner Güte: Ist es überhaupt in der Lage, richtige Ergebnisse zu liefern? Stimmen die berechneten Druckverhältnisse mit der Wirklichkeit überein? Ist das kinematische Verhalten richtig? Man möchte die Simulationen gerne mit Experimenten vergleichen. Etliche Parameter sind im Modell vorhanden, die man variieren kann: Material-, Kontakt-, Dämpfungseigenschaften, Detailgetreue und vieles andere.

Ein vielfach begangener Weg ist die Nachsimulation von Experimenten, etwa den Stoßexperimenten von NAHUM [98] oder den Eigenfrequenzanalysen von GURDJIAN [58], KHALIL [77] und WILLINGER [149]. Bei diesen Simulationen werden verschiedene Parameter so lange variiert, bis das erhaltene Ergebnis (z.B. der Druckverlauf an bestimmten Punkten im Gehirn) befriedigend nahe an den Ergebnissen des Experimentators liegt. Liegen dann noch die Eigenfrequenzen im richtigen Bereich, so gilt das Modell als valide. Mit diesem validen Modell werden dann individuelle Unfallsimulationen durchgeführt, bei denen man natürlich keine experimentellen Druckdaten gemessen hat. Die auf diese Weise berechneten mechanischen Belastungen im Unfall gelten als gesichert. Diese Vorgehensweise ist mangels besserer Alternativen allgemein akzeptiert; sie ist jedoch problematisch:

- Wenn sich die Bedingungen des Validierungsexperiments von denen des Unfalls stark unterscheiden, kann von einer Validierung nicht mehr gesprochen werden. Dies bedeutet überspitzt ausgedrückt, dass ein Modell, das durch ein stumpfes Schlagexperiment validiert wurde, natürlich nicht für einen Unfall mit einem spitzem Gegenstand als valide gelten kann.
- Viele experimentelle Größen sind unbekannt:
 - Die genaue Schädelanatomie des verwendeten Modells der Experimentatoren ist in der Regel nicht bekannt, bzw. das Modell, das in der Simulation benutzt werden soll, beruht normalerweise auf einer anderen Anatomie als die Experimenteschädel.
 - Zumeist fehlt es an der Angabe von genauen Materialeigenschaften. Dies gilt auch für Experimente, die mit physikalischen Kopfmodellen durchgeführt wurden (wie [151]).
 - Das Dämpfungsverhalten des Schädels kann meist nur erraten werden.
 - Oft fehlen ganz elementare Größenangaben wie die Masse des Kopfes [151].

Wenn wir also unsere individuellen Kopfmodelle mit den experimentellen Ergebnissen von NAHUM [98] oder YANAGIDA [151] vergleichen wollen, müssen sich zwangsläufig erhebliche Unterschiede ergeben. Natürlich kann man die Parameter an die Ergebnisse anfitzen, aber richtiger in Bezug auf den individuellen Unfall wird unser Modell dadurch nicht unbedingt.

- Wenn man das Modell an wenigen mechanischen Größen, z.B. Beschleunigung und Druck, validiert, ist damit nicht gesagt, dass auch andere Belastungen wie die Scherspannung richtig sind. Scherspannungen werden in Simulationen gerne angegeben, weil sie im Gehirn experimentell nicht bestimmbar sind. In der Arbeit von KANG [68] werden Scherspannungen mit Unfallverletzungen korreliert und daraus eine Grenzbelastung für Scherspannungen abgeleitet. Diesen letzten Schluss halte ich für fragwürdig.

Man sollte sich also von scheinbar hervorragend validierten Modellen nicht blenden lassen. Es kommt ganz darauf an, wofür das Modell verwendet werden soll. Wenn man lediglich darum bemüht ist, an einem Durchschnittskopf bestimmte Belastungen durch Schlagversuche nachzurechnen, die ähnlich den NAHUM'schen sind, dann ist eine Validierung mit NAHUM sicherlich viel wichtiger als bei individuellen Unfällen mit Stürzen. In unserem Fall möchten wir uns zufriedengeben, wenn unsere Ergebnisse in der Größenordnung der Resultate der Experimentatoren liegen. Mehr ist aufgrund der Unsicherheiten nicht zu erwarten und in Bezug auf unser Ziel, nämlich die Simulation von realen Unfallvorgängen, auch nicht nötig. In diesem Kapitel stelle ich die entsprechenden Experimente und die Ergebnisse meiner Simulationen vor. Verschiedene Parameter werden variiert und ihr Effekt studiert.

7.2 Validierung durch Eigenfrequenzanalyse

Der erste Schritt ist die Berechnung von Eigenfrequenzen am Modell. Gemessen wurden Frequenzen im leeren und gefüllten Schädel; Frequenzen des Gehirns alleine können mit früheren Simulationen, aber nicht mit Messungen verglichen werden. Die Ergebnisse sind in Tab. 7.1 und 7.2 zusammengestellt.

Die Ergebnisse der Eigenfrequenzanalysen liegen in dem von den Experimentatoren gemessenen Bereich. Durch Erhöhung der Masse sinken die Eigenfrequenzen, wie man das von physikalischen Systemen aller Art erwartet (3D-Modelle: Übergang vom Modell ohne Punktmassen auf das mit Punktmassen). Die niedrigsten Frequenzen des leeren Schädels sind etwas zu klein, was vermutlich an dem weggelassenen Gesichtsschädel liegt. Beim gefüllten Schädel sind die Unterschiede viel geringer; und da wir bei unseren Unfallsimulationen mit einem gefüllten Schädel rechnen, sind diese Werte viel wichtiger für uns. Durch Weglassen der Gehirnmembranen sinken die Frequenzen weiter ab, wodurch RUANS Resultate [115] bestätigt werden. Dies gilt sowohl für das Gehirn alleine als auch für den gefüllten Schädel. Eine veränderte Massenverteilung, wie die Erhöhung der Knochendicke und dafür kleineren Punktmassen im Gesichtsbereich im Modell 3B gegenüber Modell 3A hat großen Einfluss auf die Eigenfrequenzen (Modell 3A, gefüllt: 86 Hz, 3B: 131 Hz). Wenn die Materialeigenschaften der Kompaktaschichten weicher gemacht werden, sinken die niedrigsten Eigenfrequenzen ebenfalls (von 131 Hz [1. Materialmodell, $E = 17\text{GPa}$] auf 105 Hz [2. Materialmodell, $E = 7\text{GPa}$] bei Modell 3B). Die Frequenzen ab etwa dem 5. Mode bleiben dagegen nahezu gleich. Wenn man die Membranen in Modell 3B weglässt, unterscheidet sich das Gehirn von Modell 3B von dem von Modell 3A nur durch eine andersartige Vernetzung. Die Eigenfrequenzen unterscheiden sich in diesem Fall um 1-2%, was auf einen kleinen numerischen Fehler hindeutet.

Die Ergebnisse der 2D-Simulation (Tab. 7.1) stechen etwas heraus, die ja eine zylinderartige Geometrie repräsentieren (jedes Element hat eine bestimmte Dicke in z -Richtung). Die niedrigsten Eigenfrequenzen sind niedriger (32, 85 Hz beim gefüllten Schädel), liegen aber auch im experimentellen Rahmen.

Experiment/ Literaturmodell/ Eigenes Modell	Besonderheiten	Leerer Schädel Frequenz [Hz]	Gefüllter Schädel Frequenz [Hz]	Gehirn Frequenz [Hz]
GURDJIAN [58] (1970)	Experiment	313 600 800		
KHALIL und VIANO [77] (1979)	Experiment mit männlichem Probeschädel mit weiblichem Probeschädel	(erste 10 Freq.:) 1385 ... 4792 1641 ... 5000		
WILLINGER und CÉSARI [149] (1990)	Experiment		100 ... 200	
RUAN [115] (1996)	Simulation mM Simulation oM			(erste 10 Freq.:) 15 ... 129 4 ... 78
Modell 2A Knochen: 5 mm dick Kontinuumsel. 3-schichtig (1. Materialmo- dell von Tab. 6.2)	Simulation oM		Masse: 4,76 kg 32, 85, 130, 164, 167, 184, 206, 208, 231, 237	

Tabelle 7.1: Eigenfrequenzen in Experimenten und meinen 2D-Modellen. Die Frequenzen sind als ν , also in Perioden pro Sekunde angegeben; und zwar jeweils die niedrigsten. Abkürzungen: mM=mit Membranen, oM=ohne Membranen.

<i>Experiment/ Literaturmodell/ Eigenes Modell</i>	<i>Besonderheiten</i>	<i>Leerer Schädel Frequenz [Hz]</i>	<i>Gefüllter Schädel Frequenz [Hz]</i>	<i>Gehirn Frequenz [Hz]</i>
Modell 3A Knochen: 5 mm dick Kontinuumsel. 1-schichtig	Simulation oM, mP	Masse: 3,17 kg 108, 173, 419, 440, 523, 635, 541, 904, 991, 1106	Masse: 5,16 kg 86, 119, 142, 156, 158, 174, 182, 185, 186, 197	
	Simulation oM, oP	Masse: 0,74 kg 216, 266, 773, 1084, 1866, 1932, 2150, 2308, 2501, 2729	Masse: 2,73 kg 149, 157, 168, 170, 174, 185, 186, 193, 199, 204	Masse: 1,99 kg 7.0, 7.1, 11, 27, 36, 39, 72, 73, 74, 77
Modell 3B Knochen: 9 mm dick Schalenelemente 3-schichtig (1. Materialmo- dell von Tab. 6.2)	Simulation mM, mP		Masse: 5,16 kg 131, 148, 153, 182, 187, 199, 202, 213, 215, 222	
	Simulation oM, mP		Masse: 5,16 kg 127, 140, 149, 161, 176, 180, 183, 189, 192, 194	
	Simulation mM, oP		Masse: 3,79 kg 146, 150, 153, 183, 189, 200, 205, 214, 215, 222	Masse: 2,06 kg 7.0, 7.2, 12, 28, 38, 43, 75, 77, 89
	Simulation oM, oP		Masse: 3,72 kg 138, 141, 150, 168, 178, 183, 186, 189, 192, 194	Masse: 1,99 kg 6.8, 7.0, 12, 26, 36, 37, 74, 75, 76, 79
	(2. Materialmo- dell von Tab. 6.2)	Simulation mM, mP	Masse: 3,11 kg 136, 187, 513, 552, 742, 1016, 1074, 1189, 1523	Masse: 5,16 kg 105, 130, 152, 175, 185, 198, 200, 212, 214, 221
	Simulation oP	Masse: 1,74 kg 175, 206, 695, 900, 1669		

Tabelle 7.2: Eigenfrequenzen in meinen 3D-Modellen. Die Frequenzen sind als ν , also in Perioden pro Sekunde angegeben; und zwar jeweils die niedrigsten. Abkürzungen: mM=mit Membranen, oM=ohne Membranen, mP=mit Punktmassen, oP=ohne Punktmassen.

7.3 Validierung durch Stoßexperimente

Die wichtigsten experimentellen Daten gibt es für Stoßexperimente, also *Blow Injuries*. Obwohl dies eigentlich nicht der Zielsetzung dieser Doktorarbeit entspricht, haben wir unser wichtigstes Modell mit solchen Arbeiten verglichen, um die Validität des Finite-Elemente-Modells auch für eine solche Anwendung zu überprüfen.

7.3.1 Die Experimente von NAHUM

Die wichtigsten Stoßexperimente wurden 1977 von NAHUM [98] vorgestellt. Bei diesen Versuchen wurde eine Leiche aufrecht hingesezt, der Kopf wurde um etwa 45° um die transversale Achse nach vorne geneigt. Ein Impaktor mit konstanter Geschwindigkeit schlug dann auf dem Frontalknochen auf und warf den Kopf zurück (Abb. 7.1). Gemessen wurde die Kopfbeschleunigung, die Aufprallkraft und die Drücke an verschiedenen Stellen. Dazu wurde die Dura Mater an den Messpunkten perforiert und Drucksensoren in die Liquorflüssigkeit eingebracht. Die Messpunkte lagen direkt hinter der Schlagstelle (am *Coup*), direkt posterior und superior zur *Sutura coronalis* und *Sutura squamosa* (links und rechts), also in den mittleren Schädelgruben im Parietallappen (Abb. 4.2); ferner inferior zur *Sutura lambdoidea* (Abb. 4.2) im Okzipitalbereich und schließlich in der *Fossa posterior*, also der hinteren Schädelgrube am Kleinhirn, wo sich die Contrecoupstelle befindet. Diese Messpunkte werden von mir als frontal, parietal #1 und #2, okzipital #1 und #2 und Contrecoup bezeichnet. NAHUM variierte die Impaktormasse und die -geschwindigkeit und erhielt somit eine Reihe von Kurven.

7.3.2 Validierung unseres Modells mit NAHUM

Mit diesen Experimenten wurde nur das die Membranen enthaltende Modell 3B verglichen. Wir benutzten NAHUMs Experiment Nr. 37, mit dem auch RUAN [118] seine Resultate validiert hat. Die Aufprallkraft des Impaktors wurde in unseren Simulationen als Randbedingung auf eine Fläche von 794 mm^2 mit einem Maximaldruck von 8564 kPa eingeleitet (Abb. 7.3), was einer Gesamtkraft von $6,8 \text{ kN}$ entspricht (Fig. 1 in [98]); der Zeitverlauf wurde als Sinus-Quadrat-Puls angenommen (Abb. 7.2). Die äußere Randbedingung, also die Halsaufhängung, war ganz frei, denn der Kopf wird durch den Stoß bis auf etwa 6 m/s beschleunigt, in den ersten 4 ms (bis zum Kraftmaximum) bewegt er sich um ca. 4 mm vorwärts (Abb. 7.10), was bei einer Rotation um ein Halsgelenk, das sich ca. 150 mm unterhalb des Kopfschwerpunktes befindet, einem zurückgelegten Winkel von $1,5^\circ$ entspricht. Diese Rotation wird von uns deswegen ignoriert. Nach 10 ms hat er sich jedoch um ca. 40 mm vorwärtsbewegt, was einem Rotationswinkel um 15° entspricht. Deshalb sind die Aussagen unserer Simulation in diesem Bereich sicherlich nicht mehr so präzise. Als Materialmodelle wurden die Modelle Nr. 1 und 2 aus Tab. 6.2 benutzt.

Druck: An der Aufprallstelle ist ein starker Über-, gegenüber im Kleinhirnbereich ein großer Unterdruck zu erkennen (Abb. 7.9). Tatsächlich ist bei den NAHUM'schen Experimenten der Anstieg der Kraft etwas steiler als der Abfall, wodurch sich der Schwerpunkt des Kraftpeaks etwas nach links verlagert hat. Deswegen sind die Druckkurven bei NAHUM auch leicht zu früheren Zeiten hin verschoben. Dennoch ist die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment deutlich. Bei der Simulation wurden die

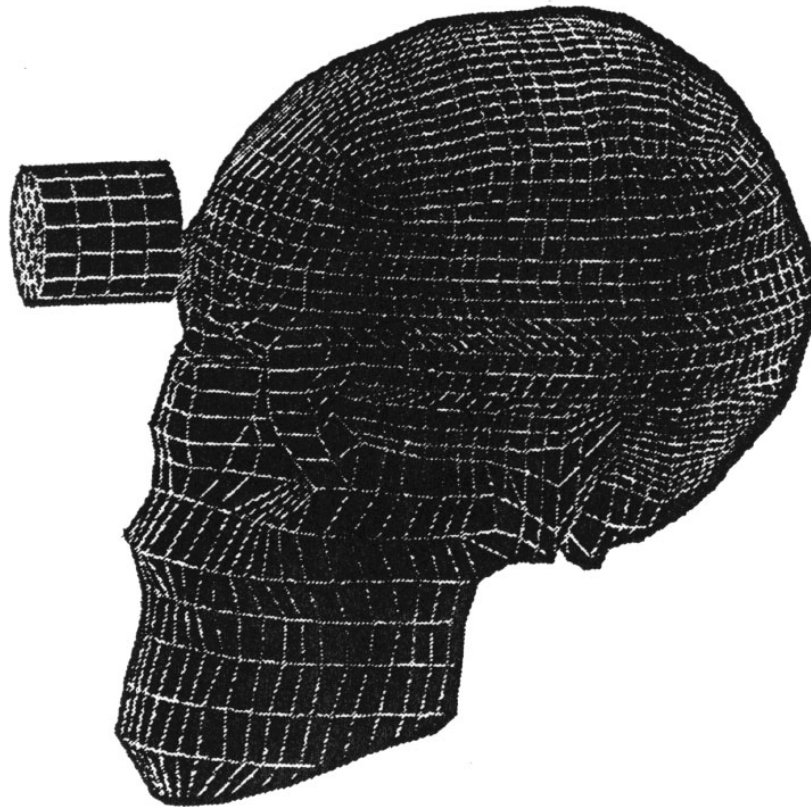


Abbildung 7.1: Versuchsdurchführung nach NAHUM: Ein Impaktor mit konstanter Geschwindigkeit schlägt auf den Frontalknochen des Schädels auf. Das Bild ist entnommen aus [153].

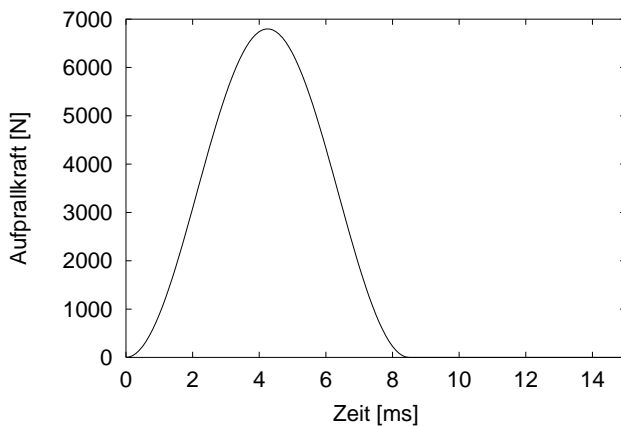


Abbildung 7.2: Eingeleitete Kraft für die Simulation des NAHUM-Experiments Nr. 37

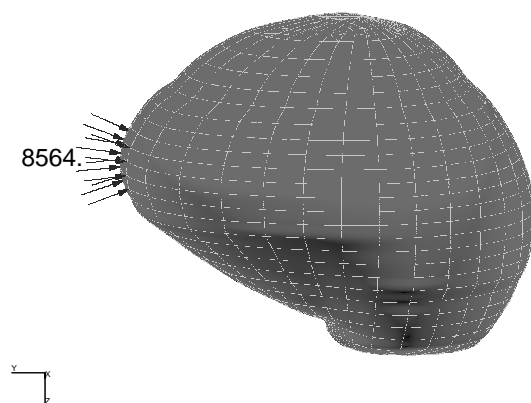


Abbildung 7.3: Die Kraft wurde im Stirnbereich auf eine Fläche von 794 mm^2 mit einem Maximaldruck von 8564 kPa eingeleitet, was der Peakkraft von $6,8 \text{ kN}$ entspricht.

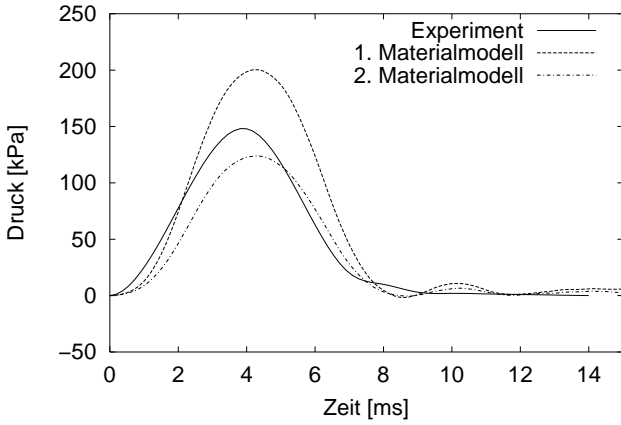


Abbildung 7.4: Druck am Coup (Frontalbereich)

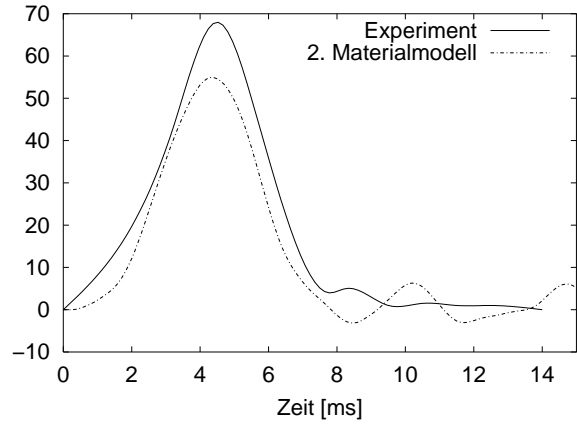


Abbildung 7.5: Druckverlauf parietal

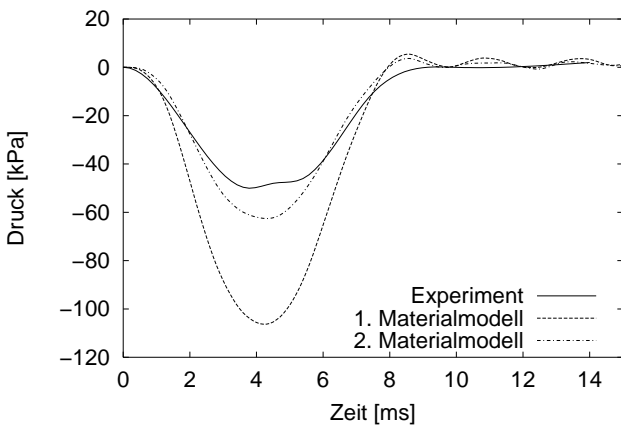


Abbildung 7.6: Druckverlauf okzipital #1

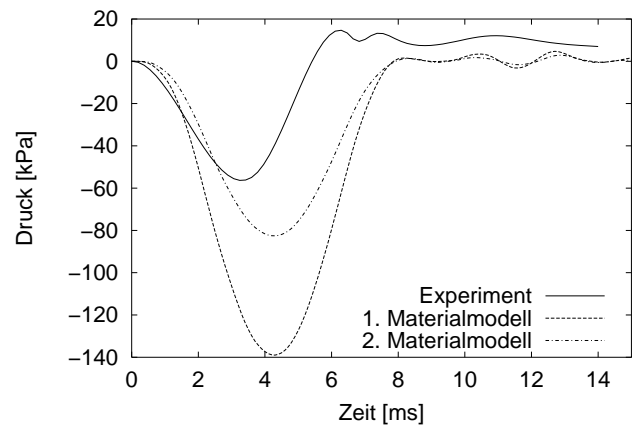


Abbildung 7.7: Druckverlauf okzipital #2

beiden in Tab. 6.2 aufgeführten Materialmodelle verwendet. Durch die Verwendung der RUAN'schen Daten (2. Materialmodell) mit dem schwächeren E -Modul der Kompakta kommt man den experimentellen Daten sehr viel näher als bei Verwendung der älteren KHALIL'schen Werte. Es zeigt sich, dass

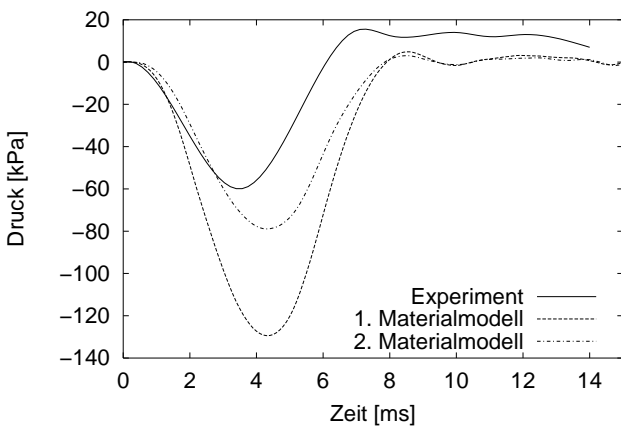


Abbildung 7.8: Druck am Contrecoup im Kleinhirn

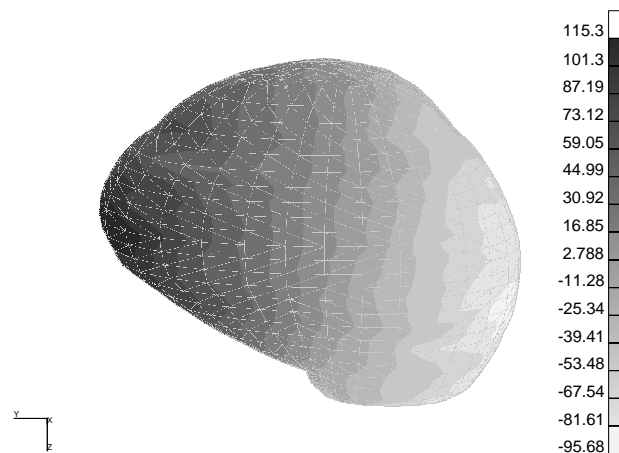


Abbildung 7.9: Druckverteilung (Zahlenwerte angegeben in kPa) im Gehirn 4 ms nach Stoßbeginn in der Ansicht von links

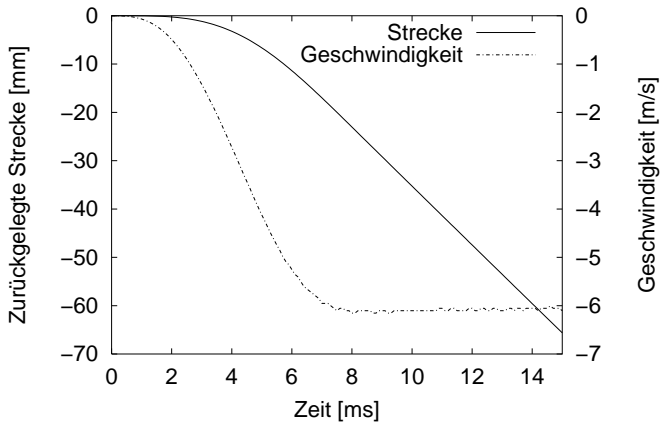


Abbildung 7.10: Zurückgelegte Strecke und Geschwindigkeit des Kopfschwerpunkts

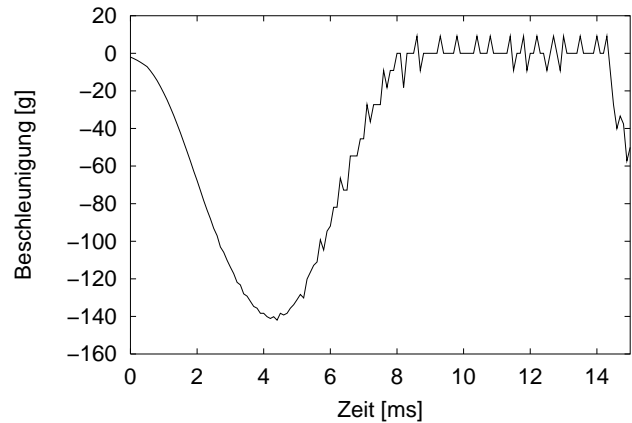


Abbildung 7.11: Schwerpunktsbeschleunigung

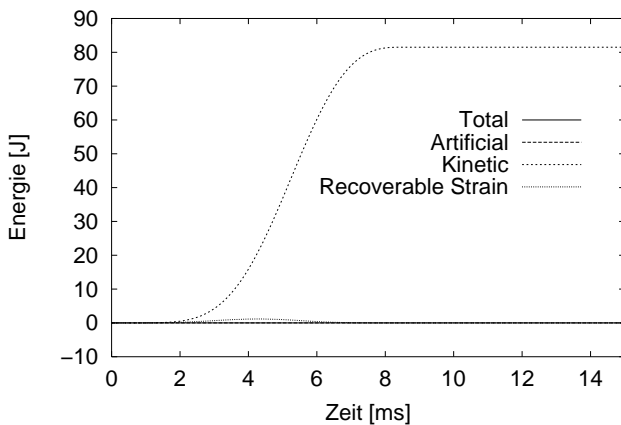


Abbildung 7.12: Dynamische und künstliche Energien: Die totale Energie ist 0, die kinetische so groß wie die externe, der Recoverable Strain steigt kurzzeitig an, der Artificial Strain ist vernachlässigbar.

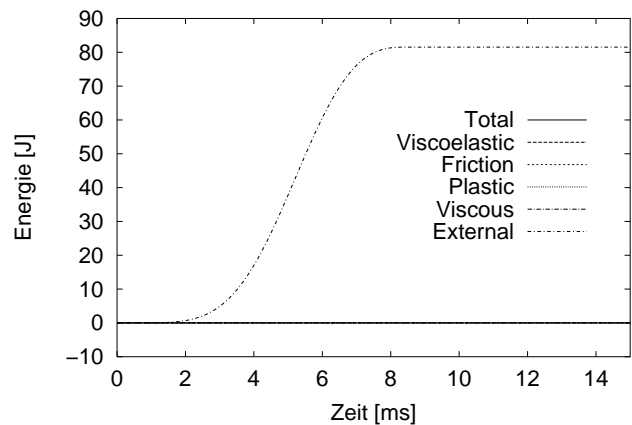


Abbildung 7.13: Externe Gewinn- und Verlustenergien: Außer der von außen zugeführten Energie sind alle anderen Energieformen praktisch 0.

der Druck beim Coup unter-, beim Contrecoup überschätzt wird (Abb. 7.4, 7.8). Die Messungen im Okzipitalbereich #1 und #2 sind nicht gleich (Abb. 7.6, 7.7), was auf eine individuelle Unsymmetrie des Experimentekopfs hindeutet. In der Simulation sind die Ergebnisse aus demselben Grund auch verschieden. Beim Okzipitaldruck #2 und beim Contrecoupdruck konnte der Überschwinger in den positiven Druckbereich nicht simuliert werden.

HIC: Aus der Beschleunigungskurve der Simulationsdaten (Abb. 7.11) wurde ein HIC-Wert (Glg. 5.2) von 648 ($\Delta t = 4,5 \text{ ms}$) berechnet. NAHUM gibt einen Wert von 744 ($\Delta t = 2,5 \text{ ms}$) an. Die Maximalbeschleunigung beträgt nach unserer Simulation 1400 g, bei NAHUM 2000 g. Bei unserer Simulation ergab sich hinsichtlich der Beschleunigung des Schwerpunktes kein Unterschied bezüglich des verwendeten Materialmodells.

Energien: Um die numerische Konvergenz einer Lösung zu testen, sollte man die zugehörigen Energiekurven genau studieren. Der erste Hauptsatz der Thermodynamik (Glg. 3.23) muss erfüllt, d.h. die totale Energie muss konstant sein.

In Abb. 7.12 und 7.13 sind die Energien aufgetragen. Die totale Energie ist 0, denn anfänglich ist das System in Ruhe; in der Tat bleibt sie während der gesamten Zeit konstant 0. Die gesamte Bewegungsenergie wird von außen durch den Stoß zugeführt. Dadurch wird kinetische und Spannungsenergie (*recoverable strain*) erzeugt. Als Wärmeverlustenergien kommen hier nur viskoelastische und viskose Verluste, letztere durch sogenannte *Bulk viscosity*, in Frage. Dieser Effekt ist ein voreingestelltes Dämpfungsverhalten der Elemente bei schnellen Bewegungen. Er dämpft die oberste Eigenfrequenz des Elements ab. In unserem Beispiel spielen diese Verluste aber im Vergleich zur externen Energie überhaupt keine Rolle. Plastische Deformation kommt nicht vor, da die Fließspannungen nicht erreicht werden. Reibungsverluste kann es in diesem Fall auch nicht geben. Schließlich bleibt noch die Frage der numerischen Fehler durch den *artificial strain* (S. 41); aber dieser beträgt in unserem Modell aufgrund der Verwendung von Schalenelementen nur 1% der externen Energie. Die energetische Betrachtung bestätigt also hervorragend die numerische Konvergenz der Simulation.

Ein Wort zur Dämpfung: Um das System zu dämpfen, kann man etwa die soeben angesprochenen Verlustmechanismen benutzen: Viskoelastische Materialeigenschaften, Reibung zwischen sich berührenden Kontaktflächen oder *Bulk viscosity*. Daneben kann man noch die RAYLEIGH'sche Dämpfungsmatrix C einfügen (Glg. 3.11), wobei die Dämpfungsmatrix eine Summe aus einem zur Massen- und einem zur Steifigkeitsmatrix proportionalen Term ist (Glg. 3.20):

$$C = \alpha M + \beta K$$

Die Koeffizienten α und β fließen dabei in den strukturellen Dämpfungsfaktor ξ ein. Dieser führt bei der expliziten Methode zu einem erniedrigten stabilen Zeitinkrement (Glg. 3.22). In meinem Fall führte bereits eine kleine Dämpfung nach diesem Typus zu einem um einen Faktor 100 kleineren stabilen Zeitinkrement und damit zu einer um einen Faktor 100 längeren Rechenzeit. Dabei war der Einfluss der kleinen Dämpfung auf die Ergebnisse kaum zu sehen. Da die 3D-Simulationen schon ohne diese Dämpfung einen halben Tag Rechenzeit beanspruchen, musste von dieser Dämpfungsmethode in meiner Arbeit abgesehen werden. Wir beschränkten uns deshalb in allen Fällen auf die materialabhängigen Dämpfungseigenschaften und auf Reibung, auch wenn deren Einfluss nur gering ist.

Zusammenfassung: Insgesamt liegen Simulation und Experiment bei Verwendung des 2. Materialmodells nirgends weiter als einen Faktor 1,5 auseinander. Damit haben wir die ursprüngliche Absicht, mit unseren Ergebnissen in die Größenordnung der experimentellen Resultate zu kommen, voll erfüllt. Das 2. Materialmodell scheint besser geeignet, die wirklichen Daten wiederzugeben, weshalb dieses bei der Unfallsimulation verwendet wird. Der Druck am Coup wurde etwas unter-, der am Contrecoup überschätzt, ähnlich wie dies von KUIJPERS [82] und teilweise auch CLAESSENS [28] bei Modellen mit fester innerer Randbedingung gefunden worden ist. Die Beschleunigung ist etwas niedriger als die experimentell gemessene; hierbei ist aber zu bemerken, dass Beschleunigungsmesser auf kleinste Störungen sehr empfindlich reagierende Instrumente sind und die Messung von ihren Werten mit großer Vorsicht zu betrachten ist. Ein Messfehler ist in der Versuchsbeschreibung nicht angegeben, so dass wir nicht wissen, wie genau NAHUMs Messwerte sind.

7.4 Validierung durch Fallversuche

7.4.1 Die Experimente von YANAGIDA

Da wir uns hauptsächlich für Beschleunigungstraumen interessierten, suchten wir ein Experiment, bei dem die Schädel direkt auf den Boden fallengelassen wurden. Experimente dieser Art sind in der Literatur sehr viel seltener; wir entdeckten schließlich eine Versuchsserie von YANAGIDA [151]. In seinen Experimenten berechnet YANAGIDA sowohl Schlag- als auch Fallexperimente (*Blow injury* und *Fall injury*) und hebt die Unterschiede heraus. Wir konnten unser Modell an seinen Resultaten sowohl im Schlag- als auch im Fallversuch validieren.

YANAGIDA benutzte für seine Experimente den Leichenschädel eines japanischen Mannes, den er mit dem Kunststoff FRP verschmolz und verschloss. Um diesen herum brachte er eine Thiokol-Gummischicht an, in den ausgehöhlten Schädel füllte er entgastetes Wasser. Das so entstandene Kopfsurrogat befestigte er mittels einer Halsvorrichtung an einem Dummykörper (Abb. 7.14). Bei den Schlagversuchen setzte er den Dummy auf einen Stuhl und schlug mit einem Hammer auf den Hinterkopf (Abb. 7.15), bei den Fallversuchen legte er den Dummy flach auf den Rücken und ließ den Kopf aus einer Höhe von 1,8 und 3,6 cm auf eine Kraftmessplatte fallen (Abb. 7.16). In beiden Fällen maß er die Reaktionskraft, die Kopfbeschleunigung und den intrakraniellen Druck an der Aufprall- und Gegenaufprallseite. Entsprechende Messapparaturen waren am Hammer bzw. im Wasser angebracht (s. Bilder).

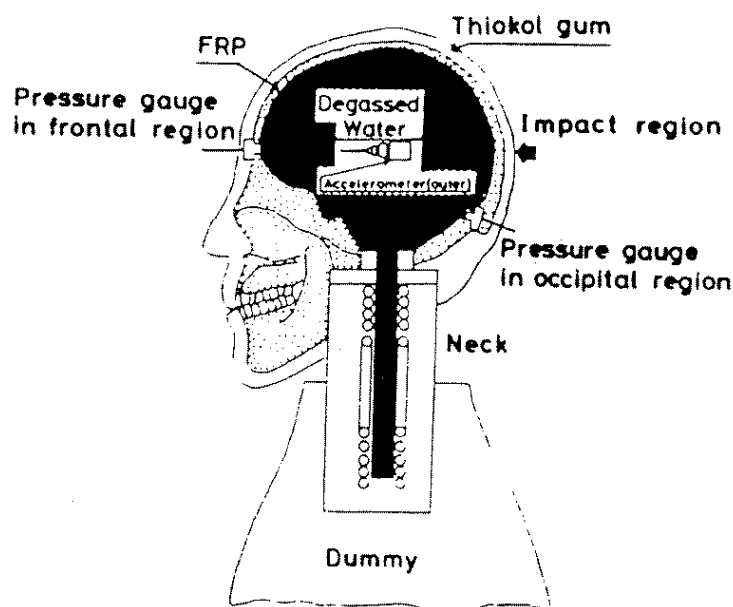


Abbildung 7.14: Modellschädel bei YANAGIDA [151]. Beschreibung siehe Text.

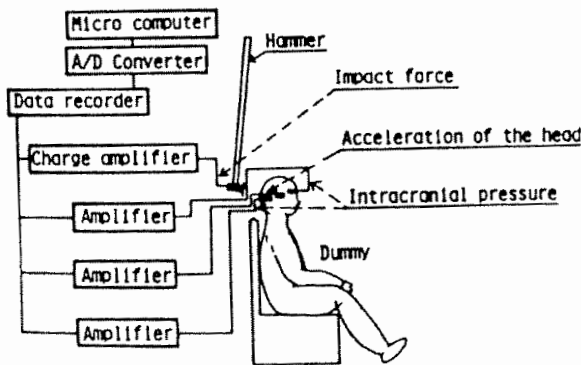


Abbildung 7.15: Schlagexperiment bei YANAGIDA

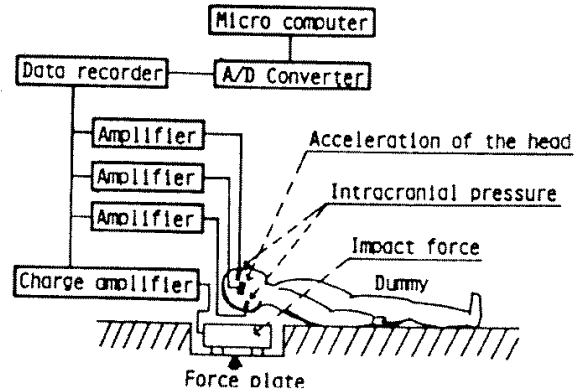


Abbildung 7.16: Fallexperiment bei YANAGIDA

7.4.2 Validierung unserer Modelle mit YANAGIDA

Wie schon bei NAHUM, so war auch hier die Anatomie des Versuchsschädels eine andere als in unserer Simulation. Ferner waren die Materialeigenschaften der Surrogatstoffe unbekannt; in der Simulation wurden einfach Knochen- und Gehirnmaterialeigenschaften eingesetzt. Außerdem kennt man die Masse und das Dämpfungsverhalten der Surrogatstoffe nicht. Ein mit so vielen Unbekannten behaftetes Experiment kann natürlich durch verschiedene Parameter angefüttet werden. Aber auch in diesem Fall lohnt sich der Aufwand nicht, denn man möchte ja am Ende ein möglichst gutes Menschenmodell und kein YANAGIDA'sches Dummymodell erhalten. An diesem Beispiel wurden jedoch eine ganze Reihe von Parameterstudien durchgeführt, die den Einfluss verschiedener Modellgrößen auf die Ergebnisse deutlich machen. Diese Simulationen wurden mit Modell 2A, 3A und axi (Tab. 6.1) durchgeführt. In keinem Modell wurden Membranen verwendet, da diese auch im Experiment fehlen. Ich möchte hier nur die Ergebnisse der Fallexperimente vergleichen; die Stoßexperimente unterscheiden sich qualitativ nicht von denen von NAHUM.

7.4.2.1 Die Fallversuche

Bei den Fallversuchen wurde allen Knoten des Finite-Elemente-Modells eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 gegeben. Getreu dem Energieerhaltungssatz $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ gilt

$$v_0 = \sqrt{2gh}. \quad (7.1)$$

Daraus ergibt sich die Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 594 \text{ mm/s}$ bei einem Sturz aus $h = 18 \text{ mm}$ Höhe. Die Gravitationsbeschleunigung $g = 9810 \text{ mm/s}^2$ wirkt ebenfalls auf alle Knoten. Unter den Kopf wird eine in allen sechs Freiheitsgraden fixierte Platte in Form eines Starrkörperelements angebracht, so dass der Kopf unmittelbar nach Simulationsbeginn dort aufschlägt (Abb. 7.17). Die Reaktionskraft ergibt sich aus dem verwendeten Kontaktalgorithmus. Drücke und Beschleunigungen können direkt aus der Simulation berechnet werden. Ein weiterer Vergleichsfaktor ist die *Stoßzeit*, die darüber Aufschluss gibt, ob das kinematische Verhalten richtig ist.

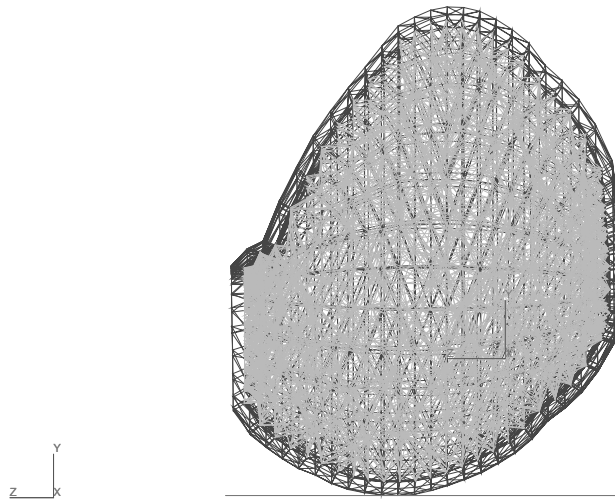


Abbildung 7.17: Anfangszustand der Fallsimulation beim 3D-Modell

Experiment, 2D- und 3D-Modelle:

Exp.	YANAGIDAS Experiment (Dieser Wert ist außerdem mit der durchgezogenen Linie dargestellt.)
A	Modell 2A mit nur 1 Knochenschicht (Materialeigenschaften nach Tab. 6.2)
B	Modell 2A mit 3 Knochenschichten (1. Materialmodell von Tab. 6.2)
C	Modell 2A mit 3 Knochenschichten und Haut (Materialeigenschaften wie Falx in Tab. 6.2)
D	Modell 2A mit 3 Knochenschichten, aber geringerer Dicke und damit geringerer Masse ($m = 3,13 \text{ kg}$)
3A	Modell 3A mit 1 Knochenschicht

Axialsymmetrische Modelle:

a	Modell axi mit 1 Knochenschicht (Materialeigenschaften nach Tab. 6.2, insb. Knochen: $E = 6,5 \cdot 10^5 \text{ kPa}$, Gehirn: $\nu = 0.48$)
b	Wie a, aber mit $10\times$ schwächerem E -Modul des Knochens ($E = 6,5 \cdot 10^5 \text{ kPa}$)
c	Wie a, aber mit $10\times$ stärkerem E -Modul des Knochens ($E = 6,5 \cdot 10^7 \text{ kPa}$)
d	Wie a, aber mit kleinerer POISSON-Zahl des Gehirns ($\nu = 0.4$)
e	Wie a, aber mit noch kleinerer POISSON-Zahl des Gehirns ($\nu = 0.3$)
f	Wie a, aber mit 3 Knochenschichten (1. Materialmodell von Tab. 6.2)

Tabelle 7.3: Beschreibung der verwendeten Modelle für die Fallsimulation nach YANAGIDA in den Abbildungen

Stoßzeit, Reaktionskraft und Beschleunigung: In Abb. 7.18, 7.19 und 7.21 sind Stoßzeit, Reaktionskraft und Beschleunigung der verwendeten Modelle aufgetragen. Es fällt auf, dass YANAGIDAS Modell stark gedämpft sein muss. Dies sieht man durch folgende Überlegung ein: Wenn man die von ihm angegebene Maximalbeschleunigung von $a = 14,6 \text{ g}$ konstant während der Reaktionszeit $t = 4,9 \text{ ms}$ wirken lässt, ergibt sich eine Geschwindigkeitsdifferenz von $\Delta v = at = 702 \text{ mm/s}$. Die Rückstoßgeschwindigkeit des Kopfes bei YANAGIDA kann also maximal $|v_0 - \Delta v| = 108 \text{ mm/s}$ betragen, was bei einer Anfangsgeschwindigkeit von 594 mm/s eine erhebliche Dämpfung beinhaltet. Unsere Modelle sind

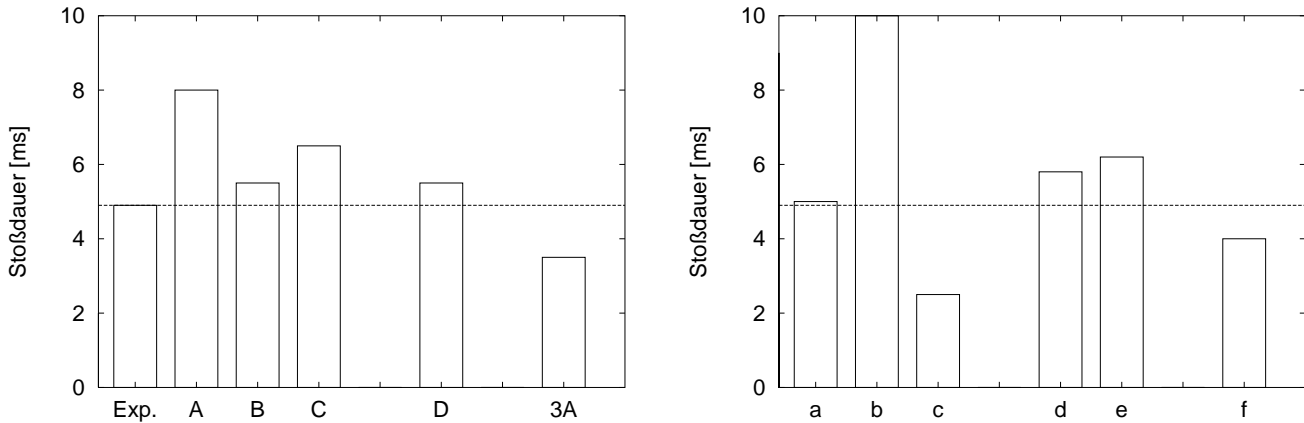


Abbildung 7.18: Stößdauer beim Sturz aus 1,8 cm Höhe (Modellbeschreibung in Tab. 7.3).

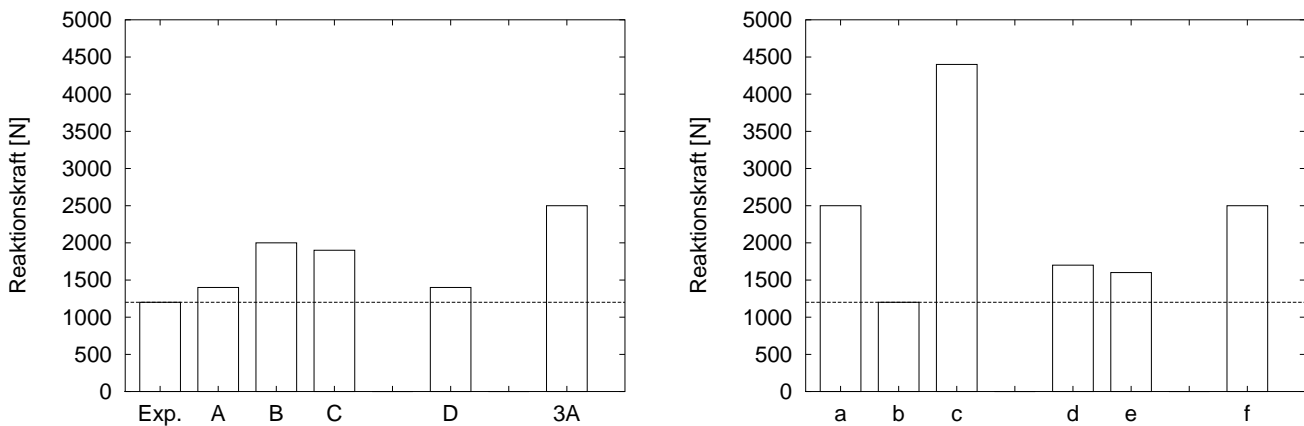


Abbildung 7.19: Maximum der Bodenreaktionskraft beim Sturz aus 1,8 cm Höhe (Modellbeschreibung in Tab. 7.3).

dagegen nur aufgrund des viskoelastischen Verhaltens des Gehirns gedämpft. Dieses spielt jedoch bei einem solch langsamen Aufprall überhaupt keine Rolle, wie durch Parameterstudien festgestellt wurde. In unseren Simulationen wird der Kopf also nur durch die nach unten wirkende Gravitation beim Rückstoß abgebremst, was zu Rückstoßgeschwindigkeiten von etwa 400 mm/s führt. Aus diesem Grund ist bei den Simulationen der Stoß härter. Man kann durch Parametervariation entweder die Stoßzeit anpassen, dann ist jedoch die Reaktionskraft und Beschleunigung zu groß (Modell B und a); oder aber man passt die Reaktionskraft an und erhält dafür eine längere Stoßzeit (Modell A). Beim 2D-Modell kann man natürlich die Masse einfach verändern, indem man die Dicke der Elemente reduziert. Modell D ist auf diese Weise aus Modell B entstanden. Damit stimmen Stößdauer und Reaktionskraft beide gut mit YANAGIDAS Experimenten überein; alle anderen Messgrößen wie Druck und Beschleunigungen bleiben unverändert. Das 3D-Modell ist zu hart, hier ist die Reaktionszeit zu kurz, die Kraft und vor allem die Beschleunigung deutlich überhöht. Auch die axialsymmetrischen Kugelmodelle a und f zeigen dieses Merkmal. Unsere Fehler bei den Beschleunigungen werden allerdings etwas relativiert, wenn man sich die experimentellen Probleme mit Beschleunigungsmessern vor Augen hält. YANAGIDA gibt lediglich

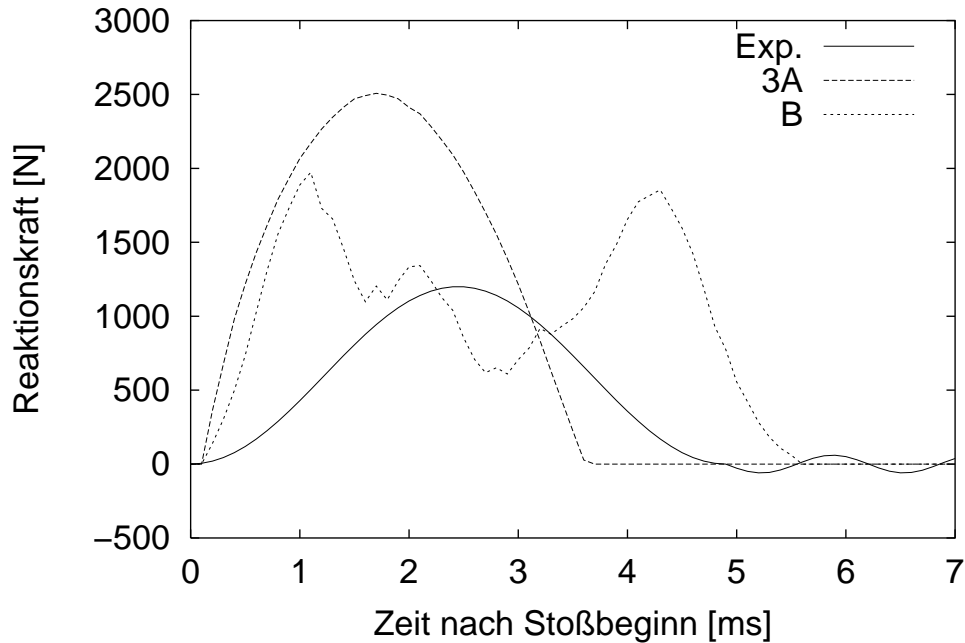


Abbildung 7.20: Reaktionskraft als Funktion der Zeit im Vergleich zwischen YANAGI-DAs Experiment, dem zweidimensionalen Modell B und dem dreidimensionalen Modell 3A (Modellbeschreibung in Tab. 7.3).

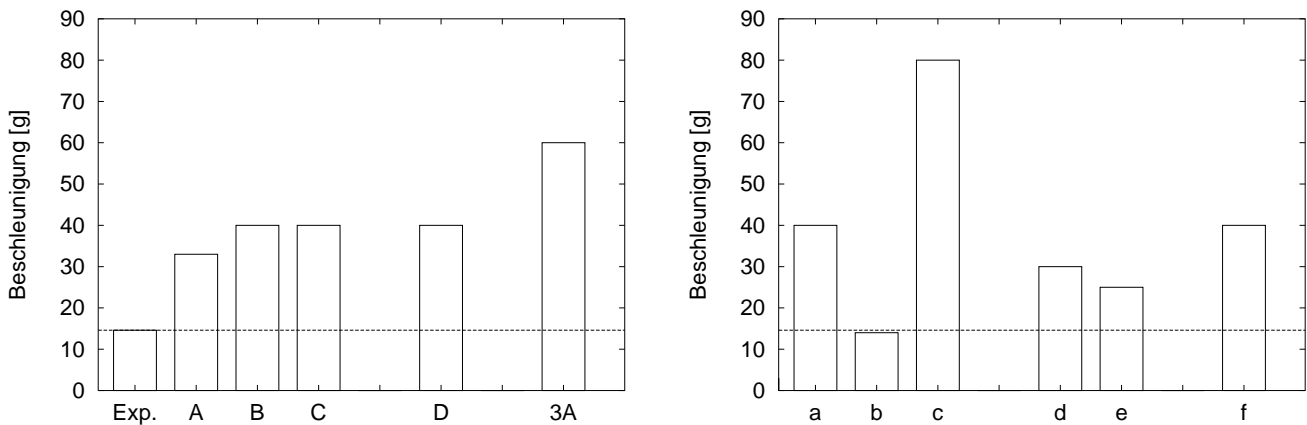


Abbildung 7.21: Schwerpunktsbeschleunigung beim Sturz aus 1,8 cm Höhe (Modellbeschreibung in Tab. 7.3).

einen statistischen, jedoch keinen prinzipiellen Messfehler bei seinen Beschleunigungswerten an.

Beim 2D-Modell ergab sich an der Aufprallstelle ein doppelter Kraftpeak (Abb. 7.20). Dieser ist durch die unterschiedliche Deformierbarkeit der Medien zu erklären: Der Knochen trifft zunächst auf den Untergrund und spürt eine starke Kraft; während er schon zurückgedrückt wird, schiebt der Schwerpunkt des Kopfes weiter auf den Boden zu und führt zu einem zweiten Kraftpeak. Dieses Verhalten ist bei der

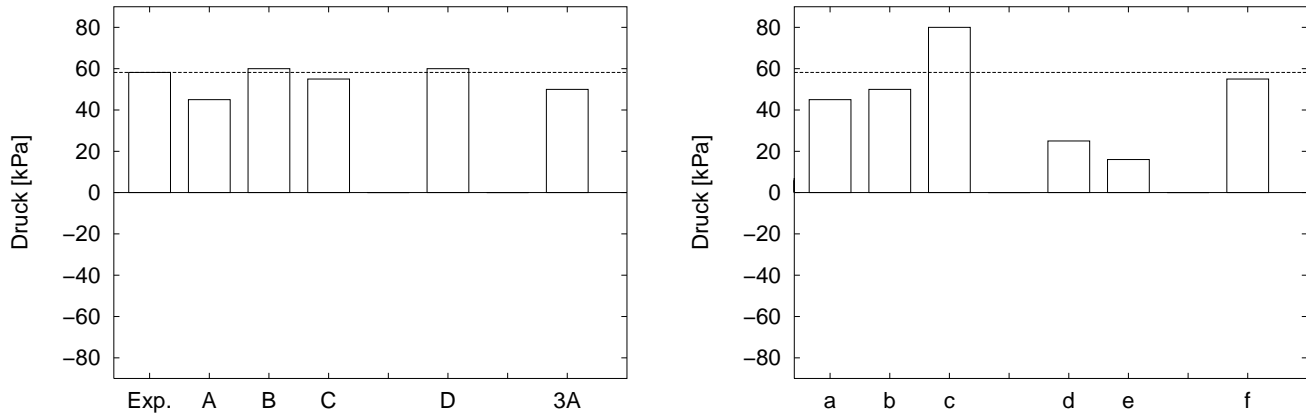


Abbildung 7.22: Druck an der Aufprallstelle (*Coup*) beim Sturz aus 1,8 cm Höhe (Modellbeschreibung in Tab. 7.3).

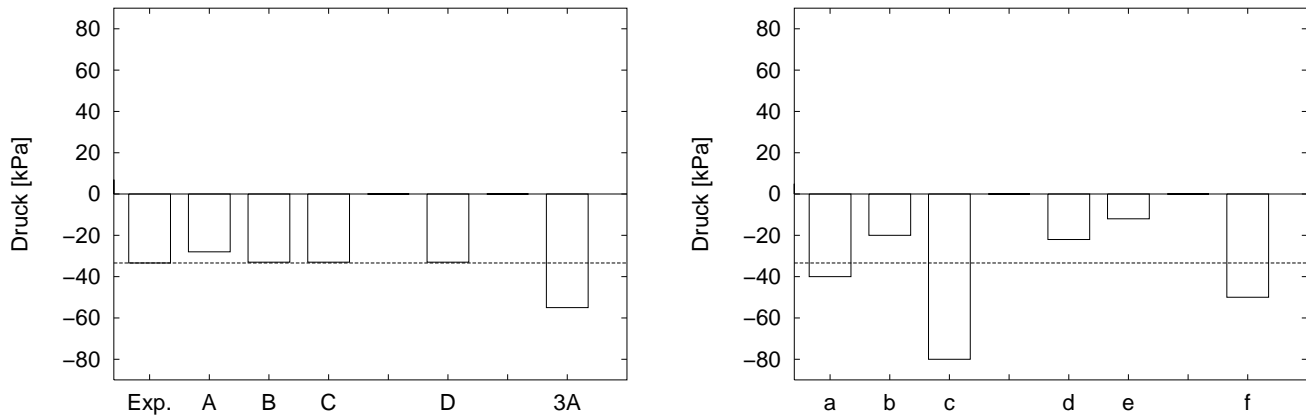


Abbildung 7.23: Druck an der Gegenaufprallstelle (*Contrecoup*) beim Sturz aus 1,8 cm Höhe (Modellbeschreibung in Tab. 7.3).

wesentlich steiferen dreidimensionalen Geometrie und dem axialsymmetrischen Modell nicht zu beobachten. Das 2D-Modell erhebt sich ja zylinderartig in die dritte Dimension und hat keinen knöchernen Deckel und keinen Boden, während das 3D-Modell ringsum (abgesehen vom Foramen Magnum) von Knochen umschlossen ist.

Druck: Das Druckmaximum wird (abgesehen von den Parameterstudienmodellen b, c, d, e) von den meisten Modellen gut wiedergegeben. Der Coup wird meist etwas unter-, der Contrecoup eher etwas überschätzt (Abb. 7.22 und 7.23).

Parameterstudien: Geht man von einer Knochenschicht auf drei Schichten über (Modell A → Modell B oder a → f), so wirkt sich bei den langsamen Geschwindigkeiten hauptsächlich die härtere äußere

Kompaktaschicht aus: Der Stoß wird insgesamt härter. Dies führt zu einer kürzeren Stoßzeit, einer größeren Bodenreaktionskraft und höherer Beschleunigung. Der Druck am Coup und Contrecoup nimmt ebenfalls zu, allerdings nicht so stark. In Modell C wurde gegenüber Modell B noch eine Haut von 5 mm Dicke um den Knochen gelegt (Materialeigenschaften Tab. 6.2), um den Thiokolgummi zu beschreiben. Der Effekt der Haut war eine geringfügige Erweichung des Stoßes (längere Stoßzeit, kleinere Bodenkraft, geringerer Druck). Der Effekt konnte auch nicht durch massive Variation der Materialeigenschaften der Haut gesteigert werden: Macht man die Haut zu hart, ist der Stoß wieder härter; macht man sie zu weich, wird der Effekt der darunterliegenden Kompaktaschicht wieder bestimmend. Auch viskoelastische Eigenschaften der Haut mit zum Teil extremen Eigenschaften ($\tau = 2ms$) bewirkten praktisch nichts.

Dagegen ist der Einfluss der Materialeigenschaften des Knochens stark. Im axialsymmetrischen Modell b und c wurde das E -Modul des einschichtigen Knochens gegenüber Modell a um einen Faktor 10 erniedrigt bzw. erhöht. Der Effekt ist immens: Bei dem weichen Modell b stieg die Stoßdauer um mehr als das Doppelte auf über 10 ms an, dafür sank die Reaktionskraft um die Hälfte, die Beschleunigung gar auf ein Drittel ab. (Damit liegt dieses Modell den YANAGIDA'schen Werten zwar am nächsten, aber aufgrund der langen Stoßzeit ist die Kinematik falsch.) Überraschenderweise nimmt der Druck am Coup bei dem Modell sogar etwas zu, was vermutlich daher rührt, dass das Gehirn nun stärker den Effekt des Aufpralls abbekommt und von der etwas weicheren Schale weniger gedämpft wird. Der Contrecoupdruck nimmt dagegen ab. Das harte Modell c verhält sich umgekehrt: Der Stoß wird sehr viel härter, die Stoßzeit sinkt drastisch, Reaktionskraft, Druck und Beschleunigung steigen stark an.

Die Veränderung der Kompressibilität des Gehirns ist ebenfalls von großem Einfluss. Durch zunehmende Kompressibilität (Modell d, e gegenüber Modell a) wird der Stoß immer weicher. Die Reaktionszeit sinkt etwas ab, Kraft und Beschleunigung stärker; und beim intrakraniellen Druck ist der Effekt am größten.

Zusammenfassung: Alle Modelle (abgesehen von den reinen Parameterstudien b,c,d,e) stimmen bis maximal einen Faktor 2 (bei der Beschleunigung bis 4) mit YANAGIDAS Resultaten überein. Damit haben wir unser erklärtes Ziel erreicht. Es wurde wie schon bei den Vergleichen mit NAHUM gezeigt, dass die Materialeigenschaften des Knochens einen gewichtigen Einfluss auf die Simulationsergebnisse haben. Ebenso von Bedeutung ist die Verwendung dreier Knochenschichten. Die Außenhaut dagegen hat nur sehr geringen Einfluss, selbst bei so niedrigen Geschwindigkeiten wie hier. Es ist klar, dass bei höheren Aufprallgeschwindigkeiten dieser Effekt eher ab- als zunimmt. Deshalb können wir guten Gewissens auf eine Außenhaut bei unseren Modellen verzichten. Viskoelastische Eigenschaften des Gehirns sind von untergeordneter Bedeutung; selbst bei relativ starken Stößen wie bei NAHUM ist der Energieverlust durch viskoelastische Eigenschaften minimal.

Der zeitliche Kurvenverlauf ist bei YANAGIDA angedeutet. Er weist besonders auf den Unterschied zwischen Stoß- und Fallexperimenten hin. Nach seinen Messungen hält sich der Unterdruck an der Contrecoupstelle beim Fallexperiment etwa 4-5mal so lange (19 ms) wie die eigentliche Stoßzeit. Der Druck an der Coupstelle beim Fallexperiment geht nach Beendigung des Bodenkontakts ebenfalls in einen Unterdruck über, der fast ebensolange anhält. Bei den Stoßexperimenten (vgl. NAHUM) dagegen entsteht nach Ende des Stoßes ein leichter Überdruck. Der langanhaltende Unterdruck bei den Fallversuchen konnte in unserer Simulation nicht wiedergegeben werden; bei uns sinkt nach 5 ms mit der Bodenkontaktkraft auch der Druck ab. Das merkwürdige Verhalten bei YANAGIDA bedarf unserer Ansicht nach weiterer experimenteller und simulatorischer Untersuchungen. In anderen Arbeiten fand ich keinen Hinweis auf ein ähnliches Verhalten. Es mag auch an dem verwendeten physikalischen Ersatzmodell liegen.

Die Verwendung eines Kontaktalgorithmus zur Berechnung der Auftreffkraft ist nicht einfach. Als Alternative bietet sich die Einleitung der Reaktionskraft von außen an. Dieser Alternativweg verhindert einen doppelten Kraftpeak wie beim 2D-Modell b in Abb. 7.20. Die durch den Kontaktalgorithmus berechnete Kontaktkraft ist unstetig, wenn ein weiterer Knoten Kontakt mit dem Boden bekommt. Außerdem führt ein so berechneter Aufprall zur Anregung von zum Teil sehr hohen Eigenfrequenzen des Modells, was wiederum besonders bei dem zylinderartigen 2D-Modell zu enormen Druckschwankungen führt (Abb. 7.24). Diese hohen Eigenfrequenzen werden von uns herausgefiltert, indem wir die Druckergebnisse über ein Intervall der Größenordnung $0,5\text{ ms}$ mitteln. Dies ist bei Einleitung einer äußeren Kraft nicht nötig.

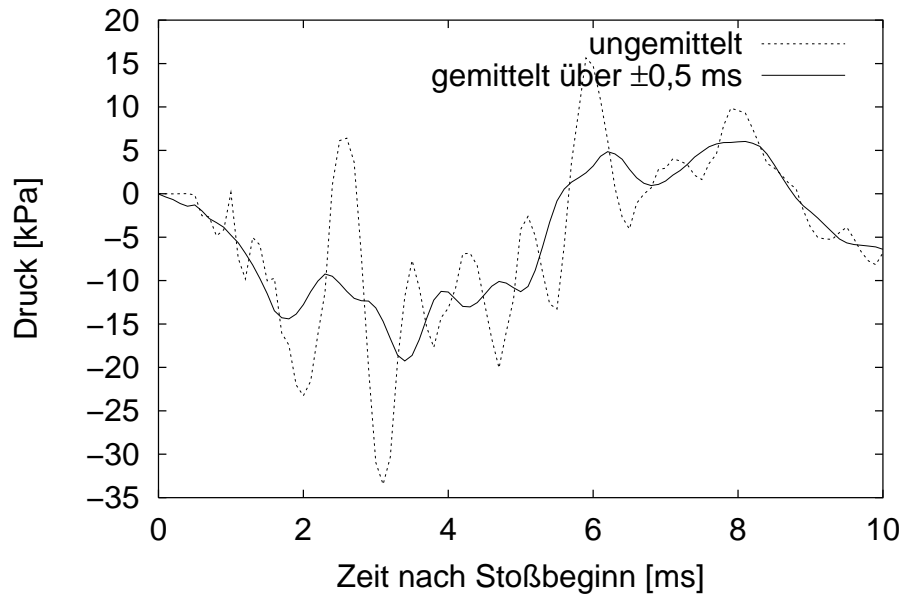


Abbildung 7.24: Filterung der hohen Eigenfrequenzen am Beispiel eines zufällig herausgegriffenen Elements: Es erleidet in den ersten 5 ms einen deutlichen Unterdruck, was aber erst nach der Mittelung klar zum Vorschein tritt. Ohne die Mittelung überlagern hohe Eigenschwingungen das Resultat.

Kapitel 8

Unfallsimulationen

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Resultate der Dissertation zusammengestellt. Die in Kapitel 7 validierten Modelle werden nun benutzt, um zwei verschiedene Unfälle zu simulieren.

8.1 Die allgemeine Vorgehensweise

Unser erklärtes Ziel war es, einen kompletten Fußgängerunfall mit Schädel-Hirn-Trauma nachzurechnen. Dazu waren wir auf die Hilfe unserer Verbundpartner angewiesen. Die verschiedenen dazu nötigen Arbeitsschritte sind in Abb. 8.1 angedeutet.

In der Zeit, in der diese Arbeit entstand, wurden von unseren Verbundpartnern mehrere Verkehrsunfälle mit tödlichem Ausgang für Fußgänger und Radfahrer dokumentiert. Einer dieser Unfälle wurde für diese Arbeit herangezogen. Wir wählten einen Fall aus, bei dem möglichst wenige Bruchverletzungen des Schädels und mehrere klar umgrenzte Verletzungsherde im Gehirn vorlagen und bei dem der Unfallhergang klar rekonstruiert werden konnte. In der rechten Spalte von Abb. 8.1 sind die von uns durchgeführten Arbeitsschritte angedeutet, in der mittleren Spalte die der Verbundpartner. Die Pfeile deuten die gegenseitigen Abhängigkeiten an.

Unfallparameter: Nach dem Unfall müssen zunächst die medizinischen Untersuchungen durchgeführt werden. Vom Verbundpartner *Gerichtsmedizin* wird die Leiche forensisch untersucht. Nach den routinemäßigen Untersuchungen wird ein gerichtsmedizinisches Protokoll erstellt, in dem die Unfallursache, der wahrscheinliche Unfallablauf und die Verletzungen festgehalten werden. Für die Rekonstruktion des Unfallablaufes gibt es verschiedene Möglichkeiten: Man kann aus Eindellungen am Auto und äußeren Verletzungen des Fußgängers erschließen, an welcher Stelle des Autos der Fußgänger mit welchem Körperteil aufgeprallt sein muss. Durch die Länge des Bremswegs des Autos kann man die Geschwindigkeit abschätzen. Die Lage der Fußgängerleiche gibt Aufschluss über die Fußgängerwurfweite und damit auch über die Geschwindigkeit des Stoßes. Bei einem Fahrradunfall kann man aus Verdellungen des Fahrrads Rückschlüsse über den Fall ziehen. Kleider- und Lackspuren am Boden und am Fahrzeug lassen weitere Vermutungen anstellen. Auf diese Weise lässt sich ein ungefähres Bild des Unfallablaufes rekonstruieren, das aber noch mit vielen Fragezeichen behaftet ist. Wenn der Aufprall weniger hart war, können Spuren fehlen, und vieles bleibt unklar. Die Beschleunigung des Kopfes auf die Straße oder das Autodach kann nur ganz grob über die Tiefe der entstandenen plastischen Delle im Auto

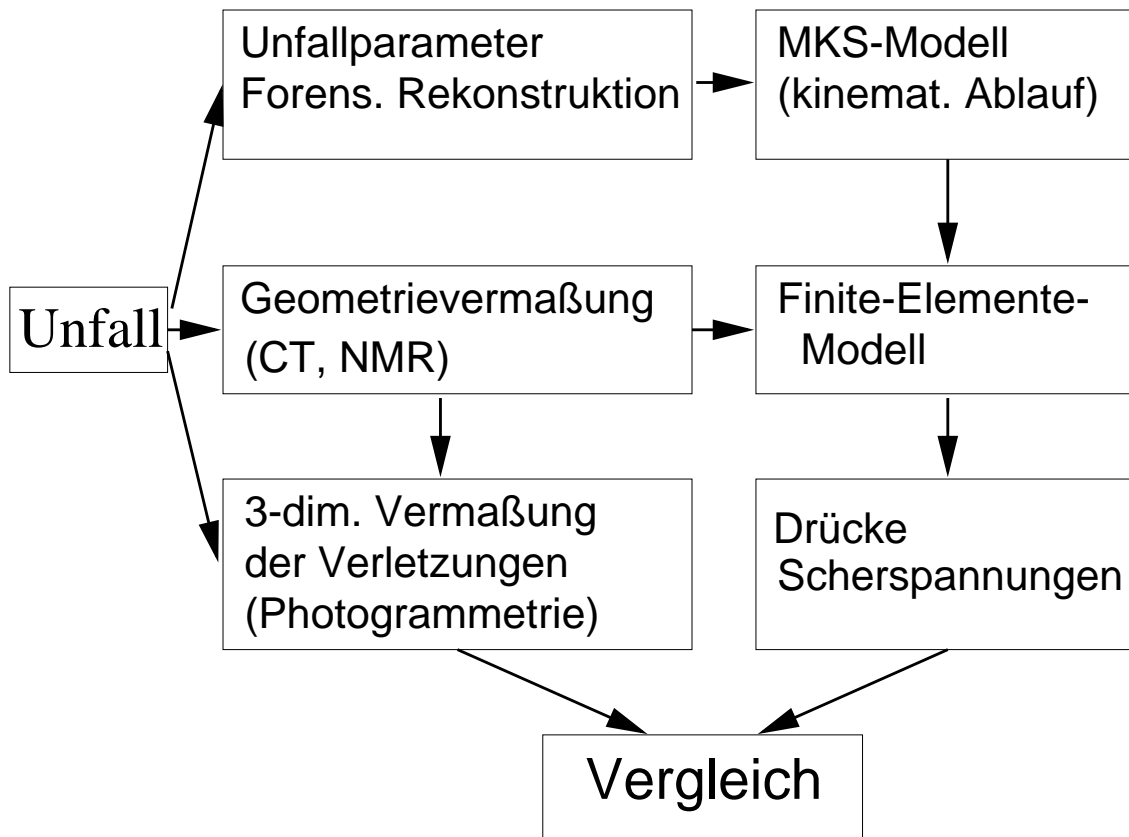


Abbildung 8.1: Schematische Darstellung der allgemeinen Vorgehensweise des Verbundprojekts. Erläuterungen siehe Text.

abgeschätzt werden. Dabei rechnet der Mediziner mit linearen Gesetzen ([14], S.27):

$$a_K = \frac{v_{K\perp}}{t} \quad t = \frac{2s}{v_{K\perp}} \Rightarrow a_K = \frac{v_{K\perp}^2}{2s} \quad (8.1)$$

Hierbei stellt s die Tiefe der Beule in der Motorhaube, t die Zeit, $v_{K\perp}$ die Kopfgeschwindigkeit senkrecht zur Motorhaube und a_K die Beschleunigung des Kopfes dar. Die Beulentiefe, also die plastische Verformung der Motorhaube, hat natürlich überhaupt nichts mit der elastischen Eindelltiefe zu tun, die für die Beschleunigung verantwortlich ist. Zur besseren Abschätzung werden deswegen ja Simulationen von uns durchgeführt. Bei dem in dieser Arbeit besprochenen Fall stürzt ein Fahrradfahrer auf die Straße. Hierbei kann man natürlich keine Eindelltiefen messen. Die wichtigsten Ergebnisse, die diese forensische Untersuchung für uns liefert, ist die ungefähre Anfangsposition des Fußgängers relativ zum Auto oder zur Straße, die Anfangsgeschwindigkeit und der qualitative Unfallablauf (wo der Körper aufgeschlagen ist). Diese Daten dienen als Eingabeparameter für unser Mehrkörper-Simulationsmodell (MKS-Modell).

Geometrievermessung: Da wir speziell an den Verletzungen des Kopfes interessiert sind, muss nun zunächst die Geometrie dieses individuellen Schädels festgehalten werden. Dazu wird vom Verbundpartner *Neuroradiologie* ein Computertomogramm (CT, evtl. für eine detailliertere Gehirnmodellierung auch ein Kernspintomogramm [NMR]) aufgenommen. Die dadurch erzeugte Modellgeometrie ist einer-

seits die Ausgangsbasis für unser Finite-Elemente-Modell des menschlichen Schädels, wie es in Kap. 6 beschrieben worden ist. Andererseits dient das CT auch als Rahmen für die Verbundpartner aus der Gerichtsmedizin (→ Photogrammetrie), in welche die Gehirn- und Schädelverletzungen eingepasst werden können.

Photogrammetrie: Die durch den Unfall entstandenen Verletzungen werden nun vom Verbundpartner Gerichtsmedizin dreidimensional vermessen. Dazu wird der Kopf in einen Vermessungsrahmen gelegt (Abb. 8.2). Nach dem gleichen Prinzip wie bei der Landvermessung wird der Schädel samt dem Modellrahmen nun aus verschiedenen Blickwinkeln fotografiert. Durch die Bestimmung des scheinbaren Abstandes in Abhängigkeit vom Blickwinkel zwischen auffälligen Kopfstrukturen und Referenzpunkten des Messrahmens kann die aufgenommene Geometrie hinterher wieder dreidimensional rekonstruiert werden. Mit dieser Methode wird nun die Kalotte von außen mit und ohne Kopfhaut sowie das in Scheiben geschnittene Gehirn (Abb. 8.3) vermessen. Auf diese Weise können alle Wunden dokumentiert und dreidimensional rekonstruiert werden [130]. Das Gehirn wird weiter vom Verbundpartner Hirnforschung histologisch untersucht. Damit sind die medizinischen Untersuchungen abgeschlossen.



Abbildung 8.2: Photogrammetrische Vermessung eines Leichenschädels. Außen herum erkennt man den U-förmigen Messrahmen, auf dem einzelne Messpunkte angebracht sind. In den Kopf selbst sind Marker in Form von Titanschrauben eingebracht. (Das Bild wurde von der Gerichtsmedizin zur Verfügung gestellt.)

MKS-Modell: Bei der Simulation wird zunächst die Kinematik des Gesamtkörpers untersucht. Dazu wird vom Menschen ein dreidimensionales Mehrkörpermodell, bestehend aus 13 starren Körpern,

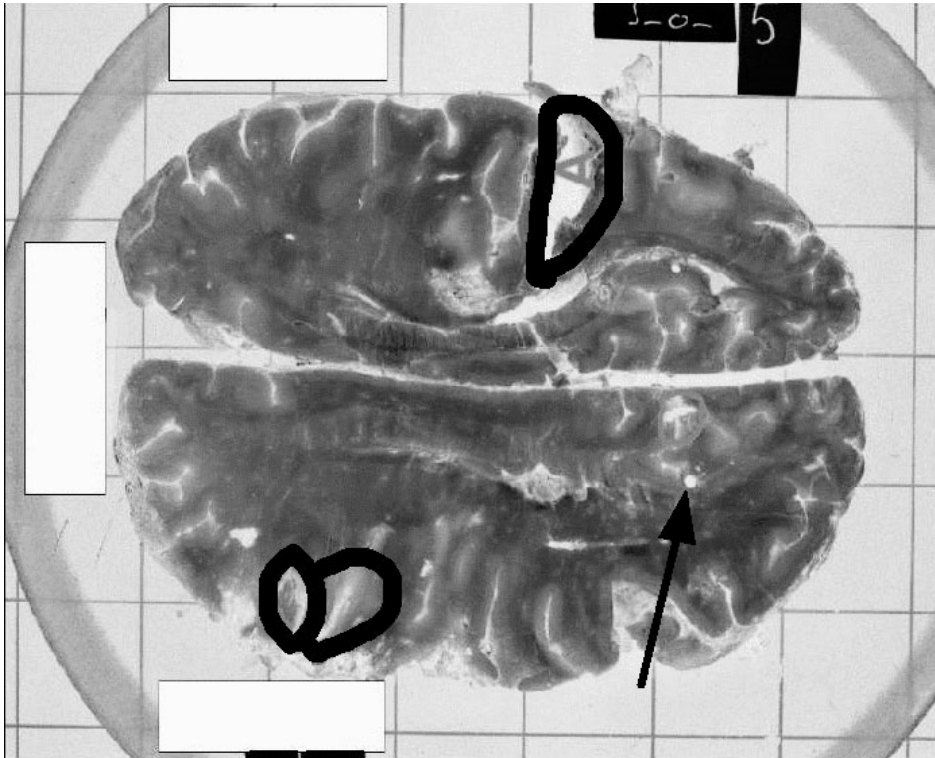


Abbildung 8.3: Beispiel für eine geschnittene Hirnscheibe. Durch die schwarzen Linien sind die Verletzungen eingekreist. Der Pfeil weist auf eine Markierung durch das Referenzsystem der Titanschrauben hin. (Das Bild wurde von der Gerichtsmedizin zur Verfügung gestellt.)

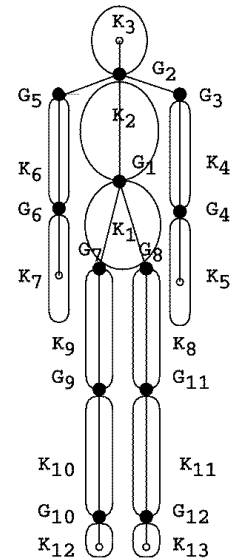


Abbildung 8.4: Dreidimensionales 13-gliedriges MKS-Modell (entnommen aus [122]).

erzeugt (Abb. 8.4). Mit diesem Modell wird der Unfallablauf, wie er uns von der Gerichtsmedizin geschildert worden ist, nachgerechnet. Die Anfangsposition und -geschwindigkeit wird als Anfangsbedingung in die Simulation hineingesteckt. Die geometrischen Längen der einzelnen Segmente wurden aus Körpergröße, Gewicht und Geschlecht mit Hilfe von anthropomorphischen Daten der NASA [99] berechnet. An diesem Modell sind die Gelenkparameter (Rückstellkräfte und Anschlagwinkel) sowie die Kontaktkraftgesetze noch frei wählbar. Durch Anpassen dieser Parameter kann der Unfallverlauf rekonstruiert werden. Als Ergebnis erhält man für jedes Körpersegment den Orts-Zeit-Verlauf (Position und Orientierung im Raum) sowie die Kontaktkräfte. Die Daten für den Kopf dienen uns als Eingabe für das Finite-Elemente-Modell.

Die Rechnungen mit dem Mehrkörpersystem wurden von meinen Kollegen Oana Schüzler [122], Arnim Henze und Thomas Rosemeier durchgeführt.

Finite-Elemente-Modell: Dies ist der eigentliche Gegenstand dieser Arbeit. Das Modell basiert auf der vom Computertomogramm erzeugten Geometrie. Anfangs- und Randbedingungen erhalten wir von der Mehrkörpersimulation.

Drücke, Scherspannungen und andere kontinuumsmechanische Größen können nun mit dem Finite-Elemente-Modell berechnet werden. Als Ergebnis erhalten wir eine räumliche und zeitliche Verteilung dieser Messgrößen.

Vergleich: Dies ist der wichtigste Punkt der Prozedur. Die auffälligen Messgrößen aus der Simulation müssen mit den tatsächlichen Verletzungen des Gehirns verglichen werden. Finden sich an Stellen mit hohen Druckamplituden oder großen Scherspannungen auch Verletzungen, dann ist die Computersimulation damit hervorragend bestätigt.

Die photogrammetrische Rekonstruktion benutzt natürlich ein anderes Messkoordinatensystem als das vom CT und das in unserem PATRAN-Modell benutzte. Das Problem besteht nun darin, diese Geometrien aufeinander abzubilden (zu *matchen*). Zu diesem Zweck war auf dem Schädel ein Referenzsystem durch Titanschrauben angebracht worden (Abb. 8.2), die sowohl vom CT als auch von der Photogrammetrie gesehen wurden. Die Schrauben waren innen hohl; dadurch konnte eine Testflüssigkeit injiziert werden, so dass auch die einzelnen Hirnscheiben markiert wurden (Abb. 8.3). Zum Zweck des Matchings muss man das Referenzsystem der einen Methode auf das andere abbilden, so daß die beiden übereinanderliegen. Nach einer eventuell nötigen Skalierung muss eine einfache Rotation dazu genügen [132]. Die Bestimmung der Drehwinkel und der Drehachsen ist keine ganz leichte Aufgabe (siehe Anhang D).

8.2 Auswahl der Fälle

In dem als ersten hier vorgestellten Fall (Fall L 115/97 der Tübinger Gerichtsmedizin) wurde das gesamte Verfahren komplett ausgeführt. Es lag ein Computertomogramm vor, eine genaue photogrammetrische Dokumentation. Der Unfallablauf war ziemlich klar, und die Schädelfrakturen spielen eine eher untergeordnete Rolle. Eine Mehrkörpersimulation wurde durchgeführt. Dies ist bislang der einzige vom gesamten Projektverbund vollständig bearbeitete Fall. Bei diesem Opfer gab es drei Hauptverletzungsherde im Gehirn; und damit war klar, dass man diese Läsionen nicht mit einer einfachen Coup-Contrecoup-Theorie erklären können würde. Aus diesem Grund war eine Finite-Elemente-Simulation dieses Unfallablaufs sehr interessant. Deshalb möchte ich diesen Fall in voller Ausführlichkeit vorstellen.

Daneben präsentiere ich noch einen zweiten Fall, der nicht aus dem Verbundprojekt stammt. Von den Kollegen der Münchener Gerichtsmedizin erhielten wir ebenfalls eine Reihe gut dokumentierter Unfälle [14]. Mit einigen Fällen wurde an unserem Institut Mehrkörpersimulationen davon durchgeführt [122]. Wir wählten davon einen Fall ohne Schädelfrakturen (Fall 8) aus. Auch hierbei war der Unfallablauf ziemlich klar. Die Dokumentation der Verletzungen ist hier allerdings gröber und ein Computertomogramm des Opfers liegt auch nicht vor. Wir entschieden uns, diesen Fall zu simulieren, weil er eine sehr typische Contrecoupverletzung aufweist und wir durch die Simulation dieses Falles eine weitere Bestätigung für unser Finite-Elemente-Modell finden können.

8.3 Der Fall L115/97 der Tübinger Gerichtsmedizin

An diesem für uns wichtigsten Fall möchte ich die eben skizzierte Vorgehensweise ausführlich erläutern. Ich beschreibe die Schritte von Abb. 8.1 in einzelnen Unterabschnitten.

8.3.1 Der Unfallablauf

Aus dem Unfallprotokoll der Gerichtsmedizin geht hervor:

Die Obduzenten haben erfahren, dass dieser 64 Jahre alt gewordene Mann [...] als Radfahrer gestürzt sei, mit schweren Verletzungen danach in die Uniklinik Tübingen eingeliefert worden sei und dort [2 Tage später] verstorben sei.

Polizeilicherseits wurde mitgeteilt, dass Zeugen berichtet hätten, dass der betroffene Mann genau in dem Moment, als ihn ein Pkw links überholt habe, zu Fall gekommen sei, wobei die Zeugen nicht hätten angeben können, ob der Pkw den Radfahrer berührt habe. [...]

Polizeilicherseits wurde auch mitgeteilt, dass der eingeschaltete technische Sachverständige nach Untersuchung des Fahrrads angegeben habe, dass vermutlich keine Berührung zwischen Pkw und Fahrrad stattgefunden habe.

Im verkehrstechnischen Gutachten steht weiter:

Im Bereich vor der Unfallstelle ist am rechten Fahrbahnrand ein Kanaldeckel angeordnet. Dieser Kanaldeckel ist gegenüber der Fahrbahnoberfläche [um 5 cm] vertieft. Berücksichtigt man die Lage des Kanaldeckels und die nach links gerichtete Bewegung des Fahrrads, so ist es aus technischer Sicht möglich, dass der Sturz auf das Überfahren des Kanaldeckels und die damit verbundene Instabilität des Fahrrades zurückzuführen ist.

Weiter heißt es, dass dieser Schluss aber nicht zwingend sei. Laut Zeugenaussagen „waren die Füße [des Opfers] noch in den Klickpedalen. Zwischen seinen Füßen befand sich noch das Fahrrad.“ Die Geschwindigkeit des Radfahrers vor dem Unfall betrug 35-40 *km/h*. Nach dem Sturz des Radfahrers schlitterte dieser noch etwa 8 *m* auf der Straße vorwärts, wie die Spuren belegen (Abb. 8.5).

Für uns relevante Befunde aus dem Obduktionsbericht möchte ich hier zusammenstellen: Die Körpergröße des Mannes betrug 180 *cm* bei einer Masse von 87 *kg*. Der Mann trug Hautabschürfungen und Asphaltmusterabdrücke an der Stirn rechts, am rechten Schulterpunkt und am Beckenbereich rechts davon (Abb. 8.6). Der Sturz erfolgte also auf die rechte Seite. In den zwei Tagen zwischen Unfall und Tod wurde neurochirurgisch ein Teil des Schädeldaches im rechtsseitigen Scheitel-Schläfenbereich (und ein wenig auch im linken Bereich) entfernt. Hier ist es offensichtlich zu einer Schädelfraktur gekommen, die Splitter wurden ausgeräumt. Da die Fraktur aber nicht so massiv war, beschlossen wir, diese in der Simulation zu ignorieren. Der Mann erlitt eine [...] massive Hirnschwellung und auffällige Erweichung des Hirngewebes; [...] Contusionen [...] im Bereich des rechten [und linken] Schläfenlappens; Subduralblutung; subarachnoidale Blutungen; [...] Schädelfraktur übergreifend auf die Schädelbasis.

Der Unfallablauf lässt sich demnach etwa so zusammenfassen: Der Radfahrer wurde von einem Autofahrer sehr dicht überholt. Er kam dabei möglicherweise durch eine Unebenheit (Kanaldeckel) in der Fahrbahn aus dem Gleichgewicht und stürzte nach rechts. Dabei fiel er über die Schulter und prallte

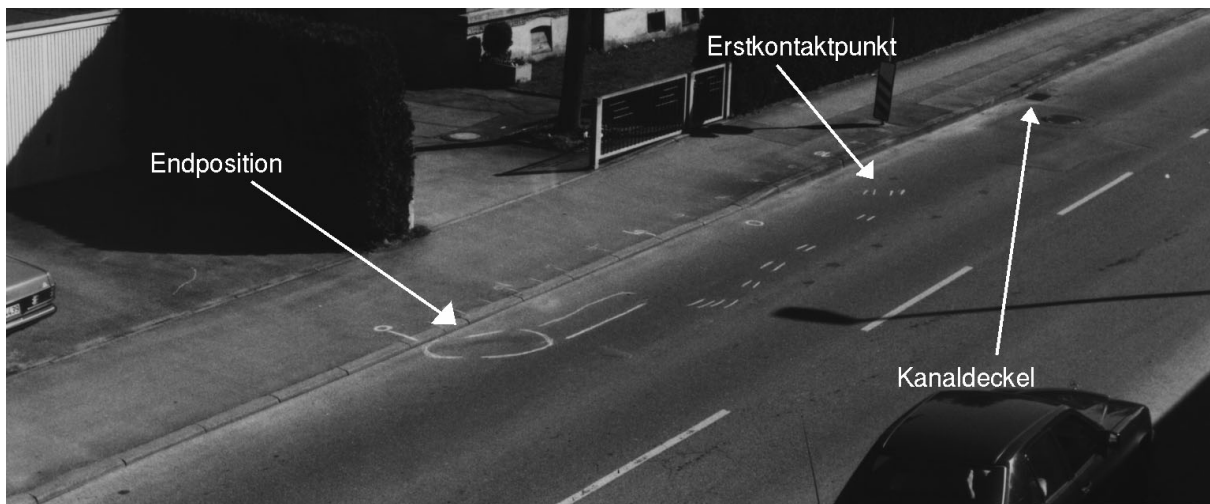


Abbildung 8.5: Fotografische Spurensicherung. Der Fahrradfahrer, vom oberen rechten Bildrand zum linken unteren fahrend, ist möglicherweise bei dem Kanaldeckel ins Trudeln gekommen und bei der ersten weißen Markierung zum ersten Mal auf den Boden aufgetroffen. Die weißen Markierungen kennzeichnen Kratzerspuren. Die Endposition des Mannes ist eingekreist. Sie befindet sich ca. 8 m vom Erstkontaktpunkt entfernt. (Das Bild wurde von der Gerichtsmedizin zur Verfügung gestellt.)

anschließend mit dem Kopf auf. Er blieb während des gesamten Unfallvorgangs mit den Füßen an den Klickpedalen befestigt. Nach dem Sturz schlitterte der Radfahrer aufgrund seiner Trägheit noch etwa 8 m auf der Fahrbahn dahin.

Unser Ziel ist es lediglich, den Erstkontakt zu simulieren; denn die durch den Aufprall entstandenen hohen Drücke sind hauptsächlich für die Gehirnverletzungen verantwortlich. Um den Erstkontakt mit der Straße zu simulieren, können wir die Situation vereinfacht so darstellen, als ob der Mann einfach auf die rechte Seite gerade umstürzte. Da es uns lediglich auf den Kopf ankommt, können wir sogar das Fahrrad weglassen und den Mann aus dem Stand nach rechts umfallen lassen. Die hohe Anfangsgeschwindigkeit ist für den Erstkontakt nicht von Bedeutung, da ein Überschlagen des Fahrrads laut Zeugenaussagen auszuschließen ist. Eine mögliche Rotation des Kopfes durch die Tangentialgeschwindigkeit wurde stark eingeschränkt durch die Fixierung des Körpers an den Klickpedalen und damit am Fahrrad. Da wir über die exakte Bewegung nicht genau Bescheid wussten, entschieden wir uns dafür, die tangentielle Bewegung wegzulassen. Der Kopf kann sich nicht weit gedreht haben, da die Aufprallstelle rechts frontal zu finden ist (Abb. 8.2) und in unserer Simulation ohne Tangentialbewegung an ungefähr derselben Stelle auftritt.

8.3.2 Die geometrische Vermaßung und Erzeugung der FE-Modelle

Im rechten Schläfenbereich fehlte beim CT, das *post mortem* aufgenommen wurde, ein Teil der Knochenplatte, der zuvor neurochirurgisch entfernt worden war. Dieses Loch wurde bei der Segmentierung von Hand mit dem Malprogramm *xpaint* zugemalt. Aus den so entstandenen Daten wurden die Modelle 2A, 2B (Abb. 6.14), 3A (Abb. 6.16) und 3B (Abb. 6.13) aus Tab. 6.1 generiert. Mit allen vier Modellen wurde der Unfallablauf durchgerechnet; die Ergebnisse werden in den folgenden Unterabschnitten

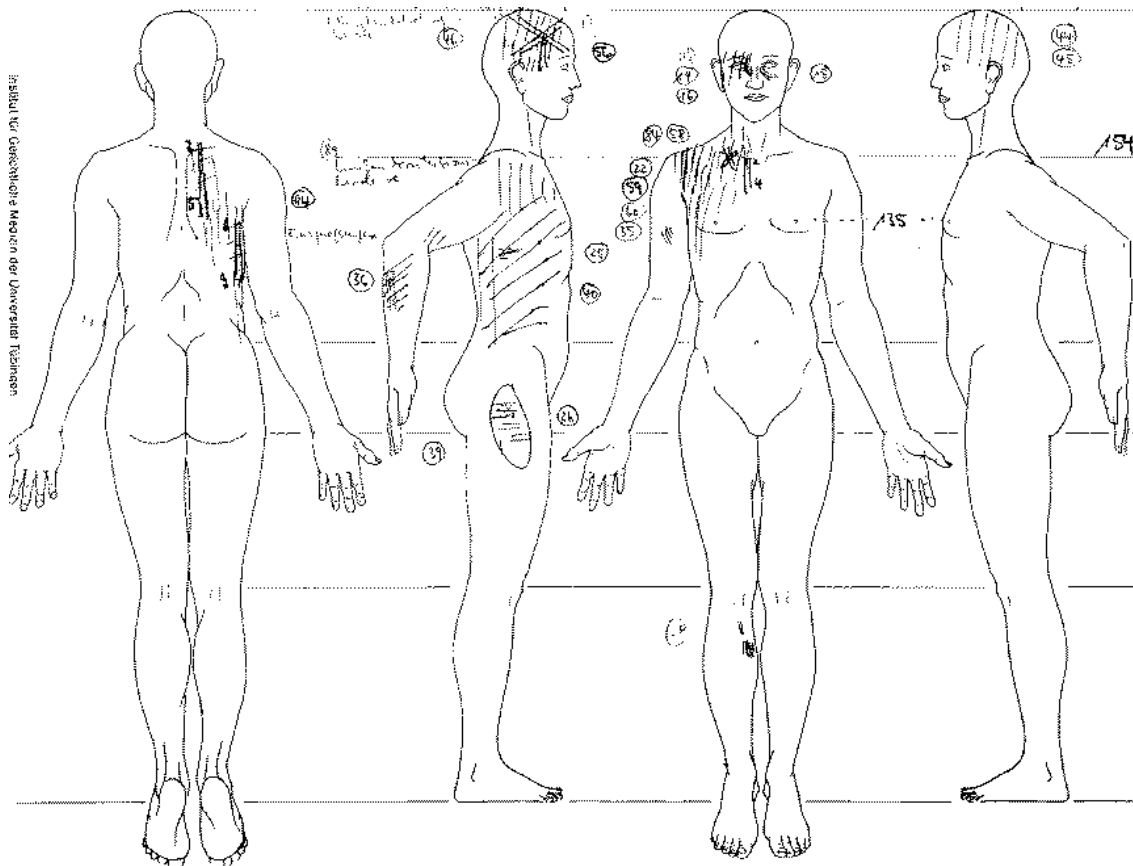


Abbildung 8.6: Forensische Dokumentation der oberflächlichen Wunden. Diese befinden sich fast ausschließlich auf der rechten Körperseite, weil der Sturz nach rechts erfolgte. Schraffierte Linien bedeuten Hautabschürfungen, gekreuzte Linien Frakturen. (Das Bild wurde von der Gerichtsmedizin zur Verfügung gestellt.)

vorgestellt. Besonderen Wert möchte ich auf die äußeren Randbedingungen legen, denn diese waren teilweise entscheidend, um das Verletzungsbild richtig wiederzugeben.

8.3.3 Photogrammetrie

Die photogrammetrisch dokumentierten Gehirnverletzungen sind in Abb. 8.19, von basal (=von unten) gesehen, in eine Ebene projiziert worden. Es finden sich drei Hauptverletzungsherde: Die Coupverletzung rechts parietal, die Contrecoupverletzung nahe am Foramen Magnum (in der Abbildung rechts oben) und ein großes Verletzungsgebiet im linken Frontalbereich (in der Abbildung links oben). In Abb. 8.32 findet man dreidimensionale Darstellungen derselben Verletzungsherde. Dort sind mehrere Hirnscheiben schematisch übereinandergelegt; im rechten Bild sind die Verletzungen noch zusätzlich eingerahmt und den Hauptverletzungen zugeordnet.

8.3.4 Die Mehrkörpersimulation

Die Simulation des Erstkontakts wird in guter Näherung durch das Umfallen eines Männchens aus dem Stand simuliert. Durch den Schulteraufprall wird die meiste Wucht genommen; der Kopf bewegt sich jedoch weiter und prallt schließlich auf den Boden auf. Die Unfallabfolge ist in Abb. 8.7 abgedruckt.

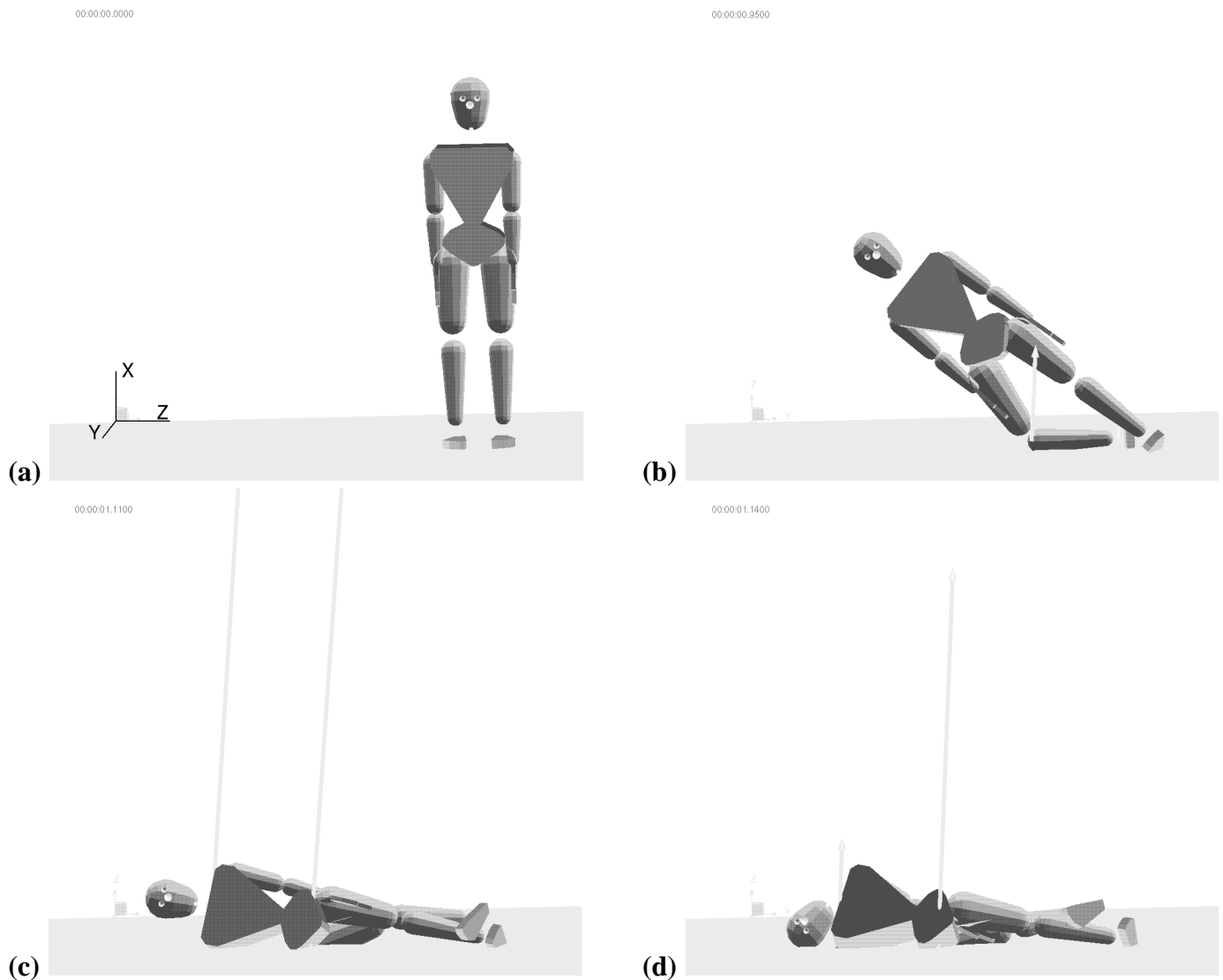


Abbildung 8.7: Mehrkörpersimulation des fallenden Männchens: (a) Anfangszustand - (b) Fallphase - (c) Schulteraufprall - (d) Kopfaufprall. Das verwendete Koordinatensystem ist in Abb. (a) dargestellt. Die Pfeile deuten die Bodenreaktionskraft auf die verschiedenen Körperteile an.

Die Mehrkörpersimulation liefert uns die Trajektorie des Kopfansatzpunktes (Abb. 8.8) und zusätzlich noch die Bodenreaktionskraft (Abb. 8.9). Die MKS-Rechnungen dieses Falles wurden mit dem kommerziellen Programm DADS [23] von meinen Kollegen Arnim Henze und Thomas Rosemeier durchgeführt.

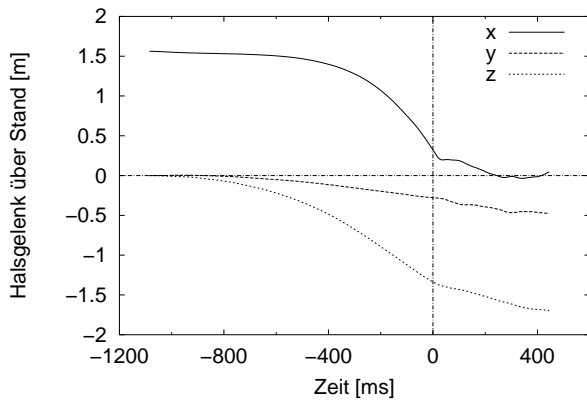


Abbildung 8.8: Trajektorien des Halsgelenks als Ergebnis der MKS-Simulation. Das Koordinatensystem ist in Abb. 8.7 (a) dargestellt, die Abstände sind bezüglich des Fußpunktes am Anfang gemessen. Die Zeitskala ist so verschoben, dass der Zeitpunkt $t = 0$ mit dem Anfangszeitpunkt der Finite-Elemente-Simulation übereinstimmt.

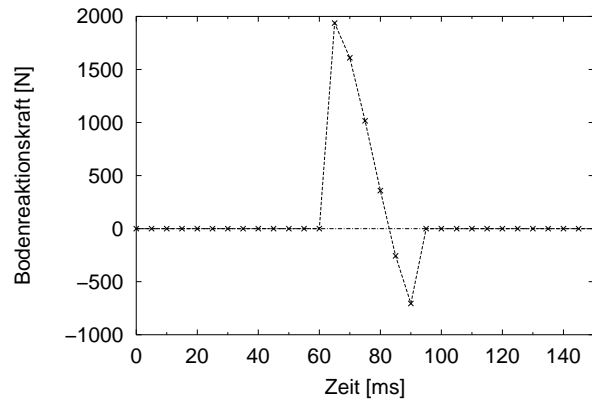


Abbildung 8.9: Bodenreaktionskraft als Ergebnis der MKS-Simulation. In die Kraft ist eine Dämpfung nach dem Gesetz $F = kx - f(v)$ eingebaut, wodurch der negative Anteil der Kraft zustandekommt. Die Zeitskala ist dieselbe wie in Abb. 8.8. Der Kontakt Kopf-Straße beginnt etwa 60 ms nach dem so gewählten Nullzeitpunkt.

8.4 FE-Simulation von Fall L115/97 mit den 2D-Modellen

In diesem Abschnitt wird, falls nicht ausdrücklich vermerkt, immer Modell 2B mit der Falxmembran benutzt.

8.4.1 Zweidimensionale Modellierung

An der Unterseite des Kopfes wurde ein kleiner Hals angefügt, der dergestalt war, dass der Abstand vom Schwerpunkt des Kopfes zum Gelenkpunkt derselbe war wie bei der MKS-Simulation (12,4 cm, Abb. 8.17). Dadurch ist gewährleistet, dass das Rotationsverhalten des Kopfes in beiden Simulationstypen dasselbe ist. Der Hals wurde mit *Plane strain*-Elementen und Knocheneigenschaften modelliert. Die Anflugphase des Kopfes wurde für die FE-Modellierung gewaltig verkürzt, weil ein Finite-Elemente-Modell naturgemäß für sich weit bewegende Körper ungeeignet ist; man würde hierfür tagelange Rechenzeiten benötigen, ohne etwas gegenüber dem MKS-Modell zu gewinnen. Deshalb wurde der Zeitpunkt $t = 0$ bis kurz vor Stoßbeginn verschoben (Abb. 8.8). Dafür wurde allen Knoten die Anfangsgeschwindigkeit nach unten gegeben, die der Kopf nach der MKS-Simulation zu diesem Zeitpunkt hat (4,9 m/s). Die Anfangsposition wurde so gewählt, dass der Schädel waagrecht über der Straße, der Hals also parallel zur Straße steht. Diese Anfangsposition entspricht der Position des Kopfes zum Zeitpunkt $t = 0$ (in etwa Abb. 8.7 c). Den äußersten Halsknoten wurde eine Verschiebungs-Randbedingung vorgegeben: Die Verschiebung ist zu jedem Zeitpunkt genau so groß wie die Verschiebung des Halsgelenks in der MKS-Simulation, wie sie in Abb. 8.8 dargestellt ist. Diese Art der äußeren Randbedingung bezeichne ich als „am Hals geführt“. Zusätzlich wirkt auf alle Knoten die Gravitation. Auf diese Weise wird der Kopf vom Hals und von der Gravitation weiter auf die Straße zubewegt.

In Abb. 8.10 ist diese Vorgehensweise symbolisch angedeutet. Mit der durchgezogenen Linie ist die

nach unten gerichtete Komponente der Halstrajektorie über die Zeit aufgetragen (vgl. Abb. 8.8, x -Komponente). Zu verschiedenen Zeitpunkten ist die Kopfposition eingezeichnet. Zunächst fällt der Kopf gleichmäßig mit dem Rest des Körpers um (Zeitpunkt 1, vgl. Abb. 8.7 b). Dann trifft die Schulter des Mannes auf den Boden auf. Dadurch macht die Halstrajektorie plötzlich einen Knick. Der Kopf jedoch wird weiter auf den Boden zubeschleunigt, es kommt zu einer Rotationsbewegung. Der Boden schließlich wird durch einen fixierten Starrkörper modelliert. Zwischen Boden und Schädel kommt es zum Kontakt (Zeitpunkt 2), eine Kontaktkraft wirkt nach dem Algorithmus von Abschn. 3.7. Der Kopf prallt dadurch wieder zurück (Zeitpunkt 3).

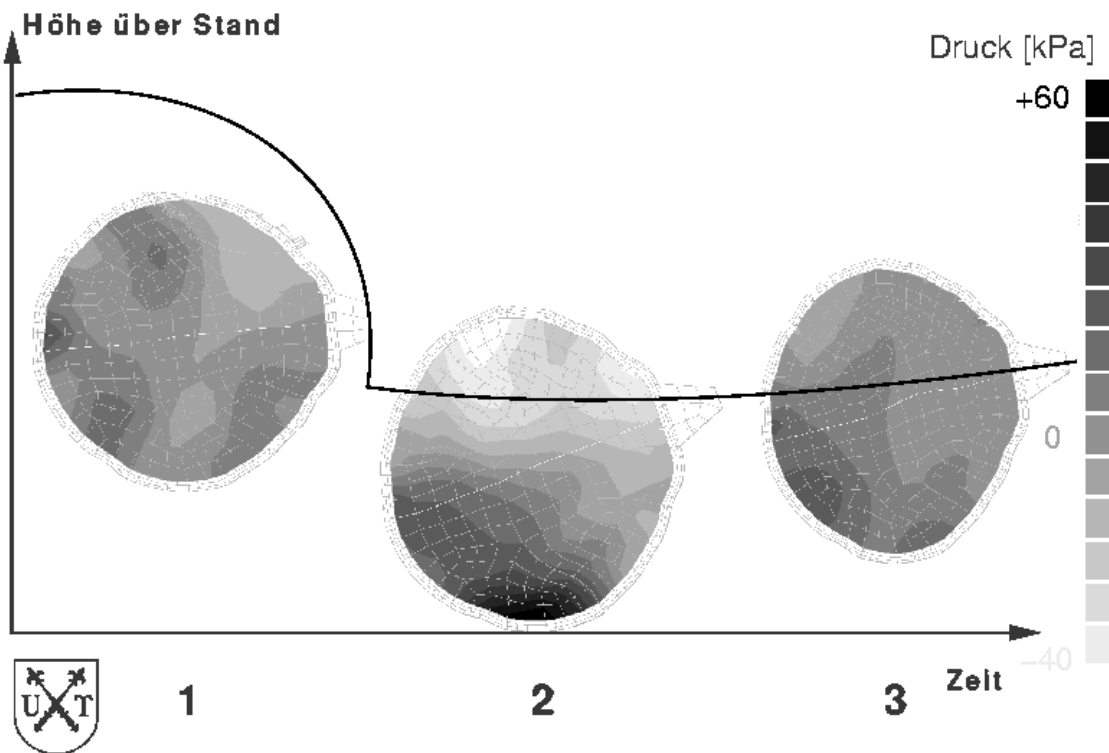


Abbildung 8.10: Symbolisch dargestellter Sturzablauf. Mit der durchgezogenen Linie ist die Halstrajektorie dargestellt (vgl. Abb. 8.8, x -Komponente). Der Hals des FE-Modells ist daran befestigt; der Kopf prallt im Laufe der Bewegung auf den Boden auf. Mit den Graustufen ist der hydrostatische Druck im Gehirn zum jeweiligen Zeitpunkt eingezeichnet.

8.4.2 Wichtigste Ergebnisse der 2D-Simulation

- **Reaktionskraft:** Der Stoß erfolgt bei diesem Modell nach etwa 30 ms (die Zeitskala ist etwas verschieden von der des MKS-Systems). Die Reaktionskraft baut sich auf und erreicht nach 35 ms ihr Maximum (Abb. 8.14). Die FE-Simulation ergibt dabei einen Wert von 6000 N – im Vergleich hierzu ergab die MKS-Simulation nur 2000 N ; dafür dauerte dort der Stoß auch länger an (Abb. 8.9). Man erkennt hieraus, dass die Kontaktformulierungen in den verschiedenen Programmen

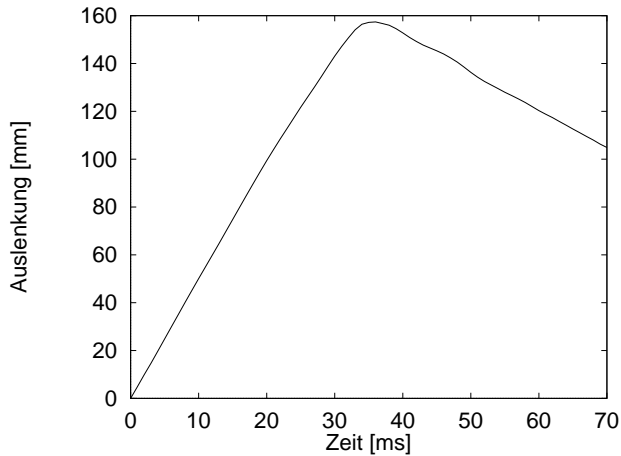


Abbildung 8.11: Kopf-Schwerpunktsauslenkung der 2D-Simulation (vertikale [=x-]Komponente).

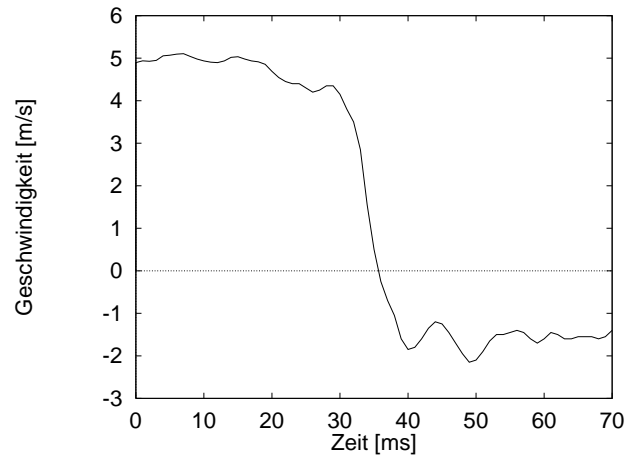


Abbildung 8.12: Kopf-Schwerpunktsge- schwindigkeit der 2D-Simulation (vertikale [=x-]Komponente).

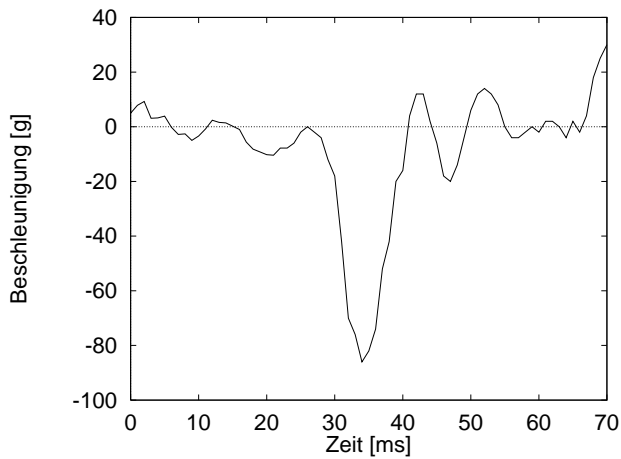


Abbildung 8.13: Translatorische Kopf- Schwerpunktsbeschleunigung der 2D- Simulation (vertikale [=x-]Komponente). Daraus ergibt sich ein $HIC=289$.

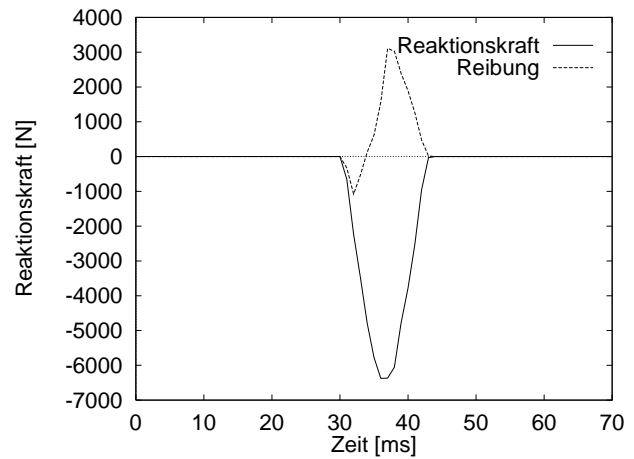


Abbildung 8.14: Reaktionskraft der 2D- Simulation. Mit der durchgezogenen Linie ist die Bodenreaktionskraft senkrecht zum Boden dargestellt, mit der gestrichelten Linie die Rei- bung entlang dem Boden.

nicht identisch sind, die Kräfte aber bis auf einen Faktor 3 übereinstimmen. Damit können wir zumindest qualitative Aussagen mit unserem FE-Modell machen.

- **Reibung:** Durch die äußere Halsführung auch parallel zur Straße ergibt sich schon beim ersten Aufprall ein Rutschen auf der Straße. Da wir einen Haftreibungsfaktor zwischen Kopf und Straße von $\tau_{max} = 57.000 \text{ kPa}$ (S. 55f) und eine Gleitreibungszahl von $f_C = 0,5$ eingeführt haben, kommt es parallel zur Straße zu Reibungsverlusten (Reibungskraft Abb. 8.14; Reibungsverlust-energie Abb. 8.15, *friction*-Kurve). Der Gleitreibungskoeffizient wurde als Reibungskoeffizient zwischen Knochen und Stahl nach [103] abgeschätzt, die maximale Haftreibungs-Scherspannung nach einer Empfehlung von ABAQUS ([4] §5.1.2), nach der in etwa gilt

$$\tau_{max} \cong \frac{\sigma_{FP}}{\sqrt{3}} \quad (8.2)$$

Aus der Fließspannung (bzw. Bruchspannung) σ_{FP} des Knochens von 100.000 kPa (Tab. 6.2) ergibt sich damit $\tau_{max} \cong 57.000 \text{ kPa}$.

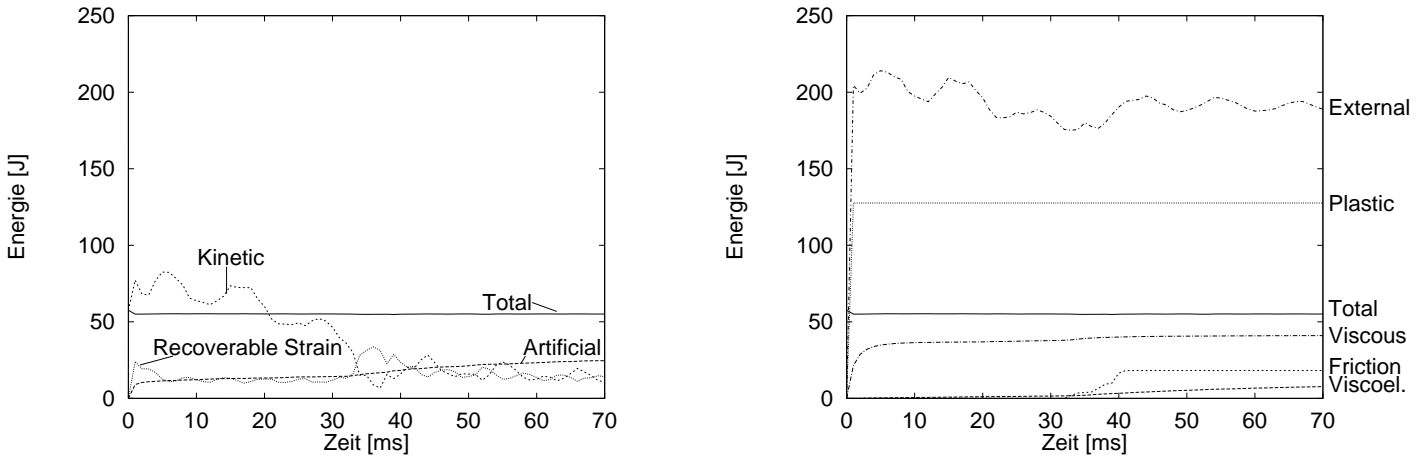


Abbildung 8.15: Energiebilanz der 2D-Simulation. Anfänglich ergibt sich aufgrund der Tied-Kontaktbedingung zwischen Knochen und Gehirn eine plastische Verformung des Knochens, um die Elemente fest ans Gehirn zu binden (Abb. 8.17, Theorie S. 55f). Von daher rührt der Anstieg der plastischen und externen Energie zu Beginn. Weitere Erläuterungen siehe Text.

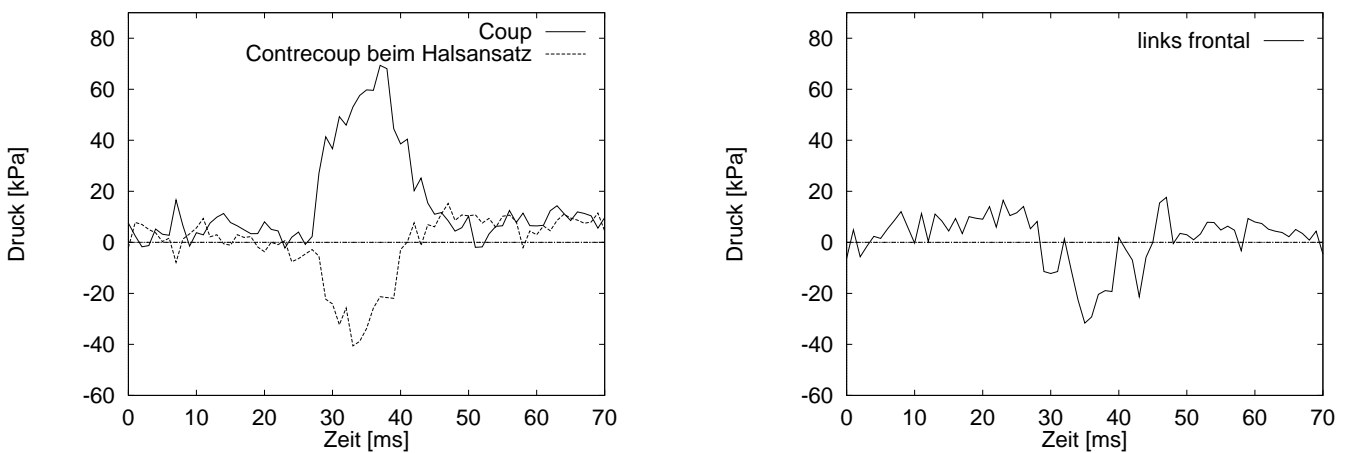


Abbildung 8.16: Druckverlauf (gemittelt über $\pm 5ms$) am Coup, Contrecoup und links frontal.

- Beschleunigung und HIC:** Die Maximalbeschleunigung des Kopfes liegt bei $80 g$ (Abb. 8.13; daraus ergibt sich ein HIC-Wert von 289. Dieser Wert ist ziemlich niedrig und würde normalerweise nicht als tödlich eingestuft; man erkennt hieraus die Mangelhaftigkeit dieses Kriteriums, denn die Rotationsbeschleunigung des Kopfes und das anschließende Schleifen auf der Straße ist in dem Kriterium nicht enthalten. Man bedenke ferner, dass der Patient den Sturz noch zwei Tage lang überlebte. Die Beschleunigung ist vor allem deshalb so niedrig, weil die Hauptwucht des Aufpralls von der Schulter abgefangen wurde. Die Beschleunigungskurve wurde um $\pm 2ms$ gemittelt, da die numerischen Ableitungen ziemlich kritisch waren. Die Auslenkung des Kopfes aus der ursprünglichen Lage erfolgt gleichmäßig (Abb. 8.11); nach $35 ms$ ist der Wendepunkt erreicht, der Kopf prallt zurück. Die Kopfgeschwindigkeit (Abb. 8.12) sinkt von $5m/s$ vor dem Aufprall auf etwa $2m/s$ nach dem Aufprall ab; Grund hierfür sind die Verluste durch Reibung und

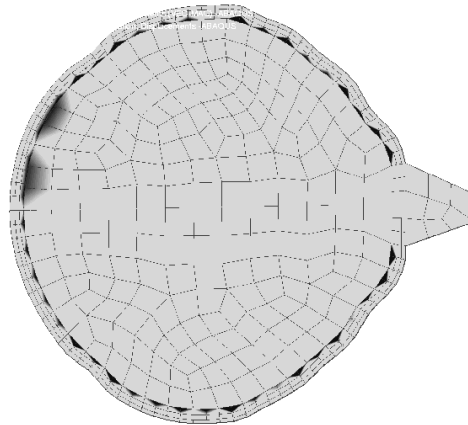


Abbildung 8.17: Anfangszustand der 2D-Simulation: Der Knochen ist mit seiner feineren Vernetzung gegenüber dem Gehirn schon plastisch verformt (schwarze Schlieren), um den *tied contact* zu erzwingen. Rechts ist ein kleiner Hals angebracht; an dessen rechter Seite setzt die Halsführung an. Der Abstand vom Führungspunkt zum Kopfschwerpunkt beträgt 12,4 cm wie bei der MKS-Simulation.

Viskoelastizität sowie durch die abwärts gerichtete Gravitation.

- **Energien** (Abb. 8.15): Zu Beginn der Simulation wurde der Knochen aufgrund des *tied contact* an das Gehirn plastisch etwas deformiert (Abb. 8.17). Deshalb steigt bis zur ersten Millisekunde die plastische und die externe Energie rapide an; die totale Energie macht einen kleinen Knick. Abgesehen davon bleibt die totale Energie (Glg. 3.23) die ganze Zeit über mit 55 J konstant. Der *artificial strain*, unser Maß für die numerische Richtigkeit der Lösung, steigt während der Simulation auf 25 J an, was im Vergleich zur gesamten im System vorkommenden Energie (totale Energie + externe Energie $\cong 250 J$) 10% beträgt, also im Rahmen liegt. Man erkennt aber deutlich das schlechtere numerische Verhalten von flachen Kontinuumselementen im Vergleich zu Schalenelementen (vgl. Energiebilanz beim Modell 3B, Abb. 8.29). Kinetische Energie und Spannungsenergie vibrieren stark, was durch die leichte Anregung von Eigenschwingungen in dem zylinderartigen zweidimensionalen Modell zu erklären ist, das an den flachen Seiten nicht von Knochen umschlossen ist. Ähnliches haben wir auch schon bei den Validierungssimulationen (Abschn. 7.4.2.1) gesehen. Verluste treten in diesem Modell durch Reibung (18 J), viskoelastische Dämpfung im Gehirn (8 J) und *bulk viscosity* (viskose Dämpfung der Eigenmoden, 41 J) auf. Man erkennt also einen geringfügigen Effekt dieser Modellierungsparameter, die allerdings verglichen mit den Unsicherheiten des Modells marginal sind. Die externe Energie schließlich beinhaltet die plastische Anfangsverformung, die externe Halsführung und die Gravitation.
- **Drücke:** Die wichtigsten Ergebnisse dieser Simulation sind die Drücke im Gehirn. Aufgrund der starken Vibrationen des Modells, verursacht durch den Kontaktformalismus, wurden die Werte über $\pm 5 ms$ gemittelt, um erkennbare Resultate zu erhalten. Dadurch zeigt sich aber ein klares Bild: An der Aufprallstelle bildet sich während des Kontaktzeitraumes ein Überdruck von fast 70 kPa aus, gegenüber im Unterdruckbereich erhalten wir Unterdrücke bis zu $-45 kPa$ (Abb. 8.16). Betrachten wir eine Momentaufnahme des Druckes im Gehirn zum Zeitpunkt 35 ms, also während des Reaktionskrafthöhepunktes (Abb. 8.18), so erkennen wir am unteren Bildrand einen hohen Überdruck um die Aufprallstelle (Coup), oben links im linken Frontalbereich einen hohen

Unterdruck und oben rechts nahe dem Halsansatz eine zweite Unterdruckstelle.

8.4.3 Vergleich der 2D-Simulation mit den tatsächlichen Verletzungen

Der Vergleich der Druckverteilung (Abb. 8.18) mit den tatsächlichen Verletzungen (Abb. 8.19) zeigt eine eindrucksvolle Übereinstimmung der Hauptverletzungen mit den auffälligen Über- und Unterdruckstellen. Die drei Hauptverletzungsherde konnten in der 2D-Simulation durch hohe Druckamplituden wiedergegeben werden, wodurch unser Modell als bestätigt angesehen werden kann: Selbst wenn die Zahlen quantitativ nicht ganz richtig sind, konnte doch qualitativ der Verletzungsablauf nachgerechnet werden. Dass es sich bei den beiden Unterdruckgebieten tatsächlich um getrennte Gebiete handelt, zeigt Abb. 8.20: Hier ist entlang einer Linie zwischen den beiden Unterdruckgebieten der Druck über die Zeit aufgetragen. Darunter (Abb. 8.21) ist die Druckentwicklung entlang einer Linie zwischen Coupverletzung und der linksfrontalen Verletzung eingezeichnet: Man erkennt klar den Übergang vom hohen Druckverlauf am Coup zum hohen Unterdruckverlauf beim Contrecoup.

8.4.4 Weitere Ergebnisse

- **Druckgradienten:** Neben den bereits mit den Verletzungen korrelierten Drücken wurden auch die Druckgradienten (Abb. 8.22) nach dem in Anhang A beschriebenen Verfahren bestimmt. Diese unterliegen als numerische Ableitung von relativ wenigen Daten großen Schwankungen, weshalb sie hier nur in zweiter Linie betrachtet werden, obwohl man gerade hohen Druckgradienten das Zerreißen von Gewebe zuschreibt. Aber auch hier zeigt sich zum Zeitpunkt der größten Bodenreaktionskraft an den beiden Unterdruckstellen ein Gradientenmaximum. Die Coupstelle scheint in zwei Teile geteilt zu sein.
- **Scherspannungen:** Die Scherspannungen werden häufig auch mit den Verletzungen korreliert. In unserem Fall können wir die hohe Scherspannung links oben im Bild noch mit der linksfrontalen Verletzung in Verbindung bringen. Zu der hohen Scherspannung im Bild rechts jedoch finden wir keine zugehörige Verletzung. Die absolute Größe der Scherspannung ($< 10 \text{ kPa}$, Abb. 8.23) liegt in keinem Fall über der von KANG [68] als Grenzbelastung eingestuften Höhe von $11 - 16 \text{ kPa}$, allerdings nur knapp darunter. Bei einem Unsicherheitsfaktor von 2-3 können wir nicht ausschließen, dass die Grenzbelastungen nicht doch überschritten werden.

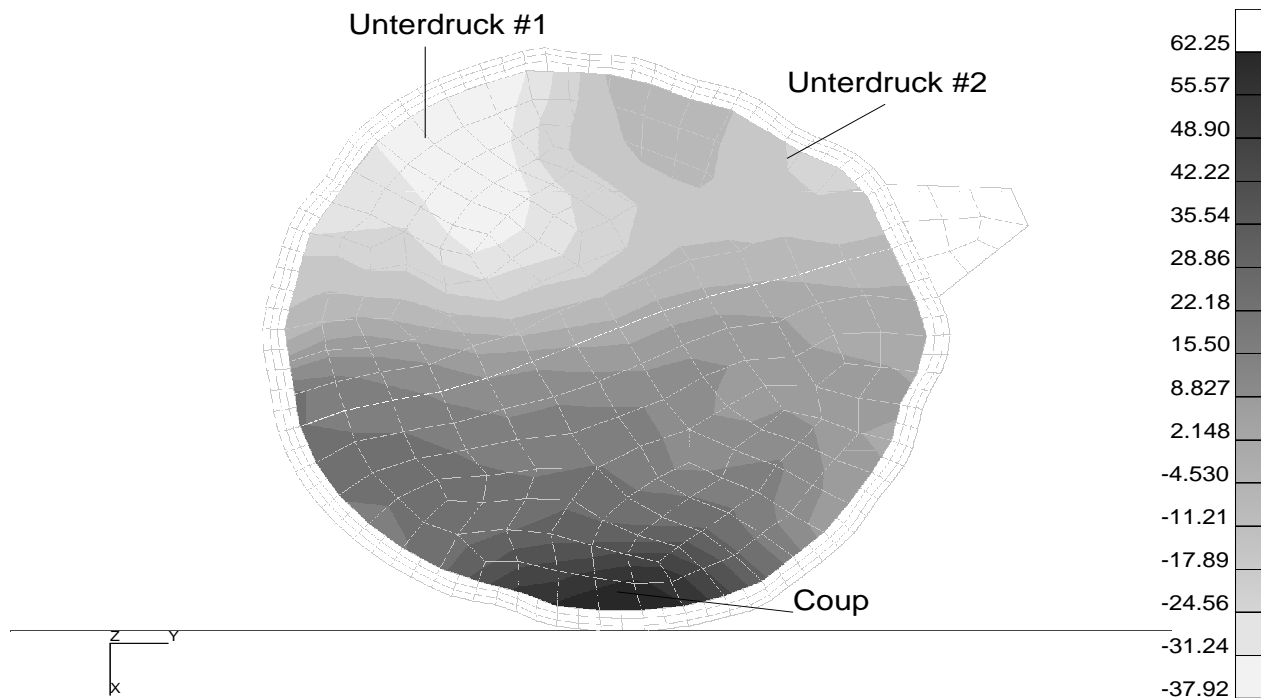


Abbildung 8.18: Momentaufnahme 35 ms nach Simulationsbeginn. Der Druck (in kPa) im Gehirn ist durch Grauwerte dargestellt (gemittelt über $\pm 5ms$).

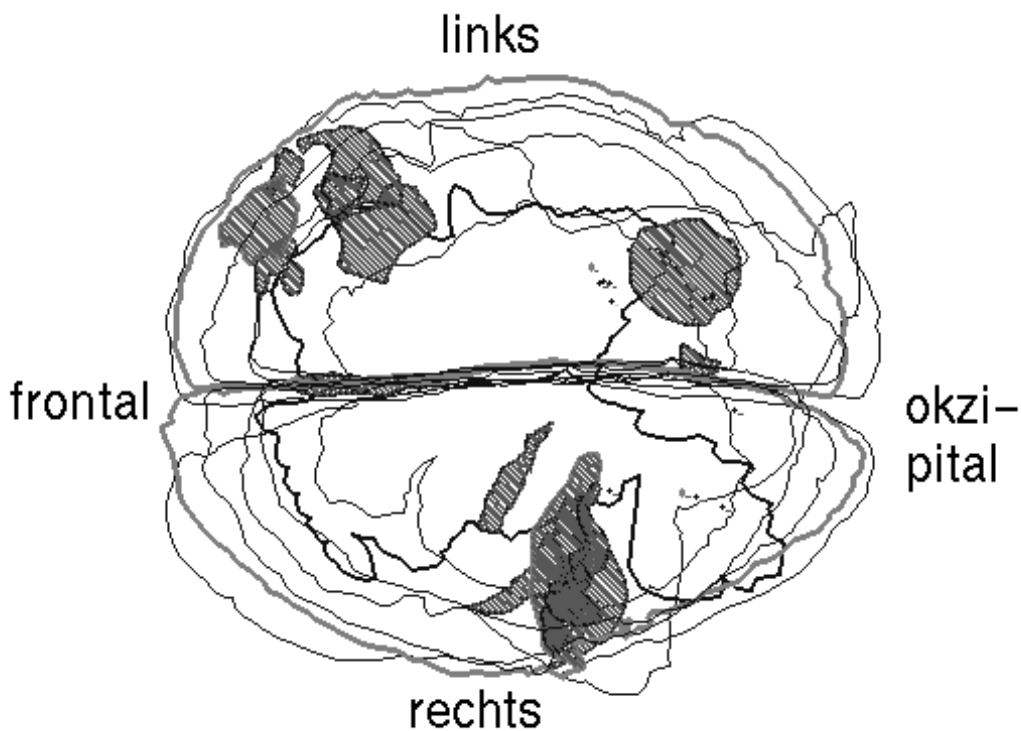


Abbildung 8.19: Photogrammetrisch dokumentierte Verletzungen im Gehirn, in eine von basal (=von unten) gesehene Ebene hineinprojiziert: Die wichtigsten Gehirnverletzungen sind in der Ebene eingetragen. Am unteren Bildrand erkennt man die Coupverletzung, oben rechts den Contrecoup am Foramen Magnum und oben links die linksfrontale Verletzungsverteilung. (Das Bild wurde von der Gerichtsmedizin zur Verfügung gestellt.)

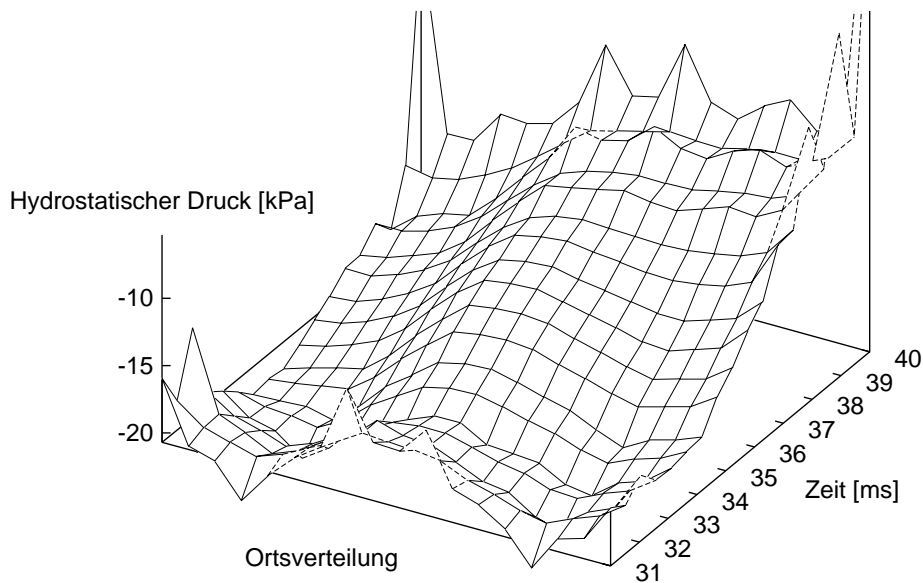


Abbildung 8.20: Druck von frontal links nach okzipital links entlang Linie 1 (s.u.) über die Zeit aufgetragen. Man erkennt deutlich zwei getrennte Drucktäler, die den beiden Hauptverletzungen auf der linken Seite zugeordnet werden können.

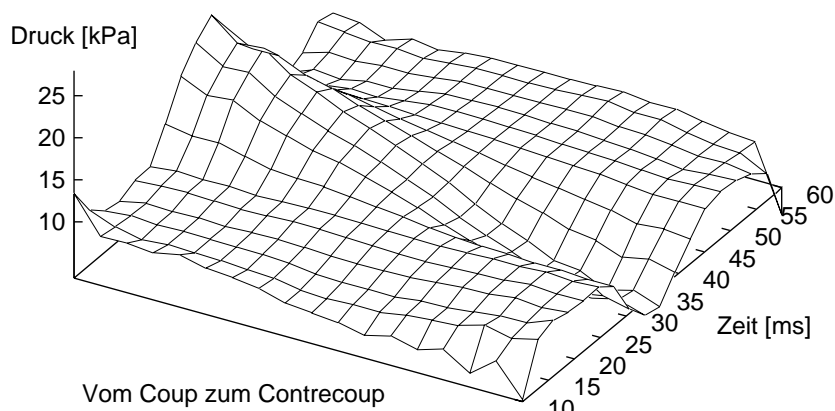
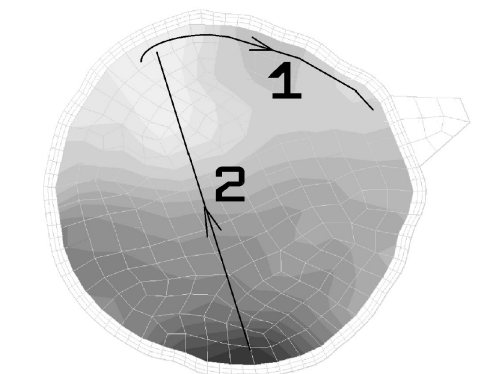


Abbildung 8.21: Druckverlauf von der Coupstelle zur Unterdruckstelle links frontal entlang Linie 2 (s.u.) über die Zeit aufgetragen. Der Druck wurde hierbei zeitlich über ± 5 ms und räumlich innerhalb eines Kästchens gemittelt.



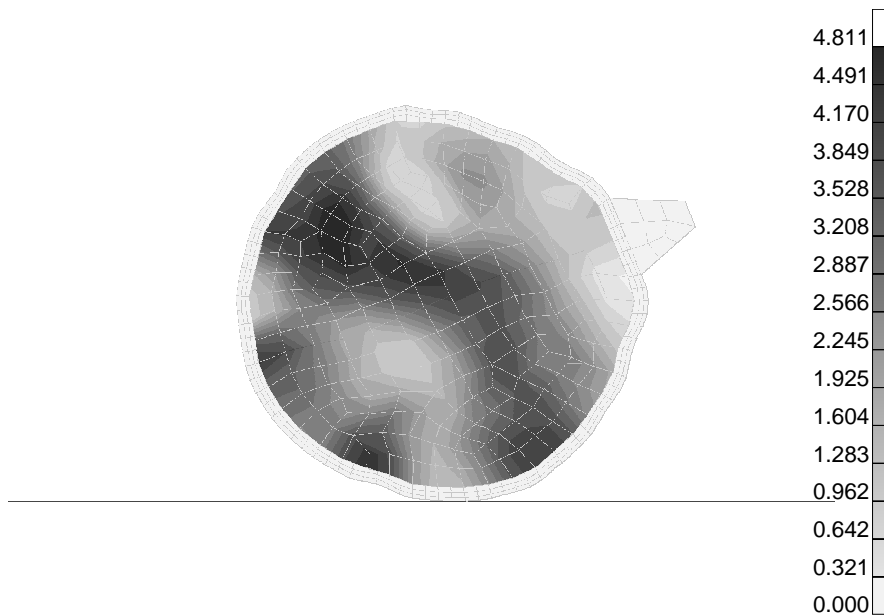


Abbildung 8.22: Betrag des Druckgradienten (in kPa/mm) zum Zeitpunkt des Aufpralls. Aufgrund der numerischen Ableitungen unterliegt er großen Schwankungen, aber auch hier zeigen sich hohe Gradientenmaxima an den Verletzungsstellen.

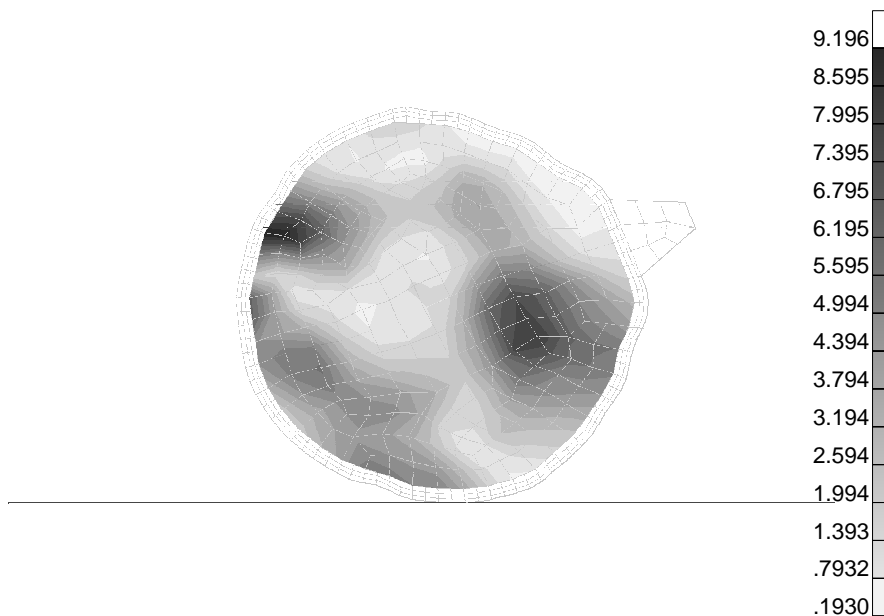


Abbildung 8.23: Maximale Scherspannung (in kPa) zum Zeitpunkt des Aufpralls. Die Scherspannung oben links könnte man noch mit einer Verletzung korrelieren, die Scherspannung unten rechts hat wahrscheinlich keine Entsprechung in einer Verletzung.

8.4.5 Parameterstudien

Es sollen nun noch zwei Dinge geklärt werden:

1. Welchen Effekt hat die äußere Randbedingung, also die Halsführung, auf die Resultate?
2. Welchen Effekt hat die Membran auf die Resultate?

Um diese Effekte zu studieren, wurden zwei Rechnungen *ohne* Halsführung durchgeführt: Die erste benutzte Modell 2A (ohne Membranen), die zweite Modell 2B (mit Membranen). Der Kopf wurde aus der Anfangshöhe mit derselben Anfangsgeschwindigkeit wie in der anderen Simulation ($4,9 \text{ m/s}$) lediglich unter Einfluss der Gravitation fallengelassen.

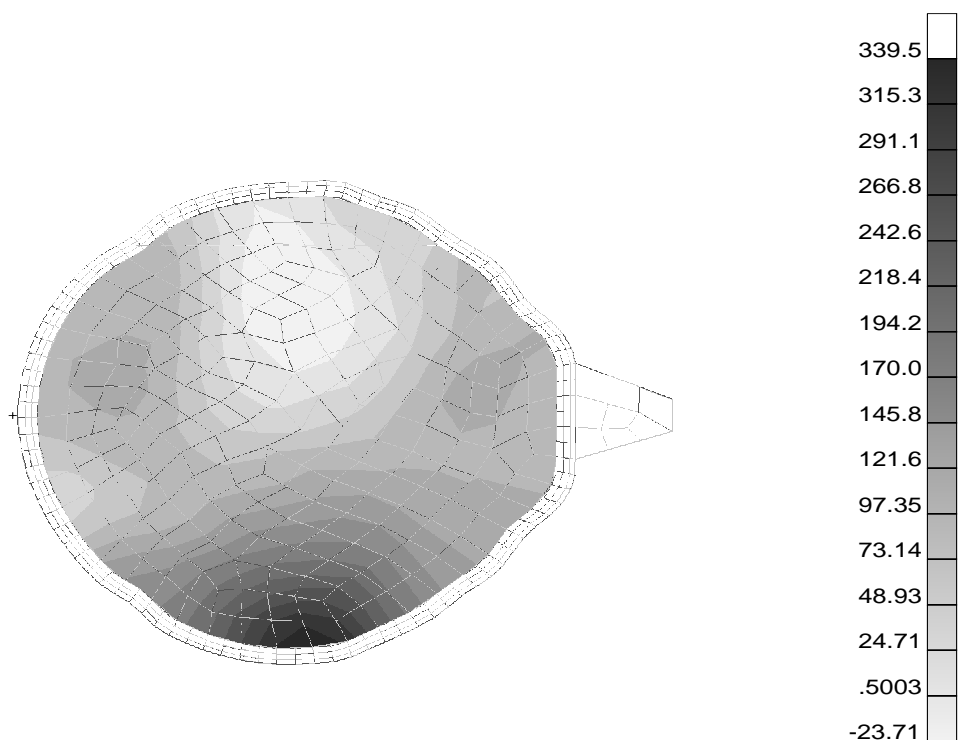


Abbildung 8.24: Rechnung ohne Falxmembran und ohne Halsführung (Modell 2A): Momentaufnahme des Drucks (in kPa) zum Aufprallzeitpunkt im Gehirn.

Der Druck wurde ganz analog zu den Rechnungen mit geführtem Hals über $\pm 5 \text{ ms}$ gemittelt, um die Eigenfrequenzen herauszufiltern. Bei der Rechnung *ohne* Falx und *ohne* Führung sieht man zunächst, dass der Stoß wesentlich härter ist, was daran liegt, dass der Kopf hier nicht von der Schulter abgefedert wird. Aber auch die Form des Druckbildes ist eine andere (Abb. 8.24). Es gibt im wesentlichen eine Coup- und eine Contrecoupzone. Die Contrecoupzone ist noch nicht voll ausgeprägt, der Druck ist in dieser Momentaufnahme noch deutlich geringer als der Coupdruck. Beim Zurückfliegen (hier nicht zu sehen) bilden sich an den Seiten unterhalb der Mitte noch zwei Unterdruckgebiete. Durch die Hinzunahme der Falx (Abb. 8.25) werden diese seitlichen Unterdrücke in den oberen Bereich oberhalb der Falx verlagert. Die obere Zone ist nun eine Unterdruck-, die untere eine Überdruckzone. Die Unterdruckzone ist nahezu

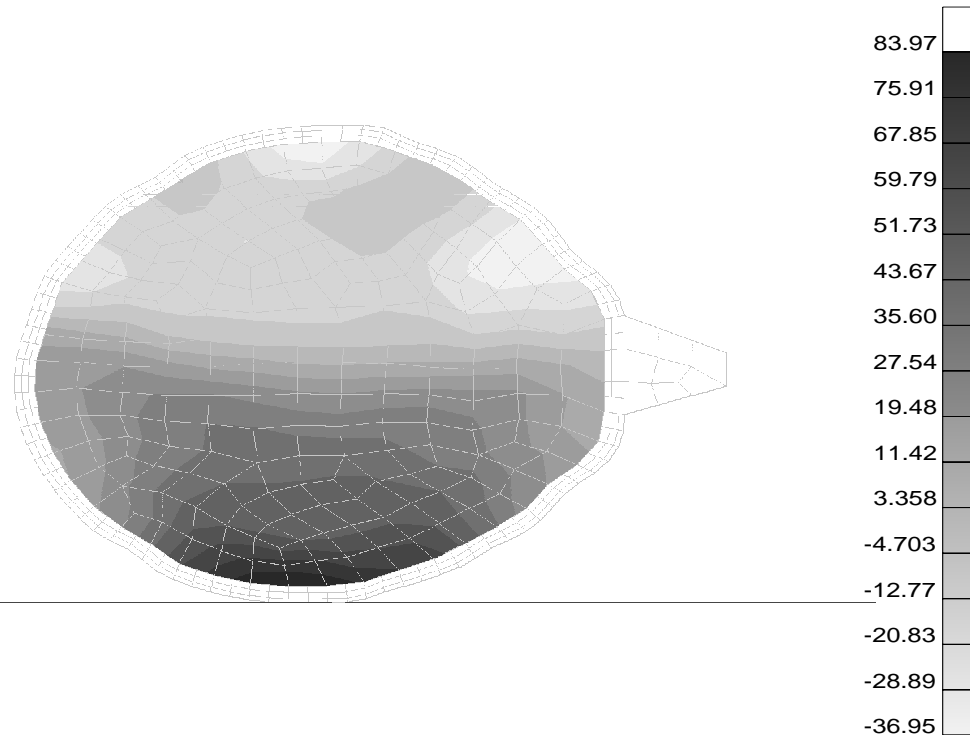


Abbildung 8.25: Rechnung mit Falxmembran, aber ohne Halsführung (Modell 2B): Momentaufnahme des Drucks (in kPa) zum Aufprallzeitpunkt im Gehirn (gemittelt über $\pm 5ms$).

symmetrisch in drei Unterdruckgebiete getrennt. Die Symmetrie hängt auch damit zusammen, dass der Aufprall nun genau in der Mitte der unteren Seite stattfindet, während durch die Halsführung der Kopf zuvor leicht gedreht worden war.

Offensichtlich ist die Falx dafür verantwortlich, dass im oberen Bereich mehrere Unterdruckzonen entstehen. Die Halsführung beeinflusst vor allem deren Position und Ausprägung. Der Vergleich mit den Unfalldaten belegt, dass die Rechnung mit Falx und mit Halsführung am besten funktioniert.

8.5 FE-Simulation von Fall L115/97 mit den 3D-Modellen

In den folgenden Unterabschnitten wird immer mit Modell 3B (mit den Membranen) gerechnet, sofern dies nicht ausdrücklich anders angegeben ist.

Dreidimensionale Modellierung: Die Unterseite des dreidimensionalen Modells enthält das Foramen Magnum. An den Randknoten dieses Loches ist ein Hals in Form von vier Stabelementen angebracht, die auf einen Halsgelenkpunkt zuführen, der sich genau $12,4\text{ cm}$ unterhalb des Schwerpunktes des Kopfes befindet (Abb. 8.26) und damit den gleichen Abstand von diesem wie bei der MKS- und der 2D-FE-Simulation hat. Stabelemente wurden gewählt, weil diese sich nicht quer zu ihrer Achse verbiegen

können. Diesem Hals wurden die Materialeigenschaften des einschichtigen Knochens (Tab. 6.2) zugeordnet.

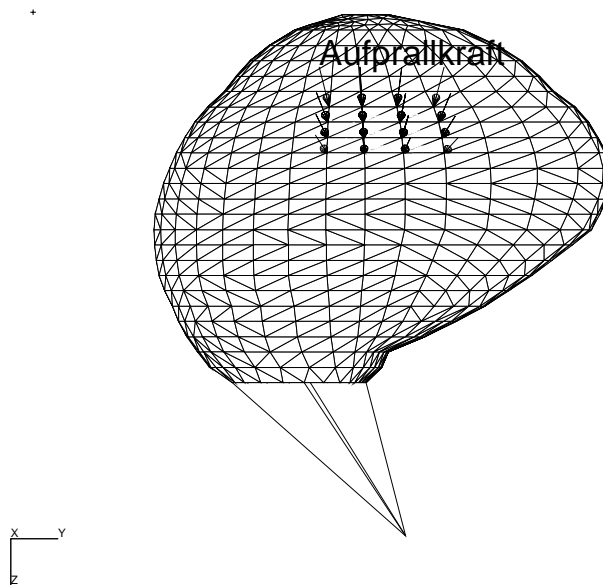


Abbildung 8.26: Ansicht des Modells 3B mit Hals und Aufprallstelle

Die Anfangsposition und Anfangsgeschwindigkeit wurde analog zur 2D-Simulation gewählt. Diesmal wurde der Aufprall auf die Straße jedoch nicht mit einem Kontaktalgorithmus ausgerechnet, sondern stattdessen wurde die in der MKS-Simulation bestimmte Reaktionskraft (Abb. 8.9) direkt auf die zum Aufprallzeitpunkt am tiefsten liegenden Elemente eingeleitet, um die Anregung von allzu vielen Eigenfrequenzen zu verhindern. Es stellte sich jedoch heraus, dass dies nicht allzu viel nützte, so dass wir daraus schließen müssen, dass die Anregung von Eigenfrequenzen vor allem der hohen Anfangsgeschwindigkeit zuzuschreiben ist. Ein zweiter Grund für diese Methode lag darin, eine bessere Übereinstimmung mit der MKS-Simulation zu erhalten.

Es handelt sich bei der Kontaktfläche um 18 Flächenelemente im rechten Schläfenbereich mit einer Gesamtfläche von 881 mm^2 (Abb. 8.26). Die Kraft wurde als gleichmäßiger Druck auf diese Fläche eingeleitet. Zur Bestimmung der tiefstliegenden Flächen wurde in einem ersten ABAQUS-STEP die ersten 60 ms reine Anflugphase simuliert. In einem zweiten STEP wurde dann der Stoß ausgeführt. Anfangsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 0$ war wiederum $4,9 \text{ m/s}$ wie bei der MKS-Simulation.

8.5.1 Wichtigste Ergebnisse der 3D-Simulation

- **Reaktionskraft und Reibung** entfällt hier, weil die Reaktionskraft von außen eingeleitet wurde (Abb. 8.9).
- **Beschleunigung und HIC:** Die Maximalbeschleunigung beträgt bei dieser Simulation nur etwa 60 g (Abb. 8.27), daraus ergibt sich ein HIC von 100 ($\Delta t = 18 \text{ ms}$). Er ist damit noch kleiner als

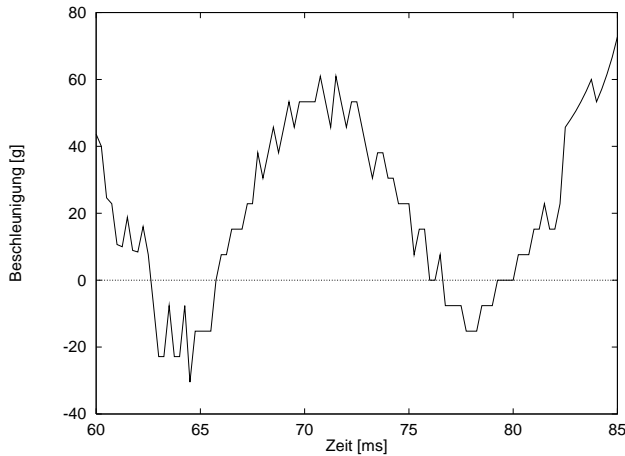


Abbildung 8.27: Beschleunigung der 3D-Simulation. Daraus ergibt sich ein HIC von 100 ($\Delta t = 18ms$).

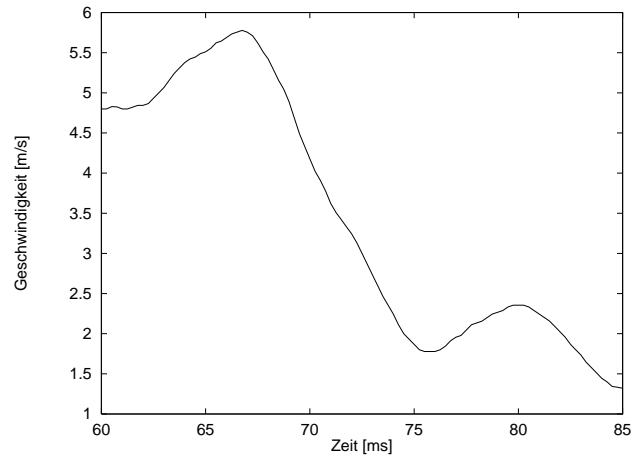


Abbildung 8.28: Geschwindigkeit der 3D-Simulation

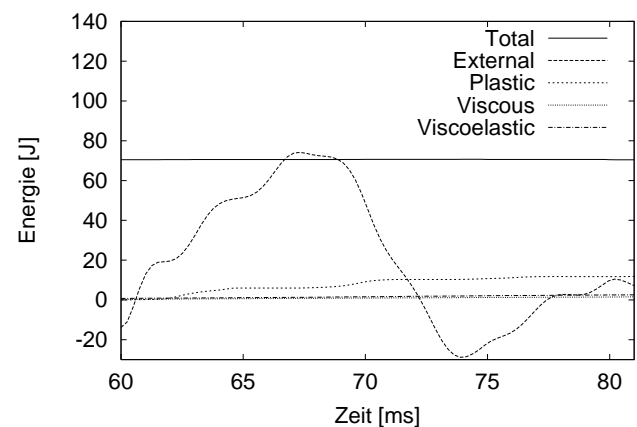
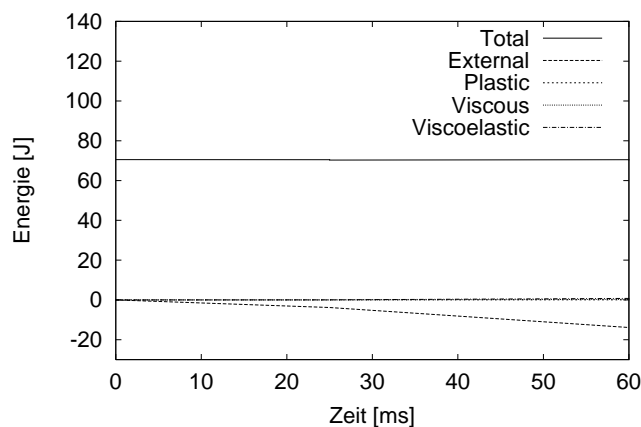
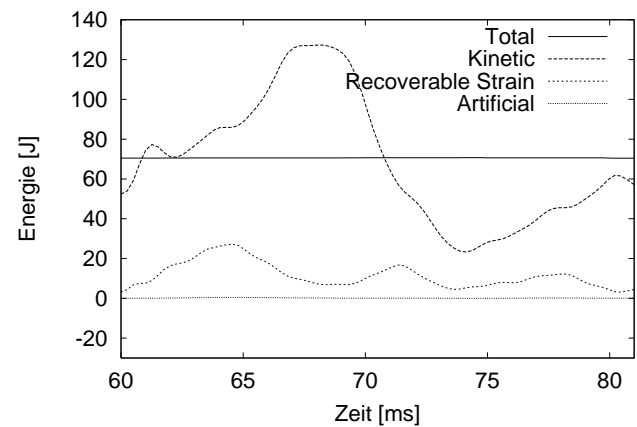
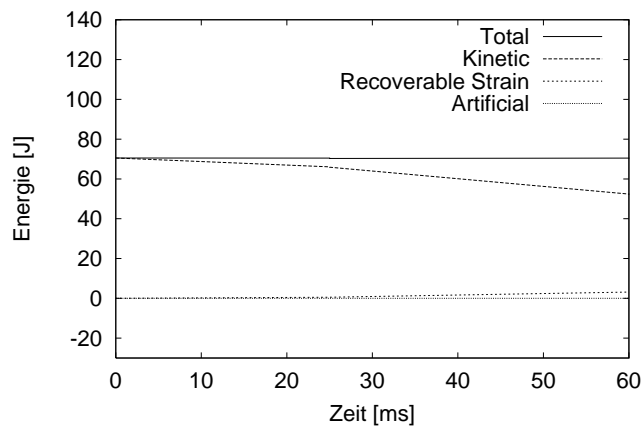


Abbildung 8.29: Energiebilanz der dreidimensionalen Simulation. In den linken Bildhälften ist die Anflugphase dargestellt, in den rechten die Stoßphase. Viskoelastische und viskose Verluste spielen keine Rolle, ebensowenig der artificial strain.

bei der 2D-Simulation. Dies liegt natürlich an der längeren Reaktionszeit; damit ist der Stoß weniger hart und die Beschleunigung kleiner. Man sieht aber an der Geschwindigkeit, dass der Stoß am Ende der Simulation noch nicht ganz abgeschlossen ist: Die Geschwindigkeit ist immer noch positiv, das heißt der Kopf ist zwar schon deutlich abgebremst, aber noch nicht in die umgekehr-

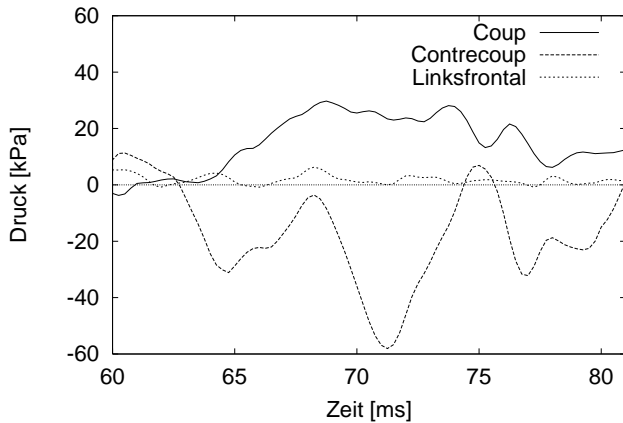


Abbildung 8.30: Druckverlauf im Coup- und Contrecoupbereich sowie an der linksfrontalen Verletzungsstelle. Die Drücke sind örtlich über Elemente im Verletzungsbereich und zeitlich über $\pm 5ms$ gemittelt.

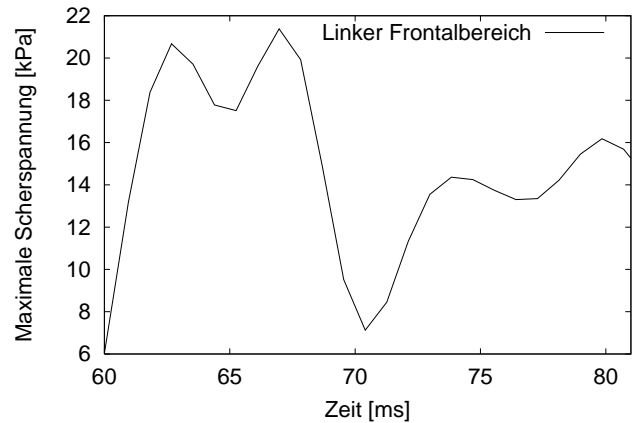


Abbildung 8.31: Ungemittelter Scherspannungsverlauf im linken Frontalbereich an der Stelle des lokalen Maximums (Abb. 8.40)

te Richtung beschleunigt worden. Dies mag an der Art der Kraftereinleitung liegen: Wir haben die Kraft normal zur Auftrefffläche auf 18 Elemente eingeleitet. Ändert man Krafrichtung und Auftrefffläche, ändert sich auch die Beschleunigung. Zudem wird ein Teil der eingeleiteten Kraft in irreversibler Formänderung verbraucht (plastische Verformung, s. Energiekurven Abb. 8.29), so dass nicht die ganze Kraft für den Rückstoß verwendet werden kann, wie das bei der MKS-Simulation der Fall ist. Dies ist für uns jedoch nicht erheblich, da es uns vor allem auf die Druckwerte zum Zeitpunkt der Maximalkraft ankommt und damit auf das Zeitintervall zwischen 60 und 70 ms .

- **Energien** (Abb. 8.29): Die totale Energie des Systems liegt mit 70 J etwas höher als bei der 2D-Simulation. Dagegen ist die kinetische Energie bei beiden Simulationen in demselben Bereich. Bei der 3D-Simulation wurde eine längere Anflugphase einberechnet, bei der durch die Gravitation und die externe Halsführung dem System kinetische Energie zugeführt wurde. Diese Energie wird als negative externe Energie in die Energiebilanz einberechnet. Die totale Energie ist deshalb ein wenig höher, damit die kinetische Anfangsenergie gleich bleibt. Im Verlaufe des Aufpralls unterscheiden sich die Kurven stärker; die Reaktionskraft wirkt bei der 3D-Simulation wegen der direkten Kraftereinleitung länger, daher sind auch die übrigen Kurven in die Breite gezogen. Die externe Energie enthält Gravitation, Halsführung und die Bodenreaktionskraft. Der *artificial strain*, der Gradmesser für die numerische Richtigkeit, liegt insgesamt bei 1 J (1/70 der Gesamtenergie). Die Modellierung des Knochens durch Schalelemente anstatt von Kontinuumelementen macht sich hier voll bezahlt. Bei den Verlustenergien tritt hier ein gewisser Grad an Plastifizierung ein: Dieser kommt dadurch zustande, dass die Fließspannung im Knochen überschritten wird – in Wahrheit bricht der Knochen hier, wie es ja im Unfall tatsächlich geschehen ist. Dies wurde in der 2D-Simulation nicht beobachtet. Andere Verluste wie durch viskoelastische und viskose (Dämpfung der Eigenmoden) Effekte treten hier in keinem nennenswerten Umfang auf; Reibung wurde in dieser Simulation nicht zugelassen.
- **Drücke:** Auch hier sind die Drücke wieder die wichtigsten Simulationsergebnisse. Momentaufnahmen des Drucks im Gehirn zum Aufprallzeitpunkt sind in den Abb. 8.33 bis 8.37 zu sehen. In Abb. 8.30 sind die Drücke an auffälligen Stellen über die Zeit aufgetragen, nämlich im Coup- und Contrecoupbereich sowie im unteren Frontalbereich. Die Drücke sind über mehrere Elemente

räumlich in diesem Bereich und zeitlich über ± 5 ms gemittelt.

- **Scherspannungen:** Momentaufnahmen der Scherspannungen im Gehirn aus verschiedenen Positionen sind in Abb. 8.38 bis 8.40 zu sehen. Bei der hinteren Aufprallstelle sowie im Okzipitalbereich findet sich erhöhte Werte und außerdem im unteren Frontalbereich. Der gesamte mittlere Bereich dagegen zeigt kein auffälliges Verhalten. In Abb. 8.31 ist man den Zeitverlauf der Scherspannungen im linken Frontalbereich abgedruckt.

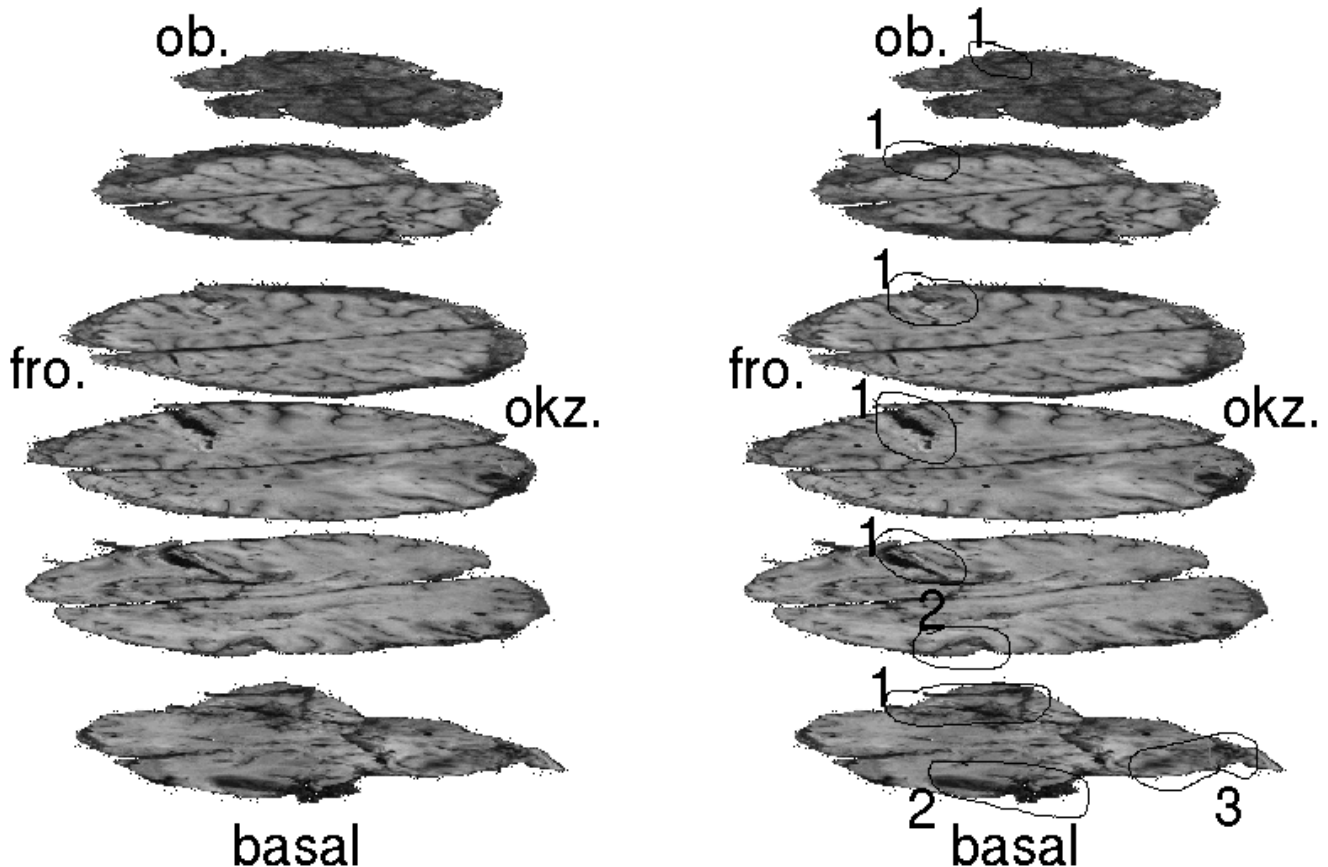


Abbildung 8.32: Photogrammetrische Rekonstruktion der Gehirnverletzungen. Das Gehirn ist in einzelne Scheiben geschnitten; diese sind mit stark vergrößertem Abstand übereinander abgebildet. Die unterste Hirnschicht schneidet sowohl das Groß- als auch (im Okzipitalbereich) das Kleinhirn. Beide Bilder zeigen dasselbe; im rechten Bild sind die Verletzungen noch eingerahmt und den Hauptverletzungsherden zugeordnet: 1=Coupverletzung, 2=Linksfrontale Verletzung, 3=Contrecoupverletzung. (Das Bild wurde von der Gerichtsmedizin zur Verfügung gestellt.)

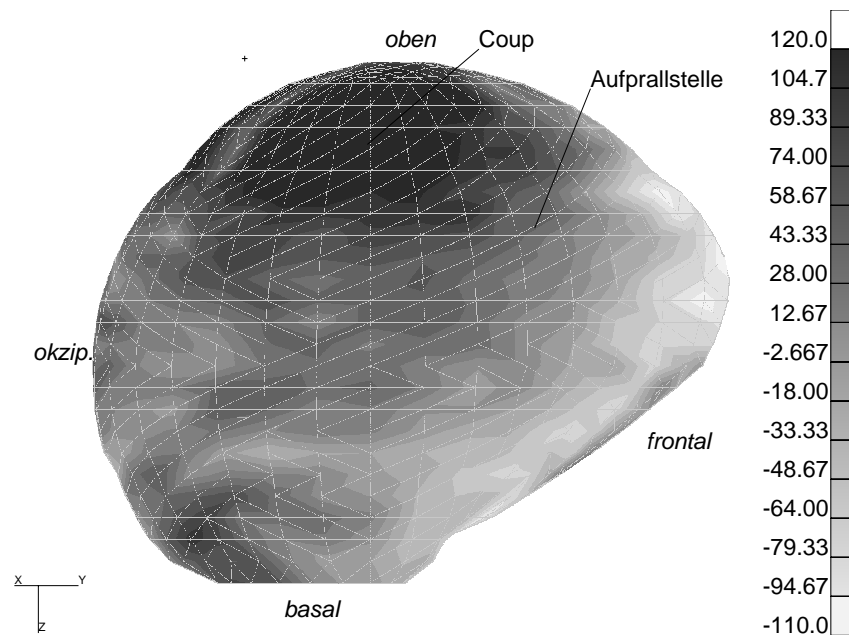


Abbildung 8.33: Ansicht der Außenseite des Gehirns von rechts, um 30° um die Longitudinalachse nach okzipital gedreht: Druck-Momentaufnahme im Gehirn (Zahlenwerte in kPa) $62,5 ms$ nach Simulationsbeginn ($2,5 ms$ nach Stoßbeginn). Deutlich ist die Überdruckzone im Coupbereich zu erkennen.

8.5.2 Vergleich der 3D-Simulation mit den tatsächlichen Verletzungen

Auch in drei Dimensionen gibt es eine gute Übereinstimmung zwischen realen Verletzungen (Abb. 8.32) und *Drücken* (Abb. 8.33 bis 8.35). In der Nähe des Aufprallortes auf der rechten Seite findet sich ein großes Überdruckgebiet (Abb. 8.33). Interessanterweise liegt dieser Überdruck nicht direkt unter den Elementen, auf die die Kraft eingeleitet wird (vgl. Abb. 8.26), sondern etwas weiter okzipital. Dies liegt an der durch die Anflugphase erzeugte Kopffrotation. Gegenüber auf der linken Seite findet sich im unteren Bereich ein großes Unterdruckgebiet (Abb. 8.34), das wir mit der Contrecoupverletzung in Verbindung bringen können; diese befindet sich im Kleinhirn nahe dem Foramen Magnum (Abb. 8.32). Die dritte Hauptverletzung befindet sich im linksfrontalen Bereich nahe an der Schädelbasis. Wir finden in unserer Simulation in diesem Bereich ebenfalls ein Unterdruckgebiet (Abb. 8.34, 8.37), welches bei uns allerdings ein wenig nach oben und rechts verschoben ist. Diese Ungenauigkeit ist wohl durch das Modell bedingt. Es liegt nahe, diesen Unterdruck mit den Verletzungen in Verbindung zu bringen. Betrachten wir den über $\pm 5 ms$ gemittelten Druckverlauf an den auffälligen Stellen (Abb. 8.30), so finden wir einen durchgängig positiven Druck während des Stoßes beim Coup und einen negativen beim Contrecoup; dagegen herrscht in dem linksfrontalen Bereich sogar ein leichter Überdruck. Deshalb können wir die Verletzung links frontal nicht mit einem nur kurzzeitig wirksamen Unterdruck zu dem Zeitpunkt von Abb. 8.34 korrelieren. In Abb. 8.35 und 8.36 sind noch Schnitte durch das Gehirn zu sehen. Das erstgenannte Bild zeigt einen Sagittalschnitt durch das Großhirn in der Ansicht von rechts. Man erkennt im Bild links oben den tief eindringenden Überdruck (Coupverletzung); im Frontalbereich erkennt man die Unterdruckzone, die wir zunächst mit der links-frontalen Verletzung in Verbindung gebracht hatten. Das zweitgenannte Bild zeigt einen Horizontalschnitt des Kleinhirns in der Ansicht von oben; hier findet man

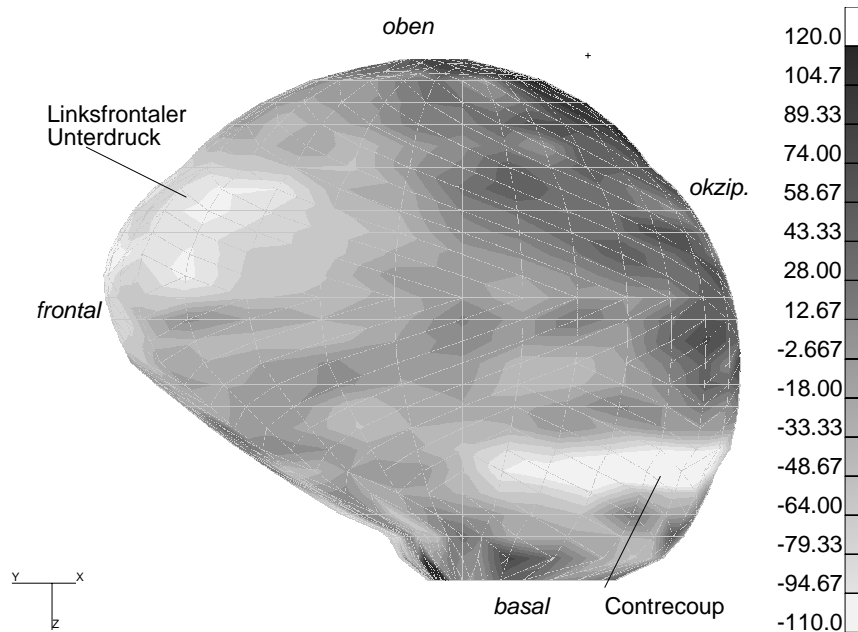


Abbildung 8.34: Ansicht des der Außenseite des Gehirns von links, um 30° um die Longitudinalachse nach frontal gedreht: Druck-Momentaufnahme im Gehirn (Zahlenwerte in kPa) 2,5 ms nach Stoßbeginn. Man erkennt im rechten Bildbereich das Contrecoup-gebiet und links unterhalb der Stirn einen weiteren Unterdruckbereich, den man mit der linksfrontalen Verletzung in Übereinstimmung bringen könnte.

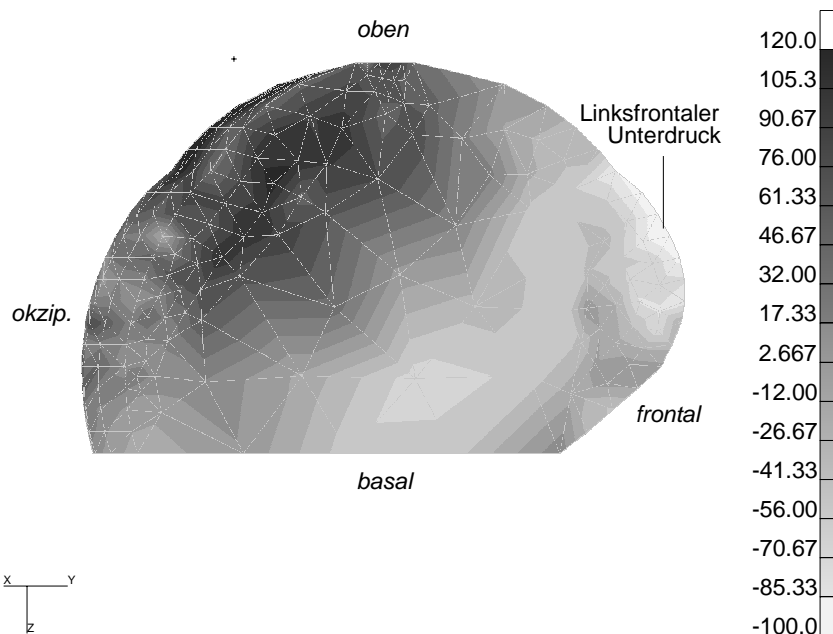


Abbildung 8.35: Sagittalschnitt durch das Großhirn mit Blick von rechts. Aufgetragen ist der Druck (in kPa) 2,5 ms nach Stoßbeginn.

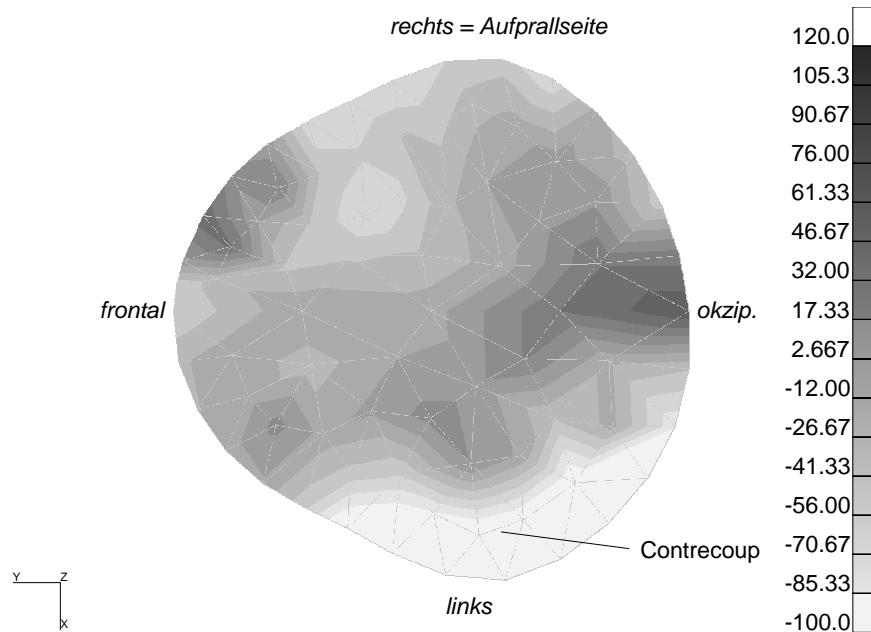


Abbildung 8.36: Horizontalschnitt mit Druckverteilung (in kPa) durch das Gehirn mit Blick von oben auf das Cerebellum.

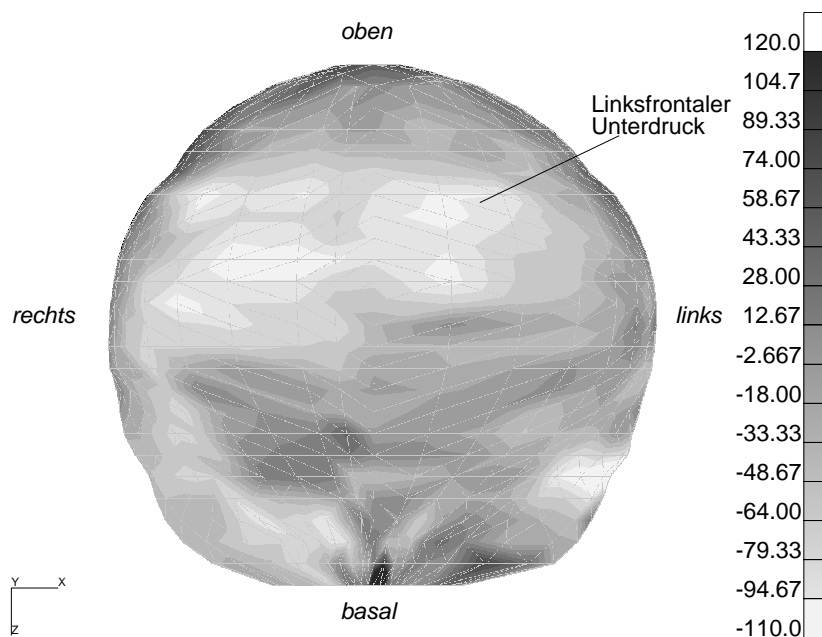


Abbildung 8.37: Momentaufnahme des Drucks (in kPa) im Gehirn in der Ansicht von vorn.

gegenüber dem Aufprallort das große Unterdruckgebiet (Contrecoupgebiet) wieder. Es gibt auch Stellen mit hohem Überdruck; dieser ist betragsmäßig allerdings deutlich niedriger als an der Aufprallstelle und kann von uns auch nicht mit irgendwelchen Verletzungen korreliert werden.

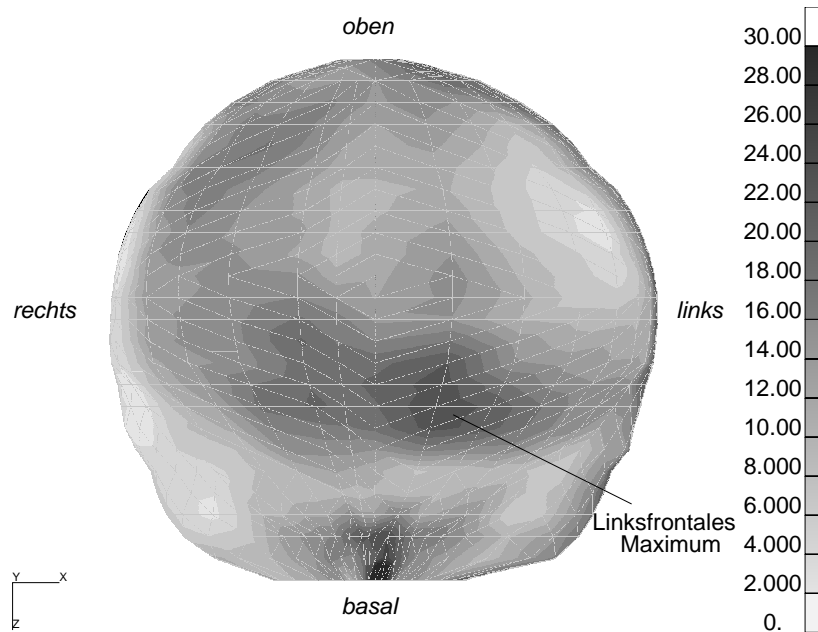


Abbildung 8.38: Maximale Scherspannung (in kPa) im Gehirn in der Ansicht von vorn.

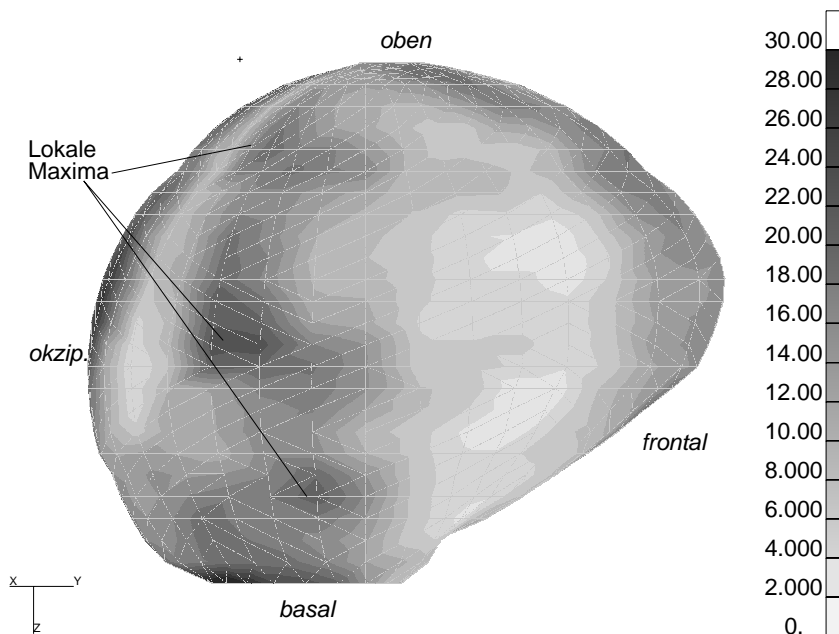


Abbildung 8.39: Maximale Scherspannung (in kPa) im Gehirn in der Ansicht von rechts (Coupseite).

Beim Vergleich der *Scherspannungen* fällt im unteren linken Frontalbereich (Abb. 8.40, 8.38) ein Maximum auf, das man mit der Verletzung links-frontal in Verbindung bringen kann. Es werden hier immerhin Werte von über 20 kPa erreicht, die die von KANG und WILLINGER [68] postulierten Toleranzlimits von $11\text{--}16\text{ kPa}$ überschreiten. Die Stelle liegt etwas unterhalb der gefundenen Unterdrücke (Abb. 8.34), liegt aber näher an der eigentlichen Verletzungsstelle, so dass wir die Scherspannung zumindest mitverant-

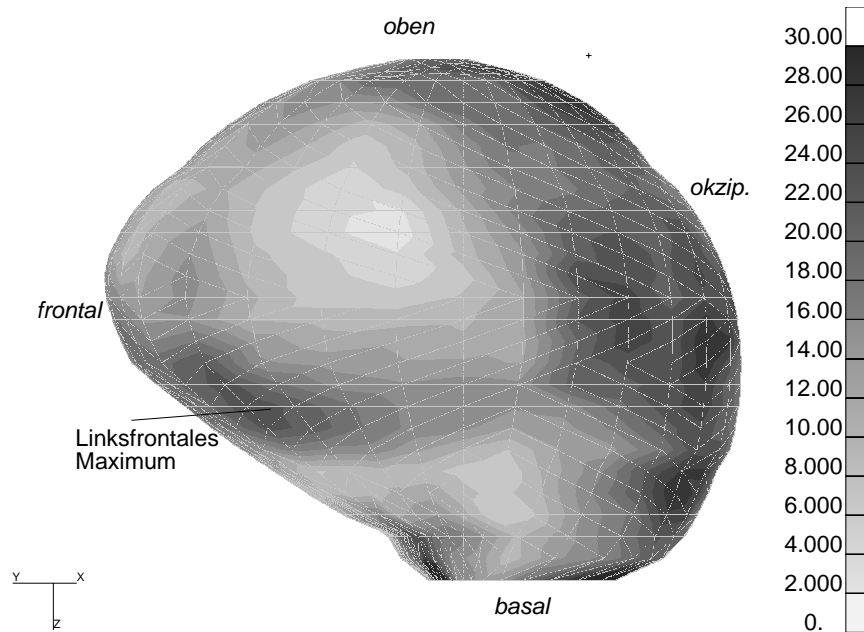


Abbildung 8.40: Maximale Scherspannung (in kPa) im Gehirn in der Ansicht von links (Contrecoupeite).

wortlich für diese Verletzungen machen können. Damit befinden wir uns im Einklang mit Beobachtungen von anderen Autoren wie KANG [68] und CHU [27], die die Entwicklung von Läsionen im vorderen Temporallappen eher hohen Scherspannungen als betraglich hohen Druckamplituden zuschrieben. Die zeitliche Entwicklung der Scherspannung in diesem Bereich zeigt hohe Werte zum Zeitpunkt der maximal wirkenden Kraft (Abb. 8.31). Im Bereich des Aufpralls und basal davon findet man ebenfalls erhöhte Scherspannungen (Abb. 8.39). Das Verletzungsbild zeigt ja auch Verletzungen im Coupbereich von ganz oben bis fast ganz unten, während der Überdruck nur im oberen Gehirnbereich groß war. Die Verletzungen im unteren Gehirnbereich sind daher möglicherweise durch diese Scherspannungen zu erklären. Es finden sich jedoch auch im gesamten linken Hinterkopfbereich hohe Scherspannungswerte (Abb. 8.40), wo wir keine entsprechenden Verletzungen finden. Damit zeigt sich hier wiederum eine Analogie zur 2D-Simulation: Auch dort konnten wir die linksfrontale Verletzung und den Coup mit hohen Scherspannungen in Verbindung bringen (Abb. 8.23). Auch dort fand sich im Okzipitalbereich eine Stelle mit hohen Scherspannungen, die keine Entsprechung zu Verletzungen hatte. Die Zahlenwerte lagen bei der 2D-Simulation allerdings etwas niedriger ($< 10 kPa$) und damit unterhalb von KANGs Toleranzlimits; die quantitative Richtigkeit unserer Ergebnisse habe ich bereits ausführlich erörtert, das heißt ein Faktor 2-3 an Fehlern muss bei den Ergebnissen in Betracht gezogen werden.

8.5.3 Der Einfluss der Halsführung

Wie bei der zweidimensionalen Rechnung wurde auch hier der Einfluss der Halsführung studiert. Es zeigen sich hier noch eindeutigere Resultate. In dieser Rechnung wurde die Anfangsgeschwindigkeit des Kopfes ganz ignoriert. Bei der Betrachtung von Drücken allein darf die Anfangsgeschwindigkeit keinen Unterschied machen — eine Galilei-Transformation lässt Kräfte und Drücke unverändert. Die Kraft wurde wie beim Fall mit Führung direkt eingeleitet. Gravitation wurde ebenfalls ignoriert. 2 ms nach Stoßbeginn wurden Momentaufnahmen des Druckes aufgenommen (Abb. 8.41 bis 8.43), also ungefähr zur selben Zeit wie bei der Rechnung mit Führung. Die Druckverteilung ist fast gleichmäßig: Es bilden sich nahezu konzentrische Druckringe um die Coup- und die Contrecoupstelle. Von daher tritt auch nur eine Unterdruckstelle auf; diese liegt ungefähr an der Stelle der Contrecoupverletzung. Aber der dritte große Verletzungsherd im linken Frontalbereich fällt bei dieser Simulation überhaupt nicht auf. Dasselbe gilt auch für die Scherspannung im linksfrontalen Bereich (Abb. 8.44). Die Spannungsspitzen direkt am Foramen Magnum sind modellbedingt; dort gibt es sehr kleine und sehr spitze Elemente.

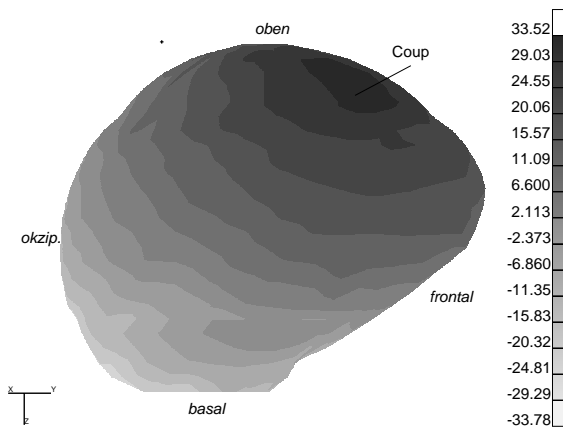


Abbildung 8.41: Rechnung ohne Halsführung: Druck (in kPa) von rechts (Coupseite) gesehen (Blickrichtung um 30° nach okzipital gedreht)

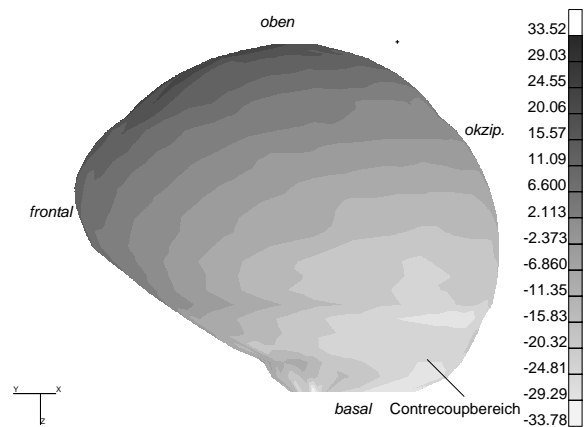


Abbildung 8.42: Rechnung ohne Halsführung: Druck (in kPa) von links (Contrecoupseite) gesehen (Blickrichtung um 30° nach frontal gedreht)

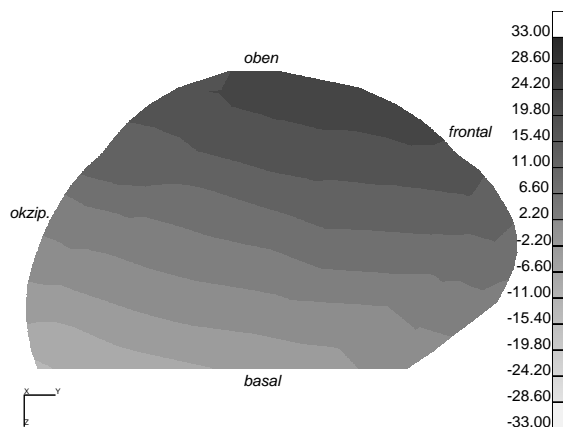


Abbildung 8.43: Druck (in kPa) im Sagittalschnitt ohne Halsführung. Blickrichtung von rechts

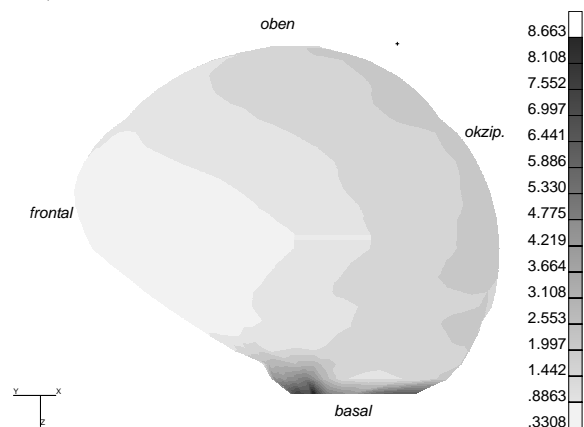


Abbildung 8.44: Maximale Scherspannung (in kPa) im Blick von links (Contrecoupseite)

Damit konnte der Einfluss der Halsführung eindrucksvoll bestätigt werden. Im Gegensatz zur 2D-Simulation reicht bei der 3D-Simulation die bloße Präsenz der Membranen noch nicht aus, auf der stoß-

abgewandten Seite mehrere Unterdruckzentren zu erzeugen. Dies ist eindeutig der Halsführung zuzuschreiben. Ferner gelingt die Erzeugung von hohen Scherspannungen auch nur durch eine Halsführung, denn ohne diese führt der Kopf keine Rotationsbewegung aus. Die Ergebnisse mit Halsführung erklären die drei Hauptverletzungen des vorliegenden Falles, die ohne Halsführung dagegen nur zwei. Manche Fragen bleiben trotzdem offen wie etwa die hohe Scherspannung im mittleren Okzipitalbereich. Hier mögen in der Modellierung ignorierte individuelle Feinheiten des Opferkopfes den Ausschlag gegeben haben, dass es dort nicht zur Verletzung kam. Dennoch konnte die Simulationsrechnung an diesem Fall eindeutig validiert werden.

8.6 Der Fall Nummer 8 der Münchener Gerichtsmedizin

8.6.1 Fallbeschreibung und forensische Rekonstruktion

Als zweiter Fall wurde ein Fall der Münchener Gerichtsmedizin ausgewählt. Im Jahre 1994 wurde von AUER [14] eine Reihe von Verkehrsunfällen mit Schädel-Hirn-Traumen zusammengestellt. Die Fälle wurden forensisch rekonstruiert und die Verletzungen dokumentiert. Was hierbei fehlt, sind Computertomogramme und die photogrammetrische Dokumentation. Um so einen Fall zu simulieren, können wir demnach keine individuelle Schädelgeometrie benutzen. Deshalb benutzten wir das gleiche Modell (3B) wie bei der Simulation des anderen Falles. Wir wählten den von ihm als Nr.8 beschriebenen Fall aus, denn dieser hatte keine Schädelfrakturen, sondern nur innere Verletzungen. Hierbei wurde ein Fußgänger von dorsal (= von hinten) von einem Auto angefahren und prallte mit dem Kopf auf die Motorhaube auf. Der Aufprall auf den Kopf erfolgte im rechten Okzipitalbereich. Nach dem Primäraufprall überschlug sich das Opfer und wurde über das Autodach nach hinten abgeworfen.

Die wichtigsten Befunde im Gehirn waren Hirnquetschungen und Markblutungen im Bereich des linken Schläfenlappens, Zerstörung hinterer Anteile des Septums des Gehirnes, blutiger Inhalt im Hirnkammersystem, flächige Blutungen unter den weichen Hirnhäuten, spärliche subdurale Blutungen (nicht lokalisiert), massive Einblutungen unter die Kopfschwarte abgrenzbar im Bereich des Hinterhauptes rechts und des Hinterhauptes links bis zur Schläfe reichend. Die Gehirnverletzungsherde sind in Abb. 8.47 eingezeichnet.

8.6.2 Die Mehrkörpersimulation und die Randbedingungen der FE-Simulation

Die Mehrkörpersimulation dieses Falles wurde von meiner Kollegin OANA SCHÜSZLER im Rahmen ihrer Dissertation [122] mit dem Programm SIMPACK [67] durchgeführt. Eine Momentaufnahme aus der Simulation ist in Abb. 8.45 zu sehen. Auch hierbei wurde nur der Primärstoß simuliert. Die Trajektorien und die Reaktionskräfte der einzelnen Körpersegmente mit dem Autodach sind in [122] über die Zeit aufgetragen.

Bei der Finite-Elemente-Simulation des Unfalls mit dem Schädel beschränkten wir uns bei den Randbedingungen jedoch auf eine einfache Einleitung der Reaktionskraft (Abb. 8.46) aus der MKS-Simulation auf eine Fläche von 825 mm^2 im Okzipitalbereich. Dies hat seine Ursache darin, dass die Verletzungsdo-

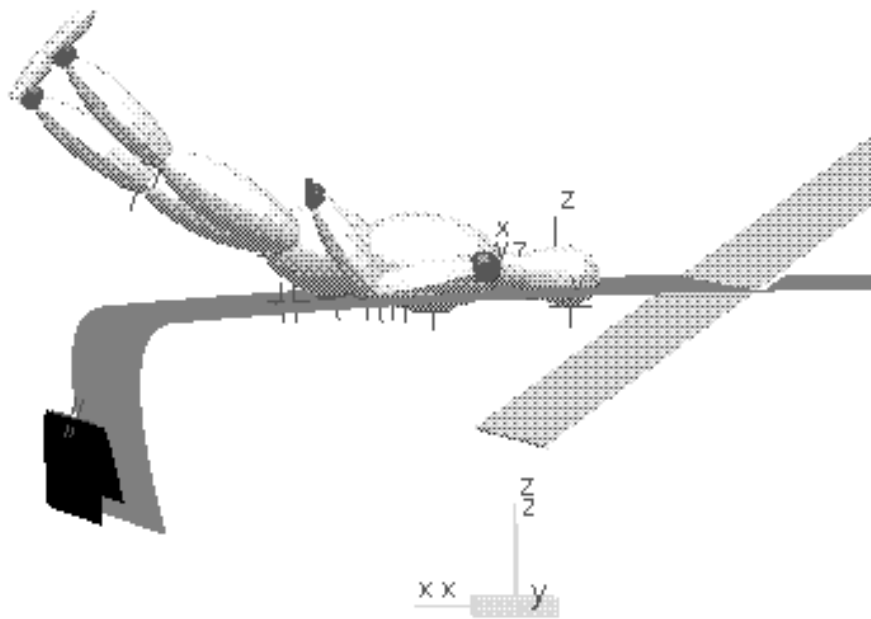


Abbildung 8.45: Momentaufnahme des Unfallablaufs vom Fall 8 der Münchener Gerichtsmedizin. Diese MKS-Simulation wurde von meiner Kollegin Oana Schüzler ([122], Abb. 5.4) mit dem Programm SIMPACK [67] erstellt.

kumentation hierbei relativ grob war und die Contrecoupverletzung als einzige intrazerebrale Verletzung von Bedeutung ist. Diese ist auch mit einem sehr einfachen Modell ohne Halsführung zu rekonstruieren, wie wir auch schon bei dem stürzenden Radfahrer gesehen haben. Da wir in diesem Fall außerdem nur Spannungskomponenten betrachten wollen, brauchen wir auch die Anfangsgeschwindigkeit nicht einzugeben (Galilei-Transformation). Die Simulation ist also sehr einfach; die Rechnung allerdings dauert sehr lange, denn die Reaktionskraft mit dem Auto hält insgesamt über 250 ms lang an. Das ist die 10-fache Zeit der Reaktionskraft bei dem Fahrradfahrer! Deshalb betrug die Rechenzeit hierfür mehrere Tage. Der Grund für die lange Reaktionszeit ist die Bewegung des Fahrzeugs, die Weichheit der Motorhaube und die Überschlagsbewegung des Opfers, die den Kopf regelrecht auf die Motorhaube drückt.

8.6.3 Ergebnisse

In Abb. 8.47 sind die Hauptverletzungsherde in Frontalschnittebenen von okzipital nach frontal eingezeichnet. Analog hierzu sind in Abb. 8.48 die Druckverteilungen zum Zeitpunkt der Maximalkraft (75 ms nach Simulationsbeginn) in Frontalschnittebenen dargestellt. Es zeigt sich im linken Schläfenbereich ein intrazerebraler Verletzungsherd (Contrecoup) und in Übereinstimmung dazu ein Unterdruckgebiet von bis zu -80 kPa . An der Aufprallstelle finden sich erwartungsgemäß hohe Überdrücke (bis 150 kPa), allerdings keine intrazerebralen Blutungen. Es zeigen sich die Grenzen dieser Modellierungsart. Es liegt hier ja ein Beschleunigungstrauma vor, bei denen normalerweise die Contrecoupverletzung viel stärker als die Coupverletzung ist. Um diesen Effekt zu simulieren, müsste man eigentlich wieder den Kopf am Hals führen, gleichzeitig das Auto unter dem Kopf wegbewegen und dafür sorgen, dass

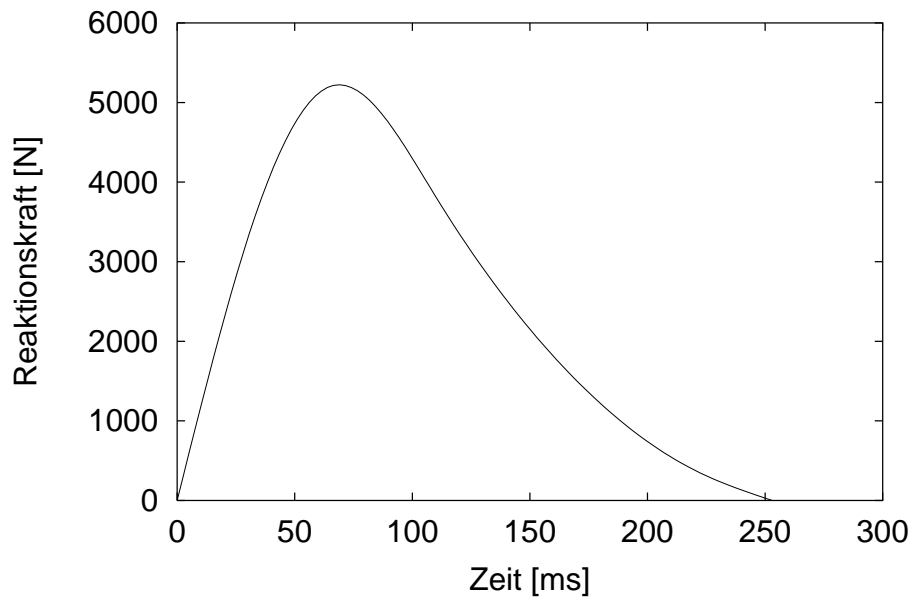


Abbildung 8.46: Reaktionskraft aus der Mehrkörpersimulation beim Fall Nr.8 der Münchener Gerichtsmedizin (entnommen und auf der Zeitachse verschoben aus [122], Abb. 5.16)

sich der Kopf nicht zu früh vom Auto löst. Dieser Mehraufwand hätte über die ganze Reaktionszeit von 250 *ms* durchgehalten werden müssen und erwies sich als nicht durchführbar, da das Verfahren über eine so lange Zeit mit hohen Reaktionskräften numerisch nicht stabil ist.

8.6.4 Zusammenfassung

Zur Simulation einer Contrecoupverletzung reicht die einfache Modellierungsart ohne Halsführung völlig aus. Trotz unbekannter individueller Schädelgeometrie und unter Vernachlässigung der Eigenbewegung von Kopf und Auto liegt das Unterdruckgebiet ziemlich genau an der Stelle der Verletzung. Dagegen konnte mit dieser Modellierungsart nicht geklärt werden, warum an der Aufprallstelle keine Verletzung gefunden wurde. Bei diesem Fall kommt man mit einer reinen FE-Simulation nicht weiter. Die Reaktionszeit ist insgesamt sehr lang bei sehr hohen Reaktionskräften, was zu numerischen Instabilitäten führt. Eine reine MKS-Simulation dagegen beschreibt die Globalbewegung sehr gut, sie macht allerdings keine Aussagen über Gehirnverletzungen. Um einen Fall wie diesen in der Zukunft genauer zu beschreiben, bietet sich die in Abschn. 3.10 geschilderte kombinierte Lösung von MKS- und FE-Variablen in *einer* Rechnung an.

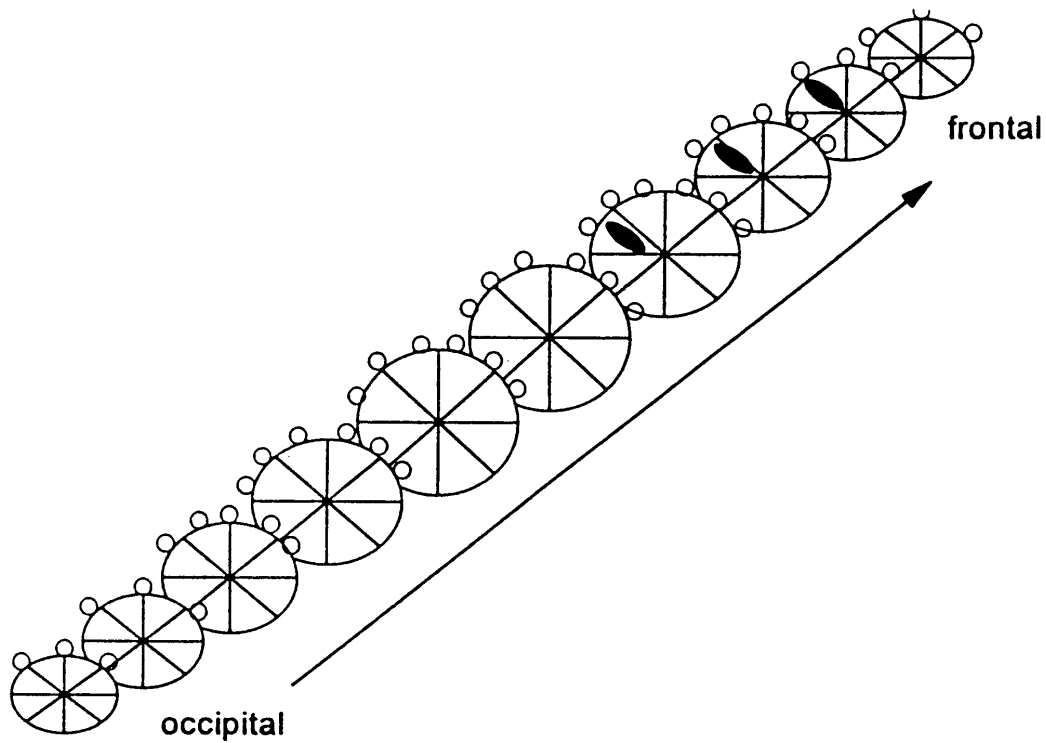


Abbildung 8.47: Dokumentierte Hirnverletzungen (aus [14] S.61). Aufgezeichnet sind Frontalschnitte durch das Gehirn von okzipital (unten) bis frontal (oben). Schwarze Flecken bedeuten intrazerebrale Blutungsherde, weiße Kreise subarachnoidale Hämatome, die nicht Gegenstand der Simulation sind.

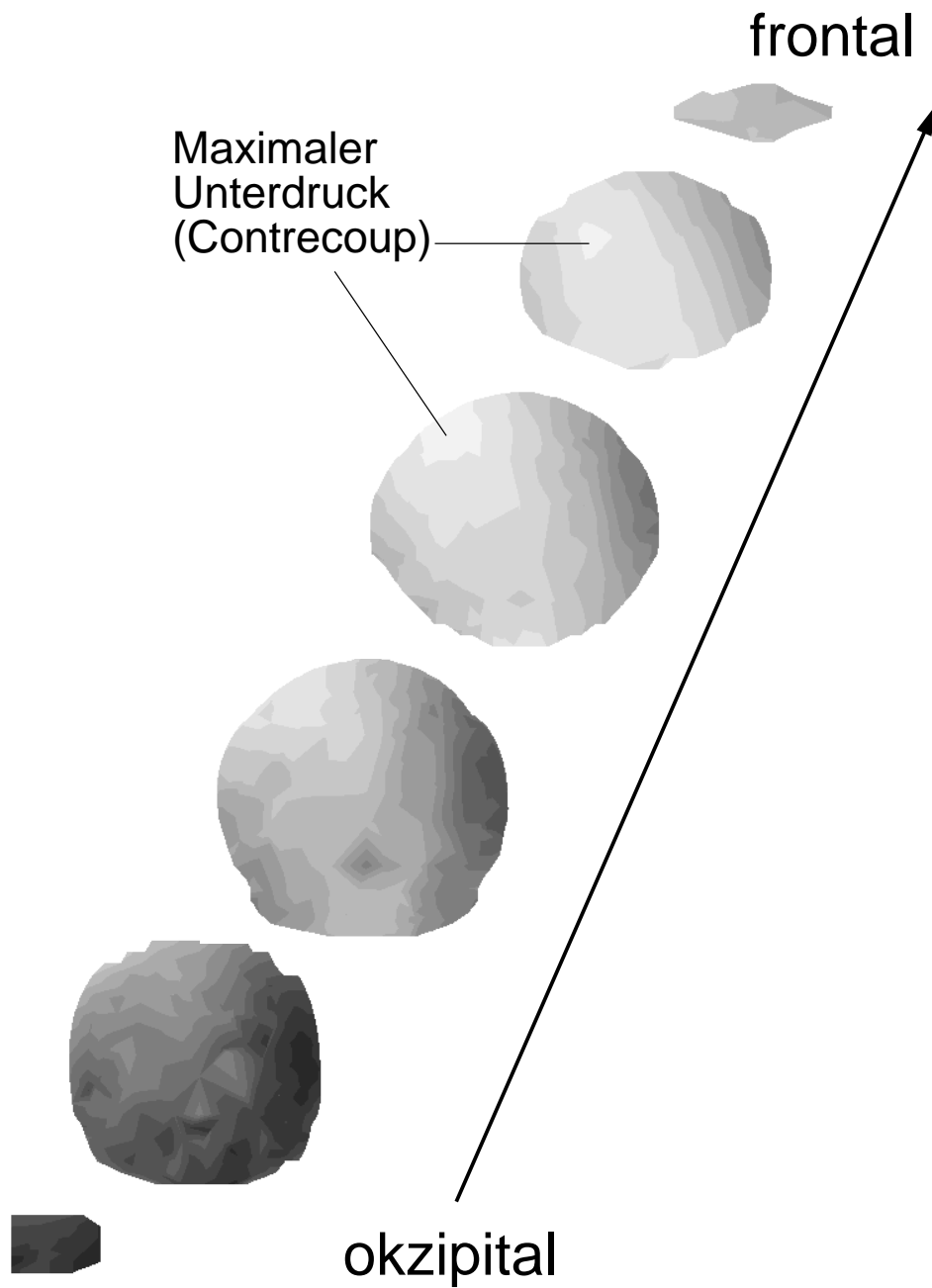


Abbildung 8.48: Momentaufnahme des Drucks zum Zeitpunkt der maximal wirkenden Kraft. Gezeichnet sind Frontalschnitte von okzipital (unterstes Bild) bis frontal (oberstes Bild). Dunkle Farbe bedeutet hoher Über-, helle Farbe hoher Unterdruck. Die Skala läuft von 150 kPa bis -80 kPa.

Kapitel 9

Zusammenfassung und Ausblick

9.1 Zusammenfassung

Die Aufgabe dieser Arbeit war die kinetisch-dynamische Rekonstruktion eines ausgewählten Verkehrsunfalls mit Schädelhirntrauma. Dazu wurde ein Finite-Elemente-Modell des Schädels des Unfallopfers entwickelt, das auf CT-Daten basierte. Mit Hilfe der forensischen Rekonstruktion des Unfallgeschehens wurde eine Mehrkörpersimulation des Unfallablaufs durchgeführt. Deren Ergebnisse wurden als Randbedingungen für die detailliertere Finite-Elemente-Rechnung des menschlichen Schädels benutzt. Mit der Finite-Elemente-Methode wurden Druckverläufe, Scherspannungen und Beschleunigungen im Gehirn berechnet und diese Resultate mit den neuropathologischen Befunden verglichen.

Grundlage des Modells waren CT-Aufnahmen des Kopfes, die in Schichtabständen von 1 mm mit einer Pixelauflösung von $0,54\text{ mm}$ aufgenommen wurden. Von den CT-Bildern des Schädels wurde der Knochen segmentiert und die Berandungsfläche geglättet; die so geglätteten Kurven jeder sechsten Schicht wurden übereinandergelegt und kleine Berandungsrechtecke erzeugt (Kapitel 6). Die so erzeugten Flächen schließen glatt aneinander an, d.h. sie gehen einmal stetig differenzierbar ineinander über. Die Gesamtfläche stellt somit die Knochenoberfläche dar. In jeder Schicht wurde genau eine Berandungskurve extrahiert. Es wurde lediglich der Gehirnschädel simuliert; der Gesichtsschädel wurde vollständig ignoriert, außer dass seine Masse in Form von Punktmassen am Frontalknochen befestigt wurde. Dieses Verfahren ist gestattet, weil wir in unseren Fällen nur Stöße auf die Knochen des Gehirnschädels simulieren müssen.

Aus diesem flächigen Knochenmodell wurde zunächst ein Finite-Elemente-Modell des Knochens mit konstanter Knochendicke erzeugt; anschließend wurde der vom Knochen entstandene Innenraum mit Tetraederelementen ausgefüllt, die das Gehirn darstellten. Bei einigen Modellen wurden noch Gehirnmembranen eingezogen. Zum Teil wurden auch zweidimensionale Modelle benutzt, die aus einem Frontalschnitt der dreidimensionalen Geometrie heraus entstanden. Die Materialeigenschaften wurden der Literatur entnommen. Für das Gehirn wurde ein viskoelastisches Materialmodell benutzt, die übrigen Strukturen erhielten nur linear-elastische Eigenschaften. Das Gehirn ist abgesehen von den Membranen und der damit verbundenen Dreiteilung in die beiden Großhirnhemisphären und das Kleinhirn nicht weiter strukturiert. Das Gehirn wurde zudem fest mit dem knöchernen Rand verbunden, um ein Ablösen des Gehirns vom Knochen zu verhindern. Diese Art der Modellgenerierung erscheint vielleicht sehr grob. Wir legten jedoch mehr Wert auf die Simulation des Unfallablaufs und verzichteten deshalb auf manche Feinheit, um das Modell besser handhabbar zu machen und teilweise die numerische Simulation

damit erst zu ermöglichen. Je feiner ein Modell ist, desto aufwendiger wird natürlich die numerische Behandlung, aber auch der Prozess der Modellerzeugung und die Auswertung der Resultate. Das hier vorgestellte Modell war gut dazu geeignet, das gestellte Problem in erster Näherung zu lösen. Dennoch muss in der Zukunft daran gearbeitet werden, bessere Modelle zu erzeugen.

Zunächst wurde die Finite-Elemente-Modelle geprüft, indem mit ihnen Experimente mit Druck- und Beschleunigungsmessungen durchgerechnet wurden (Kapitel 7). Das Resonanzverhalten der Modelle wurde mit den gemessenen Eigenfrequenzen validiert. Nachdem die Modelle die experimentellen Resultate hinreichend genau wiedergaben (bis auf einen Faktor 2-3 genau), konnten wir die Modelle auch zur Simulation des realen Unfalls einsetzen.

Hierfür wurden zwei- und dreidimensionale Modelle benutzt, Modelle mit und ohne Membranen; verschiedenartige äußere Randbedingungen (Halsführung) kamen zum Einsatz (Kapitel 8). Sowohl in zwei als auch in drei Dimensionen konnten die wichtigsten Verletzungen der vorliegenden Unfälle mit auffälligen Drücken und Scherspannungen in Übereinstimmung gebracht werden. Bei dem gestürzten Radfahrer (Fall L 115/97 aus Tübingen) gelang es durch die Verwendung der Membranen und durch die Halsführung sogar, neben Coup und Contrecoup noch eine dritte Verletzung im linken Frontalbereich mit hohem Unterdruck bzw. hoher Scherspannung in Verbindung zu bringen. Ohne Halsführung und Membranen konnte man nur bei Coup- und Contrecoup eine Übereinstimmung mit betraglich hohen Drücken feststellen. Obwohl der Reaktionskraftalgorithmus in 2 und 3 Dimensionen ein anderer war – in der 2D-Rechnung wurde die Kontaktkraft vom FE-Programm berechnet, in der 3D-Rechnung das Ergebnis der MKS-Simulation eingeleitet – weisen die Ergebnisse qualitativ die gleichen Merkmale auf und stimmen darin auch mit dem gefundenen Verletzungsbild überein. Die quantitative Differenz in den Maximalgrößen beläuft sich auf einen Faktor 3. Damit sind wir in derselben Größenordnung, wie die Validierungssimulationen von den Experimenten in Kap. 7 abgewichen sind. Mehr ist mit den verwendeten Modellen nicht zu erwarten. Damit ist aber unser wichtigstes Ziel erfüllt worden, nämlich einen echten Unfallablauf dynamisch zu rekonstruieren.

Die Simulation des zweiten Falls (Fall 8 aus München) wurde weniger aufwendig angelegt, da hier nur eine Contrecoupverletzung vorlag. Genau an dieser Stelle wurde in einer Rechnung ohne Halsführung ein hoher Unterdruck gefunden. Eine Erklärung, warum in diesem Fall an der Aufprallstelle keine Verletzung vorlag, kann das Modell in seinem gegenwärtigen Stand allerdings nicht geben.

Damit ist ein wichtiger Schritt zum besseren Verständnis des Verletzungsvorgangs im Gehirn gelungen. Der Vergleich mit der Literatur zeigt, dass es zwar durchaus detailgetreuere Modelle gibt; die meisten jedoch basieren auf der Anatomie eines Durchschnittsmannes, und mit diesen wurde zumeist nur ein Standardexperiment wie das von NAHUM [98] nachgerechnet. Auf diese Weise kann man Druckberechnungen sehr schön validieren, aber Aufschluss über die Verletzungsdynamik in einem etwas anders gelagerten Fall kann nicht gegeben werden. Wir haben deshalb uns dazu entschieden, einen individuellen Fall zu simulieren, der mehr als nur die Standardverletzungen am Coup und Contrecoup aufweist; und dies konnte durch die hier vorgestellte Methode auch mit auffälligen mechanischen Belastungen korreliert werden. Solche individuellen Rekonstruktionen wurden in der Literatur bisher höchst selten begangen. In der Arbeit von KANG [69] aus der Straßburger Arbeitsgruppe um WILLINGER wurde eine ähnliche Vorgehensweise gewählt; allerdings benutzten diese zur Bestimmung der Randbedingungen keine Mehrkörper-, sondern eine Dummy-Simulation. Diese Arbeit erschien erst 1997 und bestätigt den von uns eingeschlagenen Weg.

Die Grenzen unserer Modelle lagen in einer relativ einfachen Modellierung der individuellen Schädelstruktur. Deshalb konnte nicht erwartet werden, detailliert auch kleinere Gehirnschäden mit mechani-

schen Belastungen zu korrelieren. Das hier entwickelte Modell kann aber auch in der Zukunft weiter dazu benutzt werden, Aufpralle aller Art zu berechnen. Wenn man die genaue Schädelanatomie eines anderen Unfallopfers außer acht lässt, kann man dieses Modell direkt dafür einsetzen. Der Einfluss der genauen Schädelanatomie besteht vor allem in individuellen kleinen Verletzungsstellen und in der Größe der entstehenden Drücke und Scherspannungen. Da dieses Modell aber ohnehin nur die Größenordnung richtig wiedergibt, ist die Verwendung der genauen Anatomie zweitrangig. Dies mag anders sein, wenn ein detailgetreueres individuelles Modell verwendet wird, wie es für zukünftige Modelle angestrebt wird. Das hier vorgestellte Modell bleibt aber auch für die Zukunft ein einfach handzuhabendes Modell, mit dem rasch Abschätzungen für einen Unfallablauf erlangt werden können.

9.2 Ausblick

In Zukunft soll mit Hilfe von größeren Computern die Modellgröße und damit die Detailtreue erhöht werden. Man sollte sich aber hierbei im klaren darüber sein, dass damit nicht nur die Rechenzeit, sondern auch die Zeit, die zum Auswerten benötigt wird, stark ansteigt. Der verwendete Geometrieerzeugungsalgorithmus (Kap. 6) soll durch einen genaueren Algorithmus, etwa den in Abschn. 6.1.3 vorgestellten *Marching Cube*, abgelöst werden. Damit kann dann auch der Gesichtsschädel hinzugenommen werden, was dann auch Aufpralle im Gesichtsbereich zulässt. Ferner kann eine variable Knochendicke eingeführt werden. Die innere Randbedingung, also die Verbindung zwischen Gehirn und Knochen, wurde in dieser Arbeit stets als fest angenommen, damit das Gehirn sich nicht vom Knochen ablösen kann und ein Loch entsteht. In Wirklichkeit verhindert der dazwischenliegende Liquor diesen Ablösungseffekt. Der Nachteil dieser Modellierungsart ist, dass sich das Gehirn gegenüber der Schädelwand nicht bewegen kann, wie es bei Tierversuchen beobachtet worden ist. Zukünftige Modelle sollen hier bessere Lösungen bieten. Die Flüssigkeiten im Schädel (Liquor im Subarachnoidalraum und in den Ventrikeln sowie das Blut) sollten berücksichtigt werden. Flüssigkeiten können an für sich mit finiten Elementen (Stichwort Zustandsgleichung, Glg. 2.43) gut beschrieben werden; Schwierigkeiten bereitet im Moment allerdings die Kombination aus einem linear-elastischen deformierbaren Medium einerseits und einer Flüssigkeit andererseits in einer dynamischen Rechnung. Durch ein gutes Liquormodell kann dann vielleicht auch das Problem der inneren Randbedingungen gelöst werden, und durch die Modellierung der wichtigsten Blutbahnen können Blutungsherde auch außerhalb des Gehirns (sub- und epidurale sowie subarachnoidale Hämatomate) gefunden werden.

Schließlich müssen auch die Materialdaten verbessert werden. In zukünftigen Modellen kann man kompliziertere (nicht-lineare, nicht-isotrope) Materialgesetze einsetzen, so dass die gefundenen Daten die tatsächlichen Verhältnisse besser wiedergeben. Jedoch ist der Einfluss des Materialgesetzes nicht immer groß. So betrug in den hier vorgestellten Fällen die Verlustenergie aufgrund der viskoelastischen Eigenschaften des Gehirns weniger als 5% der Gesamtenergie und kann bisher im Rahmen der Genauigkeit getrost vernachlässigt werden. Wichtiger als die Materialgesetze sind die aktuellen Zahlenwerte, die in der Literatur über mehrere Zehnerpotenzen streuen. Dadurch ändern sich die Druckamplituden ebenfalls sehr stark (Abb. 7.4 - 7.8, 7.22 + 7.23). Messungen an lebenden Objekten sind und bleiben jedoch problematisch, und wahrscheinlich kann man noch lange keine für alle Anwendungen befriedigende Daten von Gehirngewebe bekommen. So wird wohl auf absehbare Zeit dieser Punkt der größte Unsicherheitsfaktor in den Simulationsrechnungen bleiben.

In diesem Modell wurden Schädelfrakturen ignoriert; hieran sollte ebenfalls in Zukunft gearbeitet werden, um den durch die Fraktur entstandenen Energieverlust mit in die Rechnung einzubeziehen. Eine

genaue Simulation des entstandenen Bruchmusters ist hingegen eine ganz andere Aufgabe, die zu studieren reizvoll ist, aber weit über die hier gesteckten Ziele hinausführt.

Eine andere denkbare Weiterentwicklung ist die Entwicklung eines skalierbaren Modells. Durch die Angabe von anatomischen charakteristischen Längenangaben (z.B. Abstand Ohr-Ohr, Stirn-Hinterkopf usw.) sollte dann das Modell entsprechend skaliert werden können. Damit könnte man schnell die individuelle Größe eines Unfallopfers anpassen, ohne immer ein CT zu Rate zu ziehen und die äußerst langwierige Geometrieerzeugungsprozedur wie in Kap. 6 durchführen zu müssen. Man könnte dann ein sehr viel detaillierteres Gehirnmodell mit Hirnwindungen und Gehirnstrukturen ein einziges Mal erzeugen und dann einfach skalieren. Damit wäre der Kopf zwar nicht exakt derselbe wie im CT; aber diese Methode verspricht ein guter Kompromiss zwischen Aufwand und individueller Genauigkeit zu sein.

Bisher wurden die Mehrkörpersimulationen (MKS) von den Finite-Elemente-Rechnungen strikt getrennt. Es gibt bereits Ansätze, die beiden Verfahren zu koppeln [127]. Man erhält dann ein System von Differentialgleichungen, das rein starre Anteile, rein deformatorsche Anteile und gekoppelte Anteile enthält. Durch eine Kombination beider Verfahren erledigt dann die Mehrkörpersimulation die Globalbewegung und die Kontaktkräfte, während die finiten Elemente die Deformationen und die Spannungen beschreiben. Der momentane Verzerrungszustand wird dann in jedem Zeitschritt bei der Globalbewegung berücksichtigt; damit ist eine Verbesserung gegenüber der reinen MKS-Methode erreicht. Verbindungsmodule zwischen MKS- und FE-Programmen sind bereits auf dem Markt, müssen aber noch weiterentwickelt werden, um auch so komplizierte FE-Modelle wie unser Schädelmodell in Stößen erfassen zu können. Die Deformationsrechnungen basieren bisher auf Eigenschwingungen des Systems. Da bei Stößen auch sehr hohe Eigenschwingungen angeregt werden, müssen sehr viele Moden in die Rechnung mitgenommen werden, was das Verfahren bisher noch sehr problematisch macht.

Zur Verbesserung der Konvergenz wäre es auch von Vorteil, einen automatischen Netzverfeinerer (*Remesher*) zur Verfügung zu haben. Elemente mit hohem Verzerrungsgrad können dann zwischen zwei Zeitschritten in kleinere Elemente zerlegt werden. Auch hierfür gibt es bereits Programme auf dem Markt, bislang jedoch nicht für ABAQUS/Explicit. Um sie für hochdynamische Probleme wie Stöße verwenden zu können, muss noch viel Entwicklungsarbeit geleistet werden.

Das Modell kann auch dazu benutzt werden, den Einfluss von Helmen zu studieren. Auf den Schädel kann ein Helm mit bekannten Materialeigenschaften aufgesetzt werden und verschiedene Crashesituationen damit durchgespielt werden. Auf diese Weise lässt sich der Einfluss des Helmmaterials testen.

Die Anwendungen des Modells in der Zukunft bestehen in einem zusätzlichen Diagnosemittel in der Neurotraumatologie oder in einem Hilfsmittel zur Beweisfindung in der Gerichtsmedizin. Von beiden Punkten sind wir noch weit entfernt, aber in der Zukunft wird mit verbesserten Modellen, verbesserten Programmen und schnelleren Rechnern in dieser Hinsicht ein weiterer Fortschritt zu verzeichnen sein.

Anhang A

Berechnung von Druckgradienten

Eine Vermutung, wodurch es im Gehirn zu Kontusionen und Blutungen kommen kann, besteht in der Annahme, dass diese Blutungen nicht an Stellen hohen hydrostatischen Drucks, sondern an Stellen von hohen hydrostatischen *Druckgradienten* auftreten. Leider bieten die kommerziellen Finite-Elemente-Pakete die Möglichkeit nicht an, diese Größe direkt anzeigen zu lassen. Dies hat mich veranlasst, eine eigene Postprocessing-Routine zu schreiben.

A.1 Der grobe Aufbau der Postprocessing-Routine

Es lässt sich in folgendem Schema zusammenfassen:

- **Berechnung der Spannungskomponenten** in einem ganz normalen ABAQUS-Lauf. Das Ergebnis ist ein `xxxx.fil`-File, das man in PATRAN einlesen und darstellen kann. Auf diese Weise kann man sich die Druck-, aber nicht die Druckgradientenverteilung anschauen.
- **Karlsruhe:** Extrahiere auf dem Rechner in Karlsruhe die Spannungskomponenten zu jedem Zeitpunkt – mittels dem User-Programm `fgradpre.x`, welches ein selbstgeschriebener FORTRAN-Code ist, der zu ABAQUS dazugelinkt wird. Auf diese Weise wird ein File namens `stresses.dat` erzeugt, in welchem in der ersten Spalte Elementnummer, in der zweiten Spalte die zugehörigen Knotennummern und in Spalte 3-5 die longitudinalen Spannungskomponenten eingetragen sind. Das File enthält die Größen aller Elemente, hintereinander nach Zeiten geordnet.
- **Karlsruhe:** Außerdem müssen von Hand aus dem `xxxx.inp`-File mit einem Editor die Knotenkoordinaten in ein eigenes File beliebigen Namens kopiert werden, hier stets `knoten.dat` genannt. In der ersten Spalte steht hier die jeweilige Knotennummer, in den Spalten 2-4 die Ortskoordinaten der Knoten.
- **Karlsruhe oder Tübingen:** Auf diese beiden Files wird nun das Shellscript `makegrad` angewendet. Hier wird das File `stresses.dat` zunächst für jeden Zeitschritt in ein eigenes File getrennt. Zu jedem Zeitpunkt wird nun mithilfe der C-Routine `gradient` der Gradient an jedem Element berechnet. Diese Routine, das Herzstück dieses Verfahrens, wird in Abschnitt A.2 ausführlich besprochen. Die Gradientenfiles werden nun wieder in einem großen File namens `gradient.out` zusammengefasst.

- **Karlsruhe:** Nun wird erneut ein zu ABAQUS hinzugelinktes User-Programm verwendet: `fgradpost.x`. Das Programm liest lediglich die Gradientendaten aus dem ASCII-File `gradient.out` und die Zusatzinformationen (Header etc.) aus dem ursprünglichen File `xxxx.fil` aus und schreibt sie ins ABAQUS-Format um. Das entstehende File nennt ABAQUS `xxxx.fin` (wobei `xxxx` für dieselbe Namenswurzel steht wie oben).
- **Tübingen:** Dieses File kann nun in PATRAN eingelesen werden, nachdem man es zuvor umbenannt hat, so dass es die Endung `.fil` bekommt. Leider stimmt nun natürlich die Aufschrift beim Postprocessing nicht mehr. Es bedeutet nun:
 - *Stress XX,YY,ZZ* bedeutet nun die x -, y -, z -Komponente des Druckgradienten. In der aktuellen Version, wo ohnehin nur zweidimensionale Druckgradienten berechnet werden, stellt *Stress ZZ* den Betrag des Druckgradienten dar.
 - *Stress XY* bedeutet den hydrostatischen Druck, aber gemittelt über die jeweiligen Nachbarlemente. Ein Vergleich dieser Größe mit dem ursprünglichen hydrostatischen Druck gibt eine Vorstellung darüber, wie genau die Rechnung ist.
 - *Hydrostatic Pressure* bedeutet nun $(-\frac{1}{3}\cdot)$ Summe der drei Druckgradienten.

A.2 Das Verfahren zur Gradientenbestimmung: Das Programm gradient

A.2.1 Vorbereitende Arbeiten

Zur Bestimmung der Druckgradienten über das ganze Element muss zunächst der Druck an den Knoten bestimmt werden, um den Formfunktionenansatz (s.u.) benutzen zu können. Der Druck wird jedoch von ABAQUS Explicit an den Integrationspunkten berechnet, die im Element liegen.

Um die hydrostatischen Drücke an den Knoten zu erhalten, werden die Druckwerte all jener Elemente gemittelt, zu denen der betreffende Knoten gehört, und dem Knoten zugeordnet. Im Folgenden beziehe ich mich auf diese Knotendrucke als *Knotenvariablen*.

A.2.2 Formfunktionen

Das Programm bedient sich der Formfunktionen der Elemente. Für beliebige Funktionen $u(\xi, \eta)$ (also z.B. den hydrostatischen Druck) in einem zweidimensionalen Element gilt allgemein ([123] §2.90):

$$\begin{aligned}
 u(\xi, \eta) &= \alpha_1 + \alpha_2 \xi + \alpha_3 \eta + \alpha_4 \xi \eta \text{ usw. - je nach Knotenanzahl} \\
 &= \boldsymbol{\alpha}^T \boldsymbol{\xi} = \mathbf{u}_e^T \mathbf{A}^T \boldsymbol{\xi} \\
 &= \mathbf{u}_e^T \mathbf{N}(\xi, \eta) = \sum_{k=1}^p u_k N_k(\xi, \eta)
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

wobei

$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$: Koeffizientenvektor

p : Anzahl der Polynomglieder und damit auch die Zahl der Knoten im Element

$\xi = (1, \xi, \eta, \xi\eta, \dots)$: Vektor der auftretenden Potenzen. Er hat demnach p Einträge.

\mathbf{A} : Interpolationsmatrix, für die gilt: $\alpha = \mathbf{A} \mathbf{u}_e$

$\mathbf{u}_e = (u_1, u_2, \dots, u_p)$: Vektor der Knotenvariablen des Elements, also der Vektor der Werte der Funktion u an den Knoten, z.B. des hydrostatischen Drucks.

$\mathbf{N}(\xi, \eta) = \mathbf{A}^T \xi$: Vektor der Formfunktionen, die auf diese Weise definiert sind.

u_k : Einträge von \mathbf{u}_e , also die Funktionswerte der Funktion u an den Knoten (Knotenvariablen).

$N_k(\xi, \eta)$: Einzelne Formfunktionen.

Die Idee besteht nun also darin, aus den Knotenvariablen u_k die Funktionswerte $u(\xi, \eta)$ im gesamten Element zu berechnen, und zwar mithilfe derselben Ansatzfunktionen, die auch die Geometrie der Elemente definieren. Der Vorteil dieses Ansatzes ist, dass die Formfunktionen $N_k(\xi, \eta)$ nur ein einziges Mal für jeden Elementtyp zu berechnen sind. In jedem Element muss nun nur noch ein einfaches Skalarprodukt des Knotenvariablen-Vektors \mathbf{u}_e mit dem Formfunktionen-Vektor $\mathbf{N}(\xi, \eta)$ ausgeführt werden, um die gewünschte Funktion $u(\xi, \eta)$ zu erhalten [Glg.(A.1)].

Für die Funktion $u(\xi, \eta)$ kann jede beliebige Skalarfunktion angenommen werden, beispielsweise der hydrostatische Druck, jedoch auch etwa die globale Geometrie des Elements, also etwa seine x - oder y -Koordinaten.

Im Folgenden möchte ich die Formfunktionen für ein Quadrat mit 4 Knoten zusammenstellen {[123], Fig.(2.11), Formel (2.104)}. SCHWARZ bezeichnet diesen als *bilinearen Ansatz*.

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= (1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2(\xi, \eta) &= \xi(1 - \eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= \xi\eta \\ N_4(\xi, \eta) &= (1 - \xi)\eta \end{aligned} \tag{A.2}$$

Die Formfunktion kann sofort daran überprüft werden, dass an jedem Knoten (in diesem Fall also an den Stellen $\xi = 0, 1; \eta = 0, 1$ jeweils eine Formfunktion den Wert 1 annimmt, alle anderen den Wert 0; denn nur so kann Formel (A.1) erfüllt werden. Schließlich muß an jedem Knoten die Funktion $u(\xi, \eta)$ genau gleich sein wie *eine* Knotenvariable u_k .

A.2.3 Berechnung des Gradienten

Zur Berechnung des Gradienten von u müssen wir Gleichung (A.1) einfach ableiten, allerdings nach den globalen Koordinaten x und y anstelle der lokalen Koordinaten ξ und η :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi}(\xi, \eta) \\ \frac{\partial u}{\partial \eta}(\xi, \eta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Die in Klammern stehende Matrix lässt sich symbolisch anders schreiben

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial(\xi, \eta) \\ \partial(x, y) \end{pmatrix}$$

Diese Matrix ist nichts anderes als die Inverse der Jacobimatrix der Koordinatentransformation

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \partial(x, y) \\ \partial(\xi, \eta) \end{pmatrix}$$

und wird deshalb im Folgenden mit \mathbf{J}^{-1} bezeichnet.

Formt man \mathbf{J}^{-1} ein bisschen um, so erhält man (J bezeichnet hierbei die Determinante von \mathbf{J}):

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

wie man durch Ausführung von $\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^{-1} = \mathbf{I}$ sofort verifizieren kann.

Setzen wir den Formfunktionsansatz (A.1) in (A.4) ein, wobei wir für die Funktion u einmal die globale Koordinate x und einmal y einsetzen, so ergibt sich

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \mathbf{y}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} & -\mathbf{y}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \\ -\mathbf{x}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} & \mathbf{x}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

und für die Determinante

$$\begin{aligned} J &= \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ &= \left(\mathbf{x}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \right) \left(\mathbf{y}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \right) - \left(\mathbf{x}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta} \right) \left(\mathbf{y}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

y_k und x_k sind hier natürlich die globalen Koordinaten der Knoten. In Gleichung (A.3) benötigen wir noch die Ableitung der Elementfunktion u nach ξ und η , was sich durch die Formfunktionen so ausdrücken lässt [als Ableitung von Gleichung (A.1)]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \xi}(\xi, \eta) &= \mathbf{u}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \xi}(\xi, \eta) \\ \frac{\partial u}{\partial \eta}(\xi, \eta) &= \mathbf{u}_k \cdot \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial \eta}(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Damit haben wir alle nötigen Rechengrößen zusammengestellt. Im Fall von Quaderelementen mit 4 Knoten ergibt sich speziell aus (A.2)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \xi}(\xi, \eta) &= (\eta - 1, 1 - \eta, \eta, -\eta) \\ \frac{\partial \mathbf{N}^T}{\partial \eta}(\xi, \eta) &= (\xi - 1, -\xi, \xi, 1 - \xi)\end{aligned}\tag{A.8}$$

Mit diesen Größen lässt sich die Berechnung des Druckgradienten nach Gleichung (A.3)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x}(x, y) \\ \frac{\partial u}{\partial y}(x, y) \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi}(\xi, \eta) \\ \frac{\partial u}{\partial \eta}(\xi, \eta) \end{pmatrix}$$

unter Zuhilfenahme von (A.5) bis (A.8) leicht programmieren.

Anhang B

Materialeigenschaften des menschlichen Schädels

In diesem Kapitel sind die in der Literatur gefundenen Materialgrößen auszugsweise zusammengestellt. Es soll ein Überblick über Parametergrößen aller möglichen Strukturen des menschlichen Schädels gegeben werden, auch von solchen, die in der Arbeit gar nicht verwendet werden.

B.1 Kompakter Knochen

Andere Bezeichnungen: Cortical Bone

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [GPa])	Poisson-Z. (Quertr.- zahl ν)	Dichte [t/m ³]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
[102](1974)	4,14	-	2,1		Schädel	[78]
[75](1977)	17,94	0,35	3,0		Schädel	[78]
[126](1977)	5,66 12,28	0,22	1,4		Schädel	[78]
[65](1980)	4,46	0,21	1,4		Schädel	[78]
	18				cortical (außen) Hüfte	[73]
	5				endosteal (innen) Hüfte	[73]
[32](1984)	17					[150]
[30](1989)	-	0,25		$G=6$ GPa	<i>in vitro (dry)</i>	[146]
[146](1994)				$K=14$ GPa	<i>in vitro (dry)</i>	[146]
	12	0,30		$G=4,615$ GPa	cortical b.(Mensch)	[134]
div.Quellen	7,3	0,22	3,00	$G=5,0$ GPa		[118]
[115](1996)	5,465	0,22	3,0		Schädel	[115]
[68](1997)	15	0,21	1,8		Schädel	[68]

Tabelle B.1: Materialeigenschaften der Kompakta

Die Werte sind in Tabelle B.1 zusammengestellt. Beachte hierzu auch die Anmerkungen in Abschn. B.3.

B.2 Spongöser Knochen

Andere Bezeichnungen: *Spongy Bone*, *Diploë* (beim Schädel), *cancellous bone*, *trabecular bone*

Die Werte sind in Tabelle B.2 zusammengestellt.

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [GPa])	Poisson-Z. (Quertr.- zahl ν)	Dichte [t/m ³]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
[102](1974)	1,04	-	2,1		Schädel	[78]
[75](1977)	0,73	0,05	1,7		Schädel	[78]
[150](1994)	22,6				einzelne Strukturen separat gemessen (ohne Luft)	
[26](1990)	5,72					[150]
[64](1994)	2,57-2,52	0,235-0,234		$G=640,4-610,9$ GPa	200 μm dicke Streben	[64]
[64](1994)	0,91-0,84	0,086-0,090		$G=54-39$ GPa	50 μm dicke Streben	[64]
[133](1994)	0-1,4				Tibia des Hundes	
[72](1994)	$\approx 2,3$				Tibia des Rindes (<i>in vitro</i>)	
	0,1	0,20		$G=0,0417$ GPa	cancellous b.(Mensch)	[134]
div.Quellen	3,4	0,22	1,75	$G=2,32$ GPa	Diploë	[118]
[87](1991)	0,8		0,55		$\dot{\epsilon} = 0, 1\text{s}^{-1}$	[87]
Tabelle	0,1-0,7		0,3		sehr ausführlich!	[88]
[115](1996)	2,684	0,22	1,75		Diploë	[115]
[68](1997)	4,5	0	1,5		Diploë	[68]

Tabelle B.2: Materialeigenschaften der Spongiosa

Weitere Anmerkungen:

- SUMNER [133] gibt die räumliche E -Verteilung über den gesamten Knochen an (mit Bild!)
- Es gibt Unterschiede für E zwischen Zug- und Druckbelastung: $E(\text{Zug})$: 1,2-3,4 GPa (Mittel 2,6 GPa); $E(\text{Druck})=0,6-3,8$ GPa (Mittel 2,4 GPa) [70] (1994). Bei dieser Arbeit wurden Rinderschienbeine verwendet (*bovine proximal tibiae*).

Dagegen besteht nach RØHL et al. (1991) [114] kein wesentlicher Unterschied zwischen Zug und Druck. Sie verwendeten *proximale Tibiae* (obere Schienbeinteile) von menschlichen Leichen.

- Die $\epsilon - \sigma$ -Kurve verläuft vollständig linear bei geringen Drücken (bis $\epsilon \approx 0,01$; $\sigma \approx 40$ MPa) [72].

- Durch Beschädigung des Knochens sinkt E . *In vivo* kann die Belastung an die gesunden Anteile des Knochens übertragen werden [71].
- Ein viskoelastisches Modell der Anspannung mit anschließender Relaxation beim spongiösen Knochen (Hysterese!) wird bei DELIGIANNI [34] (1994) beschrieben. RØHL (1991) [114] dagegen beschreibt die Hysterese als nicht signifikant.
- Abhängigkeit des Young-Moduls E des spongiösen Knochens von der Dichte ρ und der Verzerungsrate $\dot{\epsilon}$: LINDE [87] bietet drei empirische Gesetze an, die alle die experimentellen Daten mehr oder weniger gut fiten. Zu verwendende Einheiten: E in GPa , ρ in t/m^3 und $\dot{\epsilon}$ in s^{-1} .

$$E = (-321 + 2164\rho)\dot{\epsilon}^{0,047} \quad (E \propto \rho) \tag{B.1}$$

$$E = 3101\rho^2\dot{\epsilon}^{0,042} \quad (E \propto \rho^2) \tag{B.2}$$

$$E = 6093\rho^3\dot{\epsilon}^{0,034} \quad (E \propto \rho^3) \tag{B.3}$$

Andere Formeln dieser Art finden sich in [93], S.82.

B.3 Gemittelte Materialeigenschaften des Knochens

Oftmals werden gemittelte Materialeigenschaften über den ganzen Knochen verwendet. Diese sind in Tab.B.3 zusammengestellt.

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [GPa])	Poisson-Z. (Querctr.- zahl ν)	Dichte [t/m^3]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
[75](1977)	6,50	0,2	2,07		Dicke 4-12 mm	[78]
[134]	3,5	0,25		$G=1,4 GPa$	bony posterior elements	[134]
[74](1994)	0,001-0,004		0,028		Wirbelsäule	
[74](1994)	2,67-2,87		1,22		(=vertebral bone)	
[74](1994)	0,002-0,005		0,028		Hüftknochen	
[74](1994)	16,2-17,0		1,22		(=femoral bone)	
[95](1970)	0,241	0,19		Schädel	radiale Kompr.	[80]
	0,558	0,22		Schädel	tangentiale Kompr.	[80]
[121](1995)	$0,313 \pm 0,144$		$\approx 1 - 2$	Schädel	radiale Kompr.	[121]
[147](1995)	5	0,21	1,5		Fitwerte	[147]

Tabelle B.3: Materialeigenschaften des Knochens als Ganzes

Anmerkungen:

- Es bestehen z.T. erhebliche Unterschiede zwischen Zug- und Druckbelastung. Die obigen Werte wurden, sofern nicht anders bezeichnet, alle durch *Knochenbiegung* bestimmt. Direkte radiale Kompression der Knochen erzielt niedrigere Werte (MCELHANEY[95], SCHUELER, MATTERN et al.[121].)

- Eine Versuchsreihe mit genauen Parametern aller Teilnehmer ist gegeben in [121] aus Heidelberg.
- MARTIN [93] warnt vor einer schlampigen Benutzung des Begriffes *Dichte*. Er bezeichnet damit die scheinbare Dichte (*apparent density* oder *bulk density*), nämlich Masse pro Volumen eines massiven Knochens, der HAVERSSche Kanäle, Knochenmarkhöhlen und andere Löcher enthält. Deshalb ist bei ihm die Dichte eine Funktion von sowohl der Porosität als auch des Mineralgehalts.
- Die Werte von KELLER [74] zeigen, daß das Elastizitätsmodul um einen Faktor von 20.000 schwankt, je nach scheinbarer Dichte (*apparent density*).

B.3.1 Empirische Formeln, die Knochen betreffend

Verhältnis des E-Moduls des ganzen Knochens (*bulk, E*) zum E-Modul des spongiösen Knochenmaterials (*trabecular tissue, E_s*)[150]:

$$\frac{E}{E_s} = 0,76 \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^{2,95}$$

ρ und ρ_s sind die entsprechenden scheinbaren Dichten (*apparent densities*).

Dasselbe Verhältnis wird ausgedrückt von CARTER & HAYES(1977) [24] (zu finden in [59] und [150]):

$$E = E_s \rho^n \quad (\text{B.4})$$

Porosity: Diese wird definiert als Verhältnis des Volumens eines Knochens, das mit weichem Material gefüllt ist (HAVERSSche Kanäle, Knochenmark) - zum Gesamtvolumen des Knochens [93].

Mit Hilfe der Porosität p ergibt sich das E-Modul des Schädelknochens als [94] (zu finden in [93]):

$$E = 12,4(1 - p)^3 [GPa] \quad (\text{B.5})$$

Mineralization: Der Mineralgehalt wird gemessen als das Verhältnis zwischen *ash mass* zu *dry mass* [93]. Für Rinderkortikalknochen gilt beispielsweise [119] (zu finden in [93]):

$$E = 89,1M^{3,91} [GPa] \quad (\text{B.6})$$

Winkel: Die Abhängigkeit des Young-Modulus vom Zug- und Druckwinkel wird von CURREY(1969) [31], REILLY und BURSTEIN(1975) [112] und (mit Herleitung) von AGARWAL und BROUTMAN [11] (zu finden in [142]) beschrieben:

$$E(\theta) = \left[\frac{\cos^4 \theta}{E_1} + \frac{\sin^4 \theta}{E_2} + \left(\frac{1}{G_{12}} - 2 \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \right]^{-1} \quad (\text{B.7})$$

Dabei sind: E : Gesamt-Elastizitätsmodul; θ : Winkel (0° : parallel zum Knochen, 90° : senkrecht auf den Knochen). E_1 : Longitudinales Elastizitätsmodul. E_2 : Transversales E-Modul. G_{12} : Longitudinal-transversales Schermodul. ν_{12} : Londitudinal-transversale Querkontraktionszahl.

DALSTRA [33] schließlich gibt einen nichtisotropen Elastizitätstensor C_{ijkl} wie in Glg.(2.31) für Beckenknochenmaterial an.

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [GPa])	Poisson-Zahl (Querkontrak- tionszahl ν)	Dichte [t/m ³]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
div.Quellen	0,0219	0,489	1,04	$G=500 \text{ kPa}$		[118]
[147](1995)	10-100 kPa	0,49-0,499	1,04		s.u.	[136][147]
[115](1996)	148,5 kPa	0,485	1,04			[115]

Tabelle B.4: Materialeigenschaften des cerebrospinalen Fluids

B.4 Cerebrospinales Fluid

Andere Bezeichnungen: CSF, Liquor

Die Materialeigenschaften sind in Tab. B.4 zusammengefasst. Bei vielen älteren Arbeiten wird allerdings zwischen Liquor und Hirn nicht unterschieden, d.h. der Liquor wird nicht getrennt berücksichtigt. WILLINGER [147] unterscheidet zwischen innerem und äußerem Fluid (im Gehirn und im Subarachnoidalraum). Er hat keine Messungen gemacht, sondern die Werte an die Eigenfrequenzen angefitet.

Häufig wird der Liquor nicht als eigenständige Materie berücksichtigt, sondern seine Haupteigenschaft, nämlich dass das Gehirn auf dem Schädelknochen „schwimmt“, wird mit Hilfe von Kontaktbedingungen simuliert ([82], [28]).

B.5 Hirnmasse

B.5.1 Flüssigkeitsmodelle

Die Arbeiten verwenden die einfachste HUGONIOT-Form für Flüssigkeiten $p = -K \varepsilon_V$ (2.44). Die Werte stehen in Tabelle B.5.

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E)	Poisson-Zahl (Querkontrak- tionszahl ν)	Dichte [t/m ³]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
[75](1977)			1,03	$K=2,19 \text{ GPa}$		[78]
[126](1977)			1,04	$K=2,19 \text{ GPa}$		[78]

Tabelle B.5: Gehirn als Flüssigkeit

B.5.2 Linear elastische Materialmodelle

Die meisten Autoren verwenden linear elastische Materialmodelle. Die Werte stehen in Tab. B.6.

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E)	Poisson-Zahl (Querkontrak- tionszahl ν)	Dichte [t/m^3]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
[65](1980)	66,7 kPa	0,48 - - 0,49999462	1,04			[78]
[143](1980)	66,7-667 kPa	0,48-0,4999	1,04			[78]
[85](1987)	250 kPa	0,49	1,00	G=80 kPa	Rhesusaffe	[27]
div.Quellen	2,19 MPa-GPa	0,4996	1,04	G=1680 kPa		[118]
[36](1995)				K=2,07 MPa G=13-34 kPa		[36]
[115](1996)	558 kPa	0,499	1,04			[115]
[116](1991)	5,04 MPa	0,499	1,04			[28]
[16](1995)	68 MPa	0,48	1,22			[28]
[153](1995)	503 kPa 804 kPa	0,4996 0,4996	1,04 1,04		Graue Substanz Weiße Substanz	[28]
[28](1997)	1 MPa	0,48	1,04		Literatur-Mittel	[28]

Tabelle B.6: Gehirn als linear elastischer Körper

B.5.3 Viskoelastische Modelle

Bei diesen Modellen wird die PRONY-Reihe (Glg. 2.56) für das Schermodul verwendet. Das Kompressionsmodul wird konstant gehalten ($K_0 = K_\infty$). Die Zahlen stehen in Tab. B.7.

Quellen- angabe	Materialgesetz für Schermodul	Scher- modul G_0 [kPa]	Scher- modul G_∞ [kPa]	Zerfalls- konstante β [s^{-1}]	Kompressions- modul K [MPa]	in
[46](1970)	(2.56)	528	168	35	5,625	[136]
[125](1972)	(2.56)	49	16,7	145	1125	[68]
[76](1977)	(2.56)	49,0	16,2	145		[154]
[45](1988)	(2.56)	11,02	5,512	200		[154]
[25](1990)	(2.56)	35-70	7,51	50-300		[154]
[84](1990)	(2.56)	26,9-110	2,87	50	1,25-5,44	[154]
[37](1991)	(2.56)	34,474	17,23	100	68,948	[154]
[118](1994)	(2.56)	528	168	35	127,9	[154]
[154](1996)	graue Substanz weiße Substanz	34 41	6,3 7,6	700 700	2190 2190	[154]

Tabelle B.7: Gehirn mit viskoelastischen Eigenschaften

Die ersten viskoelastischen Messungen für das Gehirn wurden von FRANKE ([41], 1956) durchgeführt. Er ließ eine Glaskugel in Schweinehirnen vibrieren und maß dadurch eine Scherviskosität. In den folgenden Jahren publizierten etliche Autoren weitere Arbeiten zu diesem Thema. SHUCK und ADVANI

[125] präsentierte 1972 eine Arbeit zur Messung von viskoelastischen Eigenschaften des menschlichen Gehirns *in vitro*. Bei diesen Arbeiten war jeweils das komplexe Schermodul über verschiedene Frequenzen aufgenommen worden (Glg. 2.57). PAMIDI und ADVANI [104] begannen 1978, die viskoelastischen Eigenschaften nicht mehr im Frequenz-, sondern im Zeitraum aufzuschreiben und verwendeten dafür nichtlineare Gleichungen. Es galt nun nicht mehr einfach $\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$, sondern $\sigma_{ij} = \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}}$, H ist die Hamiltonfunktion des Systems. WILLINGER passte seine Materialdaten so an, dass in seiner Simulation die Eigenfrequenzen des Schädels mit denen im Experiment übereinstimmten ([147], s.auch [136]). Eine Aufstellung von anderen Quellen findet man bei [154]. Diese Zahlen wurden durch Vibrationstests gefunden.

Laut diesen Daten zerfällt G von $G_0 = 11 - 528kPa$ auf $G_\infty = 3 - 168kPa$ mit einer Zerfallskonstante von $\beta = 35 - 300s^{-1}$. Für das Kompressionsmodul werden Werte von $K = 1 - 127MPa$ angegeben. Die Werte schwanken um mehrere Größenordnungen. Dies allein belegt schon die Unsicherheit der Messungen an biologischen Weichteilen.

B.5.4 Hyperelastische Modelle

Bei großen Deformationen reicht eine linear elastische Beschreibung mit viskoelastischen Eigenschaften nicht mehr aus. MENDIS [96] gibt ein gemischtes viskoelastisch-hyperelastisches Materialmodell an. Bei ihm zerfallen die Koeffizienten der hyperelastischen Reihe (Glg. 2.63), im einfachsten Fall des MOONEY-RIVLIN-Gesetzes (Glg. 2.64), mit der Zeit.

B.6 Andere Gehirnstrukturen

In neueren Arbeiten werden einzelne Gehirnstrukturen unterschieden, etwa bei ZHOU [154] (1996). So ordnet er *weißer Materie* ein geringfügig höheres Schermodul als *grauer Materie* zu. Er begründet es damit, dass weiße Materie erfahrungsgemäß steifer sei. Angesichts der Unsicherheiten in der Bestimmung der Zahlen ist diese Unterscheidung meines Erachtens mehr als fraglich. Laut CLAESSENS (1997) [28] ist diese Unterscheidung auch weitaus weniger wichtig als etwa die Frage einer guten Kontaktmodellierung zwischen Gehirn und Knochen. Die Literaturwerte für Gehirnstrukturen sind in Tab. B.8 zusammengefasst. Zumeist werden linear-elastische Materialgesetze benutzt.

B.7 Schädelhaut (Außenhaut)

Bezeichnungen: Scalp Layer

Diese Werte stehen in Tabelle B.9.

Achtung: Das an für sich nichtlineare Verhalten zwischen Spannung und Verzerrung wird hierbei linear beschrieben. Es wird in den Experimenten also nur eine Steigung im σ - ε -Diagramm gemessen. Je größer die Verzerrung ist, desto größer ist dann auch das E -Modul. Für kleine Ausdehnungen ε (bis etwa 10%) ist das Verhalten nahezu linear, das E -Modul konstant. Daher stammen die kleinen Werte für E von [105]. Wird ε auf über 20% erhöht, steigt E rasch an [10]. Daher die großen Unterschiede zu [75]!

Quellen- angabe	Gehirn- struktur	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [MPa])	Poisson-Z. (Querctr.- zahl ν)	Dichte [t/m ³]	Andere Module (K, G)	in
[153](1995)	Cerebellum, Hirnstamm	0,503	0,4996	1,04		[153]
[28](1997)	Cerebellum, Hirnstamm	1,0	0,48	1,04		[28]
[147](1995)	Tentorium Cerebelli, Falx	31,5	0,45	1,14		[136]
[28](1997)	Tentorium Cerebelli, Falx	31,5	0,45	1,13		[28]
[115](1996)	Dura Mater, Falx	31,5	0,45	1,13		[115]
[153](1995)	Pia Mater	11,5	0,45	1,13		[153]

Tabelle B.8: Andere Gehirnstrukturen

Quellen- angabe	Young-Modul (Elastizitäts- modul E)	Poisson-Z. (Querctr.- zahl ν)	Dichte [t/m ³]	Andere Module (K, G)	Anmerkungen	in
[75](1977)	34,5 MPa	0,4	1,20		Schädelhaut (50% Dehnung)	[78]
[105](1993)	1,6 ± 4,8 MPa				Stratum Corneum (Körperhaut) <i>in vivo</i>	[10]
[105](1993)	0,0254 ± 0,0079 MPa				Ganze Körperhaut (< 10% Dehnung)	[10]
Tabelle	0,025-100 MPa				—”—	[10]
[115](1996)	16,72 MPa	0,42	1,3		Schädelhaut	[115]

Tabelle B.9: Materialeigenschaften der Außenhaut

B.8 Blut

- Reynoldsche Zahl etc. siehe [66] (zw.408 und 1151).
- Diverse Arterien: [15](1980): E (Elastizitätsmodul) zwischen 0,13 MPa und 0,94 MPa (zu finden in [62]).

B.9 Vergleichswerte technischer Materialien

Quelle: [48] und [29]

Die Werte für ausgewählte Feststoffe in Tab. B.10 und für einige Flüssigkeiten in Tab. B.11 zusammengestellt.

Weitere Quellen: Eine Database mit biomechanischen Materialeigenschaften gibt es auch im Internet bei [103].

Stoff	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [GPa])	Poisson-Zahl (Querkontraktions- zahl ν)	Schermodul (Torsionsmodul) G [GPa]	Kompressions- modul K [GPa]
Aluminium (rein, weich)	72	0,34	27	75
Gold	81	0,42	28	180
Iridium	530	0,26	210	370
Blei	17	0,44	6	44
Eis (-4°C)	9,9	0,33	3,7	10
Buchenholz, längs	15			
Seidenfaden	6			
Nylon	0,3			
Polyäthylen	0,01			
Natürl.Kautschuk	0,001			0,019
Gelatine (80% Wasser)	0,002			

Tabelle B.10: Technische Materialien: Feststoffe

Stoff	Young-Modul (Elastizitäts- modul E [GPa])	Poisson-Zahl (Querkontraktions- zahl ν)	Viskosität bei 25°C η [$10^{-3} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$]	Kompressions- modul K [GPa]
Wasser			0,894	5000
Quecksilber			1,55	380
40% Zuckerlösung			6,2	3300
90% Zuckerlösung			56,5	2600

Tabelle B.11: Technische Materialien: Flüssigkeiten

Anhang C

Das Neutral-File-Format

Eines unserer Hauptprobleme bestand darin, die Geometrie, die wir aus dem Computertomogramm extrahiert hatten, in einem geeigneten Format abzuspeichern, das unser *Präprozessor* PATRAN [91] verstehen kann. Dafür bot sich das *Neutral-File-Format* an, das dokumentiert und im ASCII-Format geschrieben ist, so dass es von uns leicht erzeugt werden kann. In diesem Kapitel möchte ich die Struktur des Neutral-File-Formats ausführlich erklären, was in den Handbüchern ([106], Abschn.29) bzw. der Online-Hilfe recht knapp gehalten wird; und zwar am Beispiel der in meinem Programm `smooth` erzeugten Flächen (Abschn. 6.1.2).

C.1 Allgemeine Struktur

Beim Neutralfile besteht jede Eingabe aus zwei Zeilen. In der ersten (dem *Header*) steht eine *Kartennummer* (*card number*), die angibt, um was für eine Struktur es sich bei der folgenden Eingabe handelt, sei es eine geometrische Einheit, ein finites Element oder auch einfach nur eine Kommentarzeile. Die Kartennummer wird von 7 weiteren Zahlen gefolgt, welche – je nach Eingabetyp – verschieden aussehen können. In der zweiten Zeile werden nun die eigentlichen Größen eingegeben, also die Koordinaten bei geometrischen Einheiten, die Flächenparameter oder auch die Kommentare. Diese Zeile kann auch länger sein als eine Textzeile auf dem Bildschirm – je nach Eingabetyp. *Wichtig*: Es ist beim Neutral-File-Format unbedingt darauf zu achten, daß das Zahlenformat genau eingehalten wird. PATRAN steigt sofort aus, wenn irgendetwas nicht stimmt.

Das Neutralfile wird mit folgenden Zeilen eröffnet:

```
25      0      0      1      0      0      0      0      0
P3/PATRAN Neutral File from: /home/cgoetz/patran/test.db
26      0      0      1      0      0      0      0      0
12-Feb-96  14:22:48      3.0
```

(*Format in FORTRAN-Schreibweise: I2,8I8 - 20A4 - I2,8I8 - 3A4,2A4,3A4; „-“ bedeutet einen Zeilen-umbruch.*)

Dann folgen die geometrischen Einheiten und die finiten Elemente; auch Materialeigenschaften und

Randbedingungen können eingegeben werden. Am Ende wird das Neutralfile beendet mit Kartennummer 99 und folgender Zeile:

```
99      0      0      1      0      0      0      0      0
```

(Format: I2,8I8)

C.2 Die Eingabe der Geometrie

Bei der Geometrie unterscheiden FE-Programme vier verschiedendimensionale Strukturen, nämlich Punkte, Kurven, Flächen und Körper (englisch *point, curve, surface, solid*).

C.2.1 Die Eingabe von Punkten

Diese ist ziemlich einfach. Der Header lautet

```
31      i      0      1      0      0      0      0      0
```

(Format: I2,8I8)

wobei anstelle von *i* eine fortlaufende Punkt-ID eingetragen wird. In der zweiten Zeile stehen dann die drei Koordinaten des Punktes, also etwa

```
0.0000000000E+0  0.0000000000E+0  0.0000000000E+0
```

(Format: 3E16.9)

C.2.2 Die Eingabe von Kurven

Der Header für Kurven ist

```
32      i      0      3      0      0      0      0      0
```

(Format: I2,8I8)

Anstelle von *i* steht eine laufende Kurven-ID. Die Datenzeilen sind hier etwas komplizierter. Mit dem Neutral-File-Format lassen sich kubische Kurven darstellen. Wir suchen eine Parametrisierung der Kurve mit einem Parameter ξ , der am Kurvenanfang den Wert 0, am Kurvenende den Wert 1 hat. Dabei möchten wir Glieder bis zum dritten Grad von ξ zulassen. Mit anderen Worten bilden wir eine gerade

Strecke $f(\xi) = \xi$, $\xi \in [0 \dots 1]$ mit einer C^2 -Abbildung auf unsere kubische Kurve ab. So eine Abbildungsfunktion sieht dann wie folgt aus:

$$\vec{V}(\xi) = \vec{x}_0 + \vec{x}_1\xi + \vec{x}_2\xi^2 + \vec{x}_3\xi^3 \quad (\text{C.1})$$

Dabei sind $\vec{x}_0, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$ 4×3 (für x, y, z) Parameter, die mit Randbedingungen zu bestimmen sind. Als Randbedingungen gibt man in der Regel die Koordinaten des Anfangs- und Endpunktes der Kurve vor: An dieser Stelle soll $\xi = 0$ bzw. $\xi = 1$ sein. Damit sind 2×3 Parameter verbraucht. Die übrigen 6 Parameter kann man wahlweise durch zwei weitere Punkte festlegen, durch die die Kurve gehen soll; oder aber man gibt die Ableitungen an den Randpunkten vor. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn mehrere solcher Kurven als Kurvenstücke hintereinander gesetzt werden und diese glatt aneinander anschließen sollen. Diese letztere Möglichkeit wird deshalb auch beim Neutral-File-Format gewählt.

Im Neutral-File-Format müssen nicht die Parameter \vec{x}_i bestimmt werden. Stattdessen gibt man folgende Größen ein:

$$\vec{V}(0), \vec{V}(1), \frac{d\vec{V}}{d\xi}(0), \frac{d\vec{V}}{d\xi}(1)$$

also die x, y, z -Koordinaten des Anfangs- und Endpunktes sowie die Ableitung an diesen Punkten nach der *lokalen* Koordinate ξ an diesen Randpunkten. Dies sind genau 12 Parameter, also exakt so viele, wie nötig sind, die Gleichung der kubischen Kurve genau zu bestimmen. Im Neutralfile müssen diese in folgender Reihenfolge eingegeben werden:

$$\begin{aligned} &V_x(0), V_x(1), \frac{dV_x}{d\xi}(0), \frac{dV_x}{d\xi}(1), \\ &V_y(0), V_y(1), \frac{dV_y}{d\xi}(0), \frac{dV_y}{d\xi}(1), \\ &V_z(0), V_z(1), \frac{dV_z}{d\xi}(0), \frac{dV_z}{d\xi}(1) \end{aligned}$$

Es folgen noch die Punkt-IDs der Randpunkte. Das Format lautet in FORTRAN-Schreibweise *5E16.9 - 5E16.9 - 2E16.9,2I8*, wobei „-“ einen Zeilenwechsel bedeutet.

C.2.3 Die Eingabe von Flächen

Die Header-Zeile bei Flächen lautet

```
33      i          0          10          0          0          0          0          0
```

(Format: *I2,8I8*)

Auch hier steht anstelle von *i* eine laufende Flächen-ID.

Bei der zweiten Zeile gilt hier das gleiche Prinzip wie bei Linien, nur ist es etwas komplizierter. Wir brauchen hier statt $4 \times 3 = 12$ nun $4^2 \times 3 = 48$ Parameter. Der Grund ist der folgende:

Eine Parametrisierung einer Fläche entspricht der Abbildung eines Einheitsquadrates auf eine gekrümmte Fläche im Raum. Die lokalen Koordinaten (die Koordinaten des Einheitsquadrates) bezeichne ich mit ξ_1, ξ_2 ; diese laufen jeweils von 0 bis 1. Eine kubische Abbildungsfunktion sieht etwa so aus:

$$\begin{aligned} \vec{V}(\xi_1, \xi_2) = & \vec{x}_0 + \vec{x}_1\xi_1 + \vec{x}_2\xi_1^2 + \vec{x}_3\xi_1^3 \\ & + \vec{x}_4\xi_2 + \vec{x}_5\xi_1\xi_2 + \vec{x}_6\xi_1^2\xi_2 + \vec{x}_7\xi_1^3\xi_2 \\ & + \vec{x}_8\xi_2^2 + \vec{x}_9\xi_1\xi_2^2 + \vec{x}_{10}\xi_1^2\xi_2^2 + \vec{x}_{11}\xi_1^3\xi_2^2 \\ & + \vec{x}_{12}\xi_2^3 + \vec{x}_{13}\xi_1\xi_2^3 + \vec{x}_{14}\xi_1^2\xi_2^3 + \vec{x}_{15}\xi_1^3\xi_2^3 \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Man benötigt also $16 \times 3 = 48$ Parameter \vec{x}_i ($i = 0 \dots 15$). Man kann diese durch die Koordinaten von 16 Punkten bestimmen, die auf der Fläche liegen sollen, oder aber, wenn man wieder einen stetig differenzierbaren Anschluß an Nachbarflächen fordert, durch Ableitungen am Rand.

Beim Neutral-File-Format wird wiederum die letztere Möglichkeit gewählt. Man beschränkt sich auf 4 Punkte, bezieht aber ausdrücklich auch Ableitungen mit ein. Das Format braucht die Eingaben in folgender Reihenfolge:

$$\begin{aligned} & V_x(0,0), V_x(1,0), \frac{dV_x}{d\xi_1}(0,0), \frac{dV_x}{d\xi_1}(1,0), \\ & V_x(0,1), V_x(1,1), \frac{dV_x}{d\xi_1}(0,1), \frac{dV_x}{d\xi_1}(1,1), \\ & \frac{dV_x}{d\xi_2}(0,0), \frac{dV_x}{d\xi_2}(1,0), \frac{d^2V_x}{d\xi_1 d\xi_2}(0,0), \frac{d^2V_x}{d\xi_1 d\xi_2}(1,0) \\ & \frac{dV_x}{d\xi_2}(0,1), \frac{dV_x}{d\xi_2}(1,1), \frac{d^2V_x}{d\xi_1 d\xi_2}(0,1), \frac{d^2V_x}{d\xi_1 d\xi_2}(1,1) \\ & \dots \end{aligned}$$

und dann folgen die Größen für die y - und schließlich für die z -Koordinate von $\vec{V}(\xi_1, \xi_2)$. Wieder werden also die Koordinaten und die Ableitungen der Eckpunkte nach *lokalen* Koordinaten benötigt, und zwar zum einen die erste Richtungsableitung in beide lokalen Flächenrichtungen und zum anderen die zweiten, gemischten Richtungsableitungen.

Als Zeilenabschluß stehen noch die IDs der vier Eckpunkte. Das Eingabeformat lautet nun

9 Zeilen mit (5E16.9) - 3E16.9,4I8.

C.2.4 Die Eingabe von räumlichen Körpern

Man setzt das Problem nun analog fort. Es werden nun $4^3 \times 3 = 192$ Parameter benötigt.

Eine andere ausführliche Beschreibung des Neutral-File-Formats findet man im PATRAN-Handbuch [106], Abschnitt 37.

C.3 Die Berechnung der Ableitungen im Punktgitter

Zur Erzeugung der Kopfgeometrie werden viele kleine Teilflächen nebeneinandergesetzt. Durch Fittingsroutinen habe ich ein Punktgitter erzeugt, von dem jeweils vier Nachbarpunkte zu einer Fläche zusammengefasst werden. Die Ableitungen, die für die Flächengenerierung gebraucht werden, müssen numerisch festgestellt werden. Dabei benutze ich die 2 Punkte-Formel, die bis zur 2.Ordnung genau ist:

$$\frac{df}{dx}(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2) \quad (\text{C.3})$$

Beim Neutral-File muß nach *lokalen* Koordinaten abgeleitet werden. Im lokalen Koordinatensystem liegen aber die Punkte auf einem Einheitsraster; folglich haben Nachbarpunkte den Abstand $h = 1$!

Wir brauchen auch eine zweite Ableitung, die nach beiden Koordinaten abgeleitet ist. Dann setzen wir einfach die Formel (C.3) in sich selbst ein und erhalten:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 f}{d\xi_1 d\xi_2}(\xi_1, \xi_2) &= \frac{\frac{df}{d\xi_1}(\xi_1, \xi_2 + h) - \frac{df}{d\xi_1}(\xi_1, \xi_2 - h)}{2h} \\ &= \frac{f(\xi_1 + h, \xi_2 + h) - f(\xi_1 - h, \xi_2 + h) - f(\xi_1 + h, \xi_2 - h) + f(\xi_1 - h, \xi_2 - h)}{4h^2} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Da in unserem Fall $h = 1$ ist, vereinfachen sich die Formeln erheblich.

Symbolisch ist in Abb. C.1 angedeutet, wie sich die Eingabeparameter ins Neutralfile für die Fläche F in der Mitte berechnen lassen. Dabei sind mit P die Randpunkte der Fläche bezeichnet, mit Q die drumherumliegenden Nachbarpunkte. Die Reihenfolge der Eingabeparameter ins Neutralfile ist dann

$$\begin{aligned} \vec{V}(0,0) &\cong P_1 \\ \vec{V}(1,0) &\cong P_4 \\ \frac{d\vec{V}}{d\xi_1}(0,0) &\cong \frac{1}{2}(P_4 - Q_1) \\ \frac{d\vec{V}}{d\xi_1}(1,0) &\cong \frac{1}{2}(Q_8 - P_1) \\ \vec{V}(0,1) &\cong P_2 \\ \vec{V}(1,1) &\cong P_3 \\ \frac{d\vec{V}}{d\xi_1}(0,1) &\cong \frac{1}{2}(P_3 - Q_2) \\ \frac{d\vec{V}}{d\xi_1}(1,1) &\cong \frac{1}{2}(Q_7 - P_2) \end{aligned}$$

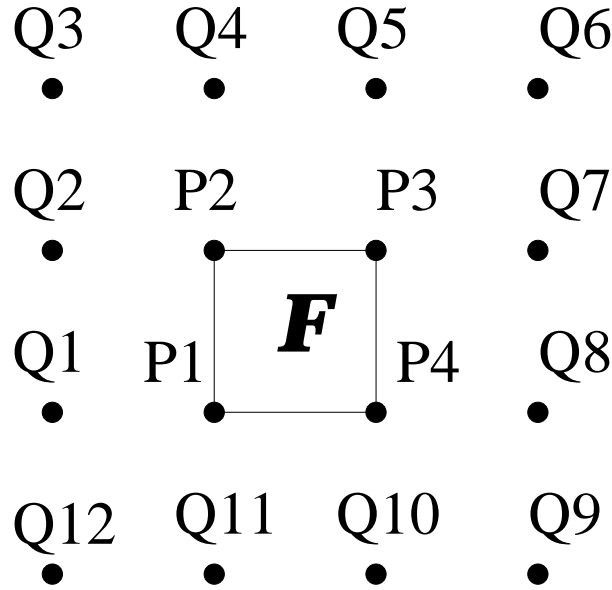


Abbildung C.1: Symbolisches Bild zur Erzeugung der Fläche F . In lokalen Koordinaten sind die Koordinaten der eingezeichneten Punkte: $P_1 = (0, 0)$, $P_4 = (1, 0)$, $Q_5 = (1, 2)$, $Q_{12} = (-1, -1)$ usw.

$$\begin{aligned}
 \frac{d\vec{V}}{d\xi_2}(0, 0) &\cong \frac{1}{2}(P_2 - Q_{11}) \\
 \frac{d\vec{V}}{d\xi_2}(1, 0) &\cong \frac{1}{2}(P_3 - Q_{10}) \\
 \frac{d^2\vec{V}}{d\xi_1 d\xi_2}(0, 0) &\cong \frac{1}{4}(P_3 + Q_{12} - Q_2 - Q_{10}) \\
 \frac{d^2\vec{V}}{d\xi_1 d\xi_2}(1, 0) &\cong \frac{1}{4}(Q_7 + Q_{11} - P_2 - Q_9) \\
 \frac{d\vec{V}}{d\xi_2}(0, 1) &\cong \frac{1}{2}(Q_4 - P_1) \\
 \frac{d\vec{V}}{d\xi_2}(1, 1) &\cong \frac{1}{2}(Q_5 - P_4) \\
 \frac{d^2\vec{V}}{d\xi_1 d\xi_2}(0, 1) &\cong \frac{1}{4}(Q_5 + Q_1 - Q_3 - P_4) \\
 \frac{d^2\vec{V}}{d\xi_1 d\xi_2}(1, 1) &\cong \frac{1}{4}(Q_6 + P_1 - Q_4 - Q_8)
 \end{aligned}$$

C.3.1 Die Ableitungen an den äußeren Schichten

An den äußersten Schichten kann man die Flächen so natürlich nicht berechnen, wenn es die Punkte $Q_9 - Q_{12}$ oder $Q_3 - Q_6$ oder/und Q_2, P_2, P_3, Q_7 gar nicht gibt. In diesem Falle erzeuge ich die entsprechenden Punkte als Hilfspunkte:

- Ist P_1 aus der untersten Schicht (am *Foramen Magnum*), soll meine Richtungsableitung senkrecht nach unten zeigen. Damit setze ich die x - und y -Koordinaten von $Q_{12}, Q_{11}, Q_{10}, Q_9$ gleich mit denen von Q_1, P_1, P_4, Q_8 ; als z -Koordinate nehme ich einen Schichtabstand niedriger als die niederste Schicht.
- Ist P_1 aus der zweitobersten Schicht, setze ich für $Q_3 - Q_6$ den zu erzeugenden Deckelpunkt. Der Deckelpunkt liegt in der Mitte der höchsten Schicht, ist aber einen halben Schichtabstand höher.
- Ist P_1 aus der obersten Schicht, muß darauf geachtet werden, daß die Tangente am Deckelpunkt *waagrecht* ist, sprich die Ableitung verschwindet. Ich erreiche das dadurch, daß ich für Q_2, P_2, P_3, Q_7 die Koordinaten des Deckelpunktes eingebe. Die Koordinaten von Q_3 bis Q_6 setzen wir gleich den Koordinaten von Q_1, P_1, P_4, Q_8 – denn dann ist die Differenz in den Ableitungsformeln (Glg. C.5) notwendigerweise 0.

Anhang D

Das Matching-Problem

Wenn wir unsere Simulationsergebnisse validieren wollen, müssen wir auffällige mechanische Belastungsgrößen mit den tatsächlichen Verletzungen vergleichen. Die Verletzungen werden von unseren Kollegen aus der Gerichtsmedizin photogrammetrisch dokumentiert. Dabei wird die Schädeloberfläche sowie das in Scheiben geschnittene Gehirn von verschiedenen Winkeln fotografiert und kann dadurch hinterher im Rechner mit einem CAD-Programm wieder dreidimensional rekonstruiert werden [130]. Auf diese Weise können auch im CT nicht sichtbare Verletzungen genau dokumentiert werden. Die Daten aus dem CAD-Programm können wiederum in PATRAN eingelesen werden. Die von den verschiedenen Arbeitsgruppen verwendeten Koordinatensysteme müssen nun aufeinander abgebildet werden.

Ein Programm wie PATRAN rechnet mit etwa 3 Nachkommastellen. Wenn man höhere Genauigkeit fordert, werden die Rechenzeiten bei der Vernetzung unzumutbar lang, weshalb eine höhere Genauigkeit nicht sinnvoll ist. Wenn man jedoch einen Körper durch drei EULER'sche Rotationen auf einen anderen abbildet, addieren sich die numerischen Fehler bei einer solchen geringen Genauigkeit katastrophal auf, so dass die beiden Körper hinterher optisch nicht mehr aufeinanderliegen. Deshalb versuchen wir, die drei Rotationen durch eine einzige zu beschreiben. Diese eine Drehachse und den Drehwinkel berechnen wir mit einem C-Programm, das mit 8 Nachkommastellen rechnet. Diese eine Drehung kann dann von PATRAN durchgeführt werden, und die Genauigkeit ist dann ausreichend. Das Prinzip und die Funktionsweise dieses selbstgeschriebenen Programms namens `rotate` soll hier vorgestellt werden.

D.1 Die Rotation eines dreidimensionalen Körpers

Bekanntlicherweise lässt sich ein dreidimensionaler Körper K auf einen identischen L abbilden, indem man drei Schritte ausführt: Etwa drei Rotationen um Koordinatenachsen, oder auch durch eine Translation und zwei Rotationen. Nach dem Satz von Euler läßt sich sogar immer *eine* Achse und *ein* Drehwinkel finden, mit dem diese Transformation in einem Schritt gefunden werden kann. Diesem Satz liegt die Aussage zugrunde, dass jede Rotationsmatrix diagonalisierbar ist, genau einen reellen Eigenwert (der ist 1) und zwei komplexe ($e^{i\phi}$ und $e^{-i\phi}$) Eigenwerte hat; der reelle Eigenvektor, der zum Eigenwert 1 gehört, stellt dann die Drehachse dar, ϕ ist der Drehwinkel. Zunächst müssen jedoch die drei Schritte einzeln ausgeführt werden. Anschließend kann die eine Drehachse (Abschn. D.2) bestimmt werden.

1. *Translation* des Körpers K , so dass die Schraube 1 von K auf die Schraube 1 von L abgebildet wird: Aus Körper K wird K' .

2. *1.Rotation* von K' . Schraube 2 von K' wird auf Schraube 2 von L abgebildet, Schraube 1 bleibt fest. Die Drehachse geht also durch Schraube 1 und senkrecht zur Ebene Schraube 1-Schraube 2(K')-Schraube 2(L). Der Drehwinkel ist der Winkel zwischen den Vektoren Schraube 1-Schraube 2(K') und Schraube 1-Schraube 2(L): Aus Körper K' wird K'' .
3. *2.Rotation* von K'' . Schraube 3 von K'' wird auf Schraube 3 von L abgebildet, die Achse verläuft durch die Schrauben 1 und 2. Damit ist der gesamte Körper K'' auf L rotiert. Die drei Schrauben dürfen dabei nicht auf einer Geraden liegen.

Das Ganze wäre eindeutig, wenn die Körper K und L identisch wären. Das ist aber leider aufgrund von Messfehlern und Verzerrungen im CT-Bild nicht der Fall. Deshalb muss ich eine Methode finden, die die Schrauben möglichst genau aufeinander abbildet. Außerdem habe ich bei einem fünfschraubigen Referenzsystem mehrere Möglichkeiten, die Drehungen zu bestimmen, indem jeweils verschiedene Schrauben zur Winkel- und Achsenbestimmung benutzt werden. Das Programm (`rotate`) probiert einige dieser möglichen Kombinationen durch und gibt die Endkoordinaten aus. Dann kann man von Hand vergleichen, welche Kombination die beste ist. Um aber die Sprache nicht unnötig zu verkomplizieren, spreche ich im folgenden immer von Schraube 1, 2 und 3.

Translation: Um die Schraube 1 von K auf die Schraube 1 von L abzubilden, brauche ich folgenden Translationsvektor \mathbf{t} :

$$\mathbf{t} = \mathbf{s}_1^L - \mathbf{s}_1^K$$

Dadurch ergibt sich dann für die Koordinaten von K' :

$$\mathbf{s}_i^{K'} = \mathbf{s}_i^K + \mathbf{t} \quad (i = 1 \dots \text{Schraubenzahl})$$

Ein Beispiel ist in Abb. D.1 (a+b) abgebildet.

Erste Rotation: Schraube 1 stimmt bei beiden Körpern nun schon überein (Abb. D.1 b). Als nächstes soll Schraube 2 von Körper K' auf Schraube 2 von Körper L abgebildet werden. Dies ist nicht exakt möglich, da die Schraubenabstände aufgrund von Messfehlern nicht identisch sind. Der *Drehwinkel* ist der Winkel zwischen den Vektoren Schraube 1-Schraube 2(K') und Schraube 1-Schraube 2(L), oder in mathematischer Schreibweise:

$$\phi_1 = \angle[(\mathbf{s}_2^{K'} - \mathbf{s}_1^L), (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)]$$

beziehungsweise

$$\cos \phi_1 = \frac{(\mathbf{s}_2^{K'} - \mathbf{s}_1^L) \cdot (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)}{|(\mathbf{s}_2^{K'} - \mathbf{s}_1^L)| |(\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)|}$$

Bei diesem Verfahren ist der Winkel natürlich nur modulo π bestimmbar, mit anderen Worten, er liegt stets zwischen 0 und 180° . Um auch die richtige Richtung der Drehung zu garantieren, muss die Achsenorientierung so gewählt werden, dass Drehachse, Ursprungsvektor [= Schraube 1-Schraube 2(K')] und Bildvektor [=Schraube 1-Schraube 2(L)] ein Rechtsdreiein bilden. Daher ergibt sich für die *Drehachse* \mathbf{a}_1 :

$$\mathbf{a}_1 = (\mathbf{s}_2^{K'} - \mathbf{s}_1^L) \times (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)$$

Das Ergebnis dieser Operation ist in Abb. D.1 (c) zu sehen. Wir haben damit erreicht, dass Schraube 1, Schraube 2(K'') und Schraube 2(L) auf einer Geraden liegen. Je näher Schraube 2(K'') an Schraube 2(L) liegt, desto besser die Übereinstimmung.

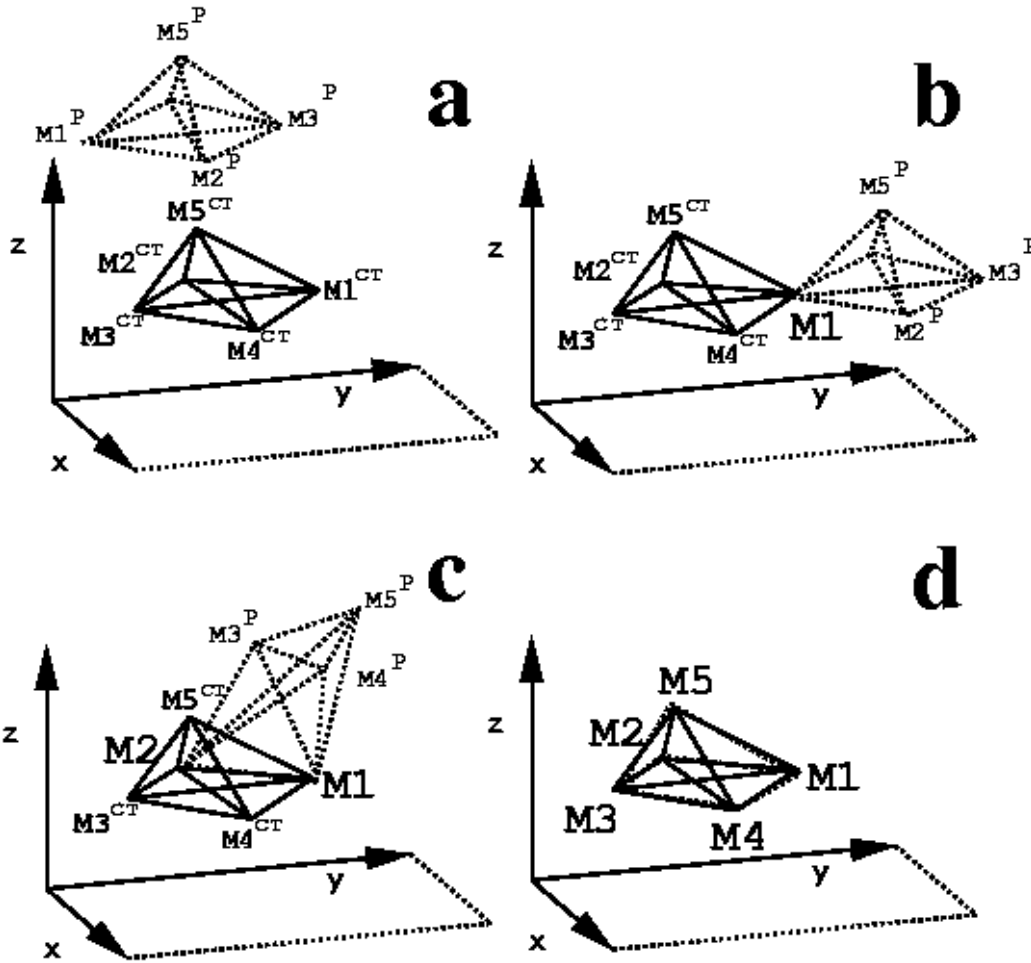


Abbildung D.1: Die einzelnen Schritte des Matchings [131]. *P* steht für das System aus der Photogrammetrie, *CT* für das vom CT entstandene Finite-Elemente-Modell. (a) Anfangszustand. (b) Nach der Translation liegen die Marker M_1 übereinander. (c) Nach der 1. Rotation senkrecht zur $M_1 - M_2^P - M_2^{CT}$ -Ebene liegen auch die Marker M_2 (fast) übereinander, genauer gesagt: $M_1 - M_2^P - M_2^{CT}$ liegen in einer Geraden. (d) Endzustand: Nach der 2. Rotation um die $M_1 - M_2$ -Achse liegen alle Marker (fast) übereinander.

Zweite Rotation: Nun liegen Schraube 1 und Schraube 2 also schon auf ihrer endgültigen Position fest. Der Körper hat nur noch den Freiheitsgrad, um diese Achse zu rotieren. Diese Achse entspricht der oben erwähnten Geraden Schraube 1-Schraube 2(K'')-Schraube 2(L). Schraube 3 darf nicht auf dieser Geraden liegen. Wir müssen nun also die Ebene Schraube 1-Schraube 2(K'' oder L)-Schraube 3(K'') auf die Ebene Schraube 1-Schraube 2-Schraube 3(L) drehen. Der Drehwinkel ist dann einfach der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen beziehungsweise der Winkel zwischen den beiden Normalen auf diese Ebenen. Die Normalen müssen hierbei in die gleiche Richtung orientiert sein, sie ergeben sich also etwa zu

$$\mathbf{n}_1 = \frac{(\mathbf{s}_3^{K''} - \mathbf{s}_1^L) \times (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)}{|(\mathbf{s}_3^{K''} - \mathbf{s}_1^L) \times (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)|} \quad (\text{D.1})$$

$$\mathbf{n}_2 = \frac{(\mathbf{s}_3^L - \mathbf{s}_1^L) \times (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)}{|(\mathbf{s}_3^L - \mathbf{s}_1^L) \times (\mathbf{s}_2^L - \mathbf{s}_1^L)|} \quad (\text{D.2})$$

Hier müssen wir jedoch Vorsicht walten lassen. Der Drehwinkel ist auf diese Weise nur modulo π bestimmbar, mit anderen Worten, der Winkel zwischen den Ebenen beträgt ϕ oder $180^\circ - \phi$. Um die richtige Drehrichtung zu bekommen, muss ich auch die Drehachse wieder orientieren. Wieder muss Drehachse-Ursprungsvektor-Bildvektor ein Rechtsdreibein bilden (oder, was äquivalent ist, Drehachse- \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2). In Formeln ausgedrückt heißt das:

$$\text{Drehachse} : \mathbf{a}_2 = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2$$

$$\text{Drehwinkel} : \phi_2 = \angle(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = \arccos(\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2)$$

Nun liegen Schraube 1, Schraube 2(K''), Schraube 2(L), Schraube 3(K'') und Schraube 3(L) in einer Ebene. Die übrigen Schrauben sind dann auch so gut wie möglich an ihre richtige Position gedreht (Abb. D.1 d). Um aber ein Optimum an Übereinstimmung herauszuholen, müssen mehrere Kombinationen von Drehungen um verschiedene Schrauben ausgeführt und am Endergebnis verglichen werden. Dies wird von dem Programm `rotate` ausgeführt.

D.2 Koordinatenrotation mit der Quaternionenalgebra

Die Idee für die Rotation ist nun klar. Es bleibt aber noch die Frage, wie man die neuen Koordinaten für die gedrehten Schrauben berechnen kann. Die gängigste Möglichkeit ist die Bestimmung der Drehmatrix. Diesen Weg wollte ich aber vermeiden, denn durch die Achsen und den Winkel kann man sich komplizierte Koordinatentransformationen ersparen. Es gibt eine andere Möglichkeit, solche Rotationen von Vektoren auszuführen, und zwar mit Hilfe der *Quaternionenalgebra*.

D.2.1 Quaternionen

In aller Kürze möchte ich erklären, was Quaternionen sind und wie man sie für die Rotation von Vektoren benutzen kann. Eine ausführliche, streng mathematische Herleitung finden Sie zum Beispiel bei VIGNÉRAS [141]. Ein Quaternion ist eine verallgemeinerte komplexe Zahl mit einem reellen und drei imaginären Anteilen. Man kann sie etwa so schreiben:

$$\mathfrak{q} = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$$

Dabei haben die imaginären Anteile folgende Eigenschaften:

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ ij &= -ji = k \\ jk &= -kj = i \\ ki &= -ik = j \end{aligned} \quad (\text{D.3})$$

Hierbei sieht man schon, dass die Multiplikation zweier Quaternionen nicht kommutativ ist! (Bemerkung: Sie ist aber assoziativ).

Einige elementare Rechenoperationen sind wie folgt definiert:

$$\text{Addition: } \mathbf{q} + \mathbf{r} = q_0 + r_0 + i(q_1 + r_1) + j(q_2 + r_2) + k(q_3 + r_3) \quad (\text{D.4})$$

$$\text{Skalare Multiplikation: } (c \in \mathbf{R}) \quad c \mathbf{q} = cq_0 + icq_1 + jcq_2 + kcq_3 \quad (\text{D.5})$$

$$\text{Betrag eines Quaternions: } |\mathbf{q}| = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \quad (\text{D.6})$$

Die Multiplikation zweier Quaternionen geht streng nach dem Distributivgesetz unter Anwendung der Rechenregeln aus Glg. (D.3). Multipliziert man etwa die Zahlen $\mathbf{q} = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k$ und $\mathbf{p} = p_0 + p_1i + p_2j + p_3k$ miteinander, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \mathbf{q} \star \mathbf{p} &= (q_0p_0 - q_1p_1 - q_2p_2 - q_3p_3) \\ &+ i(q_0p_1 + q_1p_0 + q_2p_3 - q_3p_2) \\ &+ j(q_0p_2 - q_1p_3 + q_2p_0 + q_3p_1) \\ &+ k(q_0p_3 + q_1p_2 - q_2p_1 + q_3p_0) \end{aligned} \quad (\text{D.7})$$

Des weiteren existiert eine Inverse für alle $\mathbf{q} \neq 0$ mit $\mathbf{q} \star \mathbf{q}^{-1} = 1$. Für den Fall $|\mathbf{q}| = 1$ gilt:

$$\mathbf{q} = q_0 + q_1i + q_2j + q_3k \leftrightarrow \mathbf{q}^{-1} = q_0 - q_1i - q_2j - q_3k \quad (\text{D.8})$$

D.2.2 Vektorrotation mit Quaternionen

Der Clou an der Quaternionenalgebra ist, dass man mit ihrer Hilfe die Drehung von Vektoren im \mathbf{R}^3 darstellen kann. Dazu schreibt man die 3D-Vektoren als Quaternion mit Realteil 0:

$$\mathbf{s} \rightarrow \mathfrak{s} = s_1i + s_2j + s_3k$$

Des weiteren definiert man ein Rotationsquaternion

$$\mathbf{q} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathfrak{n}$$

Sein Inverses ist dann

$$\mathbf{q}^{-1} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \mathfrak{n}$$

wobei θ den Drehwinkel und \mathfrak{n} die Drehachse bezeichnet. \mathfrak{n} entsteht auf dieselbe Weise wie oben \mathfrak{s} aus einem 3D-Vektor. Der Vektor \mathbf{n} ist dabei ein Einheitsvektor. Die Rotation eines Vektors \mathbf{s} erfolgt dann auf folgende Weise (man bezeichnet dies auch als *von \mathbf{q} induzierten inneren Automorphismus im Quaternionenraum*, [141], S.6)

$$\mathfrak{s}' = \mathbf{q} \star \mathfrak{s} \star \mathbf{q}^{-1} \quad (\text{D.9})$$

Der Realteil von \mathfrak{s}' ist dann ebenfalls 0, und die Imaginärteile geben die drei rotierten Raumkoordinaten an. Die Rotation erfolgt auf solche Weise, dass \mathbf{n} , \mathbf{s} und \mathbf{s}' ein Rechtsdreibein bilden, wenn $\theta > 0$ ist (Beweis in [141], S.13).

D.2.3 Anwendung der Quaternionen-Rotationsalgebra auf unseren Fall

Wir definieren \mathfrak{s} das dem Koordinatenvektor einer Schraube s entsprechende Quaternion, ebenso \mathfrak{t} als das dem Translationsvektor t entsprechende. Dann errechnet sich die neue Koordinate der Schraube \mathfrak{s} nach der Translation und 2 Rotationen als

$$\mathfrak{s}''' = \mathfrak{q}_{II} \star \mathfrak{q}_I \star (\mathfrak{s} + \mathfrak{t}) \star \mathfrak{q}_I^{-1} \star \mathfrak{q}_{II}^{-1} \quad (\text{D.10})$$

wobei \mathfrak{q}_I, θ_I und \mathfrak{n}_I die erste, $\mathfrak{q}_{II}, \theta_{II}$ und \mathfrak{n}_{II} die zweite Rotation beschreiben.

Auf diese Weise können wir also die neuen Koordinaten des Referenzsystems K''' berechnen und diese mit den Koordinaten des ungedrehten Systems L vergleichen. Man kann nun die vorhandenen Marker durchtauschen und andere als Marker 1-3 benutzen und erhält so verschiedene Möglichkeiten der Drehung. Von diesen wird nun von Hand die beste ausgewählt. Mit dieser Auswahl können nun die Drehungen in PATRAN auf die gesamte Schädelgeometrie angewendet werden und etwa das photogrammetrisch vermessene Gehirn in die richtige Position in die vom CT gemessene Kalotte eingepasst werden.

Wir möchten gerne aber die beiden Rotationen aus den oben dargelegten Gründen durch eine einzige beschreiben. Dazu benötigen wir die EULER'sche Achse und den Drehwinkel der Gesamtdrehung aus den beiden Einzelrotationen. Dies ist mit der Quaternionenalgebra ganz einfach. Die Rotationsgleichung für die Gesamtdrehung lautet

$$\mathfrak{s}''' = \mathfrak{q} \star (\mathfrak{s} + \mathfrak{t}) \star \mathfrak{q}^{-1} \quad (\text{D.11})$$

wobei \mathfrak{q} nun das zunächst unbekannte Quaternion der Gesamtdrehung darstellt. θ und \mathfrak{n} stellen Drehwinkel und -achse der Gesamtdrehung dar. Durch Vergleich von Glg. (D.11) mit (D.10) folgt sofort, dass

$$\mathfrak{q} = \mathfrak{q}_{II} \star \mathfrak{q}_I \quad (\text{D.12})$$

und, da $\mathfrak{q} = \cos(\theta/2) + \sin(\theta/2) \mathfrak{n}$ sowie $\mathfrak{q}_i = \cos(\theta_i/2) + \sin(\theta_i/2) \mathfrak{n}_i$, ($i = I, II$) ist, folgt durch Koeffizientenvergleich

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) &= [\mathfrak{q}_{II} \star \mathfrak{q}_I]_0 \\ n_1 &= \frac{1}{\sin(\theta/2)} [\mathfrak{q}_{II} \star \mathfrak{q}_I]_1 \\ n_2 &= \frac{1}{\sin(\theta/2)} [\mathfrak{q}_{II} \star \mathfrak{q}_I]_2 \\ n_3 &= \frac{1}{\sin(\theta/2)} [\mathfrak{q}_{II} \star \mathfrak{q}_I]_3 \end{aligned} \quad (\text{D.13})$$

Mit arabischen Zahlen ist der Quaternion-Koeffizient gekennzeichnet, mit römischen Zahlen die erste bzw. zweite Rotation. Aus dem Realteil lässt sich der Drehwinkel bestimmen, mit diesem und mit Hilfe der Imaginärteile folgt die Drehachse. Der Drehwinkel liegt zwischen 0 und 180°, die Drehachse ist aufgrund des Algorithmus schon so ausgerichtet, dass die Drehung in die richtige Richtung erfolgt (n , s und s''' bilden ein Rechtsdreibein bei $\theta > 0$). Wenn man den Drehwinkel dagegen statt mit 70° lieber mit z.B. -70° oder 290° angibt, dreht sich die Achse aufgrund des umgekehrten Vorzeichens beim Sinus automatisch um, so dass die Drehung dieselbe bleibt. Falls $\theta = 0$ ist, ist die Drehachse natürlich unbestimmt, Glg. D.13 liefert dann keine Lösung für die Achse.

Die auf diese einfache Weise bestimmte Drehachse und der Drehwinkel wird auf das Referenzsystem und auf die ganze von der Photogrammetrie bestimmte Geometrie angewendet. Auf diese Weise kann das Gehirn in die Kalotte eingepasst werden (Abb. D.2 und D.3).

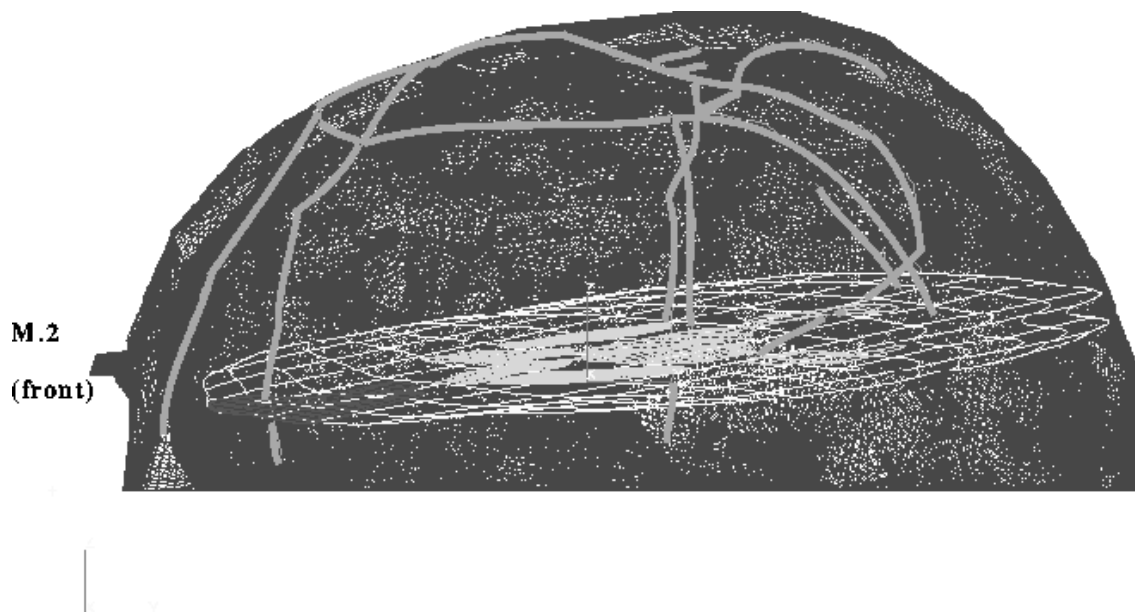


Abbildung D.2: Matching zwischen den verschiedenen Geometrien: Die Kalottengeometrie stammt aus dem CT. In diese Geometrie ist eine Hirnscheibe eingesetzt (mit Weiß), wie sie photogrammetrisch vermessen wurde (mit einigen Gehirnstrukturen und –dunkel– einer Verletzung). Die hellen Streifen auf der Kalotte deuten ein Bruchsystem an, das ebenfalls photogrammetrisch vermessen wurde. Die Rotation der Koordinatensysteme erfolgte um die durch die Quaternionen-Algebra bestimmte EULER'sche Achse.

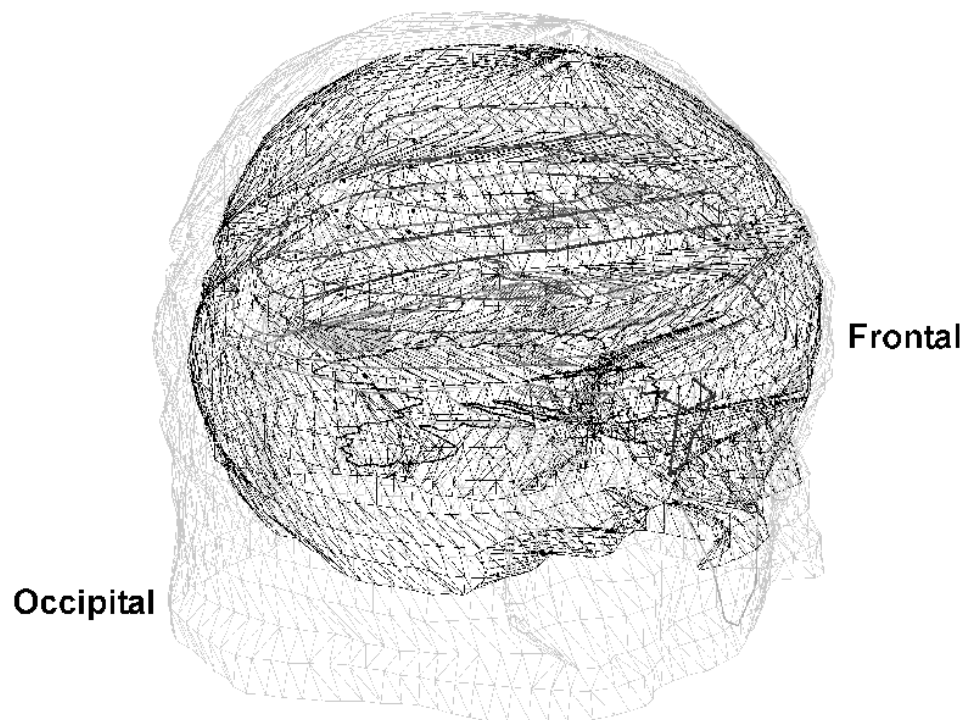


Abbildung D.3: Ein weiteres Beispiel für Matching zwischen den verschiedenen Geometrien: In die aus dem CT gewonnene Kalottengeometrie ist das photogrammetrisch vermessene Gehirn eingepasst worden.

Anhang E

Das Einheitensystem

Die verwendeten Softwarepakete arbeiten alle dimensionslos, das heißt mit einem *konsistenten* Einheitensystem. Definiert wird ein solches Einheitensystem durch eine beliebige Wahl der sieben Grundeinheiten (Einheit für Länge, Masse, Zeit, Stromstärke, Molzahl, absolute Temperatur und Lichtstärke). Aus diesen Grundeinheiten lassen sich dann alle anderen Einheiten ableiten. Beispiel für ein solches konsistentes Einheitensystem ist das SI-System (*Système International*).

Für unsere Probleme sind nur die drei *mechanischen* Grundeinheiten von Bedeutung: Länge, Masse und Zeit. Weil bei der Berechnung des menschlichen Kopfes die Dimensionen nicht so groß sind, ist es angenehmer, beispielsweise in Millimetern statt in Metern zu rechnen. In Tabelle (E.1) sind verschiedene Grundeinheiten vorgeschlagen; daraus ergibt sich dann das darunterstehende konsistente Einheitensystem.

Aus diesem System folgt, daß sich die Resultate aus dem FE-Programm sich auf verschiedene Weise interpretieren lassen. Anhand eines Beispiels soll dies veranschaulicht werden. Folgende beiden Interpretationen einer Rechnung sind mathematisch bzw. mechanisch völlig äquivalent:

(Beschreibung im System Mensch). Eine gefüllte Kugel (Hülle: Dicke 5mm , Dichte $2 \cdot 10^{-6}\text{kg/mm}^3 (= 2\text{t/m}^3)$, E-Modul $6,5 \cdot 10^6\text{kPa} (= 6,5\text{GPa})$) mit einem Durchmesser von 200mm (Füllung: Dichte $10^{-6}\text{kg/mm}^3 (= 1\text{t/m}^3)$, E-Modul 675kPa) prallt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 8000mm/s auf eine Metallplatte (Dicke 2mm , Durchmesser 1m). Von dieser wird sie zurückgeworfen, wobei Beschleunigungen bis zu $2 \cdot 10^6\text{mm/s}^2 = 2000\text{m/s}^2 (= 200\text{g})$ auftreten. Im Kugellinneren treten Drücke bis zu 300kPa auf. Der ganze Stoßprozess ist in $20-30\text{ms}$ abgeschlossen.

(Beschreibung im System Maus). Eine gefüllte Kugel (Hülle: Dicke $0,5\text{mm}$, Dichte $2 \cdot 10^{-6}\text{kg/mm}^3 (= 2\text{t/m}^3)$, E-Modul $6,5 \cdot 10^6\text{kPa} (= 6,5\text{GPa})$) mit einem Durchmesser von 20mm (Füllung: Dichte $10^{-6}\text{kg/mm}^3 (= 1\text{t/m}^3)$, E-Modul 675kPa) prallt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 8000mm/s auf eine Metallplatte (Dicke $0,2\text{mm}$, Durchmesser 10cm). Von dieser wird sie zurückgeworfen, wobei Beschleunigungen bis zu $2 \cdot 10^7\text{mm/s}^2 = 20.000\text{m/s}^2 (= 2000\text{g})$ auftreten. Im Kugellinneren treten Drücke bis zu 300kPa auf. Der ganze Stoßprozess ist in $2-3\text{ms}$ abgeschlossen.

Diese Beschreibungen erinnern an einen aufprallenden Menschen- oder Mäuseschädel. Aber auch eine Interpretation im SI-System, die an keine biologischen Materialien erinnert, ist theoretisch möglich:

Größe	SI-System	System Mensch	System Maus
Länge	m	$10^{-3}m = mm$	$10^{-4}m$
Masse	kg	kg	$10^{-3}kg = g$
Zeit	s	s	$10^{-1}s$
Geschwindigkeit (Länge/Zeit)	m/s	$10^{-3}m/s$ $= mm/s$	$10^{-3}m/s$ $= mm/s^2$
Beschleunigung (Geschw./Zeit)	m/s^2	$10^{-3}m/s^2$ $= mm/s^2$	$10^{-2}m/s^2$ $= cm/s^2$
Fläche	m^2	$10^{-6}m^2 = mm^2$	$10^{-8}m^2$
Volumen	m^3	$10^{-9}m^3 = mm^3$	$10^{-12}m^3$
Dichte (Masse/Volumen)	$kg/m^3 = 10^{-3}t/m^3$ $= 10^{-3}kg/l$ $= 10^{-3}g/cm^3$	$kg/mm^3 = 10^6t/m^3$ $= 10^6kg/l = 10^6g/cm^3$	$10^6t/m^3$ $= 10^6kg/l = 10^6g/cm^3$
Kraft (Masse× Beschleunigung)	$N = kg\,m/s^2$	$mN = kg\,mm/s^2$ $= 10^{-3}N$	$10^{-3}kg\,10^{-4}m/(10^{-1}s)^2$ $= 10^{-5}N$
Druck/E-Modul (Kraft/Fläche)	$Pa = N/m^2$	mN/mm^2 $= 10^{-3}N/10^{-6}m^2$ $= 10^3Pa = kPa$	$10^{-5}N/10^{-8}m^2$ $= 10^3Pa = kPa$
Energie (Kraft × Länge)	$J = Nm$	$mN \cdot mm = 10^{-6}Nm$ $= \mu J = 10^{-6}J$	$10^{-5}N \cdot 10^{-4}m$ $= nJ = 10^{-9}J$
Leistung (Energie/Zeit)	$W = J/s$	$10^{-6}J/s$ $= 10^{-6}W = 1\mu W$	$10^{-9}J/10^{-1}s$ $= 10^{-8}W$

Tabelle E.1: Verschiedene konsistente Einheitensysteme

(Beschreibung im SI-System, System Star Wars). Eine gefüllte Kugel (Hülle: Dicke $5m$, Dichte $2 \cdot 10^{-6}kg/m^3 (= 2 \cdot 10^{-9}t/m^3)$, E-Modul $6,5 \cdot 10^6Pa (= 6,5MPa)$) mit einem Durchmesser von $200m$ (Füllung: Dichte $10^{-6}kg/m^3 (= 10^{-9}t/m^3)$, E-Modul $675Pa$) prallt mit einer Anfangsgeschwindigkeit von $8000m/s$ auf eine Metallplatte (Dicke $2m$, Durchmesser $1km$). Von dieser wird sie zurückgeworfen, wobei Beschleunigungen bis zu $2 \cdot 10^6m/s^2 (= 200.000g)$ auftreten. Im Kugellinneren treten Drücke bis zu $300Pa$ auf. Der ganze Stoßprozess ist in $20 - 30ms$ abgeschlossen.

Brutal, nicht?

Anhang F

Verschiedenes

F.1 Zusammenhang zwischen Federkonstante und Elastizitätsmodul

Eine Längsfeder ist ein eindimensionaler Körper, der nur Dehnungen und Stauchungen entlang seiner Achse zulässt. Insofern entspricht er einem mechanischen Körper, nämlich einem *Stab* (*engl.: truss*). Die Beschreibung des Stabes erfolgt jedoch normalerweise in Kenngrößen, die nur vom Material abhängen – wie das Elastizitätsmodul – während die Federkonstante eine Größe ist, die auch sowohl vom Material als auch von der Geometrie abhängt. Gesucht ist nun ein Zusammenhang zwischen Elastizitätsmodul und der Federkonstante.

Das HOOKE'sche Gesetz für einen Stab lautet

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\text{F.1})$$

(in einer Dimension reduzieren sich die Tensoren auf Skalare). Die Spannung ist dann natürlich einfach die Kraft F auf den Stab pro Querschnittsfläche A , während die Verzerrung die Auslenkung u pro Ursprungslänge l_0 ist. Setzen wir das ein, so ergibt sich

$$\sigma = \frac{F}{A} = E \frac{u}{l_0} \quad (\text{F.2})$$

oder nach F aufgelöst

$$F = \frac{EA}{l_0} u = ku \quad (\text{F.3})$$

Damit lässt sich die Federkonstante eines Stabes schreiben als

$$k = \frac{EA}{l_0} \quad (\text{F.4})$$

F.2 Der Wertebereich der POISSON-Zahl

Ein „normaler“ mechanischer Körper hat eine natürliche Querkontraktion; wenn auf ihn eine Druckkraft in x -Richtung ausgeübt wird und die anderen Richtungen freigelassen werden, dehnt er sich in y - und z -Richtung aus. Sein Volumen wird kleiner und kann höchstens gleich bleiben. Er kann unter Druck nicht größer werden und ferner bei einer Druckspannung in x -Richtung in die beiden anderen Raumrichtungen nicht kleiner werden. Es gibt zwei Grenzfälle: Der eine Fall ist die Inkompressibilität (dann bleibt das Volumen gleich; dies entspricht einer Querkontraktionszahl $\nu = 0,5$); der andere Fall ist die Nichtquerkontraktion (Bei einem Druck in x -Richtung dehnt der Körper sich in y - und z -Richtung überhaupt nicht aus; dies entspricht einer Querkontraktionszahl $\nu = 0$).

BEHAUPTUNG:

Es gilt also für nicht allzu exotische mechanische Körper:

$$0 \leq \nu \leq 0,5$$

BEWEIS:

1. Teil: Die POISSON-Zahl eines Körpers ist kleiner oder gleich $\nu = 0,5$. Wenn sie $\nu = 0,5$ beträgt, so ist dieser inkompressibel. Hier folgt der Beweis:

Das isotrope HOOKE'sche Gesetz lautet (Glg. 2.35)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}]$$

Die Volumendehnung eines Körpers ist nach Glg.(2.24) definiert als

$$\varepsilon_V = Sp(\boldsymbol{\varepsilon}) = \varepsilon_{ii}$$

Die Volumendehnung muss bei negativer mittlerer Hauptspannung (=positivem hydrostatischem Druck) kleiner oder gleich 0 sein, d.h. der Körper darf bei äußerem Druck nicht größer werden.

Forderung:

$$\varepsilon_{ii} \leq 0$$

wenn $\sigma_{ii} < 0$.

Setzen wir das ineinander ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii} &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ii} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ii}] \\ &= \frac{1}{E} [(1 + \nu)\sigma_{ii} - 3\nu\sigma_{kk}] \\ &= \frac{1 - 2\nu}{E} \sigma_{ii} \stackrel{!}{\leq} 0 \end{aligned} \tag{F.5}$$

Im Falle $\sigma_{ii} < 0$ (positiver Druck) folgt daraus

$$\begin{aligned} 1 - 2\nu &\stackrel{!}{\geq} 0 \\ \nu &\leq 0,5 \end{aligned}$$

Wenn $\nu = 0,5$, ist die Volumendehnung exakt 0, unabhängig von der Spannung. Der Körper ändert dann sein Volumen nicht, er ist inkompressibel.

2. Teil: Eine Teilgleichung von Glg.(2.35) lautet

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E}[\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})]$$

Wenn nun, wie in dem Beispiel aus dem Abschnitt „Voraussetzung“, $\sigma_{xx} < 0$ (=Druckkraft) sowie $\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$ (=frei in den anderen Raumrichtungen) ist, so gilt

$$\varepsilon_{yy} = -\frac{1}{E}\nu\sigma_{xx}.$$

Die Voraussetzung lautete, dass ε_{yy} in diesem Fall größer als oder gleich 0 sein muss (Querdehnung). Dies ist für $\nu < 0$ nicht erfüllbar.

Aus diesem Widerspruch folgt $\nu \geq 0$.

□.

Anhang G

Medizinische Fachausdrücke

In diesem Abschnitt sind gängige medizinische Fachausdrücke zusammengestellt. Quellen: [110], [111].

- **Abkürzungen:**

<i>A., Aa.</i>	Arteria, Arteriae
<i>Lig.</i>	Ligamentum (Band)
<i>M., Mm.</i>	Musculus, Musculi
<i>N., Nn.</i>	Nervus, Nervi
<i>V., Vv.</i>	Vena, Venae

- **Schädelstrukturen:**

<i>Ala minor</i> bzw. <i>major</i>	kleiner bzw. großer Flügel (des Keilbeins)
<i>Arachnoidea encephali</i>	Mittlere Hirnhautschicht
<i>Atlas</i>	Der oberste Halswirbel, auf dem der Kopf aufliegt
<i>Axis</i>	Der zweitoberste Halswirbel
<i>Calvaria</i>	Knöchernes Schädeldach
<i>Cavum subarachnoideale</i>	→ <i>Subarachnoidalraum</i>
<i>Cerebellum</i>	Kleinhirn
<i>cerebrospinalis Fluid</i>	(CSF) → <i>Liquor</i>
<i>Cerebrum</i>	Allg.: Gehirn oder speziell: Großhirn
<i>Clivus</i> (<i>Cl. Blumenbachii</i>)	wörtl.: Abhang, Hügel; speziell: Der vom Keil- und Hinterhauptbein gebildete Teil der inneren Schädelbasis, der von der Türkensattellehne zum → <i>Foramen Magnum</i> steil abfällt
<i>Co..., Cr...</i>	→ <i>Ko..., Kr...</i>
<i>Commotio cerebri</i>	Gehirnerschütterung
<i>Compressio cerebri</i>	Traumatogener Hirndruck
<i>Contusio cerebri</i>	Gehirnquetschung
<i>Corpus mandibulae</i>	Hauptkörper des Unterkieferknochens
<i>Crista galli</i>	Hahnenkamm, in der Schädelhöhle vorspringender Ansatz des Siebbeins; Ansatz der → <i>Falx Cerebri</i>
<i>Dermis</i>	Lederhaut, mittlere Teilschicht der Außenhaut

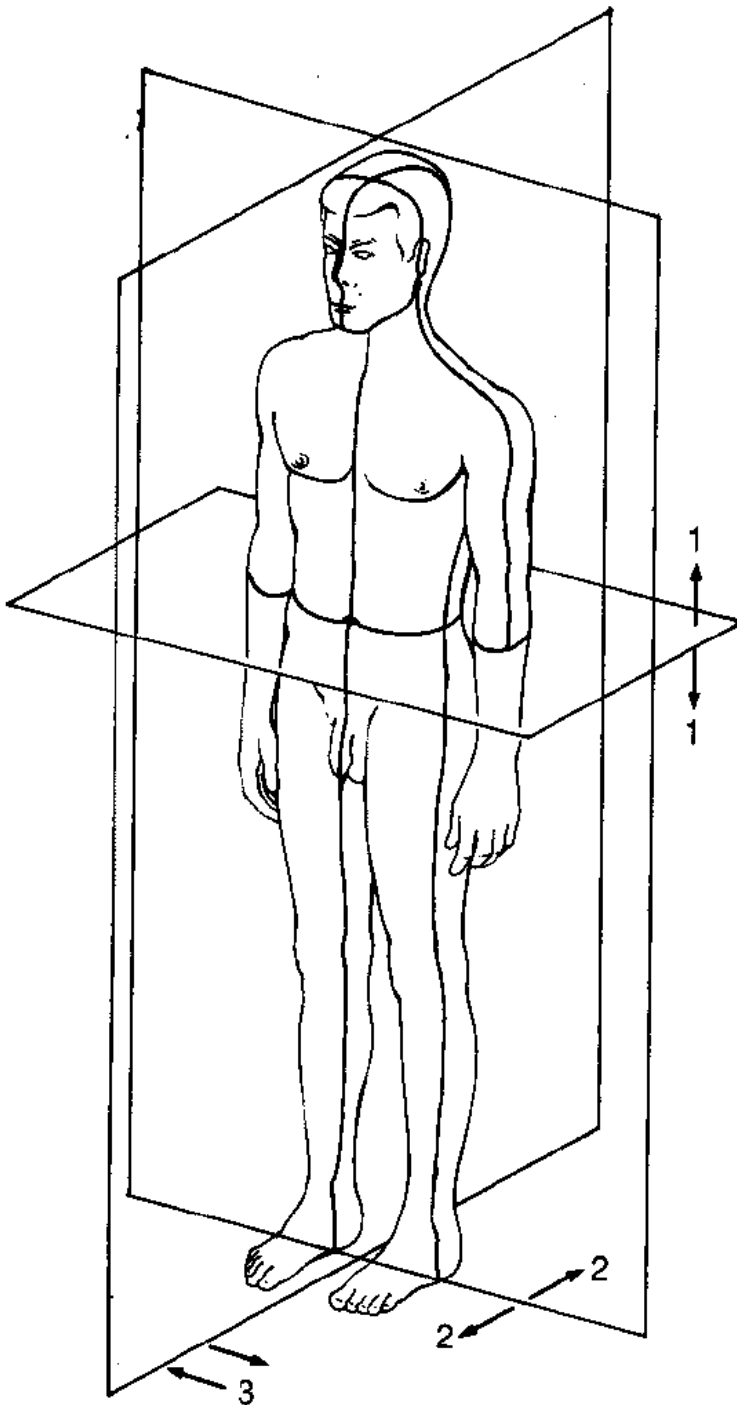


Abbildung G.1: Definition der Körperebenen:

(1) **Transversalebene**, (2) **Frontalebene** oder **Koronarebene**, (3) **Sagittalebene** (wenn der Schnitt durch die Körpermitte geht, heißt sie auch **Medianebene**).

Die Definition der Körperachsen entlang der Pfeilrichtung: (1) Longitudinale Achse, (2) sagittale Achse, (3) transversale Achse.

Die Abbildung ist entnommen aus [111].

<i>Diencephalon</i>	Zwischenhirn, enthält Hypophyse und Hypothalamus
<i>Diploë</i>	Andere Bezeichnung für die → <i>Spongiosa</i> des Schädelknochens
<i>Dura Mater encephali</i>	Harte Hirnhaut, die dem Knochen nächstliegende Hautschicht
<i>Enzephalon</i>	Gehirn
<i>Epidermis</i>	Oberhaut, äußere Teilschicht der Außenhaut
<i>Falx cerebri</i>	Teil der → <i>Dura Mater</i> , der die linke von der rechten Gehirnhälfte trennt.
<i>Foramen magnum</i>	Hinterhauptsluch
<i>Foramen</i>	Loch
<i>Gyri cerebri</i>	Hirnwindungen
<i>K...</i>	s. auch C...

<i>Kompakta</i>	Äußere und innere (harte) Knochenschicht
<i>Kondylen</i>	Gelenkkopf, Knochenende; der Kopf liegt mit den Kondylen des → <i>Os occipitale</i> auf dem → <i>Atlas</i> auf.
<i>Korium</i>	→ <i>Dermis</i>
<i>Kortex Cerebri</i>	Hirnrinde, die oberste Schicht des Gehirns (graue Substanz)
<i>Kortikalis</i>	→ <i>Spongiosa</i>
<i>Kranium</i>	Schädel
<i>Lacuna</i>	Lücke, Spalte, Ausbuchtung
<i>Liquor</i>	Gehirnflüssigkeit im → <i>Subarachnoidalraum</i> und den → <i>Ventrikeln</i>
<i>Mandibula</i>	Unterkiefer
<i>Marklager</i>	Die Hauptsubstanz des Gehirns (weiße Substanz)
<i>Meninx, pl. Meninges</i>	Hirnhaut, Hirnhäute
<i>Mesencephalon</i>	Mittelhirn
<i>Metencephalon</i>	Hinterhirn
<i>Myelencephalon</i>	Nachhirn
<i>Neurokranium</i>	Hirnschädel
<i>Os frontale</i>	Stirnknöchel
<i>Os nasale</i>	Nasenbein
<i>Os occipitale</i>	Hinterhauptknöchel
<i>Os parietale</i>	Scheitelknöchel
<i>Os sphenoidale</i>	Keilbein
<i>Os temporale</i>	Schläfenknöchel
<i>Os, ossa</i>	der, die Knochen
<i>Parenchym</i>	Die speziellen Zellen eines Organs, die dessen Funktion bedingen. Beispiel: Gehirnssubstanz
<i>Pars Petrosa</i>	Felsenbein (Teil des Schläfenknöchels)
<i>Pia Mater encephali</i>	Weiche Hirnhaut, die dem Gehirn nächstliegende Hautschicht
<i>Ramus, -i mandibulae</i>	Unterkieferknöcheläste
<i>Rhombencephalon</i>	Rautenhirn, enthält → <i>Metencephalon</i> und → <i>Myelencephalon</i>
<i>Sella turcica</i>	Türkensattel; Vertiefung der Schädelhöhlenbasis, in der die Hypophyse liegt
<i>Septum</i>	Scheidewand (wörtl. Zaun, Schranke)
<i>Sinus</i>	Vertiefung, Höhle
<i>Spongiosa</i>	Mittlere (schwammartige) Knochenschicht
<i>Subarachnoidalraum</i>	Raum zwischen → <i>Arachnoidea</i> und → <i>Pia Mater</i> , vom → <i>Liquor</i> erfüllt.
<i>Subcutis</i>	Unterhaut, innere Teilschicht der Außenhaut
<i>Substantia alba</i>	Weißer Substanz des Gehirns (→ <i>Marklager</i>)
<i>Substantia grisea</i>	Graue Substanz des Gehirns (Hirnrinde, → <i>Kortex</i>)
<i>Sulcus</i>	Furche, Rinne
<i>Sutura</i>	Naht
<i>Telencephalon</i>	Endhirn, enthält die beiden Großhirnhemisphären
<i>Tentorium cerebelli</i>	Kleinhirnzelt, Hautschicht zwischen Groß- und Kleinhirn
<i>trabekulärer Knochen</i>	→ <i>Spongiosa</i>
<i>Truncus Cerebri</i>	Hirnstamm
<i>Ventrikel</i>	Mit → <i>Liquor</i> angefüllte Kammern im Gehirn
<i>Viszerokranium</i>	Gesichtsschädel
<i>Vomer</i>	Pflugscharbein, Teil der Nasenscheidewand
<i>zer...</i>	→ <i>cer...</i>

• **Sonstige Begriffe:**

<i>forensisch</i>	gerichtsmedizinisch
<i>Hämatom</i>	Bluterguss, durch Trauma entstandene Blutansammlung im Weichteilgewebe
<i>histologisch</i>	Gewebs-, das Gewebe betreffend
<i>in vitro</i>	außerhalb des lebenden Organismus (wörtl.: im Glas)
<i>in vivo</i>	in einem lebenden Organismus
<i>Läsion</i>	Verletzung
<i>metabolisch</i>	stoffwechselbedingt veränderlich
<i>Modell</i>	Wenn Mediziner von <i>Modellen</i> für Traumasimulationen sprechen, meinen sie stets Tiermodelle!
<i>morphologisch</i>	die (geometrische) Form betreffend
<i>neurologisch</i>	das Nervensystem betreffend
<i>Ödem</i>	Ansammlung wässriger (seröser) Flüssigkeit in den Gewebespalten
<i>pathologisch</i>	krankhaft
<i>physiologisch</i>	die physikalischen Funktionen des Organismus betreffend
<i>post mortem</i>	nach Eintritt des Todes
<i>...tomo..., ...tomie</i>	Schnitt, Teilung (<i>Tomogramm</i> =Schnittbild, <i>Osteotomie</i> =Knochendurchtrennung, <i>A-tom</i> =das Unteilbare)
<i>vaskulär</i>	die (Blut-)Gefäße betreffend

• **Anatomische Richtungsangaben:**

<i>anterior</i>	nach vorn
<i>basal</i>	zum Rumpf (Kopf: Zur Schädelbasis) hin
<i>c...</i>	→ <i>k...</i> oder → <i>z...</i>
<i>dexter, -tra, -trum</i>	rechts
<i>dorsal</i>	zum Rücken hin
<i>epidural</i>	Zwischen Knochen und → <i>Dura Mater</i> liegend
<i>frontal</i>	zur Stirn hin
<i>inferior</i>	der untere (näher am Steiß liegende)
<i>intrazerebral</i>	im Großhirn
<i>kaudal</i>	zum Steißende (wörtl.: Schwanz) hin
<i>kranial</i>	zum Kopfende hin
<i>lateral</i>	von der Medianebene weg
<i>medial</i>	zur Medianebene hin
<i>median</i>	in der Medianebene
<i>occipital (okzipital)</i>	zum Hinterhaupt hin
<i>para...</i>	parallel zur ...-Ebene liegend
<i>parietal</i>	zum Scheitel hin
<i>peripher</i>	zur Oberfläche des Körpers hin
<i>posterior</i>	nach hinten
<i>proximal</i>	(bei Extremitäten) zum Rumpf hin
<i>rostral</i>	zum Mund (wörtl.: Schnabel) hin

<i>sagittal</i>	in der Sagittalebene (wörtl.: Pfeilebene) liegend
<i>sinister, -tra, -trum</i>	links
<i>subdural</i>	zwischen → <i>Dura Mater</i> und → <i>Arachnoidea</i> liegend
<i>superior</i>	der obere (näher am Kopf liegende)
<i>temporal</i>	zur Schläfe hin
<i>ventral</i>	zum Bauch hin
<i>zentral</i>	zum Inneren des Körpers gehörig

Anhang H

Quellcodes

H.1 Die Geometrierzeugungsprogramme flatten/smooth

H.1.1 Das Shellscript flatten

```
#!/bin/csh
#
# Shellscript zur Ablaufsteuerung des Glaettungsprozesses einer Schicht
#   Syntax: flatten <Schichtnummer>
#####
#   Autor: Christian Goetz                                     #
#   Datum: 19.8.1996                                         #
#####
#
@ schicht=1
while (($schicht<148))
#
#####
# Vorbereitende Variablendefinitionen
#####
# Aufloesung: Millimeter pro Pixel
@ mmpx=0
@ mmpxnachkomma=54
@ mmpz=1
@ mmpznachkomma=0
#####
#
#
#####
# RGB-file der Schicht ins Arbeitsverzeichnis kopieren.
#####
echo ...RGB-file der Schicht $schicht ins Arbeitsverzeichnis kopieren.
#@ t=$1
if (($schicht<10)) set rohfile=SHT7div000$schicht
if ( ($schicht < 100) && ($schicht > 10) ) set rohfile=SHT7div00$schicht
if (($schicht>99)) set rohfile=SHT7div0$schicht
cd /home/cgoetz/kopf4/divisi/contours
cp ../$rohfile.rgb .
chmod u+w $rohfile.rgb
#####
#
#
#####
# Schicht in Binary-PGM-Format umwandeln
#####
echo ...Schicht in Binary-PGM-Format umwandeln
convert $rohfile.rgb $rohfile'_bin.pgm'
#####
```

```

#
#
#####
# Schicht in ASCII-PGM-Format umwandeln
#####
echo ...Schicht in ASCII-PGM-Format umwandeln
pgmb2a < $rohfile'_bin.pgm' >! $rohfile.pgm
# Loeschen unnoetiger Files
rm $rohfile'_bin.pgm'
#####
#
#
#####
#Schicht schwarzweiss machen (und umbenennen von *.pgm in *_bw.pgm)
#####
echo ...Schicht schwarzweiss machen
# Eingabereihenfolge:
#   Nummer der Schicht
#   Unterer Schwellwert (aus der gesamten Grauwertskala)
#   Oberer Schwellwert (nicht nur 1 wegen xv!)
#   Aufloesung in x-y-Richtung (mm pro Pixel)
#   Aufloesung in z-Richtung (mm pro Schichtnummer)
#   x-Koordinate des Mittelpunkts
#   y-Koordinate des Mittelpunkts
pgmcol2bw $rohfile <<dat
$schicht
254
255
$mmpx.$mmpxnachkomma
$mmpz.$mmpznachkomma
254.4
325.4
dat
# Umbenennen von Files
mv $rohfile.gnu $rohfile.raw
mv $rohfile'.pgm' $rohfile'.orig.pgm'
mv $rohfile'_bw.pgm' $rohfile'.pgm'
#####
#
#
#####
# Berechnen des Mittelpunktes der Schicht
#####
echo ...Berechnen des Mittelpunktes der Schicht
@ sumx='cat $rohfile.raw | awk '{sum += $1} END {print int(sum)}''
# echo sumy=$sumy
@ sumy='cat $rohfile.raw | awk '{sum += $2} END {print int(sum)}''
# echo sumy=$sumy
@ NR='cat $rohfile.raw | awk 'END {print NR}''
@ NR=$NR - 2 # Die ersten zwei Zeilen sind Kommentarzeilen
# echo NR=$NR
@ xc= $sumx / $NR
@ yc= $sumy / $NR
#####
# Alternative: Benutze einen festen Mittelpunkt
# *****
@ xc = 142
@ yc = 122
#####
echo ... ..Der Mittelpunkt ist \[$xc.4,$yc.4\]
#####
#
#
#####
# Konturerzeugung - 2 Alternativen
#####
# 1.Alternative: Kontur erzeugen mit xv
#echo ...Kontur erzeugen mit xv
#echo ... ..Bitte fuehre Edge-Detect-Algorithmus durch
#echo ... ..und speichere unter demselben Namen ab
#xv $rohfile'.pgm'
#@ grauschwellwert = 150
#####

```

```

# 2.Alternative: Kontur erzeugen mit edge
echo ...Kontur erzeugen mit edge
edge $rohfile
mv $rohfile.pgm $rohfile'.voll.pgm'
mv $rohfile.edge.pgm $rohfile.pgm
@ grauschwellwert = 1
#####
#
#
#####
# Konturpunkte in File ".gnu" schreiben
#####
echo ...Konturpunkte in File $rohfile.gnu schreiben
# Eingabereihenfolge:
#   Nummer der Schicht
#   Unterer Schwellwert (aus der gesamten Grauwertskala)
#   Oberer Schwellwert (nicht nur 1 wegen xv!)
#   Aufloesung in x-y-Richtung (mm pro Pixel)
#   Aufloesung in z-Richtung (mm pro Schichtnummer)
#   x-Koordinate des Mittelpunkts
#   y-Koordinate des Mittelpunkts
pgm2gnu $rohfile <<dat
$schicht
$grauschwellwert
255
$mmpx.$mmpxnachkomma
$mmpz.$mmpznachkomma
$xc.4
$yc.4
dat
# Loeschen unnoetiger Files
rm $rohfile'_bw.pgm'
#####
#
#
#####
# Sortieren der Punkte
#####
echo ...Sortieren der Punkte
# Schreibe alle Kommentarzeilen in $rohfile.srt
sed -n '/#/p' $rohfile.gnu >! $rohfile.srt
# Sortiere die uebrigen Zeilen und schreibe sie auch in das File $rohfile.srt
sed '/#/d' $rohfile.gnu | sort -n +6 >> $rohfile.srt
#####
#
#
#####
# Glaetten der Punkte und Heraussuchen einer bestimmten Anzahl
#####
echo ...Glaetten der Punkte und Heraussuchen einer bestimmten Anzahl
# Eingabereihenfolge:
#   xc
#   yc (Mittelpunkt des Kreises fuer diese Schicht)
#   x0pat
#   y0pat (Schichtebenen-Koordinatenursprung bei PATRAN)
#   nfit (Zahl der Fitpunkte pro Schicht)
#   winsize (Fenstergroesse [N-winsize..N+winsize])
#   nfile (Ausgabefilename fuer Neutralfile)
#   fac (Zahl der Fitpunkte beim 1.Durchgang ist fac*nfit)
#   nschichten (Zahl der Schichten vor Beginn der Rechnung)
#   point0id (ID des letzten Punktes vor Beginn der Rechnung)
#   (dies muss nur dann von 0 verschieden sein, wenn ein neues
#   out-File erzeugt werden soll, bei dem die IDs nicht mit
#   1 beginnen sollen. Falls ein out-file schon existiert,
#   sucht tf selbst die passende ID heraus.)
cp $rohfile.srt input.dat
tf <<dat
$xc.4
$yc.4
0
0
30
5

```

```

/home/cgoetz/kopf4/divisi/contours/kopf4.out
4
0
0
dat
cp reduz.dat $rohfile.red
#####
#
#
#####
# Schreiben der benutzten Groessen in ein File kopf.res
#####
echo ..Herausschreiben der benutzten Daten ins File kopf.res
touch kopf.res
echo >> kopf.res
echo \# Benutzte Daten in Schicht $schicht >> kopf.res
echo \# ----- >> kopf.res
echo Kopfmittelpunkt: .....\[xc.4,$yc.4\] >> kopf.res
echo Aufloesung \(\mm pro Pixel\) ..... $mmpx.$mmpxnachkomma >> kopf.res
echo \# ----- >> kopf.res
echo >> kopf.res
#####
#
#
#####
# Ausplotten der Resultate
#####
echo
echo ..Und jetzt kommen die Bilder \!\!\!
echo Schicht $schicht. Schichtmittelpunkt ist \[$xc.4,$yc.4\].
cp $rohfile.raw schicht.raw
cp $rohfile.gnu schicht.gnu
# Plotten des gesamten Arbeitsablaufs
#gnuplot < /home/cgoetz/kopf2/cambiatil28/contours/flatten.plot
# Plotten des Rohfiles und des gefitteten Files
gnuplot < /home/cgoetz/kopf2/cambiatil28/contours/schicht.plot
rm -f schicht.raw schicht.gnu
#####
# Nur jede sechste Schicht soll beruecksichtigt werden, um nicht
# zu kleine Flaechen zu haben
@ schicht++
@ schicht++
@ schicht++
@ schicht++
@ schicht++
\rm SHT*
end
#
#
#####
# Sicherheitskopie der Dateien kopf.out und kopf.ses
#####
\rm polar.dat reduz.dat reduz1.dat input.dat
more kopf.res
cp -i kopf.out sicher/kopf.out
cp -i kopf.ses sicher/kopf.ses
#####
#####

```

H.1.2 Teilprogramme von flatten

In flatten wurden etliche C-Programme selber geschrieben, die hier abzdrukken den Rahmen der Dissertation sprengen würden. Deshalb soll hier nur kurz ihre Funktionsweise dargestellt werden:

<code>pgmb2a</code>	Wandelt ein binäres <i>pgm</i> -Format (<i>portable grey map</i>) in ein ASCII- <i>pgm</i> -Format um.
<code>pgmcol2bw</code>	Macht ein <i>pgm</i> -File schwarzweiß: Alle Farbpixel oberhalb eines anzugebenden Schwellwerts werden 1 gesetzt, die anderen 0. Die verbleibende Farbtiefe ist nur noch 1 Bit.
<code>edge</code>	Detektiert die Kanten einer Kontur: jeweils das äußerste gesetzte und das benachbarte nicht gesetzte Pixel werden neu auf 1 gesetzt, alle anderen Pixel werden auf 0 gesetzt. Die Verbindungslinie der neu gesetzten Punkte ist eine gute Näherung für die Konturlinie.
<code>pgm2gnu</code>	Schreibt das <i>pgm</i> -Format ins Gnuplot-Format um (dieses Programm ist identisch mit <code>pgmcol2bw</code>).
<code>tf</code>	Glättet die Punkte und sucht eine vorzugebende Anzahl von Fitpunkten heraus.

H.1.3 Das wichtigste Teilprogramm von `smooth`

In `smooth` werden die kubischen Flächensplines mit Hilfe des Unterprogramms `flaechen.c` erzeugt.

```

/* *****
File flaechen.c

berechnet aus 4 Nachbarpunkten im Neutralfile jeweils eine
Flaeche 2.Ordnung, die stetig differenzierbar an die Nachbarflaeche
anstoesst

***** */

/* ***** */
#include "contour.h"

extern int      nfit, ns; /* Zahl der Punkte pro Schicht, Zahl der Schichten*/
extern double  xc,yc; /* Mittelpunktkoordinaten des Kopfes */
static void    patch(FILE *neutralfile,double *p,int *onset);
static void    printit(FILE *neutralfile,double zahl,int *Ppos);

/* ***** */
/* ***** */

void flaechen(FILE *neutralfile,double **x,double **y,double **z)
{
    int ins, i; /* Zaehlvariable: Schichten, Punkte pro Schicht */
    int fid; /* Flaechen-ID */
    double *p; /* Hilfsfeld fuer Punkte */
    int initpos,j; /* Hilfsvariable */
    int spalte,zeile; /* Einzulesender Punkt */
    double xo,yo,zo; /* Deckelmittelpunkt */

    printf("Beginn FLAECHEM...\n");

    /* Initialisierung */
    fid=1;
    p=dvector(0,15);
    deckelmittelpunkt (&xo,&yo,&zo,z);

    /* Falls die unterste Schicht nicht geschlossen werden soll */
    /* for (ins=1; ins<=ns; ins++) */
    /* Falls die unterste Schicht geschlossen werden soll */
    for (ins=0; ins<=ns; ins++)

```

```

    {
        for (i=1; i<=nfit; i++)
    {
        /* Headerzeile jeder einzelnen Flaeche im Neutralfile */
        fprintf(neutralfile,"%2d%8d%8d%8d%8d%8d%8d%8d\n",
        33,fid,0,10,0,0,0,0);
        /* Uebergabe der Koordinaten an Schreibprogramm */
        /* x-Koordinate */
        initpos=1;
        for (j=0; j<16; j++)
            {
                spalte=(i-1 + j%4)%nfit;
                if (spalte==0) spalte=nfit;
                zeile=ins-1 + j/4;
                if (zeile==0)
            {
                /* Fall1: Am Foramen Magnum ist
                die Ableitung senkrecht nach unten */
                /* p[j]=x[spalte][1]; */
                /* Fall2: Am Foramen Magnum ist
                die Ableitung waagrecht */
                p[j]=xo;
            }
            else if (zeile==-1)
            {
                /* Falls das F.M. geschlossen werden soll */
                p[j]=xo;
            }
            else if (zeile==ns+1)
            {
                /* Es geht zum Deckelpunkt hin */
                p[j]=xo;
            }
            else if (zeile==ns+2)
            {
                /* Am Deckelpunkt ist die Ableitung 0 (waagrecht) */
                p[j]=x[spalte][ns];
            }
            else
                p[j]=x[spalte][zeile];
            }
            patch(neutralfile,p,&initpos);
            /* y-Koordinate */
            for (j=0; j<16; j++)
                {
                    spalte=(i-1 + j%4)%nfit;
                    if (spalte==0) spalte=nfit;
                    zeile=ins-1 + j/4;
                    if (zeile==0)
                {
                    /* Fall1: Am Foramen Magnum ist
                    die Ableitung senkrecht nach unten */
                    /* p[j]=y[spalte][1]; */
                    /* Fall2: Am Foramen Magnum ist
                    die Ableitung waagrecht */
                    p[j]=yo;
                }
                else if (zeile==-1)
                {
                    /* Falls das F.M. geschlossen werden soll */
                    p[j]=yo;
                }
                else if (zeile==ns+1)
                {
                    /* Es geht zum Deckelpunkt hin */
                    p[j]=yo;
                }
                else if (zeile==ns+2)
                {
                    /* Am Deckelpunkt ist die Ableitung 0 (waagrecht) */
                    p[j]=y[spalte][ns];
                }
                else

```



```

p[j]=y[spalte][zeile];
}
patch(neutralfile,p,&initpos);
/* z-Koordinate */
for (j=0; j<16; j++)
{
    spalte=(i-1 + j%4)%nfit;
    if (spalte==0) spalte=nfit;
    zeile=ins-1 + j/4;
    if (zeile==0)
    {
        /* Fall1: Am Foramen Magnum ist
        die Ableitung senkrecht nach unten */
        /* p[j]=2*z[spalte][1]-z[spalte][2]; */
        /* Fall2: Am Foramen Magnum ist
        die Ableitung waagrecht */
        p[j]=z[spalte][1];
    }
    else if (zeile==--1)
    {
        /* Falls das F.M. geschlossen werden soll */
        p[j]=z[spalte][1];
    }
    else if (zeile==ns+1)
    {
        /* Oberste Zeile: Es geht zum Deckelpunkt hin */
        p[j]=zo;
    }
    else if (zeile==ns+2)
    {
        /* Am Deckelpunkt ist die Ableitung waagrecht */
        p[j]=z[spalte][ns];
    }
    else
    p[j]=z[spalte][zeile];
}
patch(neutralfile,p,&initpos);

/* printf(">>> Kontrolle: Initpos am Ende (muesste 4 sein):%d\n",initpos); */
if (initpos!=4)
    nrerror ("FEHLER in FLAECHEN.C. Falsche Anzahl von Patchdaten!");

/* Schreiben der 4 Punkt-IDs ins File */
if (ins<ns)
{
    /* Fuer alle Punkte ausser dem Deckelpunkt */
    fprintf(neutralfile,"%8d%8d%8d%8d\n",
        (ins-1)*nfit+i,ins*nfit+i,
        ins*nfit+(i%nfit)+1,(ins-1)*nfit+(i%nfit)+1);
}
else
{
    /* Deckelpunkt */
    fprintf(neutralfile,"%8d%8d%8d%8d\n",
        (ins-1)*nfit+i,ns*nfit+1,
        ns*nfit+1,(ins-1)*nfit+(i%nfit)+1);
}
fid++;
}

}

/* Abschlusszeile im Neutralfile */
fprintf(neutralfile,"99      0      0      1      0      0      0      0      0");
free_dvector (p,0,15);
}

/* ***** */

void patch(FILE *neutralfile,double *p,int *onset)

```

```

/* Berechnung der Patch-Daten fuers Neutralfile und Schreiben in dasselbe */
/* Variablen:
neutralfile = Neutralfile
p           = Funktionswerte der 16 Punkte
onset      = Anfangsposition der Zahl
              (zur Steuerung des Zeilenumbruchs im Neutralfile) */

{
    int pos;          /* Position im Neutralfile (es muessen immer 5
                      Zahlen nebeneinander stehen bis zum Zeilenumbruch) */

    pos=*onset;
    printit (neutralfile,p[5],&pos);
    printit (neutralfile,p[6],&pos);
    printit (neutralfile,(p[6]-p[4])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[7]-p[5])/2,&pos);
    printit (neutralfile,p[9],&pos);
    printit (neutralfile,p[10],&pos);
    printit (neutralfile,(p[10]-p[8])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[11]-p[9])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[9]-p[1])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[10]-p[2])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[10]+p[0]-p[8]-p[2])/4,&pos);
    printit (neutralfile,(p[11]+p[1]-p[9]-p[3])/4,&pos);
    printit (neutralfile,(p[13]-p[5])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[14]-p[6])/2,&pos);
    printit (neutralfile,(p[14]+p[4]-p[12]-p[6])/4,&pos);
    printit (neutralfile,(p[15]+p[5]-p[13]-p[7])/4,&pos);
    *onset=pos;
}

/* ***** */

void printit(FILE *neutralfile,double zahl,int *Ppos)

/* Druckt die Patch-Daten ins Neutralfile und macht, falls noetig,
   einen Zeilenumbruch */

{
    int pos;

    if ((zahl<1e-8) && (zahl>-1e-8)) zahl=0;
    fprintf(neutralfile,"%16.9e",zahl);
    pos=*Ppos;
    if (pos==5)
    {
        fprintf(neutralfile,"\n");
        pos=0;
    }
    pos++;
    *Ppos=pos;
}

```

H.2 Umwandlung des ABAQUS-Inputfiles: Das Shellscript abq2expl

Um ein Inputfile von ABAQUS/Standard zu ABAQUS/Explicit zu konvertieren, muss man das Shellscript `abq2expl` darüberlaufen lassen. Ungültige Elementtypen werden ersetzt und eine Warnung wird ausgegeben. Kontaktdefinitionen werden statt im Modellierungsteil (d.h. vor dem Stichwort `*STEP`) im History-Teil (d.h. nach dem Stichwort `*STEP`) eingetragen. Ferner müssen einige Befehlsoptionen verändert werden.

Dieses Konvertierungsprogramm ist keineswegs vollständig. Es wurde laufend verändert, wenn neue Elementtypen oder Befehle verwendet wurden, die in ABAQUS/Explicit eine Fehlermeldung produzierten. Außerdem werden die Ausgabeanforderungen völlig verändert und müssen von Hand nachbearbeitet werden.

Das Shellscript abq2expl:

```
#!/bin/csh
set filename=$1
echo Working on $filename...
if ((-e part1.inp) || (-e partCONTACT.inp) || (-e partSTEP.inp) || (-e part3.inp)) then
  echo Removing old files...
  rm -f part*.inp
  echo Old files have been removed
endif
touch part1.inp
touch partCONTACT.inp
touch partSTEP.inp
touch part3.inp
if (-e $filename.inp) then
  cat $filename.inp | awk -f /home/cgoetz/patran/explicit/abq2expl/abq2expl.awk
#> $filename'.inf'
  cat part1.inp partSTEP.inp partCONTACT.inp part3.inp > $filename'_ex.inp'
  echo abq2expl successfully completed.
  echo ABAQUS EXPLICIT Input File written as $filename'_ex.inp'.
#echo For information confer file $filename.inf.
else
  echo ERROR. $filename.inp does not exist. ERROR.
endif
rm -f part*.inp
```

Das awk-Skript abq2expl.awk:

```
# Schritte, die das File macht:
# Es aendert einzelne Zeilen:
# - Manche Elemente werden geaendert:
#   S4R5    --> S4R
#   CPE4H   --> CPE4R
# - Einigen Schluesselwoertern werden die falschen Parameter weggenommen:
#   *CONTACT PAIR, *AMPLITUDE, *FRICTION
# - Kontaktdefinition wird vom Model part in den History part uebernommen.

# Model part (vor dem Keyword *STEP)
{nof="part1.inp"}
{print $0 > nof;getline}
{print "ABAQUS Explicit Job, created by abq2expl." > nof;getline}
{while ($1!="*STEP,") {
#   Aendern der Restart-Option
  {if ($1=="*RESTART,") {
for (i=1; i<=NF; i++) {
  if (substr($i,1,9)=="FREQUENCY")
    {
      hh=substr($i,10,length($i))
      $i=sprintf("NUMBER INTERVAL%s",hh)
    }
}
}
print "*WARNING: Within *RESTART Option parameter FREQUENCY has been replaced by NUMBER INTERVAL."
}
}

#   Austauschen von ungueltigen Elementen
{if ($1=="*ELEMENT,") {
for (i=2; i<=NF; i++) {
{if ($i=="TYPE=S4R5,")
{
```

```

print "*WARNING: Element Type S4R5 has been changed to S4R"
$i="TYPE=S4R,"
}
}
{if (($i=="TYPE=CPE4H,") || ($i=="TYPE=CPE4,"))
{
print "*WARNING: Element Type CPE4(H) has been changed to CPE4R"
$i="TYPE=CPE4R,"
}
}
{if (($i=="TYPE=CAX4,") || ($i=="TYPE=CAX4H,"))
{
print "*WARNING: Element Type CAX4(H) has been changed to CAX4R"
$i="TYPE=CAX4R,"
}
}
{if ($i=="TYPE=CAX3H,")
{
print "*WARNING: Element Type CAX3H has been changed to CAX3"
$i="TYPE=CAX3,"
}
}
{if ($i=="TYPE=C3D8,")
{
print "*WARNING: Element Type C3D8 has been changed to C3D8R"
$i="TYPE=C3D8R,"
}
}
{if ($i=="TYPE=C3D4H,")
{
print "*WARNING: Element Type C3D4H has been changed to C3D4"
$i="TYPE=C3D4,"
}
}
}
}
}
#      Loeschen von ungueltigen Schluesselwoertern
{if (($1=="*AMPLITUDE,") && (substr($NF,1,10)=="DEFINITION")) {
$NF=""; $ (NF-1)=substr($ (NF-1),1,length($ (NF-1))-1)
}
}
{if (($1=="*SURFACE") && ($2=="BEHAVIOR,")) {
for (i=1; i<=NF; i++) {$i=""}
print "*WARNING: *SURFACE BEHAVIOUR has been removed."
}
}
{if ($1=="*SURFACE") {
nof="partCONTACT.inp"
print "*WARNING: SURFACE and CONTACT definitions have been put behind *STEP-Keyword."
}
}
#
{if ($1=="*CONTACT") {
for (i=2; i<=NF; i++) {
{if (substr($i,1,6)=="SMOOTH")
{$i="";$(i-1)=substr($(i-1),1,length($(i-1))-1)
print "*WARNING: Keyword SMOOTH has been removed from *CONTACT Parameter"}
}
{if (substr($i,1,5)=="SMALL")
{$i="";$(i-1)=substr($(i-1),1,length($(i-1))-1)
print "*WARNING: Keyword SMALL has been removed from *CONTACT Parameter"}
}
{if (substr($i,1,6)=="ADJUST") {
xxx="mussweg"
for (j=2; j<=NF; j++) {
{ if (substr($j,1,4)=="TIED")
{xxx="ok"}
}
}
}
}
{ if (xxx=="mussweg")
{$i="";$(i-1)=substr($(i-1),1,length($(i-1))-1)
print "*WARNING: Keyword ADJUST has been removed from *CONTACT Parameter."
print " ADJUST can only be used together with the TIED Option."
}
}
}

```

```

    }
  }
}

{if (($1=="*RIGID") && ($2=="SURFACE,")) {
nof="part1.inp"
getline
  while (substr($1,1,1)!="*") {getline}
print "*WARNING: Keyword *RIGID SURFACE has been removed together with its parameters."
}
}
{if ($1=="*FRICTION,") {
for (i=2; i<=NF; i++) {
  {if ($i=="SLIP")
{$i=""; $(i+1)="
$(i-1)=substr($(i-1),1,length($(i-1))-1)
print "*WARNING: Keyword SLIP TOLERANCE has been removed from *FRICTION Parameter"}
  if ($i=="ROUGH")
{$i=""; $(i-1)=substr($(i-1),1,length($(i-1))-1)
print "*WARNING: Keyword ROUGH has been removed from *FRICTION Parameter"}
  if (substr($i,1,6)=="TAUMAX")
  {$1="*FRICTION,"}
}
}
}
}
{if ($1=="*DAMPING,") {
  for (i=2; i<=NF; i++) {
    {if (substr($i,1,5)=="ALPHA")
{$i="
print "*WARNING: Keyword ALPHA has been removed from *DAMPING Parameter"}
    if (substr($i,1,4)=="BETA")
{$i=substr($i,1,length($i)-1)}
    if (substr($i,1,9)=="COMPOSITE")
{$i="
print "*WARNING: Keyword COMPOSITE has been removed from *DAMPING Parameter"}
}
}
}
}
{print $0 > nof}
{getline}
}}
{nof="partSTEP.inp"}
{print "*STEP" > nof}
{
getline
# getline
while ($1!="*DYNAMIC,") {print > nof; getline}
  print "*DYNAMIC, EXPLICIT" > nof
getline
# print $1,$2
xt=$0
dt=substr($1,1,length($1)-1)
# print xt,$1,$2
tt=$2
# printf ("%lf,%lf\n",dt,tt)
nt=tt/dt
print " , " $2 > nof
getline
}

# Uebernimm alles bis zum Keyword *FILE
{nof="part3.inp"}
{while (($1!="*FILE") && ($1!="*NODE") && ($1!="*EL")) {print > nof; getline}}
{getline;getline;freq=substr($NF,6,length($NF))}
{printf "*FILE OUTPUT, NUMBER INTERVAL=%d\n",nt > nof}
{print "*NODE FILE" > nof}
{print "U,V,A,RF" > nof}
{print "***" > nof}

```

```

{print "**EL FILE" > nof}
{print "S,NE" > nof}
{print "***" > nof}
{print "**ENERGY FILE" > nof}
{print "***" > nof}
{printf "**HISTORY OUTPUT, TIME INTERVAL=%f\n",dt > nof}
{print "***" > nof}
{print "**NODE HISTORY, NSET=RESHIST" > nof}
{print "U,V,A,RF" > nof}
{print "***" > nof}
{print "**EL HISTORY, ELSET=RESHIST" > nof}
{print "S,NE" > nof}
{print "***" > nof}
{print "**ENERGY HISTORY" > nof}
{print "ALLAE,ALLCD,ALLFD,ALLIE,ALLKE,ALLPD,ALLSE,ALLVD,ALLWK,ETOTAL" > nof}
{print "**DIAGNOSTICS, CONTACT=DETAIL" > nof}
{print "***" > nof}
{print "**END STEP" > nof}
{
print "**WARNING: The results output part has been changed completely. So far only"
print " S,NE,U,V,A and the energies will be given."
print " By default, 10 values of time output data will be given."
print " In addition, a history output will be given each millisecond "
print " for a NSET and ELSET called RESHIST."
print " If you want other results, please edit the _ex.inp-File. "
}
}
{exit}

```

H.3 Weitere selbstgeschriebene Codes

Aus Platzgründen werden hier keine weiteren Quellcodes vorgestellt. Das Arbeitsprinzip von anderen Programmen soll hier kurz erwähnt werden:

druckgradient	Berechnet aus einem (bisher nur 2-dimensionalen) Druckfeld den Druckgradienten in jedem Element (Anh. A).
hic	Berechnet den HIC-Wert einer vorgegebenen Beschleunigungskurve (Kap. 5.1.1).
rotate	Führt die in Anh. D beschriebenen Rotationen aus und berechnet mittels des Quaternionen-Algorithmus die eine EULER'sche Drehachse und den Drehwinkel, um verschiedene Messgeometrien aufeinander abzubilden (zu <i>matchen</i>).
groesseavg	Diese Routine wird benötigt, um ein zeitliches Mittelungsfenster über eine Ergebnisgröße laufen zu lassen und das Ergebnis wieder im ABAQUS-fil-Format herauszuschreiben, um das gemittelte Resultat in PATRAN visualisieren zu können. Mit dieser Routine kann man etwa durch den Aufprallkontakt angeregte Eigenschwingungen herausfiltern.
Postprozessingsroutinen	verschiedenster Art wurden geschrieben, die die Daten mit ABAQUS/Post aus dem fil-File von ABAQUS herauslesen, diese dann in andere Datenformate umwandeln und automatische Postscript-Kurven mit <i>gnuplot</i> erzeugen.

Literaturverzeichnis

- [1] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** ABAQUS, *Theory Manual, Version 5.5.* Aachen.
- [2] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** ABAQUS *Version 5.6.* Aachen.
- [3] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** ABAQUS/Explicit, *Example Problems Manual, Version 5.5.* Aachen.
- [4] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** ABAQUS/Explicit, *User's Manual, Version 5.5.* Aachen.
- [5] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** ABAQUS/Standard, *Example Problems Manual, Version 5.5, Volume I+II.* Aachen.
- [6] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** ABAQUS/Standard, *User's Manual, Version 5.6, Vol.I-III.* Aachen.
- [7] **ABACOM SOFTWARE GMBH:** *Introduction to ABAQUS/Explicit*, Aufl. 3/97. Einführungsseminar vom 13.-14.10.1997, Aachen.
- [8] **Abel J.M., Genarelli T.A. und Segawa H.:** *Incidence and severity of cerebral concussion in the rhesus monkey following sagittal plane angular acceleration.* In *22nd Stapp Car Crash Conference* (1978), SAE-Paper Nr. 780886.
- [9] **Abramowitz, Milton und Stegun, Irene A.:** *Handbook of Mathematical Functions*, 9. Aufl. Dover Publications, New York, 1972.
- [10] **Agache, Pierre et al.:** *Mesure du module d'Young du stratum corneum et du derme humains in vivo*. Poster, XXème Congrès de la Société de Biomécanique, Lausanne, 11.-12.Sept.1995.
- [11] **Agarwal B.D. und Broutman L.J.:** *Analysis and Performance of Fiber Composites.* Wiley, New York, 1980.
- [12] **Anzelius, Adolf:** *The Effect of an Impact on a Spherical Liquid Mass.* Acta Pathol. Microbiol. Scand., Nr. Supp. 48 (1943).
- [13] **Appel H., Rau H., Kühnel A. und Hofmann J.:** *Biomechanik des Fußgängerunfalls.* FAT Schriftenreihe Nr. 7, Forschungsvereinigung Automobiltechnik e.V., 1978.
- [14] **Auer Ch.H.:** *Analyse von Pkw-Fußgängerunfällen zur Beurteilung der Kopfbelastung bei morphologisch nachweisbaren Schädel-Hirn-Traumen.* Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität München, 1994.
- [15] **Avolio A.P.:** *Multi-branched Model of the Human Arterial System.* Med.Biol.Eng.Comput. **18** (1980), 709–718.

- [16] **Bandak F.A. et al.:** *An imaging-based computational and experimental study of skull fracture: Finite element model development.* Journal of Neurotrauma **12**, Nr. 4 (1995), 679–688.
- [17] **Bathe, Klaus Jürgen:** *Finite-Elemente-Methoden.* Springer-Verlag, Berlin, 1990. Deutsche Übersetzung von Peter Zimmermann.
- [18] **Benninghoff, Alfred et al.:** *Lehrbuch der Anatomie des Menschen*, 12. Aufl., Bd. 3: Nervensystem, Haut und Sinnesorgane. Urban & Schwarzenberg, München, 1979.
- [19] **Beusenbergh, Marc:** *Unfallforschung mit Crashtest-Dummys.* Spektrum der Wissenschaft (Sep. 1997), 90–96.
- [20] **Bridgman P.W.:** *The compressibility of thirty metals as a function of pressure and temperature.* Proc.Am.Acad.Art.Sci. **58** (1923), 163–242.
- [21] **Bronstein, Ilja Nikolaevič und Semendjajew, Konstantin Adolfovič:** *Taschenbuch der Mathematik (Ergänzende Kapitel)*, 6. Aufl. Verlag Nauka Moskau; Teubner-Verlag Leipzig, 1990.
- [22] **Bronstein, Ilja Nikolaevič und Semendjajew, Konstantin Adolfovič:** *Taschenbuch der Mathematik*, 25. Aufl. Verlag Nauka Moskau; Teubner-Verlag Leipzig; Verlag Harri Deutsch Thun, 1991.
- [23] **CADSI (COMPUTER AIDED DESIGN SOFTWARE, INC.):** DADS (Dynamic Analysis and Design System), Revision 8.50. Coralville, Iowa, USA, 1996.
- [24] **Carter D.R. und Hayes W.C.:** *The compressive behavior of bone as a two-phase porous structure.* Journal of Bone Jt.Surg. **59A** (1977), 954–962.
- [25] **Cheng L.Y., Rifai S., Khatua T. und Piziali R.L.:** *Finite element analysis of diffuse axonal injury.* Vehicle Crashworthiness and Occupant Protection in Frontal Collisions (1990). SAE Paper Nr. 952716.
- [26] **Choi K. et al.:** *The Elastic Moduli of Human Subchondral Trabecular and Cortical Bone Tissue and the Size-Dependency of Cortical Bone Modulus.* Journal of Biomechanics **23** (1990), 1103–1113.
- [27] **Chung-Sheng Chu et al.:** *Finite Element Analysis of Cerebral Contusion.* Journal of Biomechanics **27**, Nr. 2 (1994), 187–194.
- [28] **Claessens M., Sauren F. und Wismans J.:** *Modeling of the Human head under Impact Conditions: A Parametric Study.* In 41st Stapp Car Crash Conference (Lake Buena Vista, Florida, USA, 1997), SAE-Paper Nr. 973338.
- [29] **Condon & Odishaw:** *Handbook of Physics.* MacGraw Hill, New York, 1958.
- [30] **Cowin S.C.:** *Bone Mechanics.* CRC Press, Boca Raton, Florida, 1989.
- [31] **Currey J.D.:** *The relationship between the stiffness and the mineral content of bone.* Journal of Biomechanics **2** (1969), 477–480.
- [32] **Currey J.D.:** *The Mechanical Adaptations of Bones.* Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1984.

- [33] **Dalstra M. et al.:** *Mechanical and Textural Properties of Pelvic Trabecular Bone*. Journal of Biomechanics **26**, Nr. 4/5 (1993), 523–535.
- [34] **Deligianni D.D. et al.:** *Stress Relaxation Behaviour of Trabecular Bone Specimens*. Journal of Biomechanics **27**, Nr. 12 (1994), 1469–1476.
- [35] **Denny-Brown D. and Russel W.R.:** *Experimental cerebral concussion*. Brain **64** (1941), 93–164.
- [36] **DiMasi F., Eppinger R. H. und Bandak F. A.:** *Computational Analysis of Head Impact Response Under Car Crash Loadings*. In 39th Stapp Car Crash Conference (Coronado, Kalif., 1995), SAE-Paper Nr. 952718.
- [37] **DiMasi F., Marcus J. und Eppinger R.:** *3-D anatomic brain model for relating cortical strains to automobile crash loading*. In Proc. 13th int. Tech. Conf. on Experimental Safety Vehicles (1991), Paper No. 91-S8-O-11.
- [38] **Eppler R.:** *Technische Mechanik*. Manuskript zur Vorlesung, Institut für Mechanik A, Universität Stuttgart, 1990.
- [39] **Fischer, Helmut:** *Elemente der Fourieranalysis*. Vorlesungsskript, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 1990.
- [40] **Fischer, Helmut und Kaul, Helmut:** *Mathematik für Physiker*, Bd. 1. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1988.
- [41] **Franke E.K.:** *Response of the Human Skull to Mechanical Vibrations*. Journal of the Acoustical Society of America **28** (1956), 1277.
- [42] **Fung Y.C.:** *Foundations of Solid Mechanics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1965.
- [43] **Fung Y.C.:** *Biomechanics – Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer Verlag, New York, 1981.
- [44] **Gadd C.W.:** *Use of Weighted-Impulse Criterion for Estimating Injury Hazard*. In 10th Stapp Car Crash Conference (1966), SAE-Paper Nr. 660793.
- [45] **Galbraith C.G. und Tong P.:** *Boundary conditions in head injury finite element modeling*. In 16th Annu. Int. Workshop on Human Subjects for Biomechanical Research (1988), S. 179–193.
- [46] **Galford J.E. und McElhaney J.H.:** *A viscoelastic Study of Scalp, Brain and Dura*. Journal of Biomechanics **3** (1970), 211–221.
- [47] **Genarelli, Thomas A.:** *Animate Models of Human Head Injury*. Journal of Neurotrauma **11**, Nr. 4 (1994), 357–368.
- [48] **Gerthsen, Kneser und Vogel:** *Physik*, 14. Aufl. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1982.
- [49] **Gibson T.J. et al.:** *Investigation of Head Injury Mechanisms in Motor Vehicle Accidents – A Multidisciplinary Approach*. In *Field Accidents: Data Collection, Analysis, Methodologies and Crash Injury Reconstructions*. SAE-Paper P 159, Nr. 850093 (1985), S. 65–79.
- [50] **Gobat, Jason und Atkinson, Darren:** FElT 3.0. GNU General Public License, 1995.

- [51] **Goggio A.F.:** *The mechanism of contre-coup injury.* Journal of Neurol. Psychiat. **4** (1941), 11–22.
- [52] **Götz, Christian:** *Das Pauli-Prinzip in einem Dreiclustermodell am Beispiel der α - α -Streuung.* Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 1995.
- [53] **Grösch, Lothar und Hochgeschwender, Jörg:** *Die experimentelle Simulation von Pkw-Fußgänger- und Pkw-Radfahrer-Kollisionen.* Automobil-Industrie **1** (1989), 39–46.
- [54] **Grunert Th., Ehricke H.-H. und Straßer W.:** *Ein Medical Imaging Entwicklungssystem.* In *Digitale Bildverarbeitung in der Medizin* (2.-3. März, Freiburg i.Br. 1994), B. A. und H. Müller (Hrsg.), Gesellschaft für Informatik.
- [55] **Grunert Th., Fechter J. et al.:** *A PACS Workstation with integrated CASE tool and 3D-Endosonography Application.* In *Computer Assisted Radiology CAR'95* (June 21-25, Germany 1995), S. 293–298.
- [56] **Gurdjian E.S.:** *Relative Movement of Scalp, Skull and Intracranial Contents at the Time of Impact.* Impact Head Injury (1975), 162–180.
- [57] **Gurdjian E.S. et al.:** *Quantitative determination of acceleration and intercranial pressure in experimental head injury.* Neurology **3** (Juni 1953), 417–423.
- [58] **Gurdjian E.S., Hodgson V.R. und Thomas L.M.:** *Studies on Mechanical Impedance of the Human Skull: Preliminary Report.* Journal of Biomechanics **3** (1970), 239–247.
- [59] **Harrigan, Timothy P. und Hamilton, James J.:** *Bone Remodeling and Structural Optimization.* Journal of Biomechanics **27**, Nr. 3 (1994), 323–328.
- [60] **Hartmann, Ulrich und Kruggel, Frithjof:** *Ein virtueller Dummy zur Simulation des Schädel-Hirn-Traumas.* Spektrum der Wissenschaft (Sep. 1997), 96–98.
- [61] **Heitz, Markus:** *Bestimmung von Dichte und Stabilität des menschlichen Oberschenkelknochens auf der Basis von CT-Daten.* Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 1995.
- [62] **Helal M.A. et al.:** *Hydrodynamic Simulation of Arterial Networks Which Include Compliant and Rigid Bypass Grafts.* Journal of Biomechanics **27**, Nr. 3 (1994), 277–287.
- [63] **Holbourn H.A.S.:** *Mechanics of head injury.* Lancet **II** (1943), 438–441.
- [64] **Hollister S.J. et al.:** *A Homogenization Sampling Procedure for Calculating Trabecular Bone Effective Stiffness and Tissue Level Stress.* Journal of Biomechanics **27**, Nr. 4 (1994), 433–444.
- [65] **Hosey R.R. und Liu Y.K.:** *A Homeomorphic Finite Element Model of Impact Head and Neck Injury.* In *International Conference Proceedings of Finite Elements in Biomechanics* (Tucson, Arizona, 1980), B.R.Simon (Hrsg.), Bd. 2, S. 851–871.
- [66] **Hughes P.E. und How T.V.:** *Pulsatile Velocity Distribution and Wall Shear Rate Measurement Using Pulsed Doppler Ultrasound.* Journal of Biomechanics **27**, Nr. 1 (1994), 103–110.
- [67] **intec** (INGENIEURBÜRO FÜR NEUE TECHNOLOGIEN), c/o DLR: **SIMPACT**, Version 6.0. Wessling bei München, 1995.

- [68] **Kang Ho-Sung, Willinger R., Diaw B.M. und Chinn B.:** *Validation of a 3D Anatomic Human Head Model and Replication of Head Impact in Motorcycle Accident by Finite Element Modeling.* In 41st *Stapp Car Crash Conference* (Lake Buena Vista, Florida, USA, 1997), SAE-Paper Nr. 973339.
- [69] **Kang Y.K. et al.:** *Three dimensional shape reconstruction and finite element analysis of femur before and after the cementless type of total hip replacement.* *Journal of Biomedical Engineering* **15** (November 1993), 497–504.
- [70] **Keaveny, Tony M. et al.:** *Differences Between the Tensile and Compressive Strengths of Bovine Tibial Trabecular Bone Depend on Modulus.* *Journal of Biomechanics* **27**, Nr. 9 (1994), 1137–1146.
- [71] **Keaveny, Tony M. et al.:** *Mechanical Behavior of Damaged Trabecular Bone.* *Journal of Biomechanics* **27**, Nr. 11 (1994), 1309–1318.
- [72] **Keaveny, Tony M. et al.:** *Trabecular Bone Exhibits Fully Linear Elastic Behavior and Yields at Low Strains.* *Journal of Biomechanics* **27**, Nr. 9 (1994), 1127–1136.
- [73] **Keaveny, Tony M. und Bartel, Donald L.:** *Fundamental Load Transfer Patterns for Press-Fit, Surface-Treated Intramedullary Fixation Stems.* *Journal of Biomechanics* **27**, Nr. 9 (1994), 1147–1157.
- [74] **Keller, Tony S.:** *Predicting the Compressive Mechanical Behavior of Bone.* *Journal of Biomechanics* **27**, Nr. 9 (1994), 1159–1168.
- [75] **Khalil T.B. und Hubbard R.P.:** *Parametric Study of Head Response By Finite Element Modeling.* *Journal of Biomechanics* **10** (1977), 119–132.
- [76] **Khalil T.B. und Viano D.C.:** *Impact response of a viscoelastic head model.* General Motors Research Publication (1977). GMR-2380.
- [77] **Khalil T.B. und Viano D.C.:** *Experimental Analysis of the Vibrational Characteristics of the Human Skull.* *Journal of Sound and Vibration* **63** (1979), 351–376.
- [78] **Khalil T.B. und Viano D.C.:** *Critical Issues in Finite Element Modeling of Head Impact.* In 26th *Stapp Car Crash Conference* (1982), SAE-Paper Nr. 821150.
- [79] **Kormi K. und Etheridge R.A.:** *Application of the finite-element method to simulation of damage to the human skull as a consequence of missile impact on a multi-layered composite crash helmet.* *Journal of Biomedical Engineering* **14** (Mai 1992), 203–208.
- [80] **Krabbel G. und Appel H.:** *Development of a finite element model of the human skull.* *Journal of Neurotrauma*, 1995.
- [81] **Krieg, Michael:** *Berechnung von Muskel- und Gelenkkraften mit Hilfe eines dreidimensionalen Computermodells einer menschlichen Hüfte im Einbeinstand.* Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 1996.
- [82] **Kuijpers A.H.W.M., Claessens M.H.A. und Sauren A.A.H.J.:** *The Influence of Different Boundary Conditions on the Response of the Head to Impact: A Two-Dimensional Finite Element Study.* *Journal of Neurotrauma* **12**, Nr. 4 (1995).

- [83] **Landau L.D. und Lifschitz E.M.:** *Lehrbuch der Theoretischen Physik*, Bd. 1: Mechanik. Verlag Nauka, Moskau, 1972.
- [84] **Lee E.-S.:** *A large-strain, transient-dynamic analysis of head injury problems by finite element method*. Dissertation, Georgia Institute of Technology, 1990.
- [85] **Lee, Maw-Chang et al.:** *Finite Element Analysis of Traumatic Subdural Hematoma*. In 31st *Stapp Car Crash Conference* (1987), SAE-Paper Nr. 872201, S. 67–77.
- [86] **Liebich, Gunther A.G.:** *Erzeugung von Oberflächen- und Finite-Element-Modellen aus Tomographiedaten*. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 1996.
- [87] **Linde, Frank et al.:** *Mechanical Properties of Trabecular Bone. Dependency on Strain Rate*. *Journal of Biomechanics* **24**, Nr. 9 (1991), 803–809.
- [88] **Linde, Frank et al.:** *The effect of specimen geometry on the mechanical behaviour of trabecular bone specimens*. *Journal of Biomechanics* **25**, Nr. 4 (1992), 359–368.
- [89] **Louis, ACADÉMIE ROYALE DE CHIRURGIE:** *Recueil d'observations d'anatomie et de chirurgie pour servir de base à la théorie des lésions de la tête par contre-coup* (Paris, 1766).
- [90] **Lubbock, Paul und Goldsmith, Werner:** *Experimental Cavitation studies in a model head-neck system*. *Journal of Biomechanics* **13** (1980), 1041–1052.
- [91] **MacNeal-Schwendler CORPORATION:** PATRAN Version 6.0, 1996.
- [92] **MARC ANALYSIS RESEARCH CORPORATION:** MARC Rev. K 5. Palo Alto, Kalifornien.
- [93] **Martin, R. Bruce:** *Determinants of the Mechanical Properties of Bones*. *Journal of Biomechanics* **24**, Nr. Suppl.1 (1991), 79–88.
- [94] **McElhaney J.H. et al.:** *A porous block model for cancellous bones*. ASME Paper 70-WA1BHF-2 (1970).
- [95] **McElhaney J.H. et al.:** *Mechanical Properties of Cranial Bone*. *Journal of Biomechanics* **3** (1970).
- [96] **Mendis K.K., Stalnaker R.L. und Advani S.H.:** *A Constitutive Relationship for Large Deformation Finite Element Modeling of Brain Tissue*. *Journal of Biomechanical Engineering* **117**, Nr. 8 (1995), 279–285.
- [97] **Mooney M.:** *A Theory of Large Elastic Deformations*. *Journal of Applied Physics* **11** (1940), 582–592.
- [98] **Nahum, Alan M., Smith, Randall und Ward, Carley C.:** *Intracranial Pressure Dynamics During Head Impact*. In 21st *Stapp Car Crash Conference* (New Orleans, Louisiana, USA, 1977), SAE-Paper Nr. 770922.
- [99] **NASA Reference Publication:** *Anthropomorphic Source Book*. Tech. Rep. 1024, NASA Scientific and Technical Information Office, Springfield, USA, Juli 1978.
- [100] **Neuber:** *Technische Mechanik*, Bd. 2: Elastostatik und Festigkeitslehre. Springer-Verlag, 1971.

- [101] **Newman, James A.:** *Head Injury Criteria in Automotive Crash Testing*. In 24th Stapp Car Crash Conference (Troy, Michigan, 1980), SAE-Paper Nr. 801317.
- [102] **Nickell R.E. und Marcal P.V.:** *In-Vacuo Modal Dynamic Response of The Human Skull*. Transactions of ASME, Journal of Engineering For Industry (1974), 490–494.
- [103] **O'Brien, William J.:** *Biomaterials Properties Database, University of Michigan*. WWW unter http://www.lib.umich.edu/libhome/Dentistry.lib/Dental_tables, April 1996.
- [104] **Pamidi M.R. und Advani S.H.:** *Nonlinear Constitutive Relations for Human Brain Tissue*. Journal of Biomechanical Engineering/Transactions of the ASME **100** (Feb. 1978), 44–48.
- [105] **Panisset F. et al.:** *Non invasive Assessment of Stratum Corneum Young's Modulus in vivo*. In *Journal of Biomechanics* (1994), Bd. 27 Nr. 6, International Society of Biomechanics, XIV Congress (1993), S. 844.
- [106] **PDA Engineering:** PATRAN 2.5 Plus User Manual, Bd. I + II. PDA-Engineering, 1990.
- [107] **Poeck, Klaus:** *Neurologie*, 9. Aufl. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994.
- [108] **Povlishock J.T., Hayes R.L., Michel M.E. und McIntosh T.K.:** *Workshop on Animal Models of Traumatic Brain Injury*. Journal of Neurotrauma **11**, Nr. 6 (1994 [Bericht vom Workshop in Richmond, Virginia, USA, vom April 1992]), 723–732.
- [109] **Press, William H. et al.:** *Numerical Recipes (FORTRAN und C)*. Cambridge University Press, Cambridge, England, 1989.
- [110] **Pschyrembel, Willibald et al.:** *Klinisches Wörterbuch*, 257. Aufl. Walter de Gruyter-Verlag, Berlin, 1994.
- [111] **Rauber A. und Kopsch F.:** *Anatomie des Menschen – Lehrbuch und Atlas*, 20. Aufl., Bd. I: Bewegungsapparat. Leonhardt H., Tillmann B., Töndury G., Zilles K. (Hrsg.), Thieme-Verlag, Stuttgart, 1987.
- [112] **Reilly D. und Burstein A.H.:** *The elastic and ultimate properties of compact bone tissue*. Journal of Biomechanics **8** (1975), 393–405.
- [113] **Ritz W.:** *Über eine neue Methode zur Lösung gewisser Variationsprobleme der mathematischen Physik*. Journal für reine und angewandte Mathematik **135** (1909), 1–61.
- [114] **Røhl, Lisbeth; Linde, Frank et al.:** *Tensile and compressive properties of cancellous bone*. Journal of Biomechanics **24**, Nr. 12 (1991), 1143–1149.
- [115] **Ruan J. und Prasad P.:** *Study of the biodynamic characteristics of the human head*. In *IRCOBI Conference* (Dublin, 1996), S. 63–74.
- [116] **Ruan J.S., Khalil T. und King A.I.:** *Human head dynamic response to side impact by finite element modeling*. Journal of Biomechanical Engineering **113** (1991), 276–283.
- [117] **Ruan J.S., Khalil T. und King A.I.:** *Finite Element Modeling of Direct Head Impact*. In 37th Stapp Car Crash Conference (1993), SAE-Paper Nr. 933114.

- [118] **Ruan J.S., Khalil T. und King A.I.:** *Dynamic Response of the Human Head to Impact by Three-Dimensional Finite Element Analysis*. Journal of Biomechanical Engineering **116**, Nr. 2 (1994), 44–50.
- [119] **Schaffler M.B. und Burr D.B.:** *Mechanical and morphological effects of strain rate on fatigue of compact bone*. Bone **10** (1989), 207–214.
- [120] **Schüle, Petra:** *Finite-Elemente-Simulation von Weichteilgewebe*. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 1997.
- [121] **Schüler, Florian; Mattern, Rainer et al.:** *Assessment of Mechanical Properties of the Human Skull-Cap Through Basic Biomechanical Tests and Quantitative Computed Tomography (QCT)*. Institut für forensische Medizin, Heidelberg; persönl. Mitteilung, 1995.
- [122] **Schüszler, Oana:** *Computersimulationen von realen Kraftfahrzeug-Fußgänger-Unfällen*. Dissertation, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 1998.
- [123] **Schwarz H.R.:** *Methode der finiten Elemente*, 3. Aufl. Teubner Verlag, Stuttgart, 1991.
- [124] **Sellier K. und Unterharnscheidt F.:** *Mechanik und Pathomorphologie der Hirnschäden nach stumpfer Gewalteinwirkung auf den Schädel*. In Hefte zur Unfallheilkunde, Heft 76. Springer-Verlag, 1963. Herausgeber: Dr.H.Bürkle de la Camp.
- [125] **Shuck L.Z. und Advani S.H.:** *Rheological Response of Human Brain Tissue in Shear*. Journal of Basic Engineering (1972), 905–911.
- [126] **Shugar T.A.:** *A Finite Element Head Injury Model*. Tech. rep., Report No. DOT HS 289-3-550-TA, Vol.I, 1977.
- [127] **Simeon, Bernd:** *DAE's and PDE's in elastic multibody systems*. Eingereicht bei *Numer. Algorithms*, zu beziehen unter <http://www.mathematik.th-darmstadt.de/~simeon/publica.html> (1998).
- [128] **Stalnaker R.L., Burke W.V. und Hines M.H.:** *The Translational Energy Criteria: A Validation Study for Non-Fracture Head Impacts*. In *41st Stapp Car Crash Conference* (Lake Buena Vista, Florida, USA, 1997), SAE-Paper Nr. 973337.
- [129] **Stumpf, Harald und Rieckers, Alfred:** *Thermodynamik*, Bd. 1. Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1976.
- [130] **Subke J. und Wehner H.-D.:** *Forensische Photogrammetrie*. Vortrag auf der 75. Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Rechtsmedizin. Zürich, Sep. 1996.
- [131] **Subke J., Wehner H.-D. und Götz, Ch.:** *3-dimensional measurement of head injuries for theoretical model validation*. Proceedings of the *3rd International Symposium on Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, Barcelona, Spanien, Mai 1997.
- [132] **Subke J., Wehner H.-D. und Götz Ch.:** *Matching von Real- und Modelldaten zur Validierung traumatomechanischer Krafteinwirkungen*. Zeitschrift für Rechtsmedizin **8**, Nr. 1 (Nov. 1997), 13–16. Springer-Verlag.
- [133] **Sumner D.R. et al.:** *Distribution of Young's Modulus in the Cancellous Bone of the Proximal Canine Tibia*. Journal of Biomechanics **27**, Nr. 8 (1994), 1095–1099.

- [134] **Tae-Hong Lim et al.:** *Stress Analysis of a Canine Spinal Motion Segment Using the Finite Element Technique*. Journal of Biomechanics **27**, Nr. 10 (1994), 1259–1269.
- [135] **Trosseille X., Tarrière C., Lavaste F., Guillon F. und Dômont A.:** *Development of a FEM of the human head according to a specific test protocol*. In 36th Stapp Car Crash Conference (1992), SAE-Paper Nr. 922527.
- [136] **Turquier, Frédéric; Kang H.S., Trosseille X., Willinger R., Lavaste F., Tarrière C. und Dômont A.:** *Validation Study of a 3D Finite Element Head Model Against Experimental Data*. In 40th Stapp Car Crash Conference (Albuquerque, New Mexico, USA, 1996), SAE-Paper Nr. 962431.
- [137] **Ueno, Kazunari und Melvin, John W.:** *Finite Element Model Study of Head Impact Based on Hybrid III Head Acceleration: The Effects of Rotational and Translational Acceleration*. Journal of Biomechanical Engineering **117**, Nr. 8 (1995), 319–328.
- [138] **Unterharnscheidt F.:** *Pathologie des Nervensystems*, Bd. 13 VI.C aus *Spezielle pathologische Anatomie*. Springer Verlag, Heidelberg, 1994.
- [139] **US Department of Transportation NHTSA:** *Occupant Crash Protection - Head Injury Criterion*. Docket Number 69-7, Notice 19, S6.2 of Federal Motor Vehicle Safety Standard (FMVSS) 208.
- [140] **Versace, John:** *A review of the Severity Index*. In 15th Stapp Car Crash Conference (1971), SAE-Paper Nr. 710881.
- [141] **Vignéras, Marie-France:** *Arithmétique des Algèbres de Quaternions*. Aus: Lecture Notes in Mathematics, Bd. 800. Springer-Verlag, 1980.
- [142] **Wagner H.D. und Weiner S.:** *On the relationship between the microstructure of bone and its mechanical stiffness*. Journal of Biomechanics **25**, Nr. 11 (1992), 1311–1320.
- [143] **Ward C.C.:** *Finite Element Modeling of the Head and Neck*. In *NAMRL Head and Neck Injury Workshop* (Miami, Florida, 1980).
- [144] **Ward C.C. und Thompson R.B.:** *The Development of a Detailed Finite Element Brain Model*. In 19th Stapp Car Crash Conference (San Diego, Kalifornien, USA, 1975).
- [145] **Weber, Paul:** *Einführungskurs zu ABAQUS 5.5, Version 5.11.1996*. Rechenzentrum der Universität Karlsruhe, kann unter http://www.uni-karlsruhe.de/~ABAQUS/aba_sem.ps.gz bezogen werden.
- [146] **Weinbaum S. et al.:** *A Model for the Excitation of Osteocytes by Mechanical Loading-induced Bone Fluid Shear Stresses*. Journal of Biomechanics **27**, Nr. 3 (1994), 339–360.
- [147] **Willinger R. et al.:** *Head Biomechanics: From the finite element model to the physical model*. In *IRCOBI Conference* (Brunnen, Schweiz, 1995), S. 245–259.
- [148] **Willinger R. et al.:** *Experimental and theoretical modelling of head impact – Influence of head modelling*. In *IRCOBI Conference* (Dublin, 1996), S. 21–34.
- [149] **Willinger R. und Césari D.:** *Cerebral motion and head tolerance*. In *IRCOBI Conference* (1990), S. 203–213.

- [150] **Xiang-Dong E.Guo et al.:** *Finite Element Modeling of Damage Accumulation in Trabecular Bone Under Cyclic Loading*. *Journal of Biomechanics* **27**, Nr. 2 (1994), 145–155.
- [151] **Yanagida, Yasuyoshi; Satoshi Fujiwara und Yasuhiko Mizoi:** *Differences in the intracranial pressure caused by a “blow” and/or a “fall” - an experimental study using physical models of the head and neck*. *Forensic Science International* **41** (1989), 135–145.
- [152] **Yang Wook Choi** (Hyundai Motor Company, Südkorea): *Structure-occupant integrated analysis of an automobile equipped with an airbag*. *Cray Channels* **16**, Nr. 2 (1994), 22–26.
- [153] **Zhou Ch., Khalil T. und King A.:** *A New Model Comparing Impact Responses of the Homogeneous and Inhomogeneous Human Brain*. In *39th Stapp Car Crash Conference* (Coronado, Kalif., 1995), SAE-Paper Nr. 952714.
- [154] **Zhou Ch., Khalil T. und King A.:** *Viscoelastic response of the human brain to sagittal and lateral rotational acceleration by finite element analysis*. In *IRCOBI Conference* (Dublin, 1996), S. 35–48.
- [155] **Zienkiewicz, Olgierd Cecil:** *The Finite Element Method*, 3. Aufl. McGraw-Hill, London, 1977.

Danksagung

Ich möchte mich gerne bei all denjenigen bedanken, die mir beim Zustandekommen dieser Arbeit geholfen haben. Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Hanns Ruder, der es mir ermöglicht hat, im Rahmen des Verbundprojektes an diesem interessanten Thema zu arbeiten. Er hat es mir auch immer wieder ermöglicht, die finanziellen Quellen zu erschließen, um die interessanten Kongressreisen nach Spanien und Japan, aber auch innerhalb Deutschlands durchführen zu können.

Mein ganz besonderer Dank geht an meinen Betreuer Dr. Thomas Rosemeier, der mir in den drei Jahren fachlich zur Seite gestanden ist und auch am Schluss die Hauptkorrekturen an meiner Arbeit durchführte, obwohl er zu dieser Zeit gar nicht mehr in Tübingen arbeitete. Er hat auch die Mehrkörpersimulation an dem Fall L115/97 der Tübinger Gerichtsmedizin mit dem Modell von Arnim Henze durchgeführt. Beiden sei hierfür gedankt. Vielen Dank auch für die fruchtbare Zusammenarbeit mit Dr. Oana Schüsler, die für die Münchener Fälle die Mehrkörpersimulationen durchrechnete. Für zahllose fachliche Diskussionen bedanke ich mich auch bei meinen Arbeitskollegen Dr. Michael Günther, Dr. Andreas Boose, Petra Schüle, Arnim Henze, Valentin Keppler, Helmut Mutschler, Jürgen Kolb, Thomas Wiedmaier und Karel Kaufmann. Durch diese Gespräche konnte ich einerseits über den Tellerrand hinaussehen und damit auch Ergebnisse aus anderen Bereichen der Biomechanik kennenlernen; andererseits halfen diese mir auch durch ihre Sichtweise meiner Probleme oftmals weiter.

Im Rahmen des Verbundprojekts bedanke ich mich ganz herzlich bei Dr. Jörg Subke, Mitarbeiter der Gerichtsmedizin und auch ein ehemaliger Mitarbeiter der TAT (Theoretischen Astrophysik Tübingen), mit dem ich während der ganzen Zeit intensiven Kontakt hatte und durch den die meisten Impulse zur interdisziplinären Zusammenarbeit aufkamen. Er war es auch, der die photogrammetrischen Dokumentationen durchführte und von dem ich diese Bilder zur Verfügung gestellt bekam. Vielen herzlichen Dank auch an Prof. Heinz-Dieter Wehner von der Gerichtsmedizin, der im ersten Semester ein gemeinsames Projektseminar veranstaltete und aufgrund dessen besonderer Initiative später das Projekt vorangetrieben und die zahlreichen Tagungsteilnahmen initiiert wurden. Vielen Dank auch für die kritische Durchsicht meiner Vorträge bei diesen Anlässen. Ohne sein Engagement wäre die Veröffentlichungsliste sicherlich nicht so lang geworden. Vielen Dank auch an die übrigen Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter von der Tübinger Gerichtsmedizin, Herrn König für die Bereitstellung der Literatur und die forensische Dokumentation der Unfälle; Frau Kelch für das Rahmen der Dias und Herrn Graw für das geduldige Erklären des Diabelichtungsgeräts. Mein Dank geht auch an Herrn Prof. Richard Meyermann von der Hirnforschung, der ebenfalls an diesem Projekt beteiligt war und an seinen Mitarbeiter Lars Wöckel. Schließlich möchte ich mich noch bei Herrn Dr. Petersen und Dr. Rupert Kolb von der Neuroradiologie bedanken, die die computertomographischen Aufnahmen rasch durchführten und uns zur Verfügung stellten. Vielen herzlichen Dank für die Verarbeitung dieser Daten geht an die Mitarbeiter des Instituts für graphisch-interaktive Systeme (GRIS) am Wilhelm-Schickhardt-Institut für Informatik unter Professor Straßer an der Universität Tübingen. Die Mitarbeiter von der Tübinger Medstation Thomas Grunert, H.-H. Ehrlicke und J. Fechter seien hierbei genannt. Herzlichen Dank auch an Gunther Liebich und Ste-

fan Fütterling von demselben Institut, die während der Zeit mit denselben Finite-Elemente-Programmen ähnliche Probleme wie ich hatten, mit denen ich mich immer austauschen konnte. Besonders Gunther möchte ich außerdem herzlich danken für seine Hilfe bei der Erzeugung der Modellgeometrie und die Programmierung des Marching Cube. Schließlich hätte die Zusammenarbeit im Verbundprojekt gar nicht funktioniert ohne die Sekretärin Frau C. Koch, die mit großer Geduld vor allem die Reiseanträge bearbeitete. Vielen Dank dafür an sie und auch an den Vorsitzenden des Verbundes Herrn Prof. Ackermann, der auch immer die Dienstreisen genehmigte.

Ich möchte mich bei Herrn Prof. Beier vom Institut für Rechtsmedizin München bedanken für die gute Zusammenarbeit, die mich zwar nur am Rande betraf, aber von der Frau Schützler sehr profitierte, die einen Teil der Mehrkörpersimulationen durchführte, woraus ich die Eingabeparameter bekam.

Beim Institut für Theoretische Astrophysik Tübingen bedanke ich mich bei meinen Mit-Systemadministratoren François Azra, Thomas Rosemeier, Roland Speith, Bernhard Bennartz, Harald König, Frank Ott und Erik Schnetter, die das Instituts-Rechner-Cluster am Laufen hielten und an die man sich bei Problemen wenden konnte. Vielen Dank an Matthias Stehle für die Installationstips für mein Modem. Vielen Dank an Valentin Keppler und Helmut Mutschler für die Installation und Wartung der Windows NT-Rechner. Ich bedanke mich bei Martina Ludwig für ihre Tips zur Erstellung meiner persönlichen und der TAT-Biomechanik-Homepage.

Vielen Dank an Frau Kanellopoulos und Jochen Schmid vom Zentrum für Datenverarbeitung Tübingen für die Beschaffung des Programmes PATRAN. Vielen herzlichen Dank auch an das Rechenzentrum Karlsruhe; erwähnt sei hier stellvertretend Paul Weber, der uns die Accounts auf den Karlsruher Rechnern eingerichtet hat, die es uns überhaupt erst ermöglicht haben, den Solver ABAQUS/Explicit zu benutzen. Für erste Erfahrungen mit den Solvern ABAQUS/Standard und MARC auf dem CRAY 2-Rechner in Stuttgart bedanke ich mich bei Herrn Norbert Ibold und bei Roland Niemeier vom Rechenzentrum der Universität Stuttgart (RUS).

Prof. Claus Mattheck vom Forschungszentrum Karlsruhe gilt mein Dank, dass er es ermöglicht hat, mit den Karlsruher Forschungsgeldern hier in Tübingen diese Dissertation zu schreiben. Auch für die zahllosen Briefwechsel auf dem Dienstweg, die Gehaltsabrechnungen, die Veröffentlichungsgenehmigungen sei herzlich gedankt. In Karlsruhe möchte ich mich ferner bedanken bei Herrn Markert für die allgemeine Verwaltung meines „Falles“ und dem ganzen Verwaltungsteam im Forschungszentrum für die stets gleichbleibende Freundlichkeit.

Ganz herzlichen Dank möchte ich den Sekretärinnen des Instituts für Theoretische Astrophysik sagen, die viel zu der guten Stimmung beigetragen haben und mir bei Problemen aller Art unermüdlich zur Seite gestanden sind: Gabi Meyer, Almut Wahl und Frau Stumpf. An Gabi Meyer geht mein Dank auch für ihre Hilfe bei den Übersetzungen ins Englische.

Mein ganz besonderer Dank geht an meinen Freund Stefan Dilger, der mir auch über die Doktorarbeit hinaus viele Computertips gegeben hat und mir beim Installieren diverser Programme geholfen hat. Schließlich möchte ich mich noch bedanken bei meiner Freundin Christiane, bei meinen Freunden und meinen Eltern, die mich auch in anstrengenden Zeiten stets unterstützt und mich auf andere Gedanken gebracht haben.

Lebenslauf

Persönliche Angaben:

Name: Christian Hartmut Götz
Geburtsdatum: 6. September 1967
Geburtsort: Ellwangen/Jagst (Ostalbkreis)
Vater: Friedrich Götz, geb. 22.12.1935, Studiendirektor
Mutter: Ute Götz geb. Schliebitz, geb. 5. 6.1938, Hausfrau

Ausbildung:

1973 - 1977 Grundschule: Stadtschule Gaildorf (Lkr. Schwäbisch Hall)
1977 - 1986 Schenk-von-Limpurg-Gymnasium Gaildorf, Abitur 1986
Jul. 1986 - Feb. 1988 Zivildienst in der Filderklinik, Filderstadt, Lkr. Esslingen
März - Aug. 1988 Industriepraktikum am Fernmeldeamt 3 Stuttgart
Sep. 1988 - Feb. 1989 Spanischstudium an der Universidad Complutense und dem Tandem Sprachinstitut, Madrid
Apr. 1989 - Jul. 1992, Physikstudium an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen
Jul. 1993 - Apr. 1995
Sep. 1992 - Jun. 1993 Physikstudium an der State University of New York at Stony Brook, USA
Mai 1993 Master of Arts (Stony Brook)
April 1995 Diplomprüfung (Tübingen)
Aug. 1995 - Aug. 1998 Promotion am Institut für Theoretische Astrophysik, Universität Tübingen unter Betreuung von Prof. Dr. H. Ruder
Titel der Dissertation: *Entwicklung eines Finite-Elemente-Modells des menschlichen Schädels zur Simulation von Stößen*

Akademische Lehrer:

Tübingen: Alkofer, Bässgen, Baumann, Bräuer, Clement, Dittrich, Ebert, Eikemeier, Fäßler, Fischer, Gaukler, Gönnerwein, Hartmann, Haug, Herold, Hipp, Höhn, Hübener, Kasper, Klaeren, Krämer, Kümmerer, Lichte, Lindner, Lutz, Mertens, Müther, Nakel, Pfister, Reinhardt, Rex, Ruder, Schief, Schmid E., Schmid K. W., Schwenk, Soffel, Staubert, Staudt, Strähle, Stumpf, Tamaschke, Wagner, Wehner, Wittern

Stony Brook: Averin, Braun-Munzinger, Chung, Kahn, Metcalf, Mihaly, Orozco, Roček