

Berechnung von Muskel– und  
Gelenkkraften  
mit Hilfe eines dreidimensionalen  
Computersmodells  
einer menschlichen Hüfte im Einbeinstand

Dissertation  
zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Naturwissenschaften  
der Fakultät für Physik  
der Eberhard–Karls–Universität zu Tübingen  
vorgelegt von  
Michael Krieg  
aus Sindelfingen

1996



Selbstverlegt von: Michael Krieg  
Möhringer Str. 14  
70178 Stuttgart

Tag der mündlichen Prüfung:

Dekan:

1. Berichterstatter:
2. Berichterstatter:

## Zusammenfassung

Bei der Entwicklung von Hüftendoprothesen wird vielfach die Finite-Elemente-Methode verwendet, um zu berechnen, welchen Einfluß eine implantierte Prothese auf die Beanspruchung des Oberschenkelknochens hat. Zur Anwendung der Finite-Elemente-Methode ist die genaue Kenntnis der auf den Knochen wirkenden Kräfte (sowohl Gelenk- als auch Muskelkräfte) erforderlich. Diese Kräfte sind keinem objektiven — d. h. einem das System nicht verändernden — Meßverfahren zugänglich und müssen daher mit Hilfe eines Modells berechnet werden.

In der vorliegenden Arbeit wird ein dreidimensionales Computermodell vorgestellt, mit dem die im Einbeinstand auf das rumpfnahende Ende des Oberschenkelknochens wirkenden Kräfte ermittelt werden. Die Muskeln sind durch 53 Zugfäden in einem graphisch modellierten Skelett dargestellt, das aus computertomographischen Schnittbildern eines einzelnen menschlichen Individuums geometrisch exakt rekonstruiert wird. Die geometrischen Daten des Skeletts und der modellierten Muskelzugfäden werden Bestandteil eines linearen Gleichungssystems aus 6 Gleichungen und den 53 unbekanntenen Kräften der einzelnen Zugfäden. Das Gleichungssystem ist 47-fach unterbestimmt und besitzt daher einen 47-dimensionalen Lösungsraum. Dieser beinhaltet auch solche Lösungen, deren Zugfäden nicht nur Zugkräfte sondern auch unerwünschterweise Druckkräfte (entgegengesetztes Vorzeichen der Kraft) aufbringen.

Im genannten Lösungsraum werden solche Lösungen gesucht, bei denen der Schaft des Oberschenkelknochens einer möglichst geringen Biegung und gleichzeitig einer möglichst geringen Axialkraft ausgesetzt ist und bei denen kein Zugfaden eine Druckkraft überträgt. Zur Suche im Lösungsraum wird ein evolutionärer Algorithmus eingesetzt, dessen Ergebnis mit einem lokalen Suchverfahren verfeinert wird. Die Suche liefert abhängig von den zufällig gesetzten Startwerten des evolutionären Algorithmus jeweils unterschiedliche Ergebnisse, die sich in Bezug auf die resultierende Hüftgelenkskraft nur minimal unterscheiden. Es werden exemplarisch 25 solcher Ergebnisse präsentiert. Die resultierenden Hüftkräfte werden mit Literaturwerten verglichen.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Modellierung</b>	<b>3</b>
2.1	Das Modell von Pauwels . . . . .	3
2.2	Zweikörpermodell . . . . .	6
2.3	Diskrete Muskeln . . . . .	7
2.3.1	Muskeln als Zugfäden . . . . .	7
2.3.2	Querkräfte durch Volumeneffekt . . . . .	7
2.3.3	Querkräfte durch geführte Muskeln . . . . .	8
2.3.4	Krafteinleitung durch flächen- oder linienhafte Ansätze . . . . .	8
2.3.5	Einschränkungen . . . . .	10
2.4	Optimierung der Femurbelastung . . . . .	12
2.4.1	Biegung und Axialkraft im Femurschaft . . . . .	12
2.4.2	Betrachtung der Schnittkraftverteilung . . . . .	12
2.5	Modellierung anatomischer Muskeln . . . . .	15
2.5.1	M. gluteus maximus . . . . .	15
2.5.2	M. gluteus medius . . . . .	17
2.5.3	M. gluteus minimus . . . . .	19
2.5.4	M. tensor fasciae latae . . . . .	21
2.5.5	M. vastus lateralis . . . . .	23
2.5.6	M. vastus intermedius . . . . .	26
2.5.7	M. quadratus femoris . . . . .	26
2.5.8	M. gastrocnemius . . . . .	28
2.6	Aufstellen der statischen Gleichungen . . . . .	29
2.6.1	Zahl der Freiheitsgrade . . . . .	29
2.6.2	Schreibweise und Konventionen . . . . .	29
2.6.3	Kräfte- und Momentenbilanzgleichungen . . . . .	30
2.6.4	Eigenschaften allgemeiner Lösungen . . . . .	31
2.6.5	Biomechanisch sinnvolle Lösungen . . . . .	31
2.6.6	Berechnung der Gelenkkräfte . . . . .	32
2.7	Formulierung der optimalen Femurbelastung . . . . .	32
2.7.1	Schnittkraft und Schnittmoment . . . . .	32
2.7.2	Berechnung des Angriffspunktes der Schnittkraft . . . . .	33
2.7.3	Aufstellen der Zielfunktion . . . . .	35
2.7.4	Plazierung der Schnitte am Femur . . . . .	35
<b>3</b>	<b>Lösungsverfahren</b>	<b>45</b>
3.1	Anforderungen . . . . .	45
3.1.1	Anforderungen an Lösungen . . . . .	45
3.1.2	Anforderungen an ein Lösungsverfahren . . . . .	45
3.2	Bestimmung des Lösungsraums . . . . .	46
3.3	Suche nach biomechanischen Lösungen . . . . .	47
3.3.1	Naturalanaloges Verfahren: Evolutionärer Algorithmus . . . . .	47
3.3.2	Modellierung der Fitnessfunktion . . . . .	47
3.3.3	Projektion in den Lösungsraum . . . . .	48
3.4	Optimierung . . . . .	49
3.5	Anwendung des Lösungsverfahrens . . . . .	50

<b>4</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b>	<b>51</b>
4.1	Konvergenz des Evolutionären Algorithmus . . . . .	51
4.2	Kontrolle der Optimierung . . . . .	57
4.3	Beanspruchung des Femur . . . . .	63
4.4	Resultierende Hüftkraft . . . . .	67
4.4.1	Ergebnisse der Rechnung . . . . .	67
4.4.2	Vergleich mit dem Pauwels–Modell . . . . .	70
4.4.3	Kraft auf Femurkopf in der Frontalebene . . . . .	71
4.4.4	Kraft auf Femurkopf in der Sagittalebene . . . . .	71
4.4.5	Kraft auf Femurkopf in der Transversalebene . . . . .	71
4.4.6	Vergleich mit experimentellen Daten . . . . .	72
4.5	Muskelkräfte . . . . .	76
<b>A</b>	<b>Skelettrekonstruktion und Modellierung im Computer</b>	<b>78</b>
A.1	Bildgebendes Verfahren . . . . .	78
A.1.1	Aufbau des Computertomographen . . . . .	78
A.1.2	Eigenschaften der Schnittbilder . . . . .	79
A.2	Bildsegmentierung . . . . .	83
A.2.1	Konturfindung entlang eines Schwellwertes . . . . .	83
A.2.2	Glätten von Polygonen . . . . .	84
A.2.3	Außenkante der Knochen . . . . .	84
A.3	Rekonstruktion der Knochenoberflächen . . . . .	87
A.3.1	Darstellung der Oberflächen: Shading . . . . .	89
A.4	Betrachten der Schnittbilder . . . . .	90
A.5	Anthropometrische Daten des Skeletts . . . . .	93
<b>B</b>	<b>Grundzüge des Evolutionären Algorithmus</b>	<b>96</b>
B.1	Eigenschaften Genetischer und Evolutionärer Algorithmen . . . . .	96
B.2	Unterschied Genetischer und Evolutionärer Algorithmen . . . . .	96
B.3	Mechanismen Genetischer und Evolutionärer Algorithmen . . . . .	97
B.3.1	Reproduktion . . . . .	98
B.3.2	Crossover . . . . .	99
B.3.3	Mutation . . . . .	101
B.4	Implementierung auf dem Computer . . . . .	102
B.4.1	Individuum des Genetischen Algorithmus . . . . .	102
B.4.2	Individuum des Evolutionären Algorithmus . . . . .	102
B.4.3	Zufallszahlengenerator . . . . .	103
B.4.4	Implementierung der Mutation . . . . .	103
B.4.5	Schematischer Ablauf der Simulation . . . . .	104
B.4.6	Umskalierung der Fitness . . . . .	106
<b>C</b>	<b>Modelldaten und Ergebnisse im einzelnen</b>	<b>107</b>
C.1	Daten des Modells . . . . .	107
C.2	Kniekraft . . . . .	112
C.3	Detailliertes Ergebnis der Muskelzugkräfte . . . . .	112
C.3.1	M. gastrocnemius und künstlicher Innenrotator . . . . .	113
C.3.2	M. gluteus maximus . . . . .	114
C.3.3	M. gluteus medius . . . . .	115
C.3.4	M. gluteus minimus . . . . .	117

C.3.5	M. quadratus femoris . . . . .	118
C.3.6	M. tensor fasciae latae . . . . .	119
C.3.7	M. vastus lateralis (externus) . . . . .	120
C.3.8	M. vastus lateralis (internus) . . . . .	121
<b>D</b>	<b>Anatomische Bezeichnungen</b>	<b>123</b>
D.1	Richtungen und Ebenen des menschlichen Körpers . . . . .	123
D.2	Bezeichnungen des Becken–Bein–Skeletts . . . . .	127
D.2.1	Übersicht . . . . .	127
D.2.2	Femur . . . . .	131





# 1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen einer interdisziplinären Zusammenarbeit zwischen einem Mediziner, Dr. med. Markus Fröhling, und zwei Physikern, Volker Pussel und Michael Krieg. Markus Fröhling hat eine aus seiner beruflichen Praxis stammende Vorstellung von der Formgebung einer Hüftendoprothese eingebracht, die mit der Finite-Elemente-Methode untersucht und optimiert werden sollte. Dies sollte durch einen Vergleich zweier Finite-Elemente-Modelle desselben Oberschenkelknochens (Femur), einmal mit und einmal ohne implantierten Gelenkersatz, erfolgen.

Mit Hilfe der Finite-Elemente-Rechnung läßt sich anhand beider Modelle die Beanspruchung eines Femur jeweils mit bzw. ohne Hüftendoprothese berechnen und auswerten. Mit dieser Aufgabe hat sich Volker Pussel auseinandergesetzt. Voraussetzung für die Berechnungen nach der Finite-Elemente-Methode sind die genauen geometrischen Daten des Femur, das Wissen um seine Materialbeschaffenheit bzw. seine kontinuumsmechanischen Eigenschaften sowie die Kenntnis der auf das Femur wirkenden Kräfte. Die geometrischen Daten lassen sich im Einzelfall durch Auswertung von bildgebenden Verfahren (z. B. Computertomographie) beschaffen. Die kontinuumsmechanischen Eigenschaften lassen sich durch Studium von frisch entnommenem Knochenmaterial bestimmen. Die auf das Femur einwirkenden Muskel- und Gelenkkräfte sind jedoch keiner objektiven — d. h. das System nicht selbst verändernden — Meßmethode zugänglich. Daher müssen diese Kräfte anhand der computertomographischen Daten unter Zugrundelegung einer theoretischen Modellvorstellung im Einzelfall berechnet werden. Dies ist Gegenstand der vorliegenden Arbeit. Bei der Berechnung wird eine seit [Pauwels, 35] übliche Vereinfachung vorgenommen: Es werden nur die im Einbeinstand wirkenden Kräfte berücksichtigt.

Der Einbeinstand soll die sog. Einbeinstandphase des aufrechten, langsamen Gangs des Menschen repräsentieren, wobei alle durch die Dynamik hervorgerufenen Effekte vernachlässigt werden. Jeder Doppelschritt des normalen, langsamen Gangs besteht nämlich zu 22% aus bipodalen Abstützphasen (beide Füße berühren den Boden) und zu 78% aus monopodalen Abstützphasen (Einbeinstandphasen), in denen das sog. Schwungbein nach vorne schwingt und das andere Bein, das sog. Standbein, den Rumpf und das Schwungbein trägt ([Rauber, 87]). In der Einbeinstandphase des Gangs tritt für das Hüftgelenk und das Femur des Standbeines die größte Belastung während eines Doppelschrittes auf. Dies wird bei der Betrachtung der entsprechenden Hebelverhältnisse an einem einfachen, zweidimensionalen Modell, dem sog. Pauwels-Modell [Pauwels, 35], deutlich: Zur Balance des Körpers über dem Standbein ist eine Hüftgelenkskraft von etwa dem 2.9-fachen Körpergewicht<sup>1</sup> erforderlich.

Der aufrechte Gang ist im Verlauf der evolutionären Entwicklung ein entscheidendes Merkmal des Menschen geworden. Dabei haben sich seine Hüft- und auch seine Oberschenkelmuskulatur, sowie die Form seines Femurs ganz gezielt an die spezielle Beanspruchung durch den aufrechten Gang angepaßt. So bringt F. Pauwels charakteristische Leichtbau-Merkmale des Oberschenkelknochens in Zusammenhang mit seiner typischen Beanspruchung [Pauwels, 48]. Die Überlegungen von Pauwels scheinen von der Frage geleitet: Welche Prinzipien des Knochenbaus resultieren aus typischen, durch äußere Einwirkungen und Muskelkräfte vorgegebenen Belastungen? Diese Frage läßt sich auch umkehren und liefert dann den Leitgedanken der theoretischen Modellvorstellung zur Berechnung der Kräfte: Welche Muskelkräfte und -funktionen passen zu der optimal auf die Belastungen abgestimmten Knochenform am besten? Dieser Leitgedanke wurde von Markus Fröhling im Verlauf der Zusammenarbeit immer wieder besonders betont.

---

<sup>1</sup>oder 3.7-fachen Partialkörpergewicht  $G_5$ . Das Partialkörpergewicht  $G_5$  ist das Gewicht des Körpers ohne Standbein, es entspricht etwa 80% des Körpergewichts.

In der vorliegenden Arbeit wird in Kapitel 2 ein mathematisches Modell vorgestellt, das zur Berechnung von Muskelkräften und der Hüftgelenkskraft im Einbeinstand dient. Im Modell werden alle Muskeln berücksichtigt, die im Sinne des Leitgedankens für die Femurbelastung und die Formgebung einer möglichen Hüftendoprothese relevant sind. Speziell die Muskelmodellierung erfolgte im ständigen Dialog mit Markus Fröhling, auf dessen anatomische Fachkompetenz dabei zurückgegriffen wurde.

Das Modell erweitert das Pauwels–Modell um einige wesentliche Merkmale. Es handelt sich hierbei mathematisch gesehen um ein unterbestimmtes, lineares Gleichungssystem, dessen Lösungen im Hinblick auf die Knochenbelastung “optimal” sein sollen. Die Bestimmung optimaler Lösungen erfolgt mit Hilfe eines Evolutionären Algorithmus, der speziell auf das vorliegende Problem angepaßt und durch ein lokales Suchverfahren ergänzt wurde. Das Lösungsverfahren wird in Kapitel 3 beschrieben.

In Kapitel 4 werden die erzielten Ergebnisse vorgestellt und diskutiert. Der Anhang enthält die zur Erstellung des Modells notwendigen Verfahren der Datengewinnung aus computertomographischen Bildern (Anhang A), eine Beschreibung der grundlegenden Mechanismen Evolutionärer Algorithmen (Anhang B), die genauen Zahlenwerte der Modelldaten und Ergebnisse (Anhang C) sowie einige Abbildungen zur Illustration der im Text verwendeten anatomischen Fachbegriffe (Anhang D). Die Abbildungen des Anhang D wurden auf ausklappbare Doppelseiten gedruckt, um das Lesen der Arbeit zu erleichtern.

## 2 Modellierung

Bereits im letzten Jahrhundert hat O. Fischer wichtige Grundlagen für die Untersuchung der mechanischen Beanspruchung des Becken–Bein Skeletts gelegt [Fischer, 1899]. Er unterteilte den Doppelschritt des Menschen mit Hilfe von Stroboskopaufnahmen einer Versuchsperson in 31 Phasen. Für jede Phase ermittelte er die dreidimensionalen Koordinaten definierter Körperpunkte seines Versuchsindividuum und berechnete für einzelne Gliedmaßen die Koordinaten sog. Teilkörperschwerpunkte.

Mit Hilfe der Arbeit von Fischer und der Arbeit von A. Fick [Fick, 1850] errechnete F. Pauwels für die 16. Phase der Ganganalyse von Fischer (siehe Abb. 1) in der Frontalebene die im Hüftgelenk wirkende Gelenkkraft [Pauwels, 35]. Das von Pauwels verwendete Modell macht dabei keine Aussage über die Zugkraft einzelner Muskeln und bezieht sich nur auf das Hüftgelenk, nicht auf das proximale Femur. Es ist ferner zweidimensional.

Das Pauwels–Modell wird in dieser Arbeit um folgende Punkte erweitert:

- Alle Berechnungen erfolgen dreidimensional.
- Das Femur wird als masseloser Körper in das Modell einbezogen, wobei der Teilkörperschwerpunkt  $S_5$  nicht nur über dem Hüftgelenk sondern auch über dem Kniegelenk des Standbeins balanciert wird. Das Modell besteht daher aus zwei Körpern und nicht aus einem wie bei Pauwels.
- Die Stabilisierung beider Körper erfolgt durch eine endliche Zahl diskreter Zugfäden, stellvertretend für die Muskeln. Flächenförmige Muskelansätze werden durch eine entsprechend große Zahl von Zugfäden dargestellt. Es werden damit nicht wie bei Pauwels effektive Hebelarme einzelner Muskelgruppen vorgegeben. Vielmehr stellen sich effektive Hebelarme und die ihnen entsprechenden Drehmomente durch die Verteilung der Kräfte auf die diskreten Zugfäden frei ein.
- Die Muskelkräfte sollen in ihrer Gesamtheit die Biegung und die Axialkraft im Femur minimieren. Dies entspricht einer Optimierung der Femurbelastung.

### 2.1 Das Modell von Pauwels

Bei seinen Betrachtungen führt Pauwels das Problem der Balance des Beckens auf die im statischen Fall wirkenden Kräfte zurück und berechnet daraus die resultierende Hüftgelenkskraft. Er verwendet die im Hüftgelenk abduktorisches wirkenden Muskeln (aus [Fick, 1850]) und faßt die von A. Fick gewonnenen Ergebnisse zu einer resultierenden Muskelkrafttrichtung in der Frontalebene zusammen [Pauwels, 35]. Die resultierende Muskelkraft neigt sich um  $21^\circ$  gegen die Richtung der Gravitation und besitzt im Hüftgelenk einen Hebelarm von 40 mm. Die Position des Teilkörperschwerpunktes  $S_5$  in Bezug auf das Hüftgelenk entnahm Pauwels aus [Fischer, 1899]; sie hat danach einen Hebelarm von 10,99 cm in der Frontalebene. Damit liegen der Betrag und die Richtung der Hüftgelenksresultierenden — wie in Abbildung 2 dargestellt — fest: Das durch die abduktorisches wirkende Muskulatur im Hüftgelenk erzeugte Drehmoment muß das durch die Gravitation erzeugte Drehmoment kompensieren. Ferner muß Kräftegleichgewicht bestehen. Pauwels erhält auf dem Wege einer zweidimensionalen Lösung als Hüftkraft das 3.67–fache des Teilkörpergewichts  $G_5$  bzw. etwa das dreifache Körpergewicht. Die Richtung der Hüftkraft neigt sich bei Pauwels um  $16^\circ$  gegen das Lot.

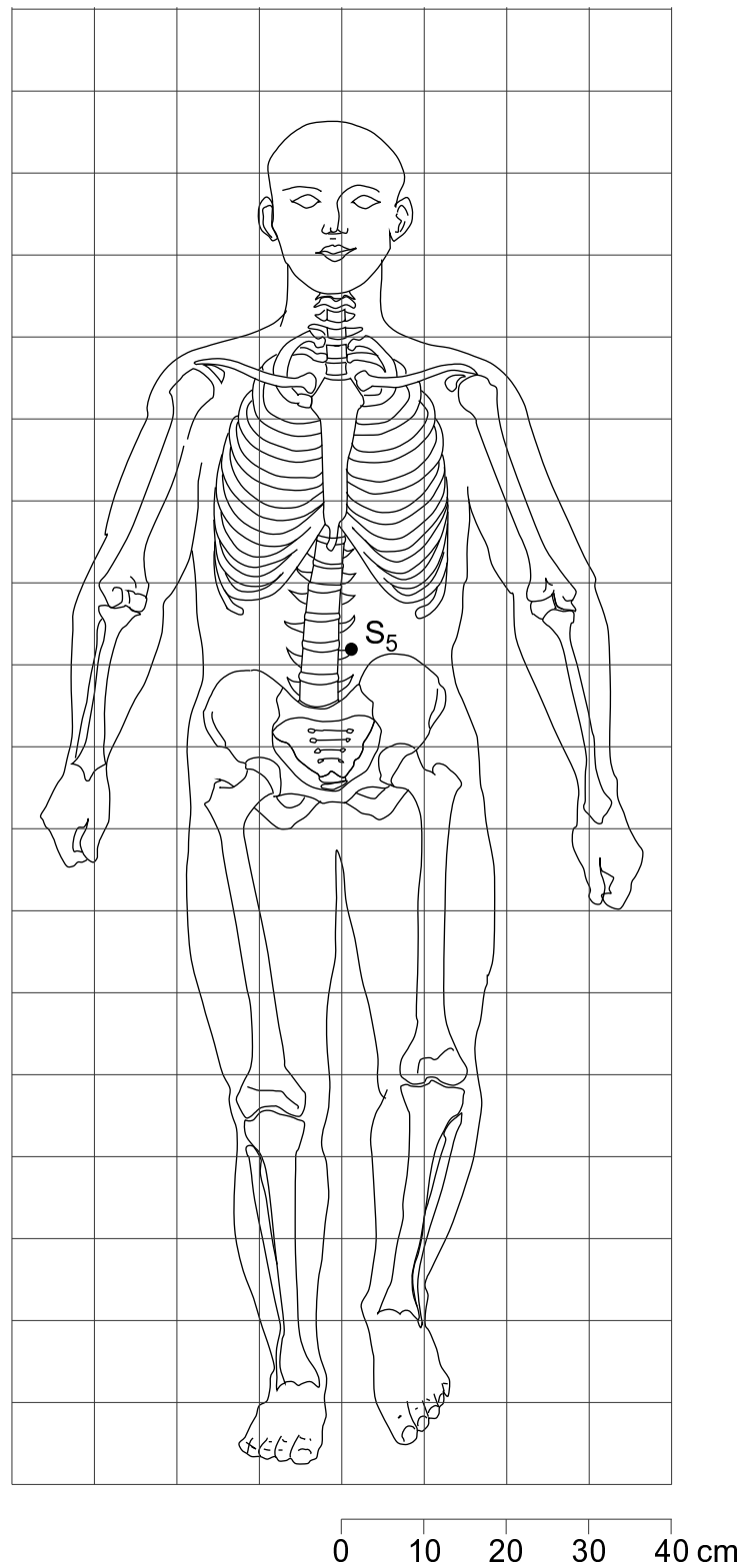


Abbildung 1: Rekonstruktion der Frontalprojektion der 16. Phase des Versuches 1 in [Fischer, 1899] nach [Pauwels, 35]. Der Teilkörperschwerpunkt  $S_5$  von Rumpf, Kopf, beiden Armen und Schwungbein muß im Hüftgelenk des Standbeines ausbalanciert werden.

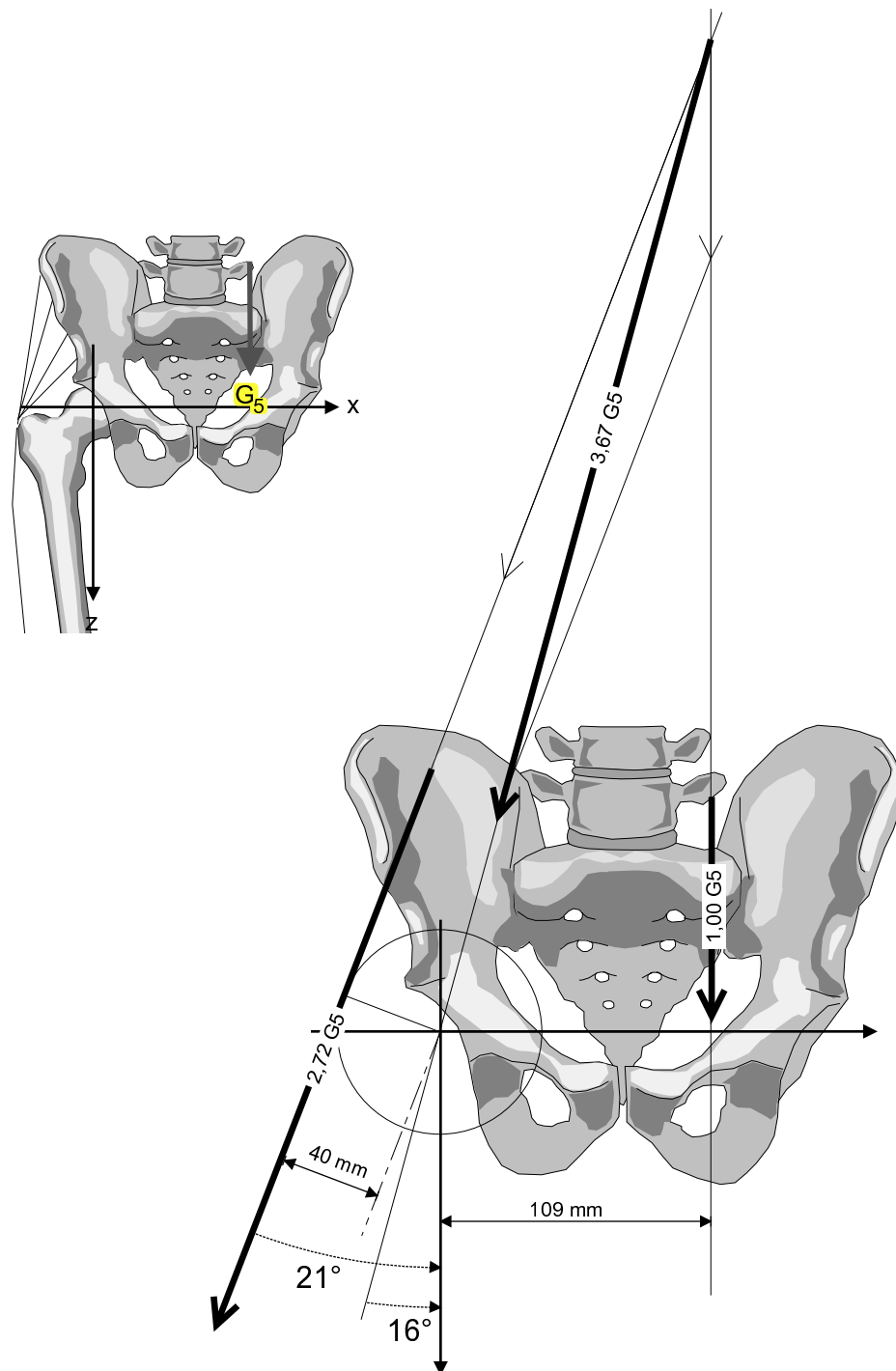


Abbildung 2: Oben links zeigt die Stellung des Hüftgelenks in der Frontalebene. Die Gravitation  $G_5$  im Teilkörperschwerpunkt  $S_5$  wird durch abduktorisch wirkende Muskulatur im Hüftgelenk ausbalanciert. Die Muskulatur ist durch Zugfäden symbolisiert. Unten rechts zeigt das Prinzip der Berechnung der resultierenden Hüftkraft nach Pauwels: Forderung von Kräfte- und Momentengleichgewicht im Hüftgelenk, siehe Text.

## 2.2 Zweikörpermodell

Zusätzlich zur Balance des Teilkörperschwerpunkts  $S_5$  über dem Hüftgelenk wird das masse-lose Femur über dem Kniegelenk des Standbeines balanciert. Die an das Kniegelenk anschließende Tibia wird fixiert und dient als Randbedingung des Modells. Der idealisierte Drehpunkt des Kniegelenks (Kugelgelenk) übt als Auflagepunkt des Femur eine entsprechende Gelenkkraft aus. Das schematische Modell ist in Abbildung 3 skizziert.

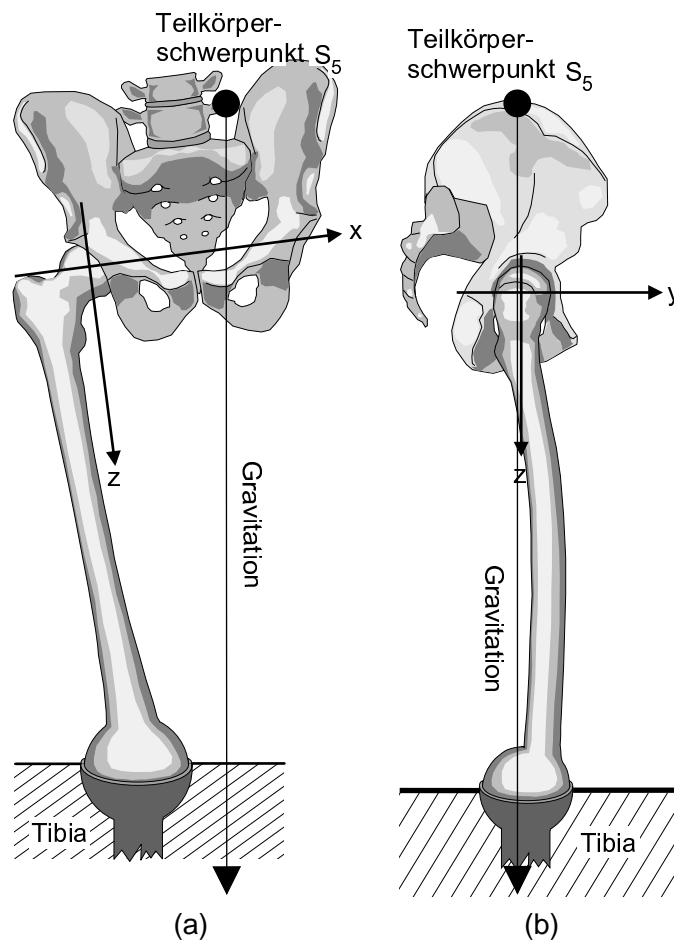


Abbildung 3: Dreidimensionale Modellierung des Hüftgelenks als Kugelgelenk zwischen Femur und Pelvis. Das Femorotibialgelenk wird zum Kugelgelenk vereinfacht und bildet eine Randbedingung des Modells. Die Tibia ist festgehalten. Die Gravitation greift im Teilkörperschwerpunkt  $S_5$  an. (a) zeigt das Modell in der Frontalebene (b) zeigt das Modell in der Sagittalebene.

## 2.3 Diskrete Muskeln

### 2.3.1 Muskeln als Zugfäden

Die Muskelkräfte des Modells werden durch eine feste Zahl diskreter Zugfäden aufgebracht. Jeder Zugfaden kann seine Zugkraft unabhängig von allen anderen Zugfäden einstellen. Die Zugfäden sind unabhängig von ihrer Zugkraft fest im Modell plaziert. Unterschiedliche Muskeln werden durch eine unterschiedliche Zahl von Zugfäden repräsentiert. Jeder Zugfaden modelliert durch seinen Verlauf als Polygonzug zwischen Ursprung und Ansatz die anatomische Funktion des dargestellten Muskels. Die Modellierung der Muskeln durch Zugfäden berücksichtigt neben der Krafteinleitung im Ursprung bzw. im Ansatz ggf. auch noch die folgenden drei Mechanismen der Krafteinleitung: Querkräfte durch Volumeneffekt, Querkräfte durch geführte Muskeln und Krafteinleitung durch flächen- bzw. linienhafte Muskelansätze. In den drei Abschnitten 2.3.2, 2.3.3 und 2.3.4 werden diese Mechanismen schematisch erklärt.

### 2.3.2 Querkräfte durch Volumeneffekt

Der Muskelquerschnitt nimmt bei Kontraktion zu. Wird der Muskel in seiner Querschnittsveränderung durch darunterliegende Muskeln oder durch den darunterliegenden Knochen gehindert, entwickelt sich quer zur Kontraktionsrichtung des Muskels eine Kraft. Der eigentlich geradlinig und unbehindert zwischen Ansatz und Ursprung wirkende Muskel übt also durch sein eigenes Volumen oder durch das Volumen darunterliegender Muskeln eine (grob gesprochen) quer zur Zugrichtung wirkende Kraft auf den Knochen aus. Der Muskel selbst erfährt eine gegengleiche Kraft. Dies ist in Abbildung 4 skizziert. Dieser Effekt ist im Bereich des *M. vastus lateralis* wichtig für die Verminderung der Biegebeanspruchung des Femur [Rauber, 87]. Eine Modellierung, deren Geometrie sich aufgrund einer bekannten Kraft-Deformationsbeziehung bzw. der bekannten Beziehung von Längskraft zu Querkraft ergibt, ist mangels der genauen Kenntnis dieser Beziehungen leider nicht möglich. Näherungsweise muß dieser Effekt daher durch feste Umlenkpunkte und damit durch feste Vorgabe des Kräfteverhältnisses an der betreffenden Stelle erfaßt werden.

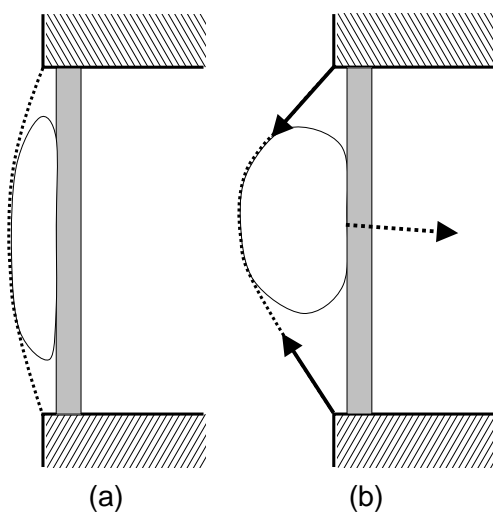


Abbildung 4: Querkräfte durch Volumeneffekt. Ein Band verläuft über einem Muskel. In (a) ist der Muskel schlaff. In (b) wird der Muskel kontrahiert, das Band wird ausgelenkt und gedehnt. Auf den unter dem Muskel liegenden Knochen (grau im Bild) wird die resultierende Kraft (gestrichelt) ausgeübt.



### 2.3.3 Querkräfte durch geführte Muskeln

Auch dieser Effekt spielt vor allem bei der Modellierung des M. vastus lateralis eine wichtige Rolle. Der größte Teil der Muskelmasse des M. vastus lateralis liegt ventro-lateral des Femur. Bei Kontraktion drückt der Muskel den nach ventral antekurvierten Knochen nach dorsal und erfährt eine gegengleiche Kraft. Der gleiche Effekt tritt auf, wenn die Zugrichtung des Muskels an Ansatz und Ursprung nicht einander entgegengerichtet sind. Die Summe beider Kräfte (vektorielle Addition) zwischen Ansatz und Ursprung wird vom Knochen kompensiert. Dies ist in Abbildung 5 skizziert.

Im Unterschied zu den Querkräften durch Volumeneffekt entstehen diese Querkräfte aufgrund der durch die Knochen nicht geradlinig geführten Muskeln und nicht durch die Volumenzunahme der Muskeln bei Kontraktion. Die Auswirkung auf den Knochen ist jedoch dieselbe.

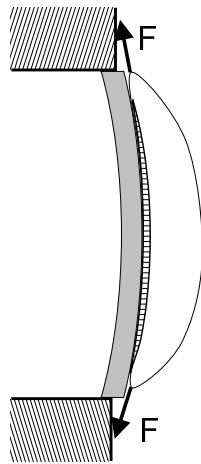


Abbildung 5: Querkräfte durch geführte Muskeln. Ein entlang eines gekrümmten Knochens (grau) geführter Muskel übt eine Kraft auf den Knochen aus. Sie ist genau die Summe (vektorielle Addition) beider Kräfte zwischen Ansatz und Ursprung und ist schraffiert angedeutet.

### 2.3.4 Krafteinleitung durch flächen- oder linienhafte Ansätze

Ein flächenhaft inserierender Muskel übt bei Kontraktion über die Ansatzfläche auf den Knochen eine Zugkraft aus. Der Muskel leitet 'quer' zu seiner Kontraktionsrichtung Kraft in den Knochen ein. Die Krafteinleitung kann hierbei sowohl über eine direkte Verbindung mit dem Knochen als auch durch Faszien bzw. bindegewebsartige Verwachsungen erfolgen.

Das für das vorliegende Modell relevante Beispiel ist der M. vastus lateralis. Beginnend vom Ursprung ist dieser dorsal linienhaft und lateral bindegewebsartig mit dem Femur verwachsen. Bei Kontraktion wird entlang der ganzen Kontaktfläche des Muskels Zugkraft auf den Knochen übertragen. Ein Teil der durch den Muskel entfalteten Kraft verbleibt damit im Femur und wird nicht über das Kniegelenk hinweggeführt. Der Muskel verstrebt damit den Knochen und verbessert dessen Belastungsfähigkeit, ohne das Kniegelenk zu belasten. Ohne diesen Mechanismus würde die am Trochanter major umgelenkte Kraft vollständig über das Kniegelenk übertragen werden.

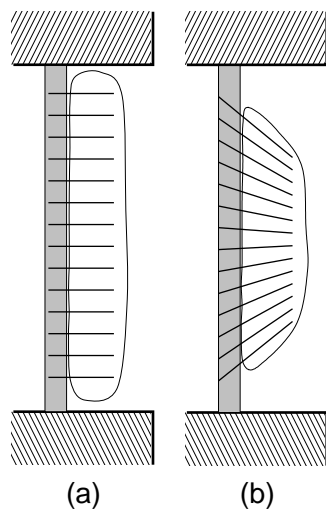


Abbildung 6: Krafteinleitung durch flächenhaften Ansatz. Der Muskel ist mit dem Knochen verwachsen. (a) Der Muskel ist nicht kontrahiert. (b) Der Muskel kontrahiert und leitet Kraft in den Knochen ein: Der Muskel biegt den Knochen zu sich hin.

### 2.3.5 Einschränkungen

Die Modellierung von Muskeln mit Zugfäden legt ein isometrisches Muskelmodell zugrunde. Dies bedeutet, daß der Verlauf der Muskeln einmal festgelegt wird und danach unabhängig vom Arbeitszustand des Muskels unverändert bleibt.

Die Muskeln arbeiten in Wirklichkeit jedoch nicht ausschließlich isometrisch. Die Muskulatur ist ein Kontinuum, das seine mechanischen Eigenschaften und seine Verschiebung, d. h. seine Lage und seinen Verlauf, verändert. Mit Veränderung der Lage der Muskeln ändert sich auch die Krafteinleitung in den Knochen ganz entscheidend. Eine Modellierung der Muskeln, die dies berücksichtigt, wäre daher wesentlich präziser. Sie würde jedoch die Bestimmung einer ganzen Reihe von bisher unbekanntem Größen erfordern, die ihrerseits sehr komplex sind und den Rahmen dieser Arbeit sprengen: Die mechanischen Eigenschaften der Muskulatur und des Gewebes in Abhängigkeit vom Arbeitszustand müßten bestimmt werden. Ferner wäre die Kenntnis des exakten räumlichen Verlaufs der Muskeln — abhängig von ihrem Zustand — und des sie umgebenden Gewebes nötig. Die Mechanismen der Krafteinleitung aus den Abschnitten 2.3.2, 2.3.3 und 2.3.4 wären damit allerdings implizit modelliert.

Die Modellierung von Muskeln als Zugfäden im Rahmen dieser Arbeit war mit folgenden Schwierigkeiten verbunden:

- Der genaue Verlauf einzelner Muskeln war alleine aus den vorhandenen Daten wie CT-Bilddatensatz oder diversen Anatomiebüchern nicht zu entnehmen. In keiner dieser Informationsquellen ist die Haltung des vorliegenden Modells und der dazu passende Muskelverlauf genau genug dokumentiert.
- Die genaue Funktion (im Sinne der mathematischen Modellierbarkeit) einzelner Muskeln in der vorliegenden Haltung des Modells war alleine aus den Anatomiebüchern nicht zu entnehmen. Dies betrifft sowohl die Bedeutung von Muskelverzweigungen (Einstrahlung des *M. gluteus maximus* in die *Fascia lata* sowie deren Verbindung mit dem *M. tensor fasciae latae*, siehe 2.5.1 und 2.5.4) als auch die Bedeutung einzelner Muskeln und Weichteilstrukturen (Knochenverstrebung und Knieentlastung in Form von tiefen Fasern des *M. vastus lateralis*, siehe 2.5.5). Hier wurden Annahmen getroffen, die sich mit den vorliegenden Informationsquellen (CT-Bilddatensatz, Anatomiebücher der Medizin) decken, aber über deren Informationsgehalt noch hinausgehen. So wurde z. B. auf explizite Verzweigungen (bei der man mit Vorgabe der Verzweigungsgeometrie stets auch das Kräfteverhältnis der Teilstränge vorgeben würde) von Muskeln verzichtet. Die Verzweigung wird statt dessen funktional aufgelöst. Es werden entsprechend mehr Muskelfäden eingebracht, die die Funktion der Verzweigung wahrnehmen. Die Modellierung der Effekte aus den Abschnitten 2.3.2, 2.3.3 und 2.3.4 wurde ebenfalls mit Hilfe von eigens dafür vorgesehenen Muskelfäden vorgenommen.
- Die Muskeln im biologischen Vorbild übertragen in Ursprung und Ansatz Zugkräfte. Dies ist bedingt durch die mit der Kraftentwicklung verbundene Muskelkontraktion. Basierend auf derartigen Zugkräften ist das biologische Vorbild in der Lage, die Haltung des Einbeinstandes einzunehmen. Dies muß daher auch für das Modell gefordert werden.

Während der Entwicklung des Modells hat sich gezeigt, daß nicht jeder beliebige Satz von Zugfäden entsprechend dem biologischen Vorbild die vorgegebene Konfiguration (Einbeinstand) alleine durch Zugkräfte balancieren kann (Vorzeichen der Kraft im Faden). Die anfänglichen Modelle bestanden aus weniger Zugfäden und wurden dann solange iterativ vervollständigt, bis der Einbeinstand mit Zugkräften möglich wurde.

Das Lösungsverfahren, das die Muskelkräfte berechnet, wurde damit zum wichtigen Bestandteil der Vervollständigung des Muskelmodells: Es mußte Unvollständigkeiten der Muskelmodellierung aufzeigen, um diese in einer weiteren Iteration beseitigen zu können.

## 2.4 Optimierung der Femurbelastung

### 2.4.1 Biegung und Axialkraft im Femurschaft

Um die Femurbelastung durch Biegung und Axialkraft als Kriterium für die Auswahl geeigneter Muskelkräfte zu minimieren, muß für die Biegung und die Axialkraft im Femurschaft je eine Maßzahl als Größe des Zweikörpermodells definiert werden.

Man schneidet hierzu in Gedanken das Femur quer zur Femurschaftachse und berechnet die durch die Schnittfläche übertragene Schnittkraft und das korrespondierende Schnittmoment [Gruber et al., 83]. Die Schnittkraft steht mit der Summe aller äußeren Kräfte des Restsystems im Gleichgewicht. Für das Schnittmoment gilt sinngemäß das gleiche: Die Summe aller durch die äußeren Kräfte des Restsystems aufgebrachten Momente stehen mit dem Schnittmoment im Gleichgewicht.

Die Axialkraft ist die Projektion der Schnittkraft auf die Flächennormale des Schnittes. Sie ist damit unmittelbar aus der Schnittkraft abzuleiten.

Um mit Schnittkraft und Schnittmoment die Biegung des Femur beurteilen zu können, ist eine Betrachtung der Schnittkraftverteilung erforderlich.

### 2.4.2 Betrachtung der Schnittkraftverteilung

Die Übertragung der Schnittkraft  $\vec{F}_S$  erfolgt im Knochen in Form einer Kräfteverteilung  $\vec{f}(\xi, \eta)$  über die Schnittfläche  $A$ . Durch die Kräfteverteilung ist auch das Schnittmoment  $\vec{M}_S$  vorgegeben. Die Abbildung 7 zeigt schematisch die Platzierung eines Schnittes und das Koordinatensystem des Schnittes.

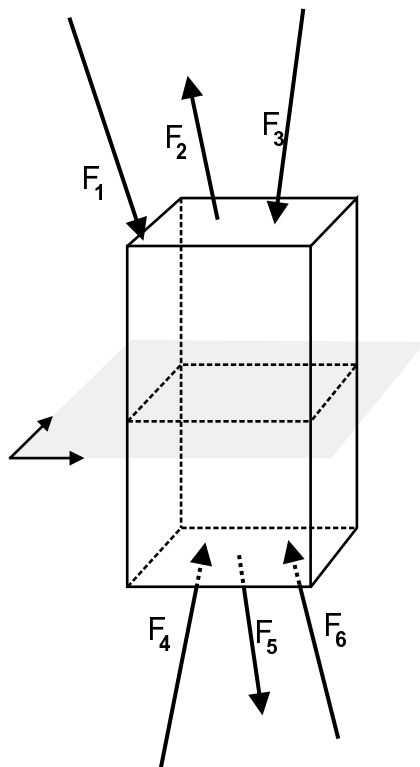


Abbildung 7: Schematische Darstellung der äußeren Kräfte eines (zum Quader vereinfachten) Knochens und einer Schnittebene mit Koordinatensystem. Auf der Schnittfläche stellt sich entsprechend den äußeren Kräften eine Kraftverteilung ein.

Die Schnittkraft  $\vec{F}_S$  und das Schnittmoment  $\vec{M}_S$  berechnen sich aus der Kraftverteilung

wie folgt:

$$\vec{F}_S = \int_A \vec{f}(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

$$\vec{M}_S = \int_A \vec{r}(\xi, \eta) \times \vec{f}(\xi, \eta) d\xi d\eta$$

Das Schnittmoment  $\vec{M}_S$  läßt sich in drei Komponenten zerlegen, von denen zwei in der Schnittebene liegen und eine senkrecht auf der Schnittebene steht. Die in der Schnittebene liegenden Komponenten werden als Biegemoment, die senkrecht auf der Schnittebene stehende Komponente wird als Torsionsmoment bezeichnet.

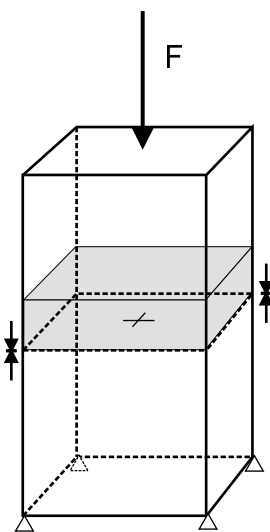
Die durch die Schnittfläche übertragene Schnittkraft und das Schnittmoment kann vollständig durch zwei gedachte Kräfte  $\vec{F}_S$  und  $\vec{F}'_S$  an zwei in der Schnittebene liegenden Kraftangriffspunkten  $\vec{r}_0$  und  $\vec{r}'_0$  aufgebracht werden. Die Summe beider Kräfte ergibt die Schnittkraft, das von beiden Kräften aufgebrachte Moment ergibt das Schnittmoment. Zur Übertragung des Biegemomentanteils alleine genügt eine einzelne Kraft  $\vec{F}_S$  an einem einzelnen Ansatzpunkt  $\vec{r}_0$ . Dies wird in Abschnitt 2.7.1 gezeigt. Wenn dieser eine Punkt  $\vec{r}_0$  im Flächenschwerpunkt der Knochenschnittfläche liegt, so herrscht in der Schnittfläche homogener Druck oder Zug und der Knochen würde an dieser Stelle nicht gebogen werden<sup>2</sup>. Je weiter der Punkt  $\vec{r}_0$  vom Flächenschwerpunkt entfernt liegt, desto größer ist die zu vermutende Biegung des Knochens<sup>3</sup> an der Stelle des Schnittes. In Abbildung 8 ist die Plazierung des Kraftangriffspunktes  $\vec{r}_0$  der hier angesprochenen Kraftverteilungen schematisch dargestellt.

Der Abstand des Kraftangriffspunktes  $\vec{r}_0$  vom Flächenschwerpunkt der Schnittfläche dient damit näherungsweise als Maß für die Biegung des Knochens an der Stelle des Schnittes. Durch Betrachtung einer ganzen Reihe solcher Schnitte kann somit ein ungefährer Eindruck von der Biegung des Knochens gewonnen werden.

---

<sup>2</sup>homogenes, isotropes Material vorausgesetzt

<sup>3</sup>Dies ist eine grobe Näherung, die den Anforderungen des Starrkörpermodells genügt. Der exakte Zusammenhang kann nur durch eine kontinuumsmechanische Betrachtung ermittelt werden.



(a)

Abbildung 8: In (a) wird der Quader durch die äußeren Kräfte in der Schnittfläche homogen auf Druck beansprucht. Der im Text beschriebene Kraftangriffspunkt  $\vec{r}_0$  ist auf der Schnittfläche als Kreuz markiert und stimmt mit dem Flächenschwerpunkt überein. In (b) wird die Schnittfläche homogen auf Zug beansprucht. In (c) erzeugen die äußeren Kräfte in der Schnittfläche ein Zug–Druckprofil. Der Quader wird gebogen. Der mit einem Kreuz markierte Kraftangriffspunkt weicht vom Flächenschwerpunkt der Schnittfläche ab.

## 2.5 Modellierung anatomischer Muskeln

Das Zweikörpersystem wird durch Zugfäden stabilisiert, die folgende Muskeln modellieren: Die kleinen Glutäen (*Musculus gluteus medius* und *M. gluteus minimus*) und die in die *Fascia lata* einstrahlenden Muskeln (*M. gluteus maximus*, *M. vastus lateralis* sowie *M. tensor fasciae latae*). Ferner werden zur Stabilisierung des Kniegelenkes in der Sagittalebene noch der *M. vastus intermedius* sowie der *M. gastrocnemius* berücksichtigt. Schließlich sind noch drei weitere Zugfäden zur Modellierung des *M. quadratus femoris*, einem kräftigen Außenrotator, im Modell enthalten.

Um die Außen- und Innenrotation des Femur gezielt abgleichen zu können, wird ebenfalls mit drei Zugfäden im Kniegelenk ein Muskel modelliert, der eine Innenrotation des Femur bewirkt, aber kein direktes anatomisches Pendant besitzt. Die von seinen Fäden aufgebrachte Kraft dient zur Kompensation von unzureichend modellierbaren, impliziten rotatorischen Anteilen der übrigen Muskeln. Dieser künstliche Innenrotator entspringt dorsal an der Innenfläche der lateralen Kondyle des Femur und läuft durch die Kondyle hindurch nach ventral zur Tibia. Er inseriert dort am lateralen Rand der Gelenkfläche der lateralen Kondyle.

In den folgenden Abschnitten wird die Modellierung der einzelnen Muskeln beschrieben und grafisch dokumentiert.

### 2.5.1 *M. gluteus maximus*

Der große Gesäßmuskel entspringt am Darmbein (*Os ilium*) und am Seitenrand des Kreuzbeins (*Os sacrum*). Die kranialen Fasern ziehen über den *Trochanter Major* hinweg und strahlen in die *Fascia lata* ein.

Der Muskel wird aus drei Fasern modelliert. Die Fasern ziehen über den *Trochanter major* hinweg. Die Einstrahlung in die *Fascia lata* ist durch die Weiterführung der drei Fasern bis zur Tibia repräsentiert.



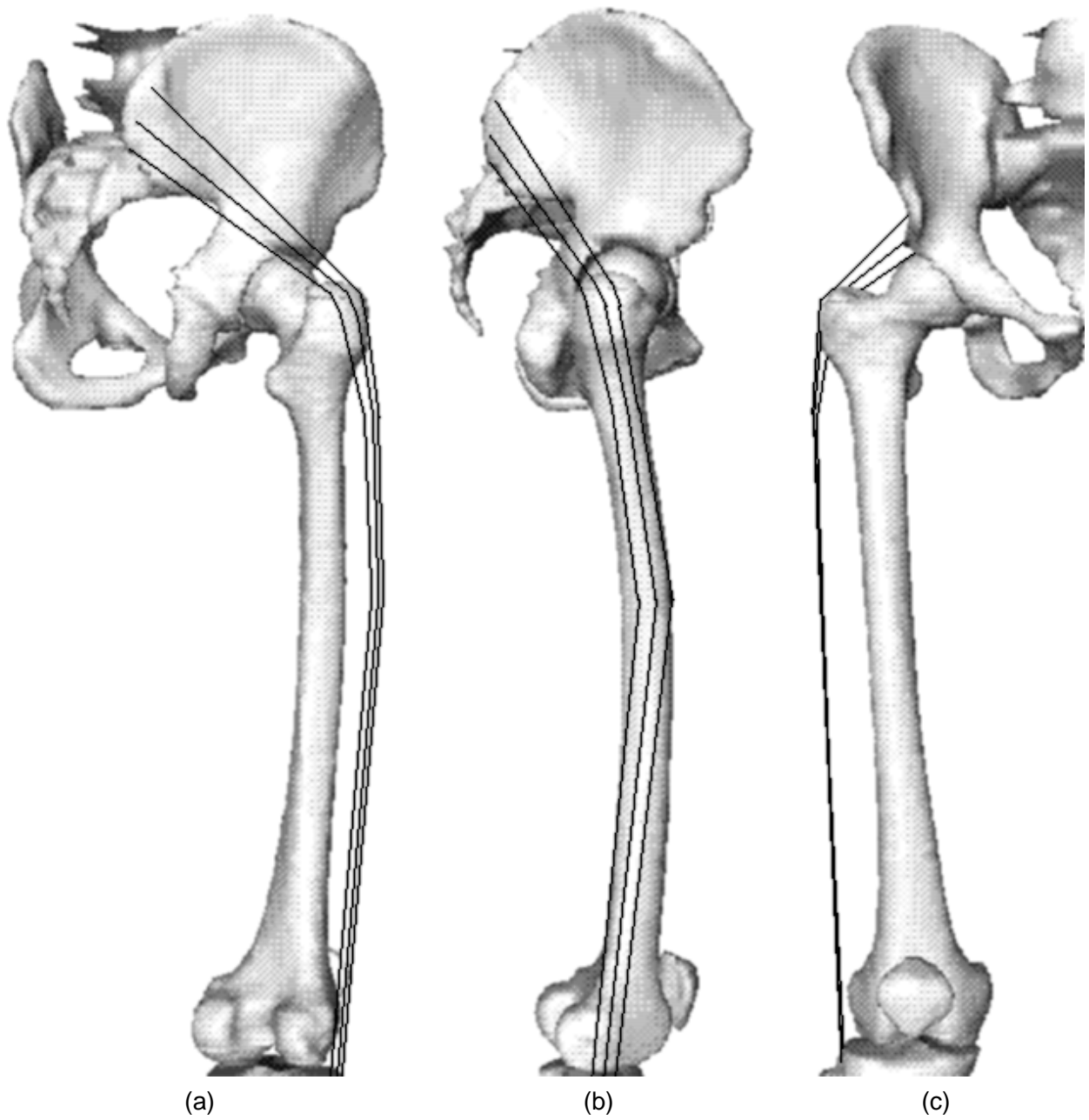


Abbildung 9: *Kraniale Fasern des M. gluteus maximus in der Ansicht (a) von dorso-lateral (b) lateral (c) ventral.*

### 2.5.2 M. gluteus medius

Der M. gluteus medius entspringt an der Außenseite des Os ilium. Der Muskel inseriert lateral an der Spitze des Trochanter major. Der Muskel wird von 9 gleichmäßig auf die Ursprungsfläche verteilten Zugfäden repräsentiert.

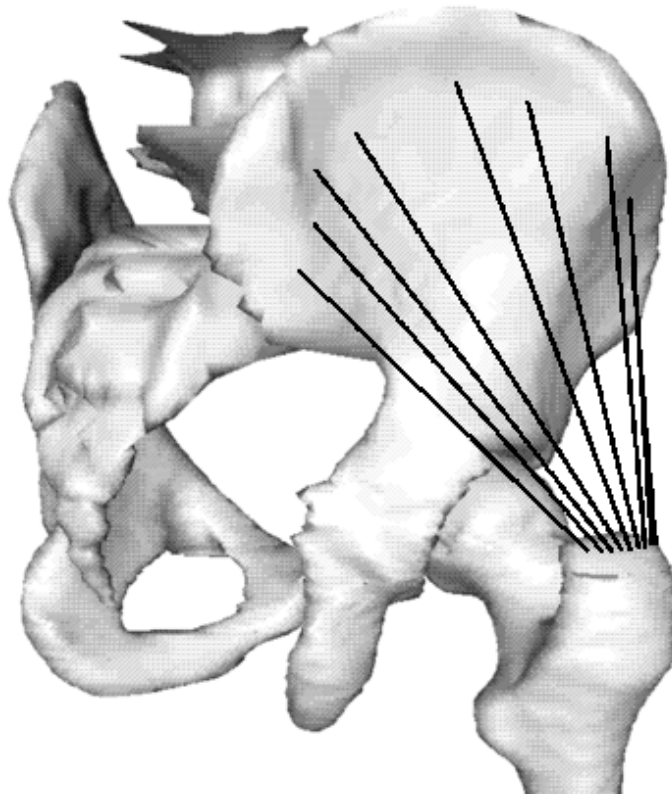


Abbildung 10: *M. gluteus medius* in der Ansicht von dorso-lateral.

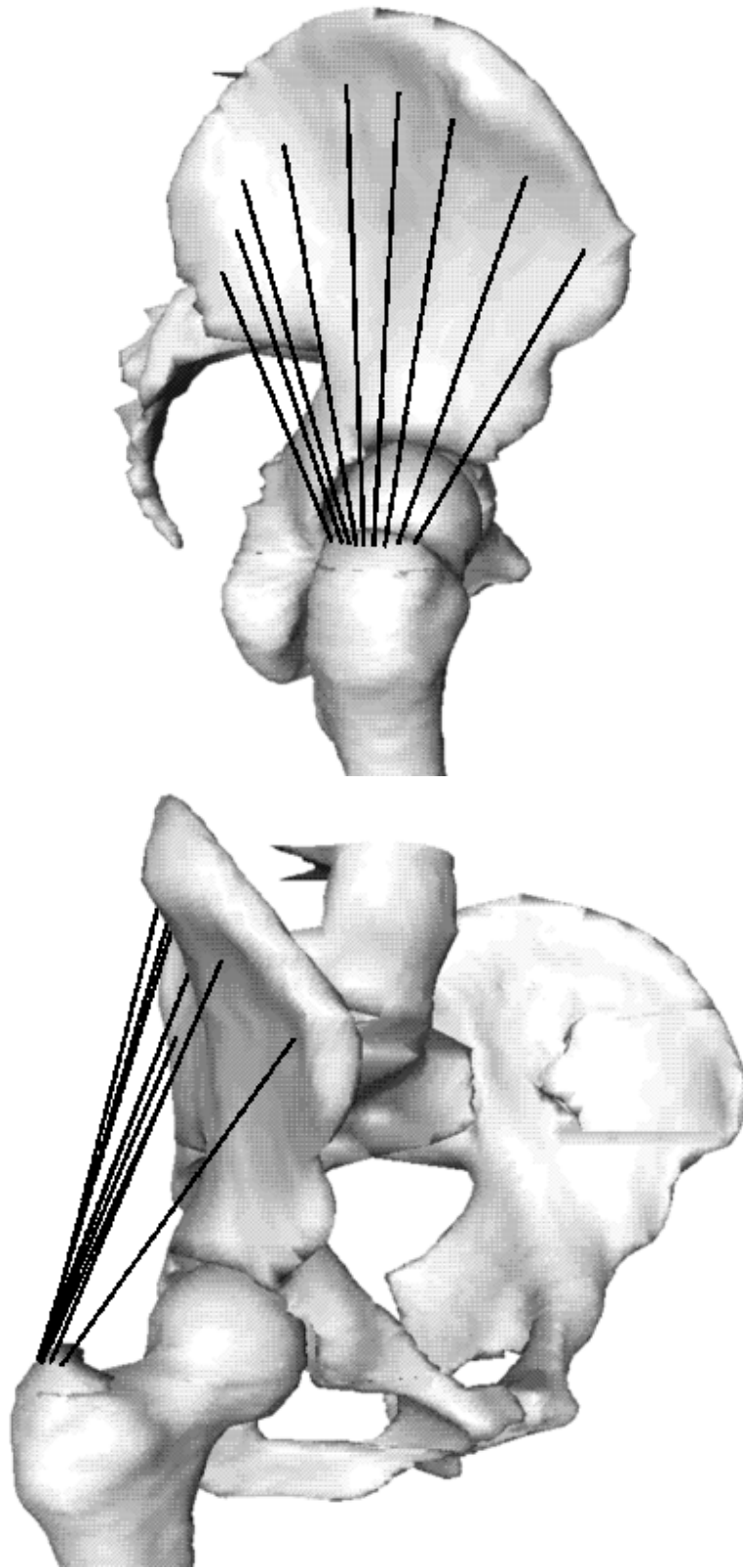


Abbildung 11: *M. gluteus medius* in der Ansicht von lateral (oberes Bild) und ventro-lateral (unteres Bild).

### 2.5.3 M. gluteus minimus

Der M. gluteus minimus liegt unter dem M. gluteus medius. Er entspringt lateral am Os ilium und inseriert am ventralen Rand des Trochanter major. Dieser Muskel wird von 7 Zugfäden repräsentiert, die in den drei folgenden Abbildungen dokumentiert sind.

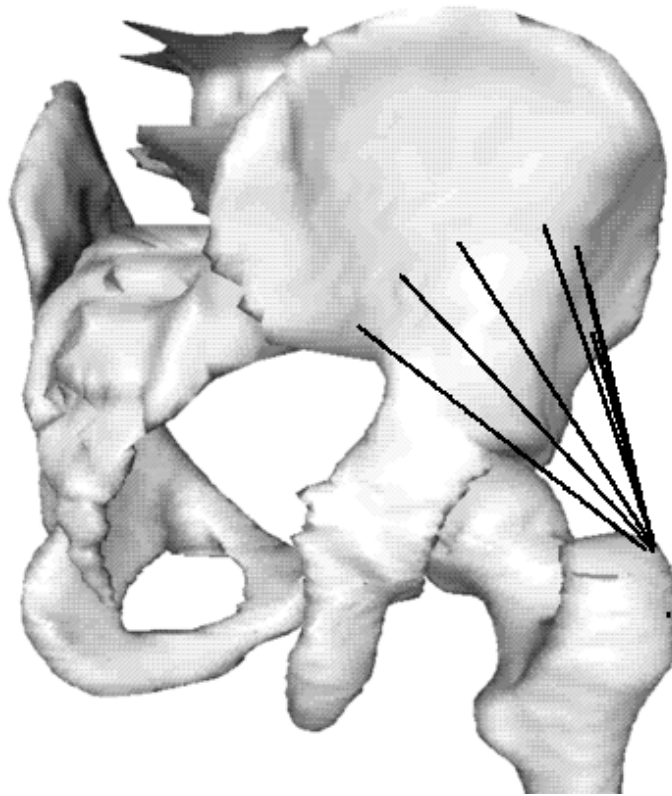


Abbildung 12: M. gluteus minimus in der Ansicht von dorso-lateral.

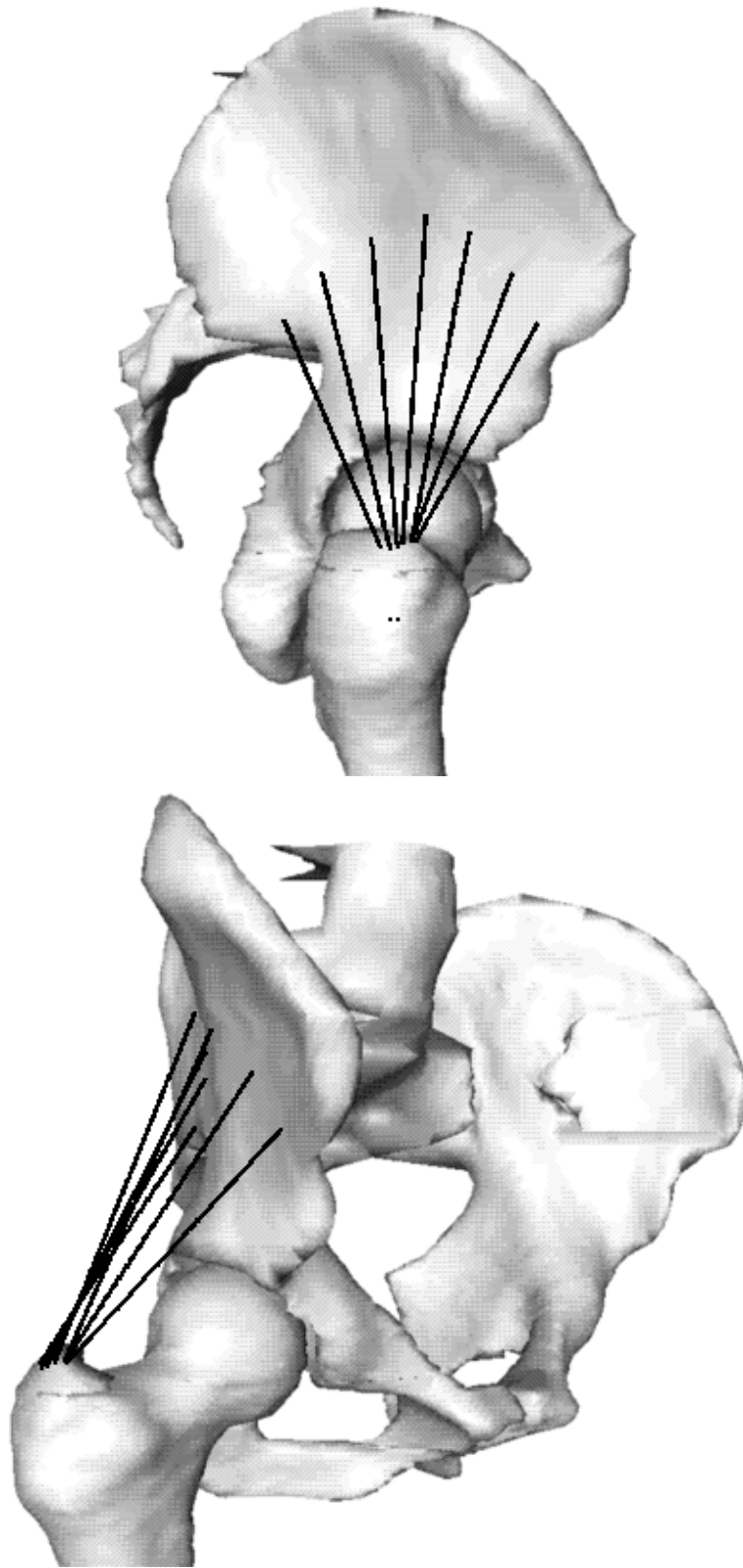


Abbildung 13: *M. gluteus minimus* in der Ansicht von lateral (oberes Bild) und ventro-lateral (unteres Bild).

#### 2.5.4 M. tensor fasciae latae

Der M. tensor fasciae latae entspringt seitlich an der Spina iliaca anterior superior und verläuft vor dem Trochanter major nach distal. Er inseriert am Übergang zwischen oberem und mittlerem Drittel an der Fascia lata. Der M. tensor fasciae latae erhöht in aufrechter Haltung die Spannung von Tractus iliotibialis und Fascia lata.

Als Tractus iliotibialis wird der verstärkte laterale Teil der Fascia lata bezeichnet. Dieser ist eine etwa 8–10 cm breite Bindegewebsplatte, die von der Crista iliaca über den Trochanter major nach distal verläuft. Der Tractus zieht über das Kniegelenk hinweg. In den Tractus inseriert der M. tensor fasciae latae sowie der kraniale Teil des M. gluteus maximus. Der kaudale Teil des M. gluteus maximus ist in seinem Ansatzbereich mit dem Tractus verflochten. Über diesen Mechanismus ist der Tractus direkt am Femur fixiert und koppelt den M. tensor fasciae latae und den M. gluteus maximus.

Aus den in 2.3.5 genannten Gründen wurde auf Verzweigungspunkte zur Modellierung dieser Muskelkonstellation verzichtet. Es wurden drei nach lateral kaudal laufende Zugfäden modelliert, die unterhalb des Trochanter major nach kaudal umgelenkt werden und in der Tibia enden. Die Umlenkung modelliert die Kopplung des Muskels mit der Fascia lata, dem Tractus iliotibialis und dem Femur.

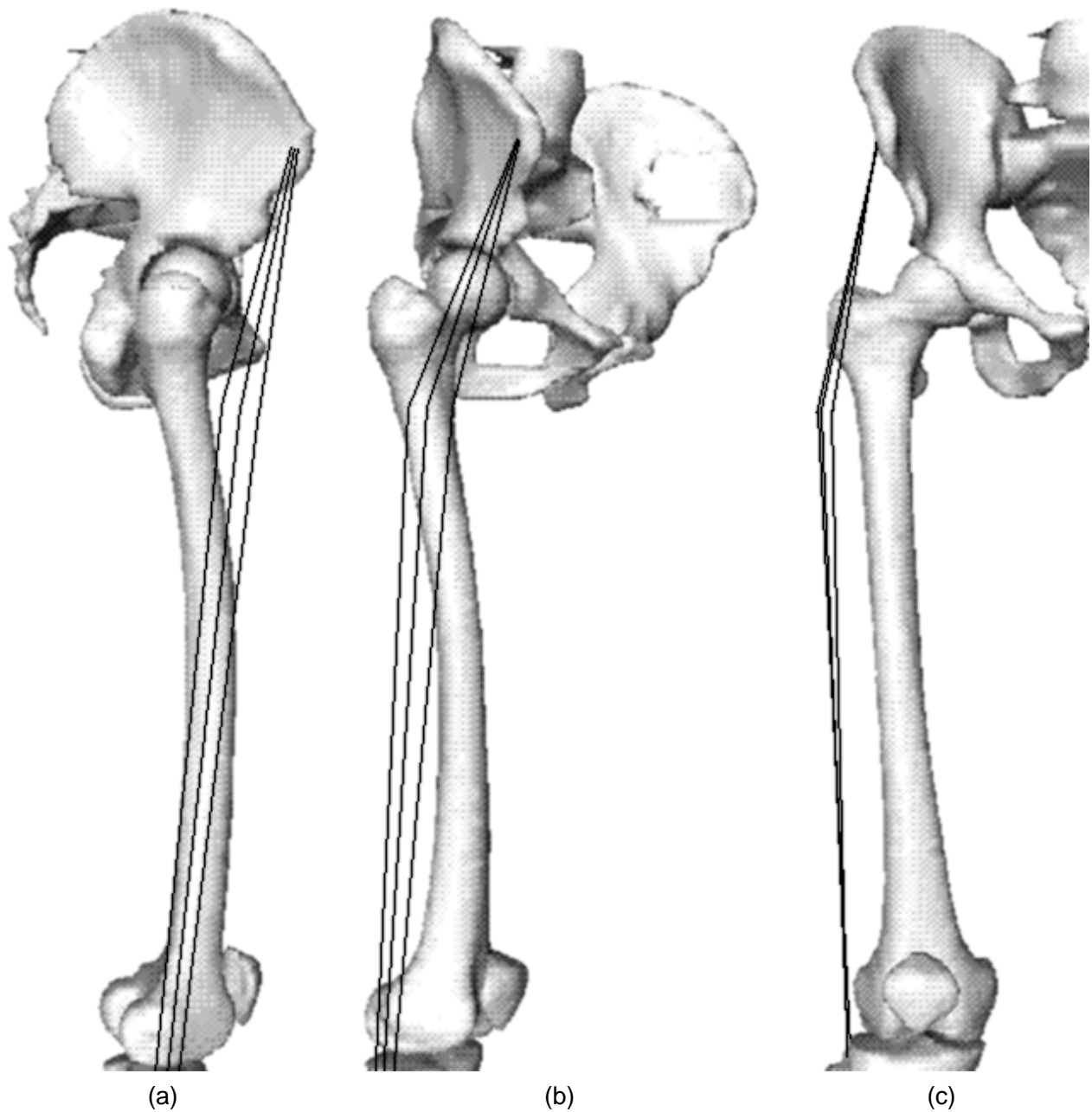


Abbildung 14: Fasern des *M. tensor fasciae latae* in der Ansicht von (a) lateral (b) ventro-lateral (c) ventral. In (c) sieht man die Umlenkung der Fasern unterhalb des Trochanter major besonders deutlich.

### 2.5.5 M. vastus lateralis

Der M. vastus lateralis kommt von der lateralen Fläche des Trochanter Major, von der Linea intertrochanterica, vom Labium laterale der Linea aspera und vom Septum intermusculare femoris laterale<sup>4</sup>. Der Muskel umgreift einen Teil des Femur von dorsal nach ventral. Ein Teil der im Einbeinstand benutzten Fasern zieht distal über das Kniegelenk hinweg zur Tibia. Der Muskel liegt lateral eng am Tractus iliotibialis an und überträgt dadurch Querkräfte auf das Femur (Volumeneffekt, siehe 2.3.2). Durch die langstreckige Verwachsung des Septum intermusculare mit dem Knochen hat der Muskel einen großflächigen Ansatz und überträgt so ebenfalls Kraft auf den Knochen (Kräfte durch flächen- oder linienförmigen Ansatz, siehe 2.3.4). Über die Führung des Muskels durch das antekurvierte Femur werden ebenfalls Querkräfte übertragen (Kräfte durch geführte Muskeln, siehe 2.3.3).

Der M. vastus lateralis wird durch 6 außenliegende und 12 innenliegende Zugfäden modelliert. Die außenliegenden Fäden modellieren die Zugkräfte über das Kniegelenk hinweg. Ihr Verlauf richtet sich nach dem tatsächlichen anatomischen Verlauf. Über Umlenkpunkte sind Querkräfte berücksichtigt. Die innenliegenden Zugfäden modellieren ausschließlich die Kräfte des M. vastus lateralis, die aus seiner Verwachsung mit dem Septum intermusculare und dem Femur resultieren (entspr. 2.3.4). Am Trochanter major sind die Fäden aus Gründen der vorteilhafteren Krafteinleitung in einem Finite-Elemente-Modell ([Pussel, 94]) an mehreren Punkten fixiert. Dies ist für die Berechnung im Zweikörpermodell ohne Bedeutung.

---

<sup>4</sup>Ein Septum intermusculare ist ein Faszienblatt, das zwei Muskelgruppen trennt und am Knochen angewachsen sein kann. Das o. g. Septum ist am Femur angewachsen.



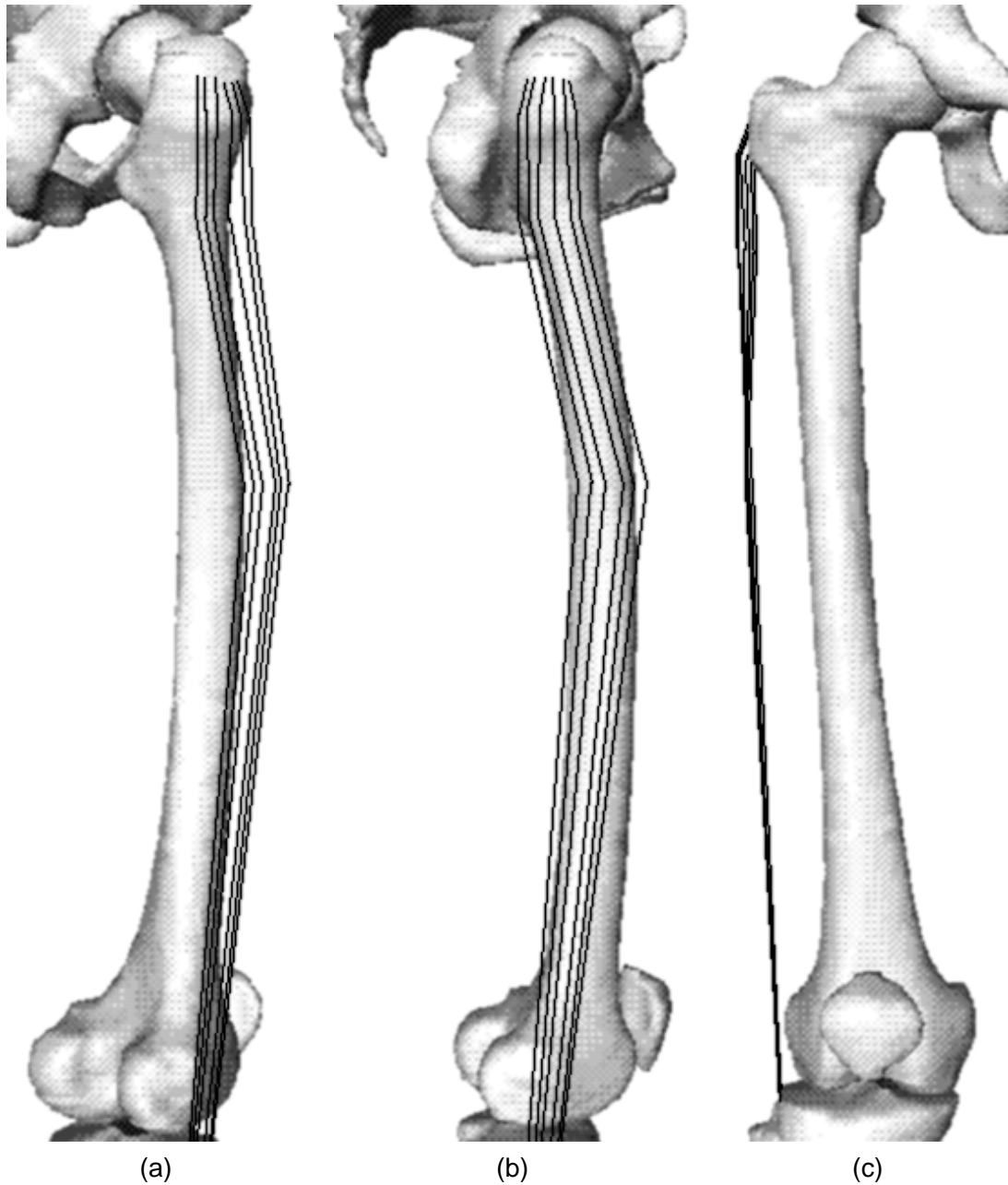


Abbildung 15: Außenliegende Zugfäden des *M. vastus lateralis* in der Ansicht von (a) dorso-lateral, (b) lateral und (c) ventral. In (b) ist die der Antekurvatur des Femur entsprechende Führung der Zugfäden zu erkennen.

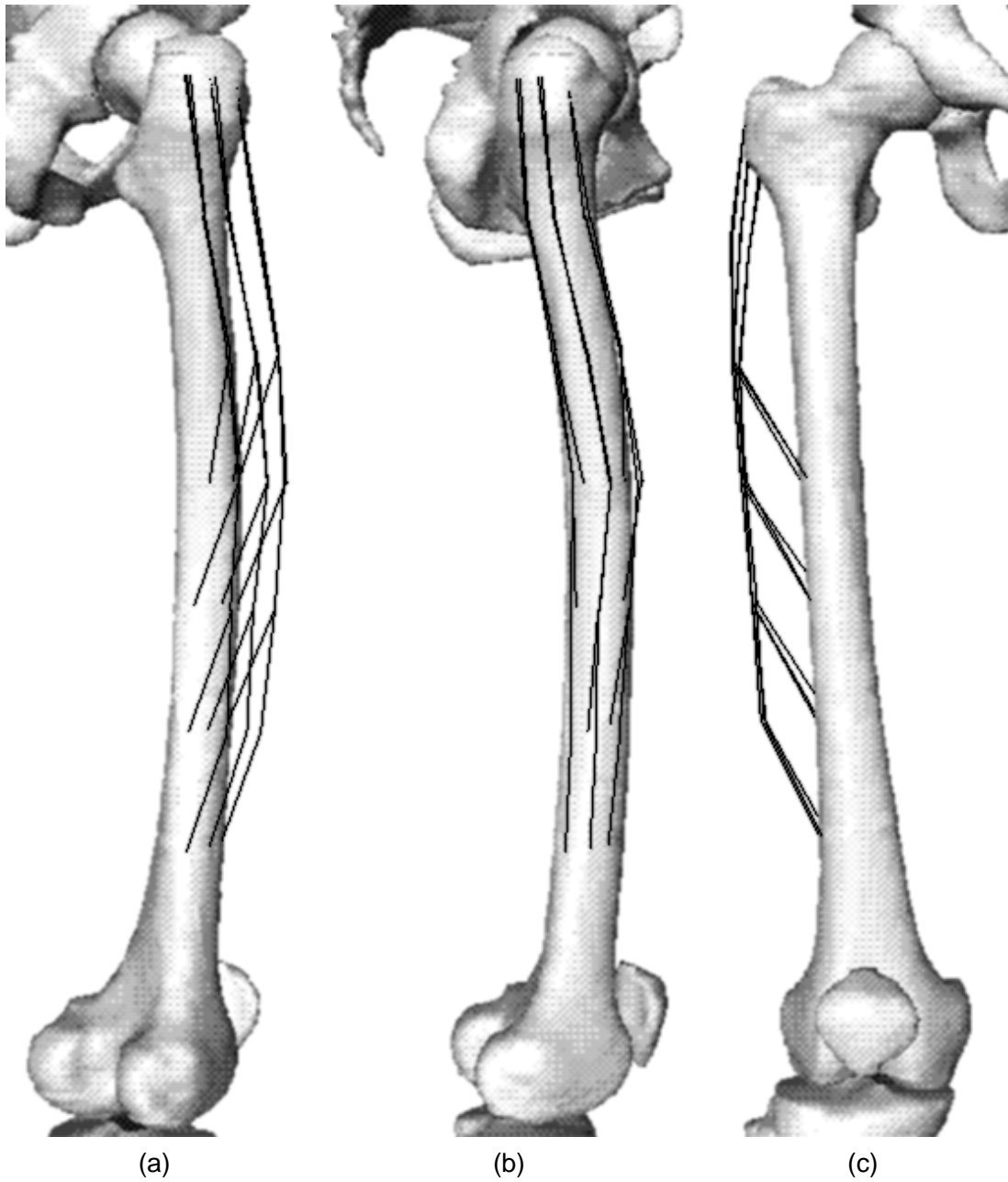


Abbildung 16: Innenliegende Zugfäden des *M. vastus lateralis* in der Ansicht von (a) dorso-lateral, (b) lateral und (c) ventral.

### **2.5.6 M. vastus intermedius**

Der M. vastus intermedius entspringt an der ventralen Fläche des Femurschaftes und geht in der Femurmitte in seine Ansatzsehne über. Diese inseriert an der Patella.

Der Muskel stabilisiert das Kniegelenk des Modells. Aus diesem Grund wird er im Modell über die Patella hinweg verlängert und nimmt dabei zugleich die Funktion der Patellarsehne wahr. Die Patella des Modells ist fest mit dem Femur verbunden. Der M. vastus intermedius wird im Modell durch 6 Zugfäden dargestellt.

### **2.5.7 M. quadratus femoris**

Der M. quadratus femoris entspringt am Tuber ischiadicum und inseriert am distalen Teil des Trochanter major und an der angrenzenden Crista intertrochanterica. Der M. quadratus femoris ist ein kräftiger Außenrotator des Hüftgelenks und wird im Modell mit drei Zugfäden dargestellt (ohne Abbildung).

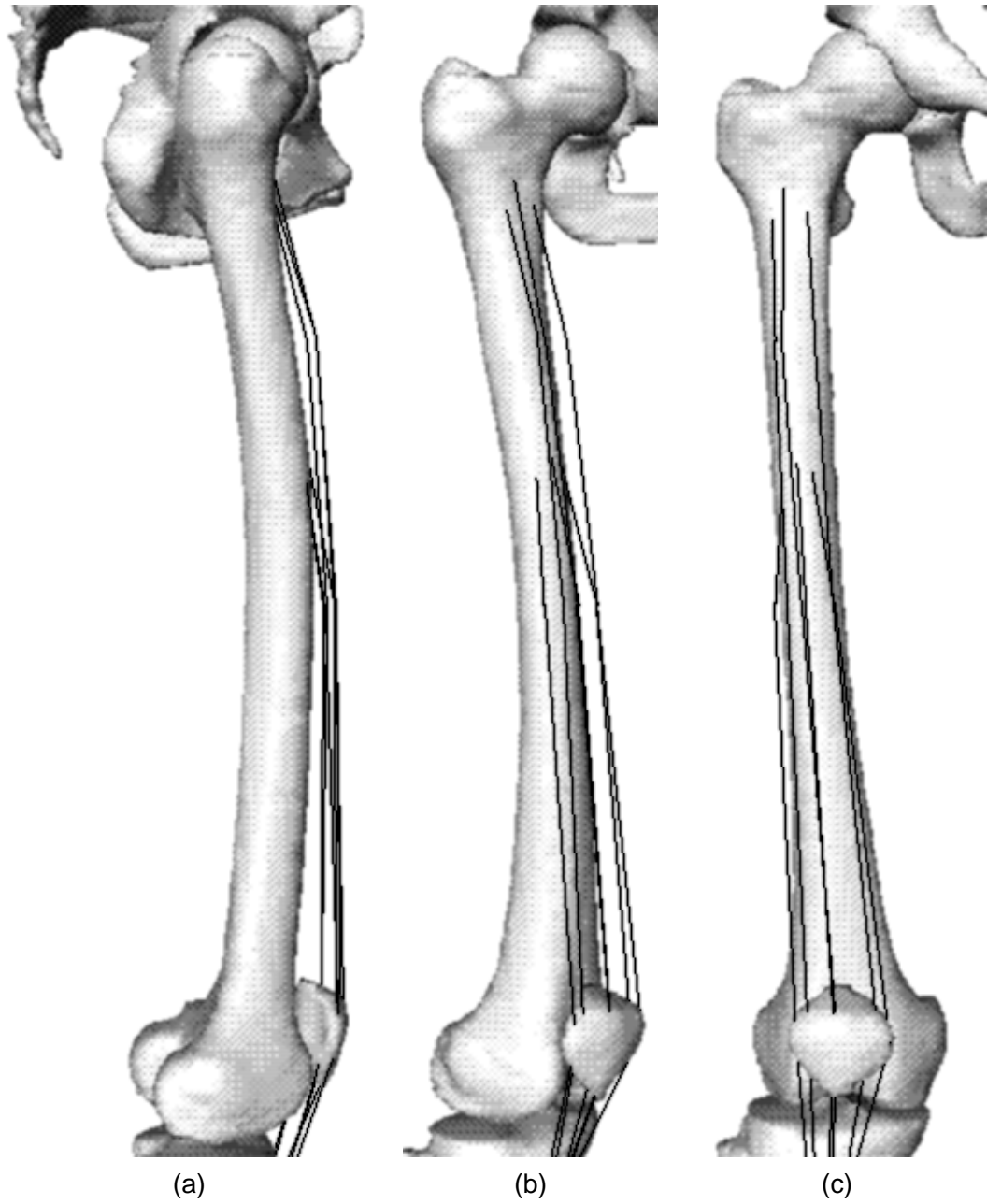


Abbildung 17: Fasern des *M. vastus intermedius* in der Ansicht von (a) lateral (b) ventro-lateral (c) ventral.

### 2.5.8 M. gastrocnemius

Der zweiköpfige M. gastrocnemius entspringt mit je einem Kopf oberhalb der beiden Femurkondylen und zieht über das Kniegelenk nach distal.

Im Modell wird der laterale Kopf des M. gastrocnemius durch einen, der mediale Kopf durch zwei Zugfäden repräsentiert. Da das Kniegelenk des Modells gestreckt ist, wird der Ursprung der Zugfäden auf die Kondylen verlegt. Dies modelliert die Umlenkung der Zugrichtung durch die Kondylen. Der M. gastrocnemius wird im Modell zur Stabilisierung des Kniegelenks benötigt.

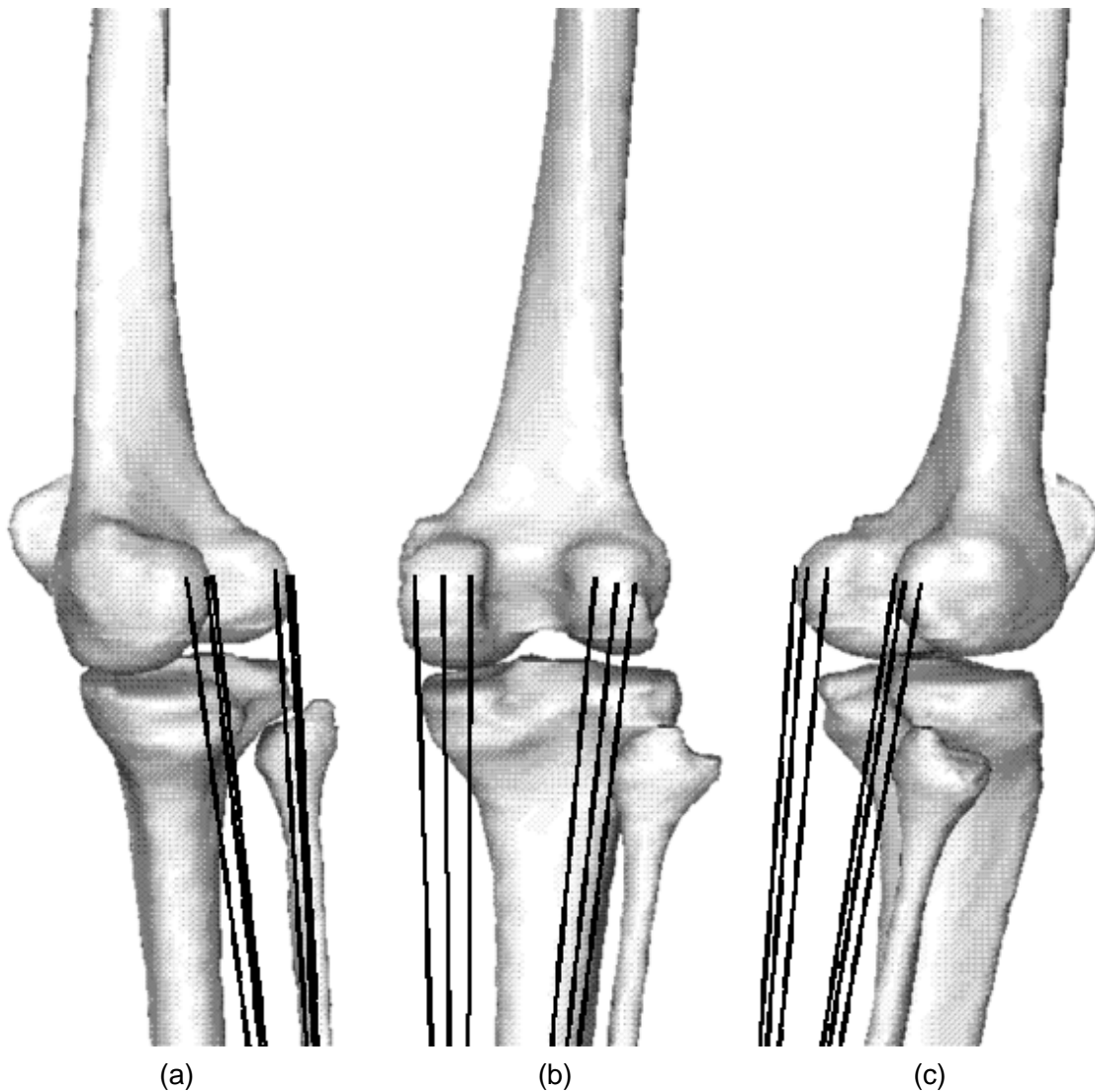


Abbildung 18: Fasern des M. gastrocnemius in der Ansicht von (a) dorso-medial (b) dorsal (c) dorso-lateral. Im Modell ist von den drei hier abgebildeten lateralen Fäden nur einer berücksichtigt. Von den drei abgebildeten medialen Fäden des M. gastrocnemius sind nur zwei Fäden im Modell enthalten.

## 2.6 Aufstellen der statischen Gleichungen

### 2.6.1 Zahl der Freiheitsgrade

Das Modell ist ein dreidimensionales Mehrkörpersystem bestehend aus zwei Starrkörpern. Der eine Starrkörper repräsentiert den Oberschenkelknochen des Standbeins, der andere stellt das Becken mit Lendenwirbelsäule sowie den darin gedachten Teilkörperschwerpunkt stellvertretend für Kopf, Rumpf, Arme und Schwungbein dar. Die beiden Starrkörper sind über das zum Kugelgelenk idealisierte Hüftgelenk miteinander verbunden. Der Oberschenkelknochen ist distal über ein als Kugelgelenk idealisiertes Knie am festgehaltenen Unterschenkel fixiert. Jeder der beiden Starrkörper hat sechs Freiheitsgrade, jedes der beiden Kugelgelenke kostet drei translatorische Freiheitsgrade. Damit ergeben sich für das Modell sechs Freiheitsgrade. Das Modell ist also durch sechs Gleichungen vollständig beschrieben. Bevor diese Gleichungen aufgestellt werden, wird zunächst eine vereinfachende Schreibweise zur Beschreibung der Muskelkräfte eingeführt.

### 2.6.2 Schreibweise und Konventionen

Jeder Zugfaden eines Muskels wird im Modell durch einen dreidimensional verlaufenden Polygonzug repräsentiert. Der Polygonzug des Muskelfadens ist über eine geordnete Menge von Ansatzpunkten (dargestellt als Ortsvektoren  $\vec{x}_i$ ) in seiner Lage festgelegt. Die skalare Größe  $f$  bezeichnet die Zugkraft des Muskelfadens in Einheiten des Teilkörpergewichts  $G_5$ . Die in einem Ansatzpunkt  $\vec{x}_i$  des Polygonzugs vom Muskel auf den Knochen übertragene Kraft  $\vec{F}_i$  ist (siehe auch Abbildung 19)

$$\vec{F}_i = f\vec{\rho}_i = f \left( \frac{\vec{x}_{i-1} - \vec{x}_i}{|\vec{x}_{i-1} - \vec{x}_i|} + \frac{\vec{x}_{i+1} - \vec{x}_i}{|\vec{x}_{i+1} - \vec{x}_i|} \right) \quad (1)$$

Die Größe  $\vec{\rho}_i$  stellt die effektive Kraft des Muskels im Ansatzpunkt  $\vec{x}_i$  dar. Im ersten und letzten Punkt des Polygonzugs eines Muskels entfallen entsprechend die Terme für die Umlenkung. Die Muskelkraft des Muskels ergibt sich für den ersten Punkt  $\vec{x}_1$  des Muskels zu:

$$\vec{F}_1 = f\vec{\rho}_1 = f \left( \frac{\vec{x}_2 - \vec{x}_1}{|\vec{x}_2 - \vec{x}_1|} \right) \quad (2)$$

Für den letzten Punkt  $\vec{x}_n$  eines Muskelpolygonzugs erhält man die entsprechende Kraft:

$$\vec{F}_n = f\vec{\rho}_n = f \left( \frac{\vec{x}_{n-1} - \vec{x}_n}{|\vec{x}_{n-1} - \vec{x}_n|} \right) \quad (3)$$

Damit ergibt die Summe der Kräfte an allen Ansatzpunkten eines Muskels Null:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = f \sum_{i=1}^n \vec{\rho}_i = 0 \quad (4)$$

Zur leichteren Formulierung weiterer Gleichungen wird mit

$$\sum_i^{femur} \vec{F}_i$$

die Kraft beschrieben, die von sämtlichen Muskeln auf den mit "femur" bezeichneten Teilkörper des Modells aufgebracht wird. Analog ergibt der Ausdruck

$$\sum_i^{femur} \vec{x}_i \times \vec{F}_i$$

das von allen Muskeln am Femur aufgebrachte Drehmoment. Diese Schreibweise dient als Kurzschreibweise, um die Einführung eines weiteren Index zur Bezeichnung des Muskelfadens zu ersparen. Analog werden die anderen Teilkörper des Modells mit “pelvis” und “tibia” bezeichnet, wobei mit “tibia” die den Unterschenkel bestehend aus Fibula (Wadenbein) und Tibia (Schienbein) repräsentierende Unterlage des Modells gemeint ist. Mit Gleichung 4 gilt daher in dieser Nomenklatur

$$\sum_i^{femur} \vec{F}_i + \sum_j^{tibia} \vec{F}_j + \sum_l^{pelvis} \vec{F}_l = 0 \quad (5)$$

Dies gilt deshalb, weil jeder Punkt eines Muskelpolygons Kraft auf einen der drei hier bilanzierten Teilkörper aufbringt und somit in dieser Gleichung alle Kraftangriffspunkte erfaßt sind und die Kräftesumme jedes einzelnen Muskelzugfadens nach Gleichung 4 verschwindet.

### 2.6.3 Kräfte- und Momentenbilanzgleichungen

Für das Mehrkörpersystem gilt die Kräftebilanz des Gesamtsystems sowie die Drehmomentenbilanz beider Teilkörper. Die Kräftebilanz bilanziert die Summe der äußeren Kräfte zu Null. Die äußeren Kräfte stammen von der Gravitation  $\vec{G}_5$ , der im Kniegelenk wirkenden Stützkraft  $\vec{F}_{knee}$  sowie von denjenigen Muskeln, die mindestens einen Befestigungspunkt am Unterschenkel besitzen. Die Drehmomentenbilanz bilanziert je für einen Teilkörper alle an ihm angreifenden Momente zu Null.

Die Bilanz der äußeren Kräfte schreibt sich mit Gleichung 5

$$\vec{F}_{knee} + \vec{G}_5 - \sum_i^{tibia} \vec{F}_i = 0 \quad (6)$$

Hierbei ist  $\vec{F}_{knee}$  die vom Tibiaplateau auf das Femur aufgebrachte Stützkraft, siehe Abbildung 20. Wenn mit  $\vec{F}_{cox}$  die resultierende Hüftkraft vom Becken auf den Oberschenkel bezeichnet wird, lautet die Drehmomentenbilanz für den Oberschenkel:

$$\vec{x}_{knee} \times \vec{F}_{knee} + \vec{x}_{cox} \times \vec{F}_{cox} + \sum_i^{femur} \vec{x}_i \times \vec{F}_i = 0 \quad (7)$$

Hierbei sind die mit  $\vec{x}$  bezeichneten Punkte jeweils die Ortsvektoren der Kraftangriffspunkte der entsprechenden Kraft. Entsprechend gilt für die Bilanz des Beckens:

$$\sum_i^{pelvis} \vec{x}_i \times \vec{F}_i - \vec{x}_{cox} \times \vec{F}_{cox} + \vec{x}_{s5} \times \vec{G}_5 = 0 \quad (8)$$

Da bei geltender Kräftebilanz des Systems die freie Wahl des Bezugspunktes für die Aufstellung der Drehmomentbilanzgleichung besteht, wird als Bezugspunkt der Mittelpunkt des Femurkopfes  $\vec{x}_{cox}$  gewählt, und mit  $\vec{x}' = \vec{x} - \vec{x}_{cox}$  verschwinden die Terme der resultierenden Hüftkraft aus den Bilanzgleichungen. Die Bilanz für den Oberschenkel lautet dann:

$$\vec{x}'_{knee} \times \vec{F}_{knee} + \sum_i^{femur} \vec{x}'_i \times \vec{F}_i = 0 \quad (9)$$

Die Bilanz für das Becken lautet damit:

$$\sum_i^{pelvis} \vec{x}'_i \times \vec{F}_i + \vec{x}'_{s5} \times \vec{G}_5 = 0 \quad (10)$$

Mit den Bilanzgleichungen 6, 9 und 10 stehen 9 lineare Gleichungen zur Verfügung. Unbekannte sind sämtliche Muskelkräfte sowie die 3 Komponenten der Kniekraft  $\vec{F}_{knee}$ . Die Kniekraft läßt sich durch Einsetzen von Gleichung 6 in Gleichung 9 eliminieren. Man erhält damit folgendes lineare Gleichungssystem:

$$\vec{x}'_{knee} \times \sum_i^{tibia} \vec{F}_i + \sum_i^{femur} \vec{x}'_i \times \vec{F}_i = \vec{x}'_{knee} \times \vec{G}_5 \quad (11)$$

$$\sum_i^{pelvis} \vec{x}'_i \times \vec{F}_i = -\vec{x}'_{s5} \times \vec{G}_5 \quad (12)$$

#### 2.6.4 Eigenschaften allgemeiner Lösungen

Die Unbekannten der sechs linearen Gleichungen 11 und 12 sind die Muskelzugkräfte aller 53 Muskeln. Alle mathematisch möglichen Muskelkräfte  $f_k \in \mathcal{R}$  aller 53 Muskeln definieren den 53-dimensionalen Konfigurationsraum  $\mathcal{R}^{53}$ . Die Zahl der Unbekannten ist größer als die Zahl der Gleichungen, daher ist das Gleichungssystem unterbestimmt. Die Lösungen der Gleichungen bilden einen  $53 - 6 = 47$ -dimensionalen Unterraum des 53-dimensionalen Konfigurationsraums.

Das lineare Gleichungssystem der Gleichungen 11 und 12 ist inhomogen. Die allgemeine Lösung  $\vec{v}$  ist also die Summe aus einer speziellen Lösung  $\vec{v}_0$  und einem beliebigen Punkt  $\vec{\xi}$  des 47-dimensionalen Unterraums, der die homogenen Gleichungsteile löst:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \sum_{l=1}^{47} \xi_l \vec{u}_l \quad (13)$$

Die Vektoren  $\vec{u}_l$  bilden ein vollständiges Orthonormalsystem in 47 Dimensionen:

$$\vec{u}_l \vec{u}_m = \delta_{lm} \quad (14)$$

$$\vec{\xi} = \sum_{l=1}^{47} (\vec{\xi}_l \vec{u}_l) \vec{u}_l \quad (15)$$

#### 2.6.5 Biomechanisch sinnvolle Lösungen

Da jede Unbekannte der Gleichungen 11 und 12 die Kraft eines Muskelzugfadens repräsentiert, sind nur solche Kräfte biomechanisch sinnvoll, bei denen die Muskeln auch tatsächlich Zugkräfte und nicht etwa Druckkräfte ausüben. Aus der Menge der mathematisch möglichen Lösungen nach Gleichung 13 stellen also nur diejenigen Punkte eine biomechanische Lösung dar, deren sämtliche Muskelkräfte Zugkräfte sind. Für die einzelnen Komponenten  $v_i$  der allgemeinen Lösung  $\vec{v}$  aus Gleichung 13 muß daher gelten:

$$v_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, 53\} \quad (16)$$

Der mathematische Lösungsraum wird durch die Bedingung aus Gleichung 16 in zwei Räume geteilt: In den biomechanischen Lösungsraum und den nicht-biomechanischen Lösungsraum.

Der biomechanische Lösungsraum besitzt die Eigenschaft, daß alle Punkte auf der Verbindungsgeraden zweier beliebiger Punkte des Lösungsraums ebenfalls dem biomechanischen Lösungsraum angehören. Diese Eigenschaft ist eine Folge der Linearität von Gleichung 13.



### 2.6.6 Berechnung der Gelenkkräfte

Aus jeder Lösung der Modellgleichungen lassen sich die resultierenden Gelenkkräfte in der Hüfte und im Knie berechnen. Es gilt aufgrund der Kräftebilanz der äußeren Kräfte aus Gleichung 6 für die Hüftkraft  $\vec{F}_{cox}$  als Schnittkraft zwischen Becken und Oberschenkel:

$$\vec{F}_{cox} = \vec{G}_5 + \sum_i^{pelvis} \vec{F}_i \quad (17)$$

Zur Berechnung der Kniekraft wird die Kräftebilanz der äußeren Kräfte aus Gleichung 6 entsprechend aufgelöst und man erhält:

$$\vec{F}_{knee} = \sum_i^{tibia} \vec{F}_i - \vec{G}_5 \quad (18)$$

## 2.7 Formulierung der optimalen Femurbelastung

### 2.7.1 Schnittkraft und Schnittmoment

In diesem Abschnitt werden Schnittkraft und Schnittmoment der in Abschnitt 2.4 eingeführten Schnitte für den Femurschaft des Zweikörpermodells formuliert.

Die Schnittkraft  $\vec{F}_S$  muß mit allen äußeren Kräften  $\vec{F}_i$  des Restsystems im Gleichgewicht stehen und es gilt daher die Beziehung

$$\vec{F}_S + \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad (19)$$

Die aufzusummierenden Kräfte entstammen nur den Muskeln, die über die Schnittebene hinwegziehen, und der Gravitation  $\vec{G}_5$ , die am Teilkörperschwerpunkt  $\vec{s}_5$  angreift. Das in der Schnittebene übertragene Schnittmoment läßt sich zerlegen in zwei in der Schnittebene liegende Komponenten, dem Biegemoment, und dem normal auf der Ebene stehenden Torsionsmoment. Aufgebracht wird das Schnittmoment durch zwei Kräfte

$$\vec{F}_s + \vec{F}'_s = \vec{F}_S \quad (20)$$

von denen die eine im Punkt  $\vec{r}_0$  und die andere im Punkt  $\vec{r}'_0$  der Schnittebene angreift. Für die Kompensation des Biegemoments genügt es jedoch, nur einen der beiden Punkte einschließlich der gesamten Schnittkraft zu betrachten. Das Torsionsmoment ist davon unabhängig und wird ignoriert, da wie erwähnt nur die Idee der Biegearmut umgesetzt werden soll. Es soll kurz gezeigt werden, daß die separate Betrachtung der Biegemomente unabhängig vom Torsionsmoment zulässig ist.

Es ist  $\vec{R}$  ein beliebiger Punkt der Schnittebene, die durch die Einheitsvektoren  $\vec{\xi}$  und  $\vec{\eta}$  aufgespannt wird. Die Ebenennormale wird mit  $\vec{\zeta} = \vec{\xi} \times \vec{\eta}$  bezeichnet. Die Bezeichnungen sind in Abbildung 21 illustriert. Die beiden Kraftangriffspunkte lassen sich in Koordinaten der Schnittebene ausdrücken:

$$\begin{aligned} \vec{r}_0 &= \vec{R} + a\vec{\xi} + b\vec{\eta} \\ \vec{r}'_0 &= \vec{R} + a'\vec{\xi} + b'\vec{\eta} \end{aligned}$$

Die Normalkomponente der Schnittkraft soll vollständig an einem der beiden Punkte aufgebracht werden. Die Kraft im anderen Punkt besteht nur aus Komponenten, die in der Schnittebene liegen. Dies wird in Abbildung 22 dargestellt.

$$\vec{F}_S \vec{\zeta} = \vec{F}_s \vec{\zeta} \quad (21)$$

Unter diesen Annahmen wird nun die Momentenbilanz aufgestellt und in Komponenten entlang der durch die Ebene vorgegebenen Vektoren  $\vec{\xi}$ ,  $\vec{\eta}$  und  $\vec{\zeta}$  zerlegt. Die Momentenbilanz lautet:

$$\vec{r}_0 \times \vec{F}_s + \vec{r}'_0 \times \vec{F}'_s + \sum_i \vec{r}_i \times F_i = 0 \quad (22)$$

Es sind hierbei die  $\vec{r}_i$  die Ansatzpunkte der äußeren Kräfte des vom Schnitt verschonten Restsystems. Nach Zerlegung in die drei oben angegebenen Komponenten ergeben sich mit der Beziehung aus Gleichung 21 die drei folgenden Gleichungen

$$\vec{F}_S (\vec{\xi} \times \vec{R}) + b \vec{F}_s \vec{\zeta} + \sum_i \vec{F}_i (\vec{\xi} \times \vec{r}_i) = 0 \quad (23)$$

$$\vec{F}_S (\vec{\eta} \times \vec{R}) - a \vec{F}_s \vec{\zeta} + \sum_i \vec{F}_i (\vec{\eta} \times \vec{r}_i) = 0 \quad (24)$$

$$\vec{F}_S (\vec{\zeta} \times \vec{R}) + \vec{F}_s (a \vec{\eta} - b \vec{\xi}) + \vec{F}'_s (a' \vec{\eta} - b' \vec{\xi}) + \sum_i \vec{F}_i (\vec{\zeta} \times \vec{r}_i) = 0 \quad (25)$$

Die beiden Gleichungen 23 und 24 repräsentieren die Komponenten des Schnittmoments, die oben mit Biegemoment bezeichnet worden sind. Aus diesen Gleichungen wird deutlich, daß die Bilanz des Biegemoments vollständig durch einen einzigen Kraftangriffspunkt in der Schnittebene erfüllt werden kann. Die Bilanz des Torsionsmomentes nach Gleichung 25 ist dabei nicht zwangsläufig erfüllt. Da sie nicht in das Modell einfließen soll und die Gleichungen der Biegemomente unabhängig davon zu erfüllen sind, wird ab hier nur noch die Biegung berücksichtigt.

### 2.7.2 Berechnung des Angriffspunktes der Schnittkraft

Mit Hilfe der Kräftebilanz aus Gleichung 19 wird die Schnittkraft  $\vec{F}_S$  eliminiert. Es ergeben sich damit die beiden Gleichungen zur Bestimmung des Kraftangriffspunktes  $\vec{r}_0$

$$\sum_i \vec{F}_i \left[ \vec{\xi} \times (\vec{r}_i - \vec{R}) \right] - b \sum_i \vec{F}_i \vec{\zeta} = 0 \quad (26)$$

$$\sum_i \vec{F}_i \left[ \vec{\eta} \times (\vec{r}_i - \vec{R}) \right] + a \sum_i \vec{F}_i \vec{\zeta} = 0 \quad (27)$$

Die Gleichungen sind bei beliebig wählbarem Aufpunkt der Schnittebene  $\vec{R}$  Bestimmungsgleichungen für das Koordinatenpaar  $(a, b)$  des Angriffspunktes der Schnittkraft in der Schnittebene.

Liegt dieser Angriffspunkt im mineralischen Flächenschwerpunkt der Knochenschnittfläche, so ist das Femur an der Stelle des Schnittes näherungsweise biegungsfrei. Je weiter entfernt der Kraftangriffspunkt vom Flächenschwerpunkt liegt, desto stärker ist die Biegung des Femur. Damit lautet die Bedingung für Biegungsarmut des Femur: Der Abstand zwischen

Kraftangriffspunkt der Schnittkraft und mineralischem Flächenschwerpunkt der Schnittfläche soll möglichst klein werden!

Bislang hat man sich die Wahl des Ebenenaufpunktes  $\vec{R}$  offen gelassen. Man legt diesen in den mineralischen Schwerpunkt der Knochenschnittfläche. Man verwendet Zylinderkoordinaten

$$\begin{aligned} a &= r \sin \varphi & \text{und} & & b &= r \cos \varphi \\ r &= \sqrt{a^2 + b^2} & \text{und} & & \tan \varphi &= \frac{a}{b} \end{aligned}$$

und erhält mit  $r$  den Abstand des Kraftangriffspunktes  $\vec{r}_0$  vom Flächenschwerpunkt der Schnittfläche.

Die Gleichungen 26 und 27 werden nach  $a$  und  $b$  aufgelöst und man erhält für die Koordinaten  $(a, b)$  des Kraftangriffspunktes bezogen auf den mineralischen Flächenschwerpunkt in der Schnittebene die beiden folgenden Bestimmungsgleichungen.

$$a = \frac{\sum_v \vec{F}_v \left[ \vec{\eta} \times (\vec{R} - \vec{r}_v) \right]}{\sum_v \vec{F}_v \vec{\zeta}} \quad (28)$$

$$b = \frac{\sum_v \vec{F}_v \left[ \vec{\xi} \times (\vec{r}_v - \vec{R}) \right]}{\sum_v \vec{F}_v \vec{\zeta}} \quad (29)$$

Es sind  $\vec{\rho}_v$  die Krafrichtungen der Muskeln, die diese über ihren Ansatzpunkt  $\vec{r}_v$  auf das oberhalb des Schnittes verbleibende Restsystem übertragen. Mit Hilfe folgender Größen

$$\begin{aligned} f_a &= \vec{G}_5 \left[ \vec{\eta} \times (\vec{R} - \vec{r}_{s5}) \right] \\ f_b &= \vec{G}_5 \left[ \vec{\xi} \times (\vec{r}_{s5} - \vec{R}) \right] \\ f_c &= \vec{G}_5 \vec{\zeta} \\ \alpha_v &= \vec{\rho}_v \left[ \vec{\eta} \times (\vec{R} - \vec{r}_v) \right] \\ \beta_v &= \vec{\rho}_v \left[ \vec{\xi} \times (\vec{r}_v - \vec{R}) \right] \\ \gamma_v &= \vec{\rho}_v \vec{\zeta} \end{aligned}$$

läßt sich das Koordinatenpaar  $(a = \frac{A}{C}, b = \frac{B}{C})$  des Kraftangriffspunktes errechnen. Dies erfolgt durch Einsetzen aller Muskelzugkräfte  $f_v$ , deren Muskeln den Schnitt überspannen, in folgendes lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} A(\{f_i\}) \\ B(\{f_i\}) \\ C(\{f_i\}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \cdots & \alpha_v & \cdots & \alpha_k \\ \beta_1 & \cdots & \beta_v & \cdots & \beta_k \\ \gamma_1 & \cdots & \gamma_v & \cdots & \gamma_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_v \\ \vdots \\ f_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{pmatrix} \quad (30)$$

Der gewünschte Abstand  $r$  des Kraftangriffspunktes vom Flächenschwerpunkt der Schnittfläche berechnet sich damit zu

$$r(\{f_i\}) = \frac{1}{C(\{f_i\})} \sqrt{A^2(\{f_i\}) + B^2(\{f_i\})} \quad (31)$$

### 2.7.3 Aufstellen der Zielfunktion

Die Belastung des Femurschaftes soll minimiert werden. Dazu muß die Biegung des Femurschaftes und gleichzeitig die Axialkraft möglichst klein werden. Zur mathematischen Formulierung dieser Forderung wurden gedachte Schnitte durch den Femurschaft gelegt und es wurde gezeigt, daß die Biegung dann minimal wird, wenn der Abstand des Angriffspunktes der Schnittkraft vom Flächenschwerpunkt der Knochenschnittfläche möglichst klein ist.

Nachdem durch die Größe  $r$  aus Gleichung 31 der Abstand des Kraftangriffspunktes vom Flächenschwerpunkt als Maß für die Biegung des Femur in der Schnittebene bekannt ist, muß noch die Normalkraft des Schnittes berechnet werden. Betrachtet man die Gleichungen 28 und 29, so identifiziert man den identischen Nenner beider Gleichungen als Normalkraftkomponente der Schnittkraft. Die Normalkraftkomponente findet sich daher als Größe  $C$  in Gleichung 31 wieder.

Im vorliegenden Zweikörpermodell wird die Normalkomponente der Schnittkraft nie verschwinden, da das Femur stets mindestens die Gewichtskraft des im Becken gedachten Teilkörperschwerpunktes  $S_5$  aufnehmen muß. Die Belastung des Femurschaftes in einer gedachten Schnittebene wird daher in diesem Sinne minimal, wenn man als Bedingung für die Muskelkräfte  $\{f_i\}$  fordert:

$$z(\{f_i\}) = C(\{f_i\})r(\{f_i\}) \doteq \min \quad (32)$$

Betrachtet man nun nicht nur eine einzige Schnittebene durch den Femurschaft sondern eine Menge von dreizehn gleichmäßig über den Femurschaft verteilten Schnitten, so erhält man für jeden Schnitt  $s$  ein entsprechendes  $z_s(\{f_i\})$  aus Gleichung 32. Die Summe aller  $z_s(\{f_i\})$  über alle gedachten Schnitte  $s$  dient als Maß für die Beanspruchung des Femur und soll minimiert werden.

$$\sum_{s=1}^{13} z_s(\{f_i\}) = \sum_{s=1}^{13} C_s(\{f_i\})r_s(\{f_i\}) \doteq \min \quad (33)$$

### 2.7.4 Platzierung der Schnitte am Femur

Die Platzierung von sechs der dreizehn in die Rechnung eingehenden Schnitte geht aus Abbildung 23 hervor. Der proximalste Schnitt wurde noch im Bereich des Trochanter major plaziert. Der distalste Schnitt liegt in dem Bereich des Femur, in dem sich dieser bereits zu den Kniekondylen hin erweitert. Die Abbildungen 24 bis 27 zeigen den Knochenumriß in den einzelnen Schnitten in der Ansicht von unten auf die Schnittfläche.

Abbildung 19: Abgebildet ist ein Muskelfaden als Polygonzug, der durch die drei Stützpunkte  $\vec{x}_{i-1}$ ,  $\vec{x}_i$  und  $\vec{x}_{i+1}$  läuft. Die im Punkt  $\vec{x}_i$  vom Muskelfaden ausgeübte Kraft zeigt in Richtung von  $\vec{p}_i$ , siehe Gleichung 1.

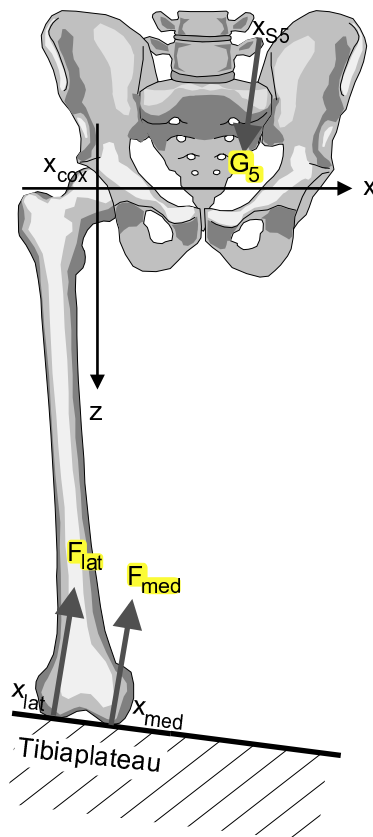


Abbildung 20: Zur Definition der verwendeten Bezeichnungen. Erklärung siehe Text.

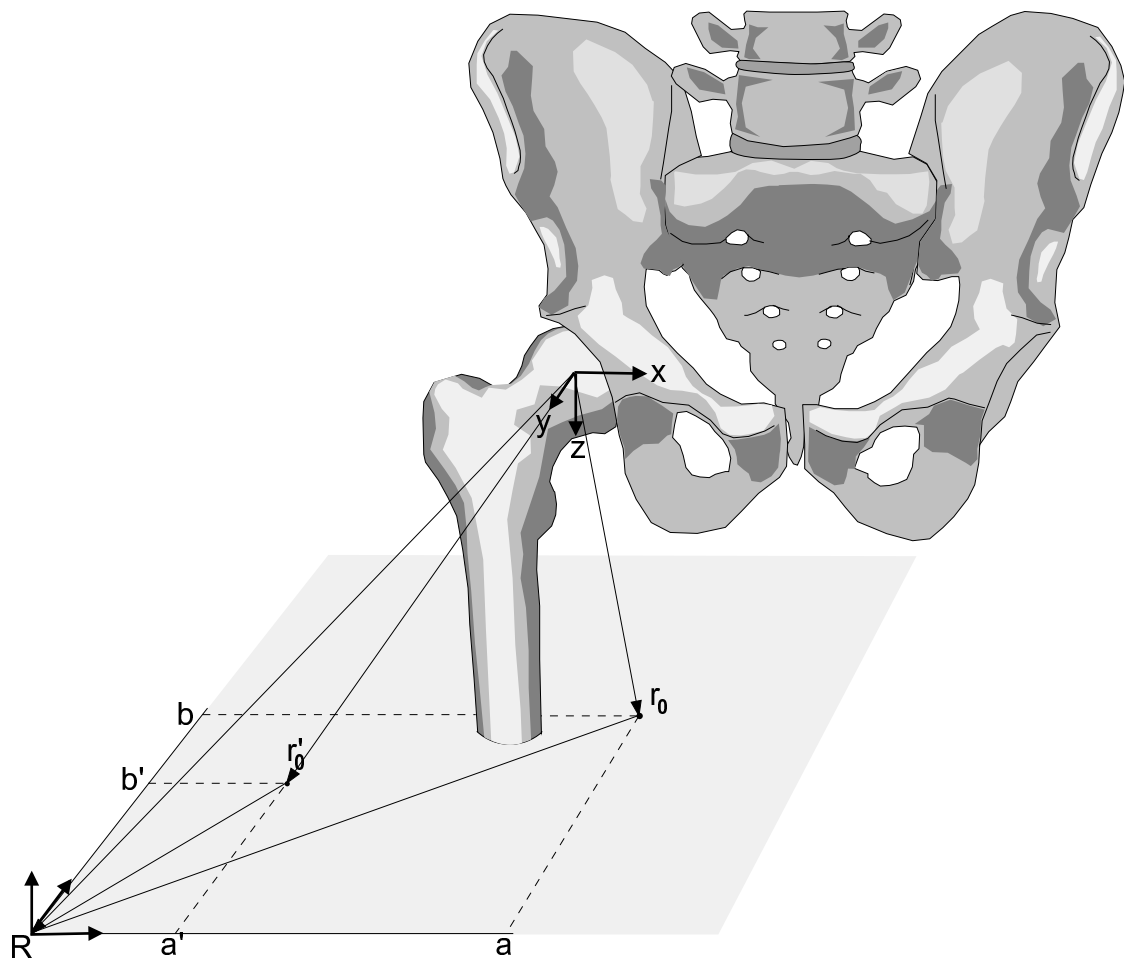


Abbildung 21: *Illustration der im Text verwendeten Bezeichnungen. Siehe Text.*

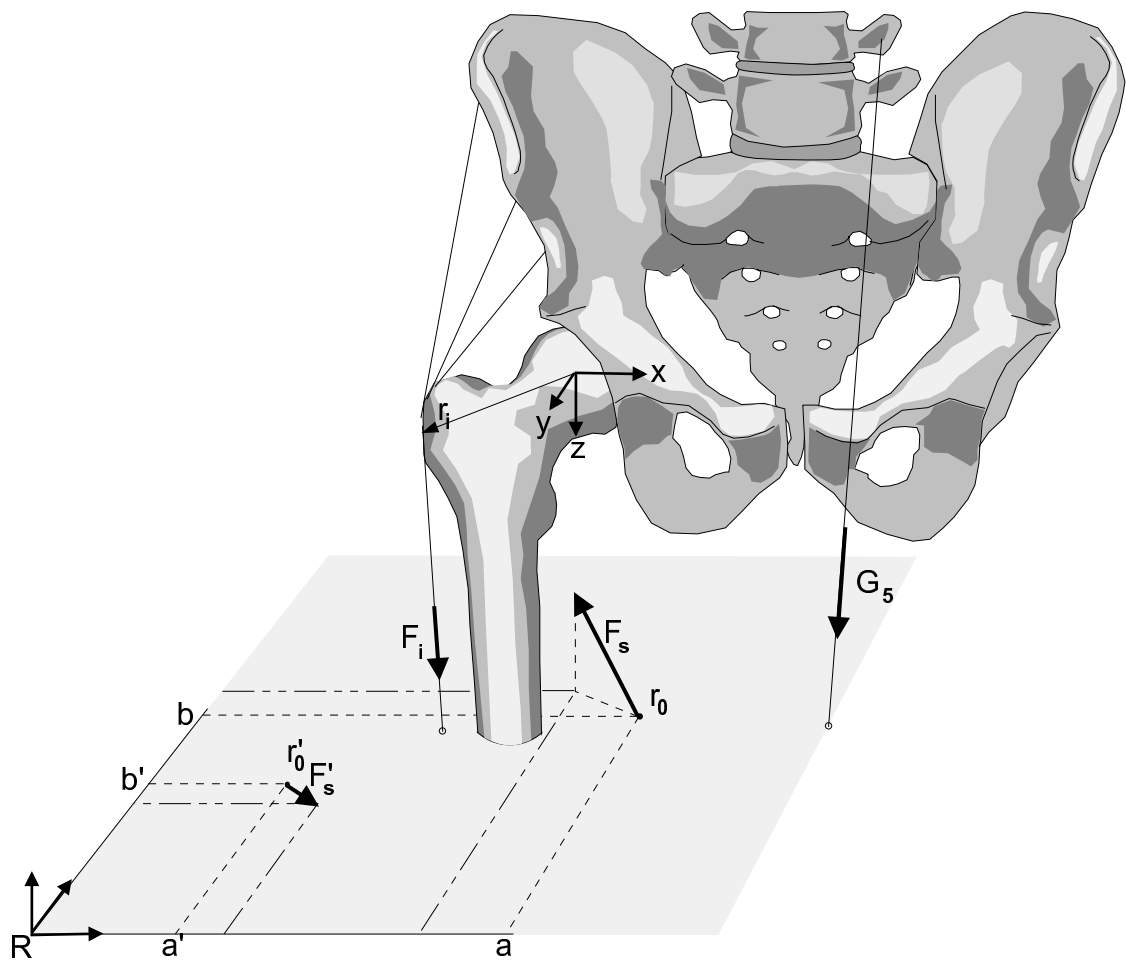


Abbildung 22: Die Schnittkraft besteht aus zwei Teilkräften  $\vec{F}_s$  und  $\vec{F}'_s$ , die in zwei in der Schnittebene liegenden Kraftangriffspunkten angreifen. Die Teilkraft  $\vec{F}'_s$  liegt vollständig in der Schnittebene.



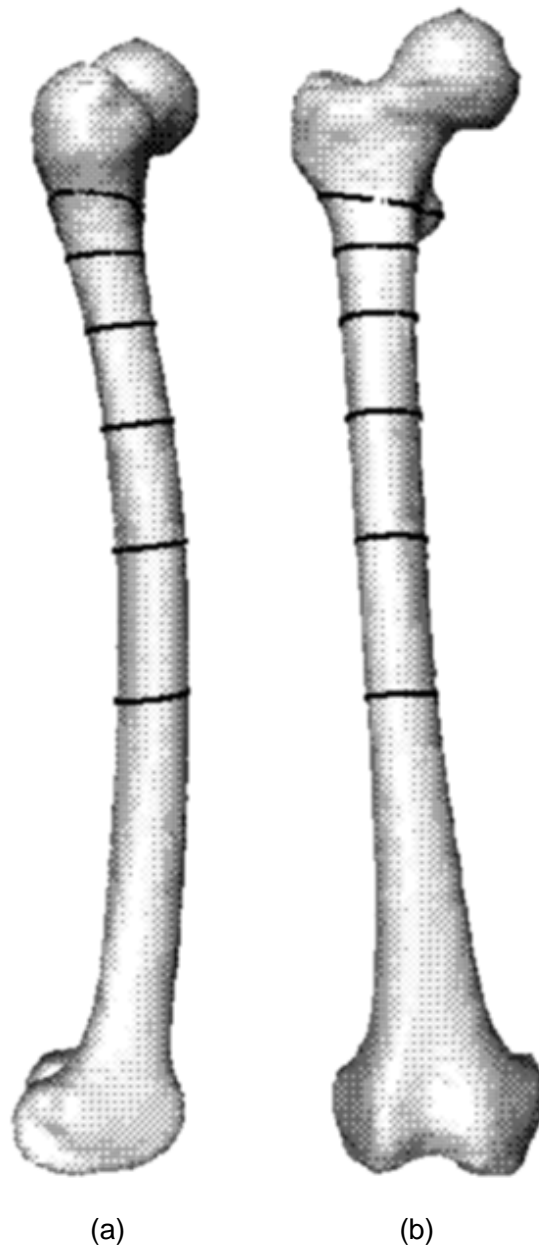


Abbildung 23: Platzierung der Schnitte am Femur. (a) zeigt das Femur von lateral, (b) zeigt die Ansicht von ventral. Eingezeichnet sind von proximal nach distal der Schnitt 1\* aus Abbildung 24, die Schnitte 4 und 7 aus Abbildung 25, die Schnitte 10 und 13 aus Abbildung 26 sowie der Schnitt 16 aus Abbildung 27.

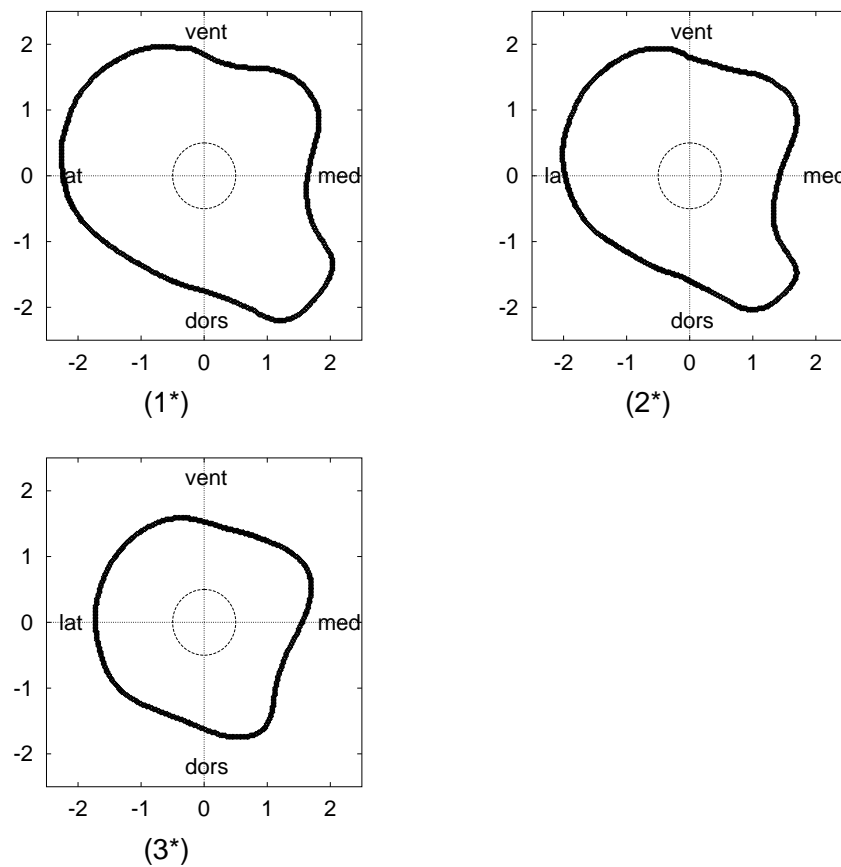


Abbildung 24: Aufsicht auf die drei proximalsten Schnitte, von proximal (1) nach distal (3). Mit (\*) bezeichnete Schnitte dienen nur der Visualisierung des Knochenquerschnittes, gehen jedoch nicht in die Rechnung ein. Eingezeichnet ist ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochenschwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

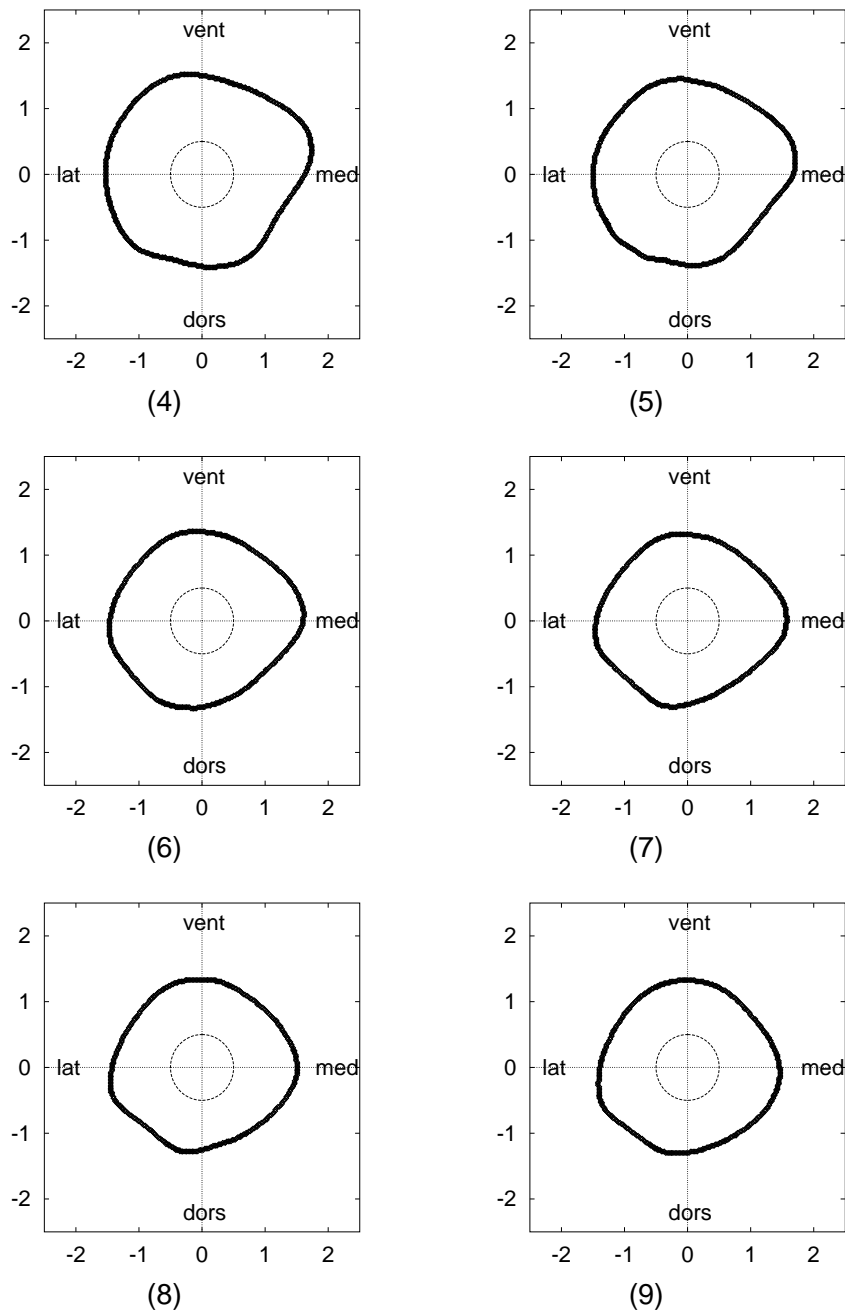


Abbildung 25: Aufsicht auf die sechs Schnitte von proximal (4) nach distal (9). Eingezeichnet ist ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochen Schwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

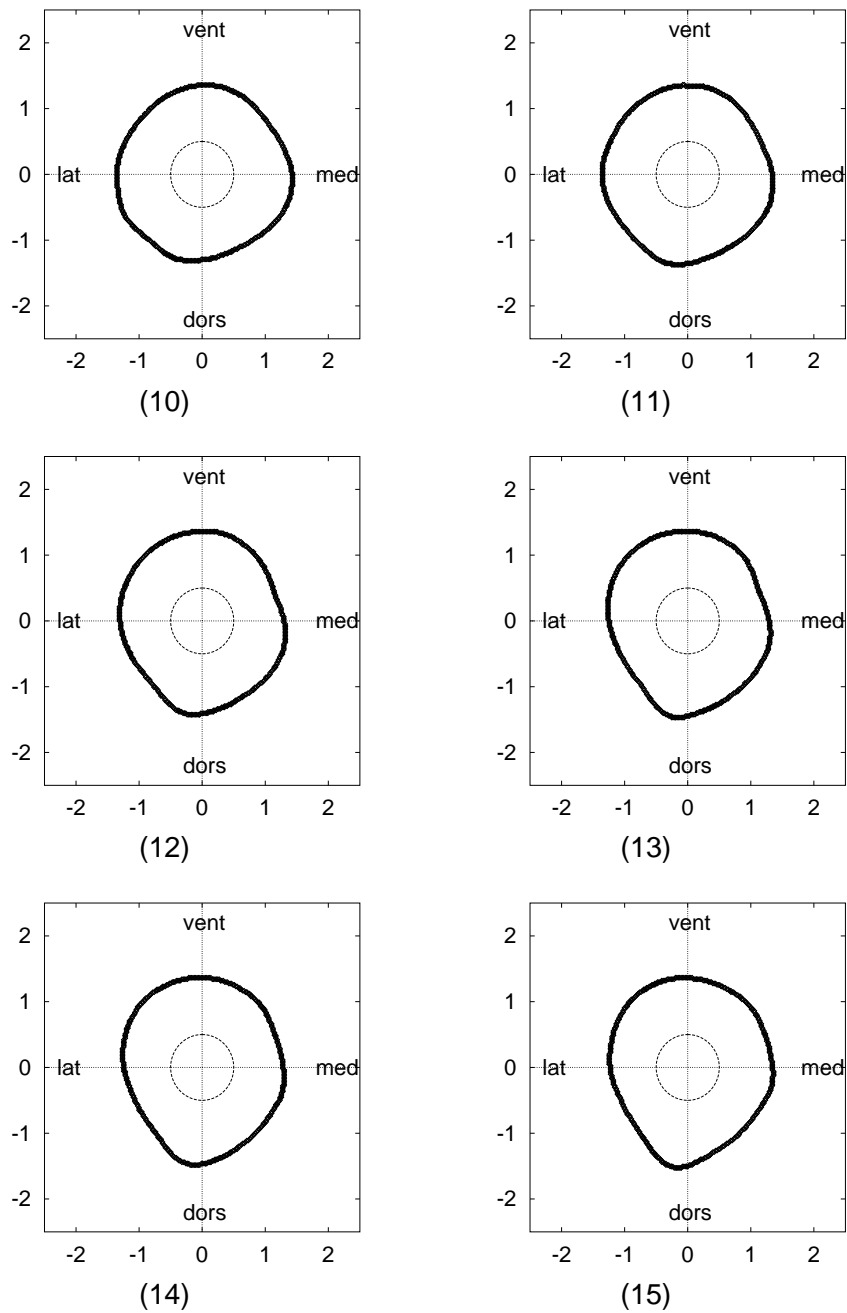


Abbildung 26: Aufsicht auf sechs Schnitte von proximal (10) nach distal (15). Eingezeichnet ist ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochenschwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

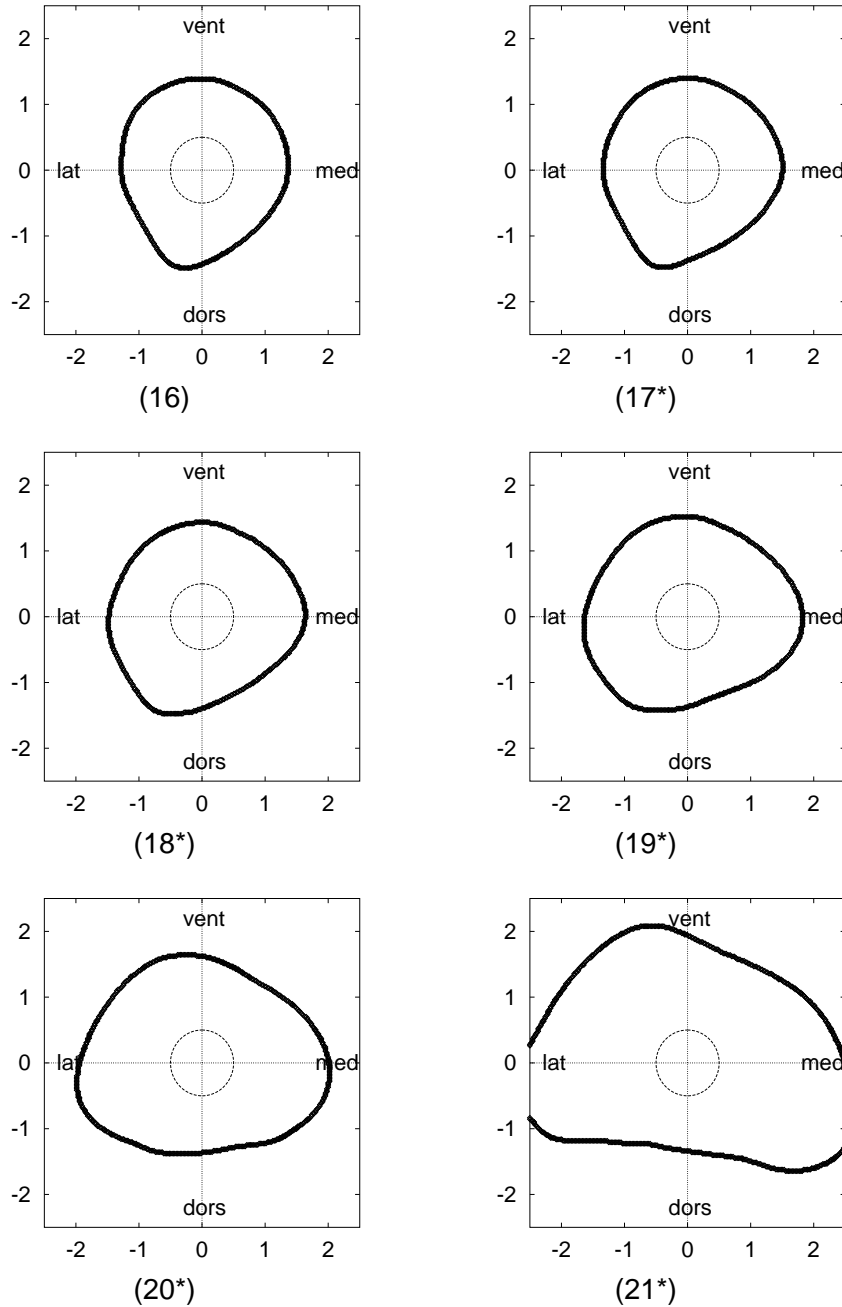


Abbildung 27: Aufsicht auf die sechs Schnitte von proximal (16) nach distal (21). Mit (\*) bezeichnete Schnitte dienen nur der Visualisierung des Knochenquerschnittes, gehen jedoch nicht in die Rechnung ein. Eingezeichnet ist ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochen Schwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

## 3 Lösungsverfahren

### 3.1 Anforderungen

#### 3.1.1 Anforderungen an Lösungen

In Kapitel 2 wurde ein dreidimensionales Zweikörpermodell vorgestellt. Beschrieben wird das Modell durch die sechs linearen Gleichungen 11 und 12. Unbekannt sind darin 53 eindimensionale Variablen, die die Seilkräfte aller Zugfäden darstellen und so die Muskulatur modellieren. Das Problem ist unterbestimmt, da die Zahl der Gleichungen kleiner ist als die Zahl der Variablen. Die allgemeine Lösung führt wie in Abschnitt 2.6.4 beschrieben auf einen 47-dimensionalen Lösungsraum. Da die Unbekannten des Systems Zugkräfte darstellen müssen, dürfen nur solche Punkte des Lösungsraums als biomechanische Lösung in Frage kommen, deren sämtliche Kräfte auch tatsächlich Zugkräfte (Vorzeichen positiv) und nicht Druckkräfte sind (Vorzeichen negativ). Dies ist in Abschnitt 2.6.5 beschrieben.

Als Nebenbedingung wird von den biomechanischen Lösungen ferner gefordert, daß die Zugkräfte das Femur möglichst wenig belasten. Die Belastung wurde im Modell in Form von Biegung und Axialkraft im Femurschaft als zu minimierende Zielfunktion nach Gleichung 33 formuliert. Gesucht sind also Lösungen der sechs linearen Gleichungen 11 und 12, deren sämtliche Variablen positives Vorzeichen tragen und die ein Minimum im Sinne der Zielfunktion aus Gleichung 33 darstellen.

#### 3.1.2 Anforderungen an ein Lösungsverfahren

Bei dem vorliegenden Problem handelt es sich um ein Modell eines biologischen Systems, das sicherlich nicht nur eine einzige Lösung haben darf. Anschaulich gesprochen ist es einsichtig, daß der Einbeinstand nicht nur mit Hilfe eines einzigen Muskelmusters zu erzielen ist. Genau diese Eigenschaft verspricht auch das vorgestellte Modell. Die Unterbestimmung führt nicht auf eine einzige Lösung sondern vielmehr auf einen hochdimensionalen Lösungsraum, dessen Punkte sich durch die resultierende Femurbelastung voneinander unterscheiden.

Betrachtet man die Zielfunktion aus Gleichung 33 über dem Lösungsraum aus Gleichung 13, lassen sich möglicherweise sehr viele Minima finden. Das Lösungsverfahren darf also nicht nur ein einziges Minimum finden sondern sollte eine Vielzahl unterschiedlicher Minima ermitteln. Globale Minima der Zielfunktion haben im vorliegenden Fall die Eigenschaft, daß ihr Funktionswert verschwindet, was gleichbedeutend mit dem Verschwinden aller Summanden ist. Anders ausgedrückt heißt dies, daß alle Minima, deren Zielfunktionswerte nicht verschwinden, lokale Minima sind.

Als Lösungsverfahren für das vorliegende Problem wurden folgende Bestandteile miteinander kombiniert. Der Lösungsraum des linearen Gleichungssystems wurde mit Hilfe der Singular Value Decomposition (SVD) bestimmt. Unter Zuhilfenahme dieses Lösungsraums wurde ein Evolutionärer Algorithmus (EA) eingesetzt, der in erster Linie nach biomechanischen Lösungen, in zweiter Linie nach optimierten biomechanischen Lösungen sucht. Dessen Ergebnisse wurden mit einem einfachen Minimierungsverfahren anschließend streng optimiert. In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Komponenten und ihr Zusammenspiel erklärt.

Das Kapitel 2 erweckt möglicherweise den Eindruck, daß die Modellierung ein einmaliger Vorgang war, der im Wesentlichen ganz zu Beginn der vorliegenden Arbeit einmal ausgeführt wurde. Dies ist nicht so gewesen bedingt durch die iterative Hinzunahme immer weiterer Muskelfäden mit dem Ziel, ausschließlich aus Zugkräften bestehende Lösungen zu finden,

siehe den letzten Punkt der Aufzählung auf Seite 10. Das Lösungsverfahren selber war entscheidend für die Beurteilung der jeweiligen Güte der iterativ vervollständigten Muskelmodellierung. Hierfür erwies sich der Evolutionäre Algorithmus (EA) als das passende Verfahren.

### 3.2 Bestimmung des Lösungsraums

Der Lösungsraum der sechs linearen Gleichungen 11 und 12 über den 53 eindimensionalen Variablen, der in Gleichung 13 beschrieben wird, läßt sich mit Hilfe der Singular Value Decomposition (SVD) ermitteln. Das Verfahren wurde exakt so verwendet wie es in [Press, 92] beschrieben ist und wird hier nur der Vollständigkeit halber in seinen Grundzügen wiedergegeben.

SVD basiert auf dem folgenden Theorem der linearen Algebra: Jede  $M \times N$  Matrix  $\mathbf{A}$ , deren Anzahl Zeilen  $M$  größer oder gleich der Anzahl Spalten  $N$  ist, kann geschrieben werden als das Produkt einer  $M \times N$  spalten-orthogonalen Matrix  $\mathbf{U}$ , einer  $N \times N$  diagonalen Matrix  $\mathbf{W}$  mit positiven oder verschwindenden Elementen (nämlich den singulären Werten) und der Transponierten einer  $N \times N$  orthogonalen Matrix  $\mathbf{V}$ .

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{U} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & & w_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}^T \end{pmatrix} \quad (34)$$

Die Spalten der Matrizen  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$  sind orthonormal und haben daher folgende Eigenschaft:

$$\sum_{i=1}^M U_{ik}U_{in} = \delta_{kn} \quad (35)$$

$$\sum_{j=1}^N V_{jk}V_{jn} = \delta_{kn} \quad (36)$$

Aufgrund der Orthonormalität der Matrizen  $\mathbf{U}$  und  $\mathbf{V}$  läßt sich die Inverse  $\mathbf{A}^{-1}$  wie folgt berechnen:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{w_1} & & & \\ & \frac{1}{w_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & & \frac{1}{w_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{-1} \end{pmatrix} \quad (37)$$

Die Lösung des Problems mit quadratischer Matrix  $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}\vec{x} = \vec{b} \quad (38)$$

läßt sich damit durch Einsetzen sofort hinschreiben:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{V} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{w_1} & & & \\ & \frac{1}{w_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \frac{1}{w_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}^{-1} \end{pmatrix} \vec{b} \quad (39)$$

Im Fall des vorliegenden Modells ist jedoch  $M < N$ , d. h., es liegt ein unterbestimmtes Problem vor, wozu in der Regel keine eindeutige Lösung erwartet wird. Normalerweise gibt es einen  $N - M$ -dimensionalen Lösungsraum. SVD kann diesen Lösungsraum ermitteln. Die SVD führt dabei auf  $N - M$  verschwindende  $w_j$ . Eine spezielle Lösung erhält man durch Einsetzen wie oben beschrieben. Die Einheitsvektoren, deren Linearkombinationen zur speziellen Lösung dazuaddiert werden und so den Lösungsraum aufspannen, sind die zu den verschwindenden  $w_j$  gehörenden Spalten von  $\mathbf{V}$ .

### 3.3 Suche nach biomechanischen Lösungen

#### 3.3.1 Natural analoges Verfahren: Evolutionärer Algorithmus

Gesucht sind biomechanische Lösungen der Gleichungen 11 und 12, deren Variablen alle positiv sind und das Femur im Sinne der Gleichung 33 möglichst wenig belasten.

Während herkömmliche Such- und Optimierungsverfahren nur einen oder wenige Testvektoren zur Suche verwenden und diese wenigen Vektoren dann zielgerichtet und systematisch<sup>5</sup> verbessern, arbeiten Evolutionäre Algorithmen grundsätzlich anders. Sie verwenden eine ganze Population von Vektoren, die sich ausgehend von einer rein zufälligen<sup>6</sup> Anfangskonstellation nach bestimmten Mechanismen von Generation zu Generation verändert. Jeder Vektor einer Population wird in Anlehnung an die Natur als Individuum bezeichnet. Durch stochastische Prozesse der natürlichen Auslese (selektive Reproduktion), des zufälligen Informationsaustauschs zwischen einzelnen Individuen (Crossover) und der zufälligen Veränderung einzelner Individuen (Mutation) entsteht jeweils eine Folge-Generation von Individuen aus der vorhergehenden. Die Generationen passen sich damit im Laufe ihrer Abfolge an die an sie gestellten Anforderungen an und bringen so abhängig von der Anfangskonstellation optimal angepaßte Individuen hervor.

Die gestellten Anforderungen werden in Form der sog. Fitnessfunktion modelliert. Die Fitnessfunktion bildet mathematisch gesehen den Konfigurationsraum auf das Intervall  $[0, 1]$  ab und ordnet so jedem Individuum der Population (Punkt bzw. Vektor des Konfigurationsraums) eine Maßzahl — nämlich die Fitness — zu. Die Fitness mißt die Eignung eines Individuums zur Lösung des gestellten Problems. Gut geeignete Individuen erhalten die 1, schlecht geeignete Individuen erhalten die 0 als Fitness zugewiesen.

#### 3.3.2 Modellierung der Fitnessfunktion

Die Fitnessfunktion hat die Aufgabe, die Eignung eines Individuums zur Lösung der gestellten Aufgabe in die Form einer Maßzahl zu bringen. Die Eignung eines Individuums ergibt sich im vorliegenden Fall aus der Bewertung, wie gut ein Individuum das lineare Gleichungssystem löst und wie wenig es dabei das Femur belastet.

<sup>5</sup>z. B. unter Verwendung von Ableitungen oder sonstigem Wissen über den Konfigurationsraum

<sup>6</sup>mit Pseudozufallszahlen initialisierten



Es läßt sich leicht quantifizieren, wie gut ein Individuum das durch die Modellierung gegebene Gleichungssystem erfüllt. Man setzt den durch das Individuum  $k$  verkörperten Punkt  $\vec{x}_k$  des Konfigurationsraumes in die beiden Gleichungen 11 und 12 ein und summiert die Beträge der Abweichungen in den einzelnen Gleichungen auf. Ein Vielfaches  $w_{leqn}$  dieser Summe liefert dann einen quantitativen Beitrag des Gleichungssystems zur Fitness. Das Gleichungssystem schreibt sich abgekürzt als  $\mathbf{A}\vec{x} - \vec{b} = 0$ . Der Beitrag des Gleichungssystems zur Fitnessfunktion wird als Fitnessbeitrag  $\tilde{f}_{leqn}$  des Gleichungssystems bezeichnet:

$$\vec{d} = \mathbf{A}\vec{x}_k - \vec{b} \quad (40)$$

$$\tilde{f}_{leqn} = w_{leqn} \sum_{i=1}^6 |d_i| \quad (41)$$

Der Beitrag der Femurbelastung zur Fitnessfunktion wird durch den mit einem Wichtungsfaktor  $w_{isct}$  ausgestatteten Fitnessbeitrag  $\tilde{f}_{isct}$  ausgedrückt, siehe Gleichung 33 (die dortigen  $\{f_i\}$  werden hier als Vektor  $\vec{x}$  geschrieben):

$$\tilde{f}_{isct} = w_{isct} \sum_{s=1}^{13} C_s(\vec{x}) r_s(\vec{x}) \quad (42)$$

Die Fitness  $F$  eines Individuums  $\vec{x}$  setzt sich aus den beiden Fitnessbeiträgen  $\tilde{f}_{leqn}$  und  $\tilde{f}_{isct}$  zusammen. Die Fitness soll 1 sein, wenn die Parameter des Individuums die einzelnen Anforderungen exakt erfüllen, d. h. wenn alle Fitnessbeiträge verschwinden. Sie soll auf 0 abfallen, je schlechter — d. h. größer — die einzelnen Fitnessbeiträge sind. Dies wird erreicht durch folgende Funktion:

$$F = \frac{1}{1 + \tilde{f}_{leqn} + \tilde{f}_{isct}} \quad (43)$$

Der prinzipielle Verlauf einer solchen Fitnessfunktion wird in Abbildung 28 gezeigt. Die Ausstattung der einzelnen Fitnessbeiträge mit den Gewichten  $w_{leqn}$  und  $w_{isct}$  erlaubt die unterschiedliche “Beachtung” der Beiträge in der Fitnessfunktion.

### 3.3.3 Projektion in den Lösungsraum

Für das vorliegende Problem ist der Lösungsraum bekannt. Es hat sich im Verlauf dieser Arbeit gezeigt, daß sich die Konvergenz des EA entscheidend verbessert, wenn diese Information verwendet wird. Jedes Individuum  $\vec{x}$  einer neuen Generation wird dazu in den Lösungsraum aus Gleichung 13 projiziert:

$$\vec{x}' = \sum_{l=1}^{47} (\vec{x}\vec{u}_l) \vec{u}_l \quad (44)$$

Das Projektionsergebnis  $\vec{x}'$  ist Element des Lösungsraums und wird anschließend an die biomechanischen Erfordernisse angepaßt: Die Komponenten  $x_j < 0$  werden gleich 0 gesetzt. Damit entsteht ein neues Individuum  $\vec{x}''$ , das eventuell nicht mehr Element des Lösungsraums ist, das seinerseits aber wieder durch die Fitnessfunktion eine Fitness erhält und so seinen Beitrag zur Weiterentwicklung der Generationen erbringt.

Die eben beschriebene Projektion kann als weiterer Mechanismus des EA betrachtet werden, der speziell an die vorliegende Problemstellung angepaßt ist. Der Projektionsmechanismus hat zur Folge, daß sich schon innerhalb weniger Generationen ein hoher Anteil biomechanischer Lösungen entwickelt hat, der sich anschließend auf die Optimierung des durch die Femurbelastung formulierten Beitrags der Fitnessfunktion “konzentrieren” kann.

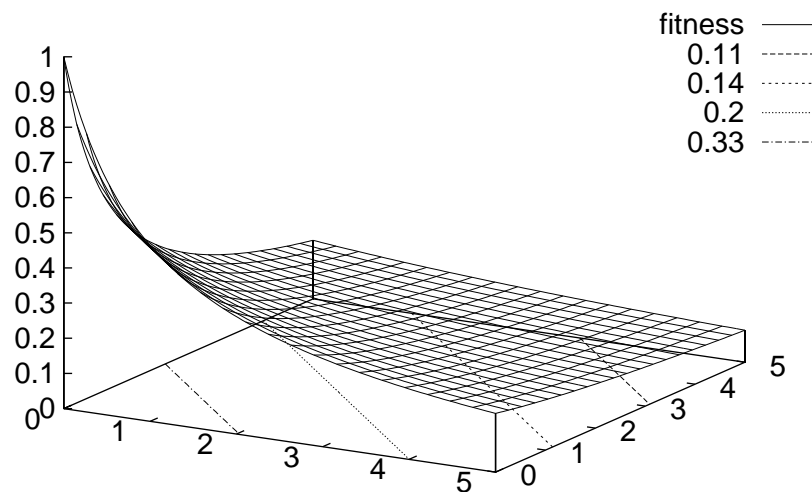


Abbildung 28: Verlauf einer Fitnessfunktion nach Gl. 43, die von zwei Fitnessbeiträgen abhängt. Die Isolinien, d. h. Orte gleicher Fitness, sind Geraden. Es sind die Projektionen von 4 Isolinien eingezeichnet.

### 3.4 Optimierung

Ausgehend von einer Anfangspopulation erhält man nach Ablauf einer festen Anzahl von Generationen durch den Evolutionären Algorithmus eine Population, deren bestangepasstes Individuum als Ergebnis bezeichnet werden soll. Initialisiert man den Pseudozufallszahlengenerator mit einem anderen Startwert, und erzeugt man damit eine andere Anfangspopulation, dann erhält man für das vorliegende Problem nach Ablauf derselben festen Anzahl von Generationen ein anderes Ergebnis als im ersten Fall. Durch Variation der Startwerte des Pseudozufallszahlengenerators variieren auch die Ergebnisse des Evolutionären Algorithmus.

Bedingt durch den Projektionsoperator erfüllen alle durch den Evolutionären Algorithmus erzeugten Ergebnisse numerisch exakt die Gleichungen 11 und 12. Die Ergebnisse haben jedoch den Nachteil, daß sie nicht optimiert sind, d. h. sich nicht in einem lokalen Minimum der Zielfunktion aus Gleichung 33 befinden. Um dies zu erreichen, ist eine Nachbearbeitung in Form einer Minimierung notwendig.

Ein einfaches und für die vorliegende Zielfunktion gut geeignetes Verfahren besteht in einer sukzessiven Minimierung entlang der Koordinatenachsen (orthonormalen Vektoren, die den Lösungsraum aufspannen) des Lösungsraums unter Beachtung der Nebenbedingung, daß alle Variablen positiv bleiben müssen. Ausgehend vom Ergebnis des EA wird entlang der ersten Achse des Lösungsraums minimiert. Auf diese Weise erhält man einen neuen Punkt. Dieser wird entlang der zweiten Achse minimiert, was wiederum auf einen neuen Punkt führt. Man verfährt mit den verbleibenden Achsen sinngemäß und beginnt nach der letzten Achse des Lösungsraumes wieder von vorne. Das Verfahren bricht ab, wenn sich nach einem Durchlauf durch alle Achsen des Lösungsraumes der Funktionswert des Punktes nicht mehr ändert. Das Verfahren läßt den durch den EA berechneten Punkt sukzessive in ein benachbartes Minimum "herabrollen". Das mehrdimensionale Minimieren wird dabei durch eine Abfolge von

eindimensionalen Minimierungen erreicht.

Zur eindimensionalen Minimierung der Zielfunktion  $Z(\{x_i\})$  entlang einer vorgegebenen Richtung  $\vec{u}$  über dem Lösungsraum wurde das in [Press, 92] beschriebene Verfahren Golden Section Search in folgenden Punkten leicht modifiziert:

- Erweiterung von einer Zielfunktion über eindimensionalem Gebiet auf eine Zielfunktion über mehrdimensionalem Gebiet.
- Die Suche wird auf positive Variablen beschränkt.
- Das anfängliche Suchintervall darf auch ein Maximum enthalten.

Die Suche nach dem Minimum funktioniert im Prinzip wie folgt: Zu Beginn der Suche liegt das fragliche Minimum innerhalb eines Intervalls  $[a, c]$  und ein dritter Punkt  $b$  mit  $a < b$  und  $b < c$  bestätigt dies: Der Funktionswert am Punkt  $b$  ist kleiner als die beiden anderen Funktionswerte  $f(a) > f(b)$  und  $f(c) > f(b)$ . In die größere der beiden Strecken, angenommen dies sei  $(ab)$ , wird nun ein Testpunkt  $x$  plaziert. Es wird dessen Funktionswert  $f(x)$  untersucht. Falls gilt  $f(x) > f(b)$ , so werden im folgenden Schritt die drei Punkte  $(x, b, c)$  betrachtet. Ist dies nicht der Fall und gilt  $f(x) < f(b)$ , dann betrachtet man die drei Punkte  $(a, x, b)$  im nächsten Schritt. Man wiederholt diesen Vorgang solange, bis man das Minimum im Rahmen der numerischen Genauigkeit erreicht hat.

### 3.5 Anwendung des Lösungsverfahrens

Zunächst wurde der Lösungsraum bestimmt. Mit dem Evolutionären Algorithmus wurde anschließend nacheinander die Entwicklung von 25 verschiedenen Populationen bestehend aus jeweils 2048 Individuen über 250 Generationen berechnet. Die 25 verschiedenen Populationen dienen dabei als willkürliche Stichprobe zur Überprüfung des Einflusses des Zufallszahlengenerators auf die Ergebnisse unterschiedlicher Anfangspopulationen. Das jeweils bestangepaßte Individuum einer Population wurde dann im Sinne des Abschnittes 3.4 optimiert.

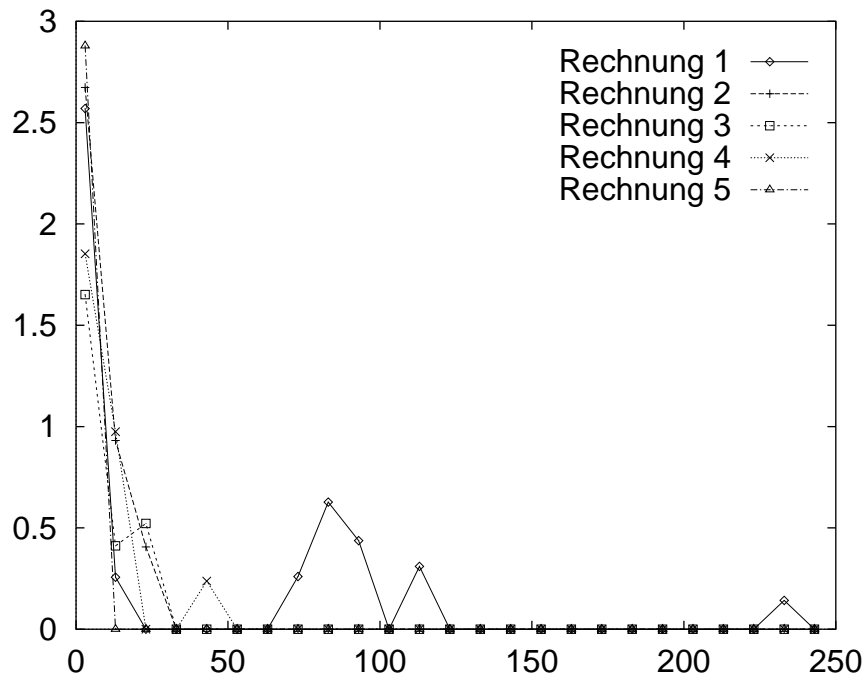
## 4 Ergebnisse und Diskussion

### 4.1 Konvergenz des Evolutionären Algorithmus

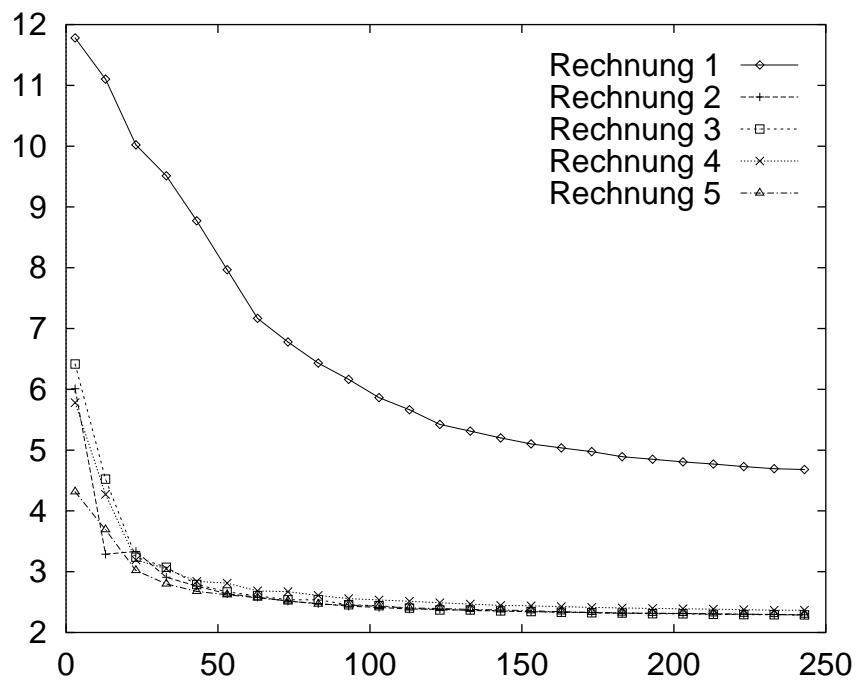
Der Verlauf der 25 Rechnungen des Evolutionären Algorithmus macht die Bedeutung des Projektionsoperators (siehe 3.3.3) deutlich. Bedingt durch die Projektion in den Lösungsraum verschwinden die Beiträge des linearen Gleichungssystems zur Fitnessfunktion rasch und der Algorithmus kann sich dann ganz auf die Verbesserung der Femurbeanspruchung "konzentrieren". Um dieses Verhalten zu demonstrieren, wird die Entwicklung des Beitrags  $f_{leqn}$  aus Gleichung 41 im Verlauf der Generationen des Evolutionären Algorithmus der Entwicklung des Beitrags  $f_{isct}$  42 in den Abbildungen 29, 30, 31, 32 und 33 für alle Rechnungen gegenübergestellt.

Der Evolutionäre Algorithmus braucht also nur wenig "Zeit", um die linearen Gleichungen unter der Nebenbedingung von positiven Vorzeichen aller Variablen zu erfüllen. Im Rahmen dieser Bedingungen versucht er anschließend, die Femurbelastung zu reduzieren. Allerdings kann man auch den Fall beobachten, daß sich ein einmal erreichter Wert für die Gleichungen in den darauf folgenden Generationen (vorrübergehend) wieder verschlechtert. Dies ist auf die stochastische Natur der Mechanismen des Evolutionären Algorithmus (siehe Kapitel 3.3.1 und Anhang B) zurückzuführen.

Diese Eigenschaft des Evolutionären Algorithmus ist allen 25 Rechnungen gemeinsam, obwohl jede Rechnung mit jeweils unterschiedlichen Anfangspopulationen und unterschiedlichen Startwerten des Zufallszahlengenerators gestartet wurde. Die Abhängigkeit dieses Verhaltens von einer bestimmten Zufallszahlenreihe oder Anfangspopulation scheint daher unwahrscheinlich.



Entwicklung des Beitrags des Gleichungssystems  $f_{leqn}$  aus Gleichung 41



Entwicklung des Beitrags der Femurbelastung  $f_{isct}$  aus Gleichung 42

Abbildung 29: Gegenüberstellung der Konvergenz von Erfüllung der linearen Gleichungen und Reduzierung der Femurbelastung im Verlauf der Generationen.

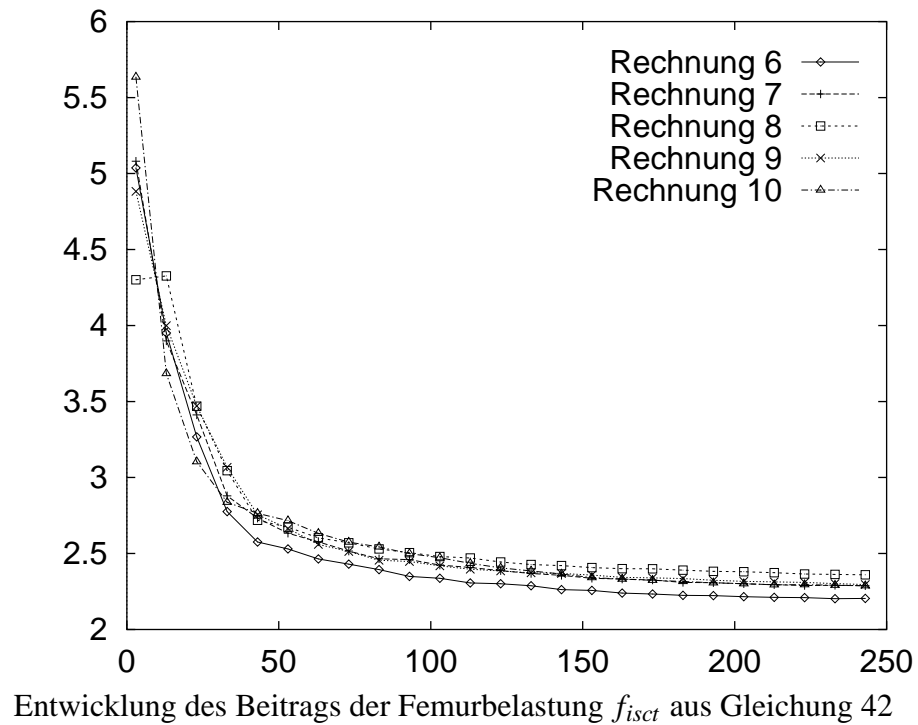
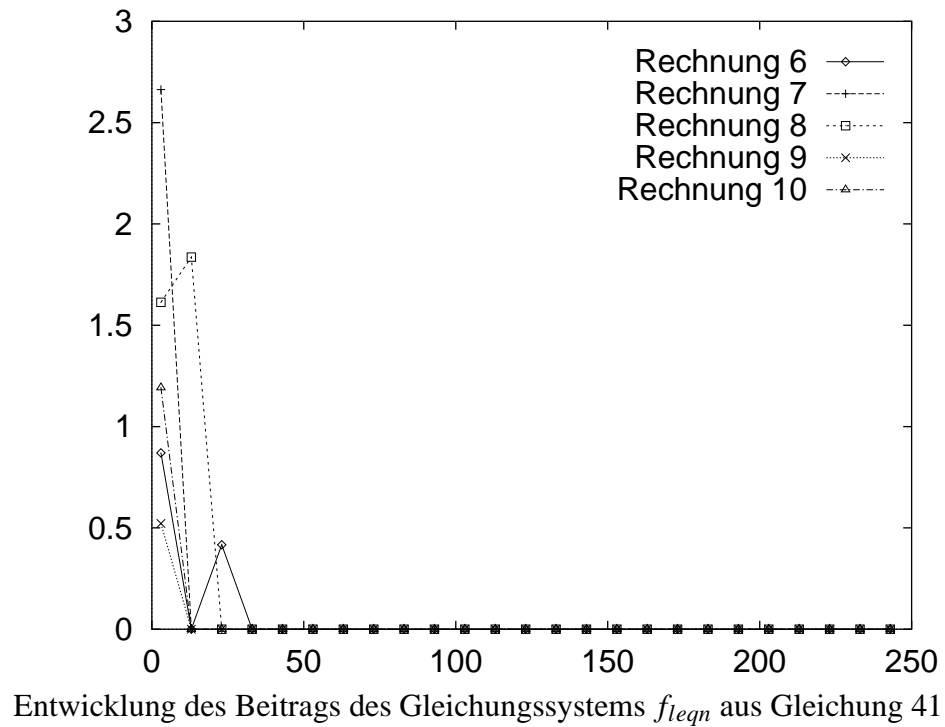


Abbildung 30: Gegenüberstellung der Konvergenz von Erfüllung der linearen Gleichungen und Reduzierung der Femurbelastung im Verlauf der Generationen.

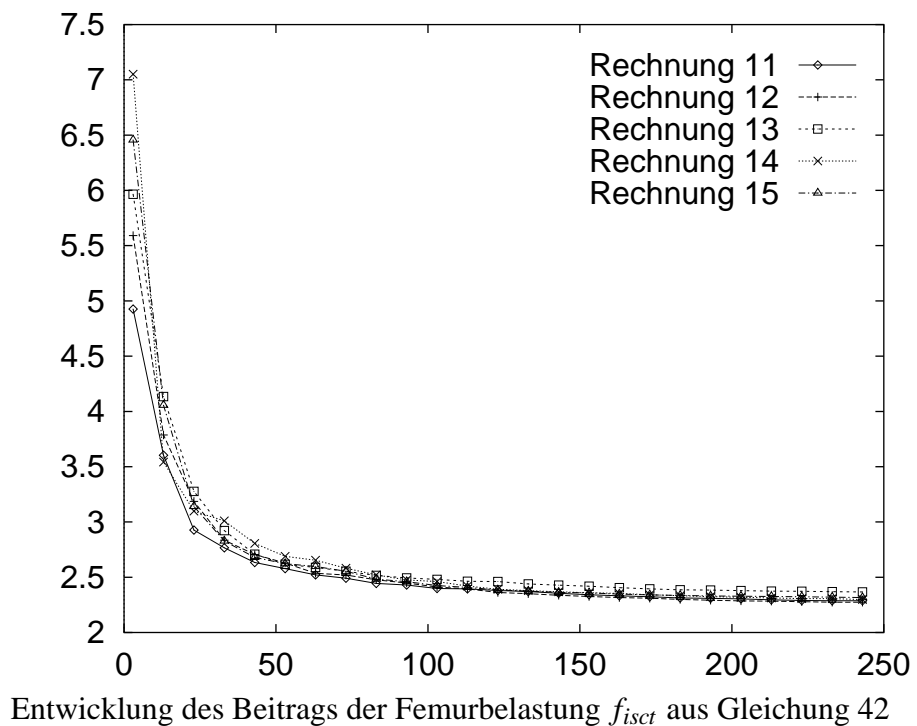
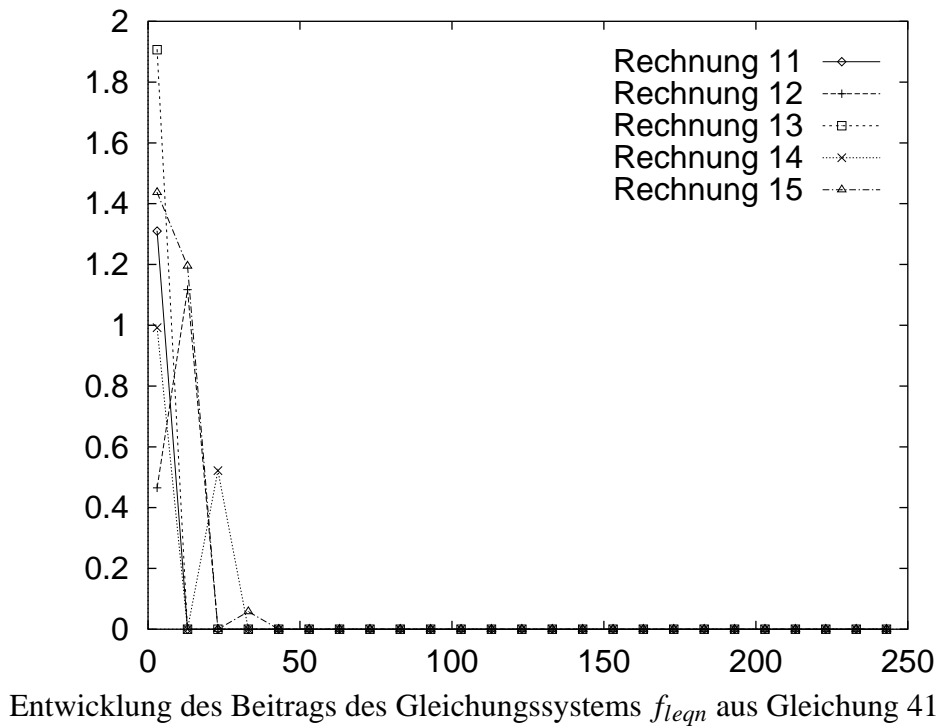


Abbildung 31: Gegenüberstellung der Konvergenz von Erfüllung der linearen Gleichungen und Reduzierung der Femurbelastung im Verlauf der Generationen.

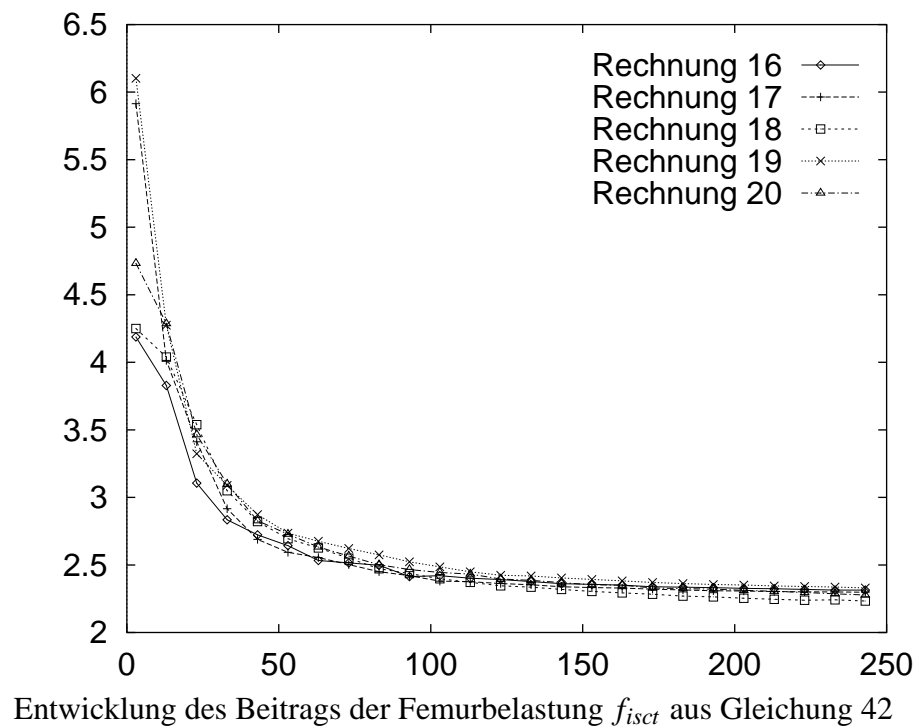
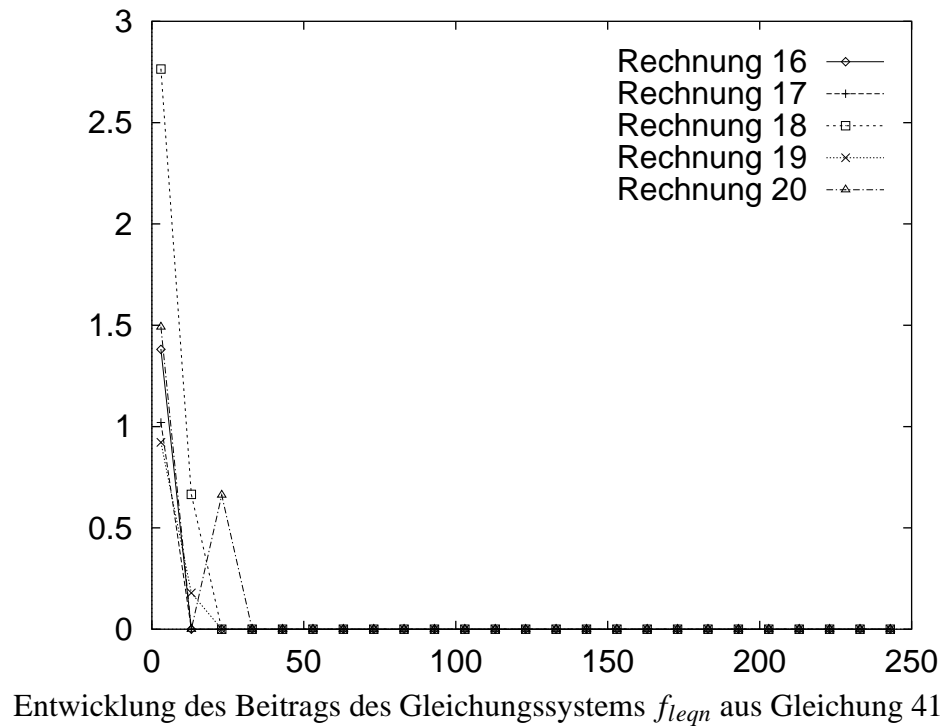


Abbildung 32: Gegenüberstellung der Konvergenz von Erfüllung der linearen Gleichungen und Reduzierung der Femurbelastung im Verlauf der Generationen.



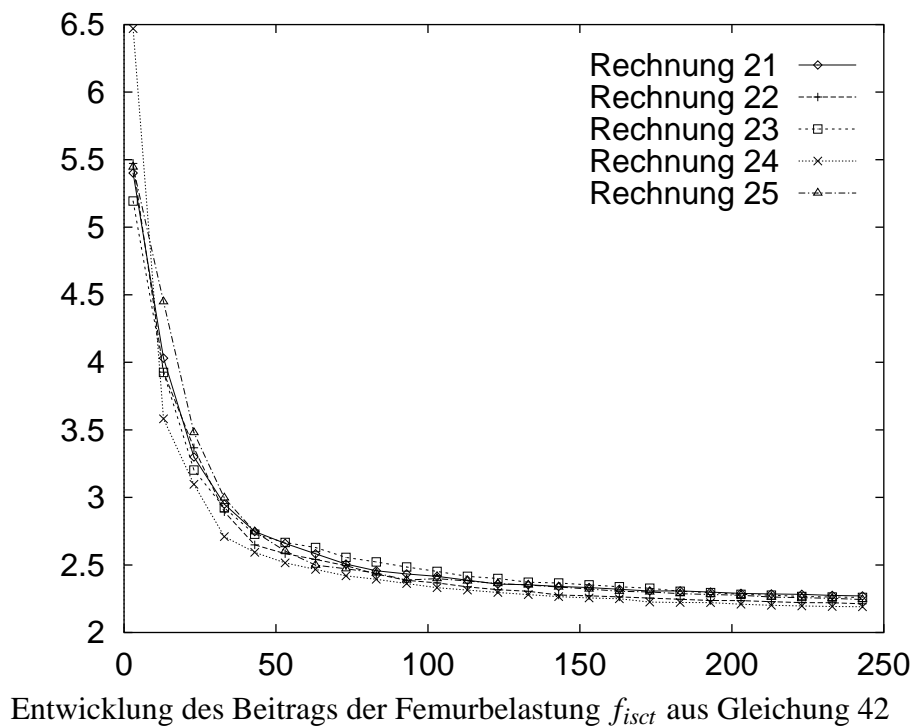
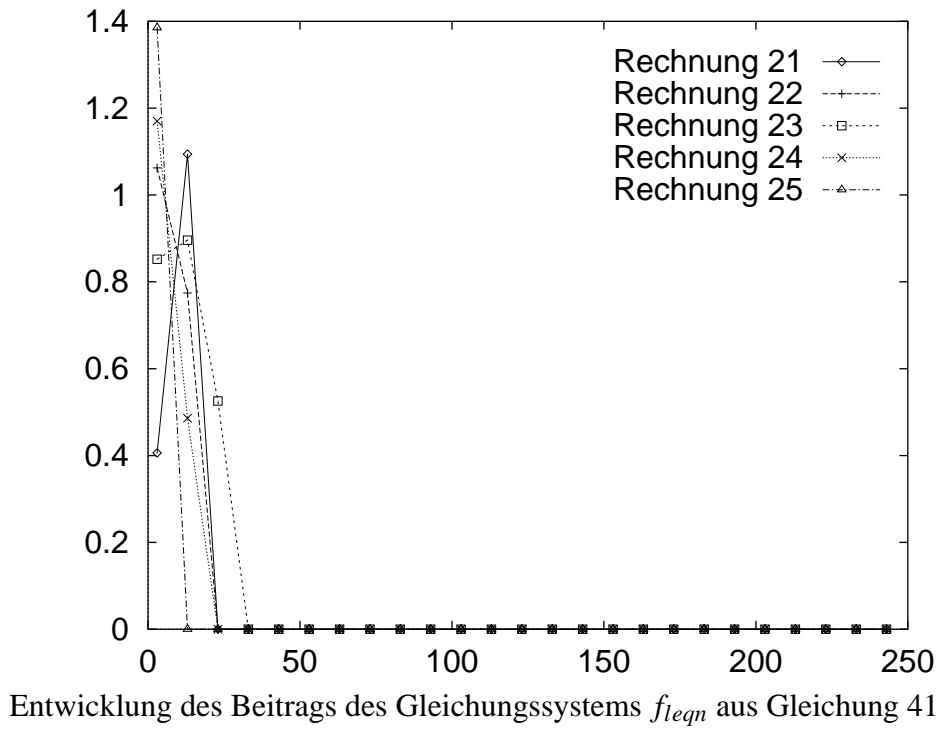
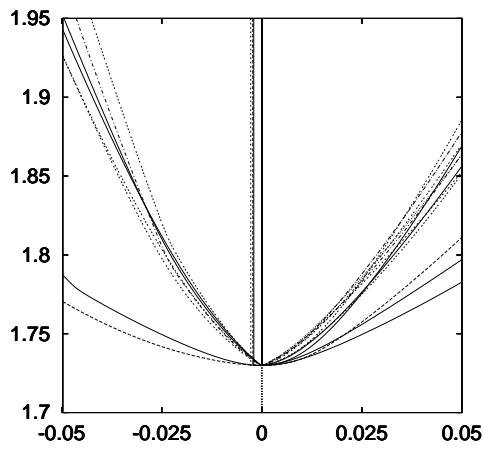


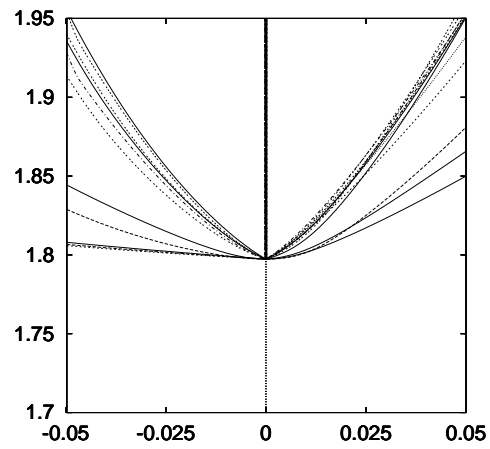
Abbildung 33: Gegenüberstellung der Konvergenz von Erfüllung der linearen Gleichungen und Reduzierung der Femurbelastung im Verlauf der Generationen.

## 4.2 Kontrolle der Optimierung

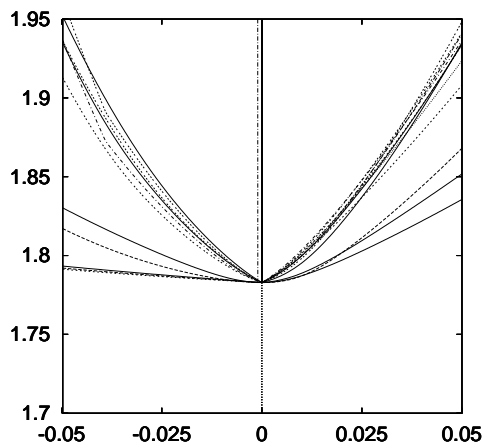
Die 25 verschiedenen Ergebnisse des Evolutionären Algorithmus wurden wie in Abschnitt 3.4 beschrieben minimiert. Um einen Eindruck vom Verhalten der Zielfunktion aus Gleichung 33 in der Umgebung der Minima zu erhalten, wurden die Funktionswerte der Zielfunktion über sämtlichen Achsen des Lösungsraums (siehe Gleichung 13) im betreffenden Ausschnitt aufgetragen. Dabei wurde die durch die Gleichung 16 formulierte Forderung nach einer biomechanisch sinnvollen Lösung durch einen Sprung im Funktionswert dargestellt. Wie aus den Abbildungen hervorgeht, ist die über dem Konfigurationsraum aller möglichen Muskelkräfte definierte Zielfunktion aus Gleichung 33 über dem Lösungsraum nicht differenzierbar, selbst dann nicht, wenn man von den künstlich eingebauten Sprüngen im Funktionswert einmal absieht.



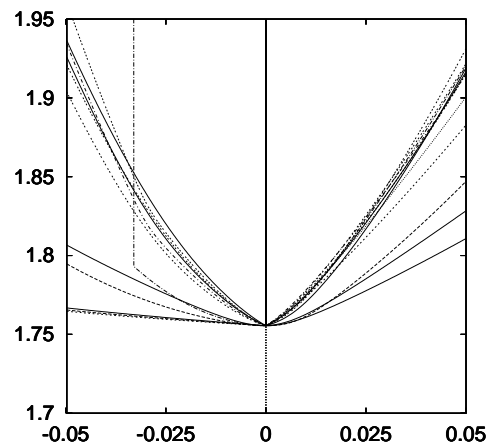
(1)



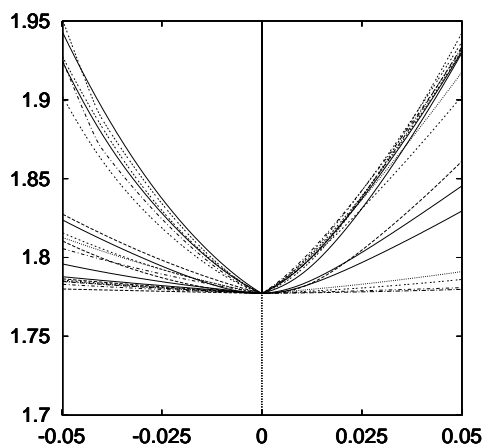
(2)



(3)

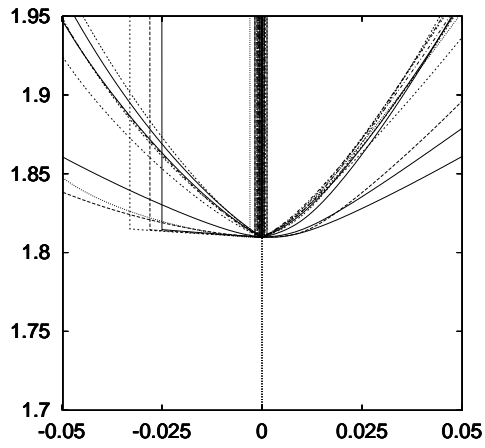


(4)

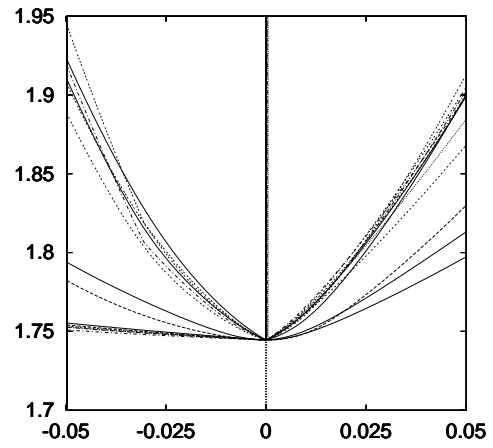


(5)

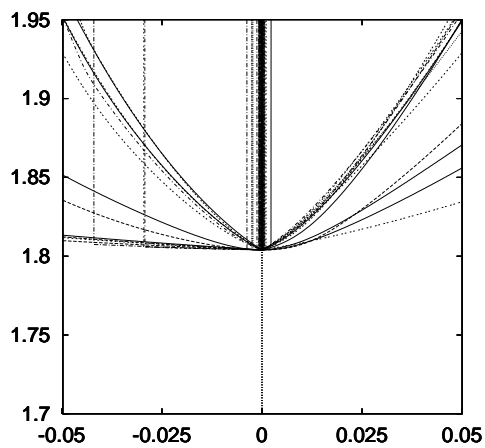
Abbildung 34: Umgebung der Minima aus den Rechnungen 1 – 5. Dargestellt sind jeweils die Funktionswerte der Zielfunktion aus Gleichung 33 über den 47 Achsen des Lösungsraums in der Umgebung der Minima. Bereichsgrenzen bedingt durch die Forderung nach biomechanischen Lösungen stellen einen Sprung im Funktionswert dar. Die meisten der 47 Minima liegen an einer Bereichsgrenze, die mit der eingezeichneten Achse zusammenfällt.



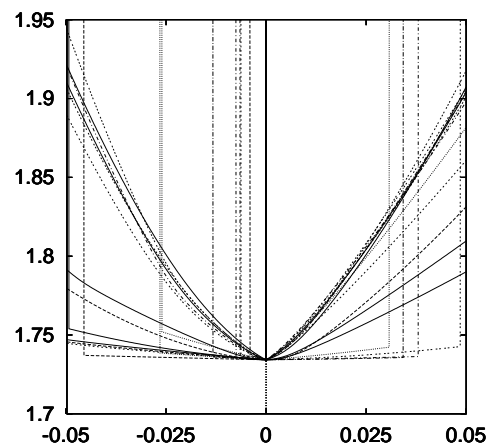
(6)



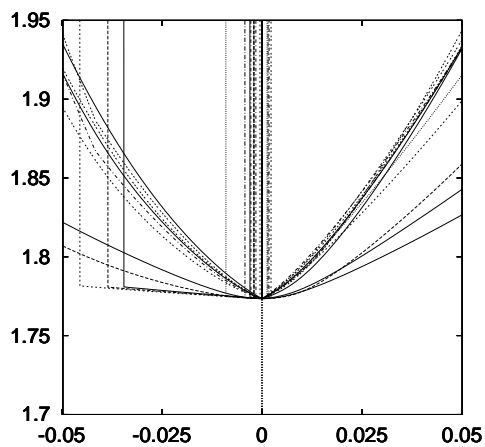
(7)



(8)



(9)



(10)

Abbildung 35: Umgebung der Minima aus den Rechnungen 6 – 10. Siehe Abbildung 34 zur Erläuterung.

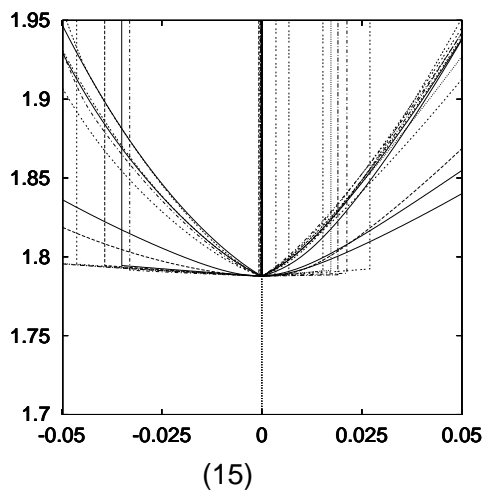
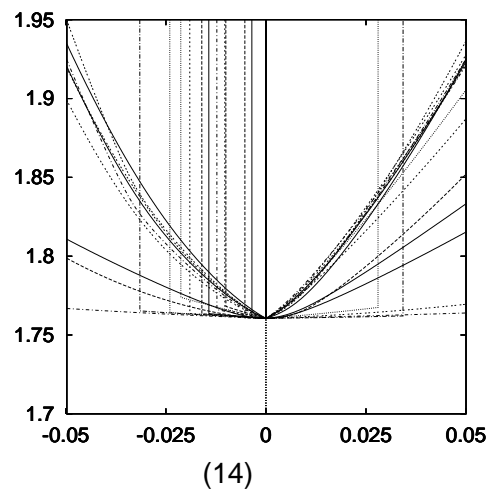
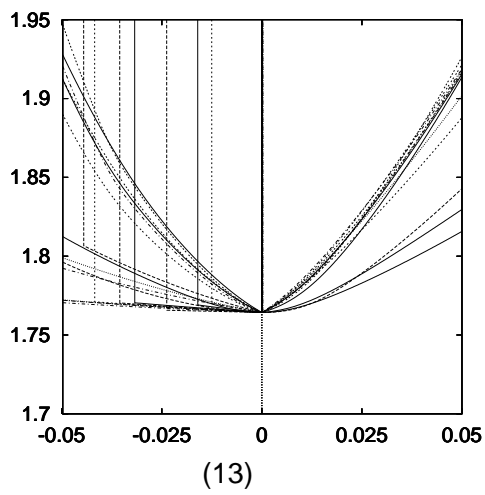
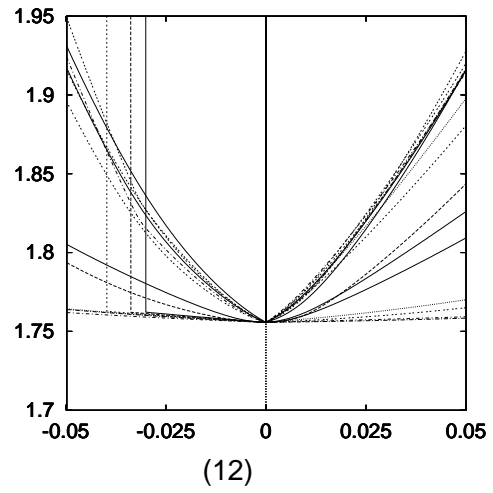
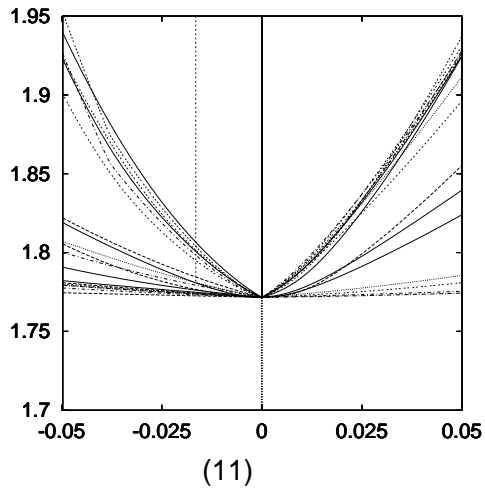
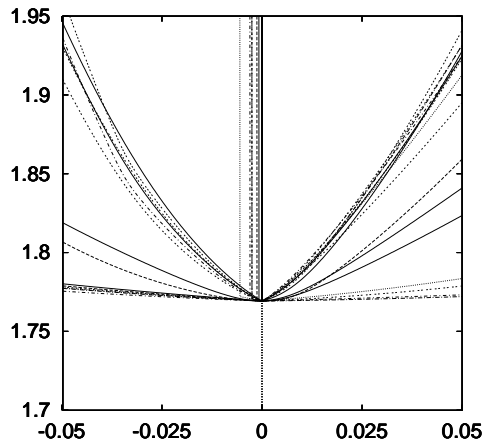
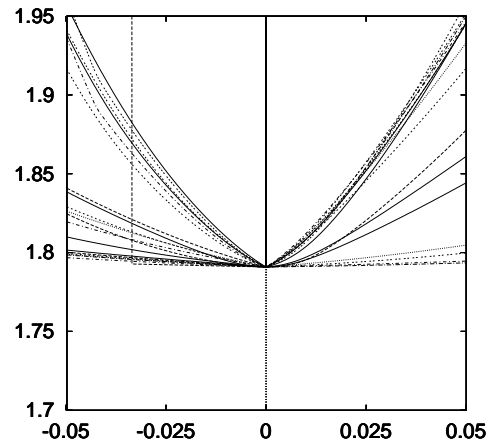


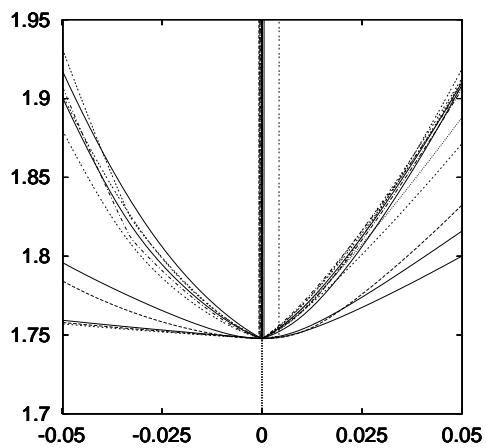
Abbildung 36: Umgebung der Minima aus den Rechnungen 11 – 15. Siehe Abbildung 34 zur Erläuterung.



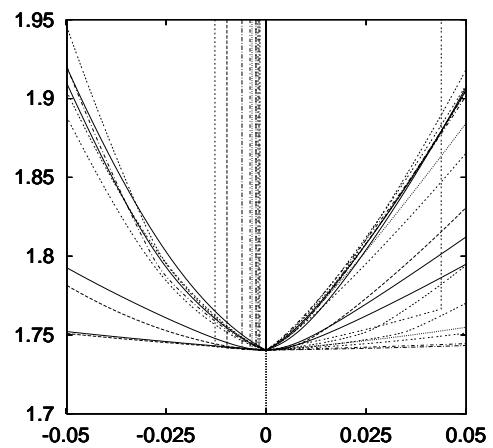
(16)



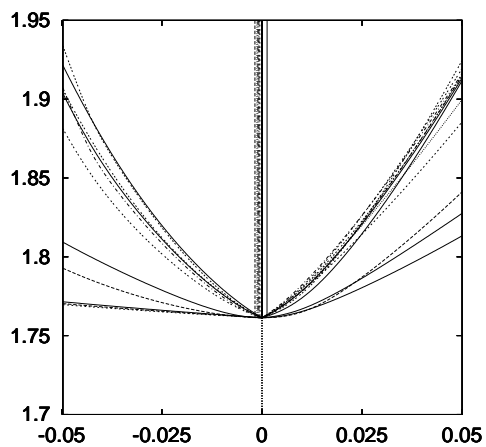
(17)



(18)



(19)



(20)

Abbildung 37: Umgebung der Minima aus den Rechnungen 16 – 20. Siehe Abbildung 34 zur Erläuterung.

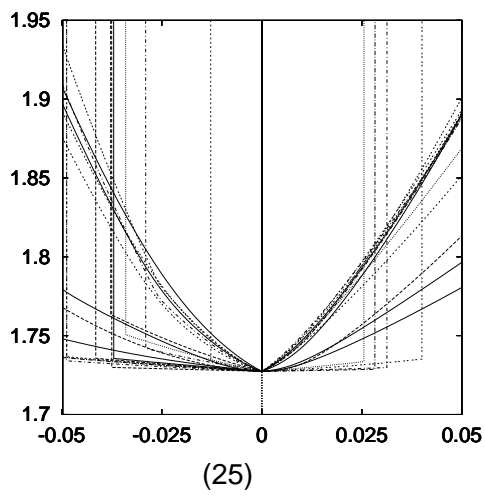
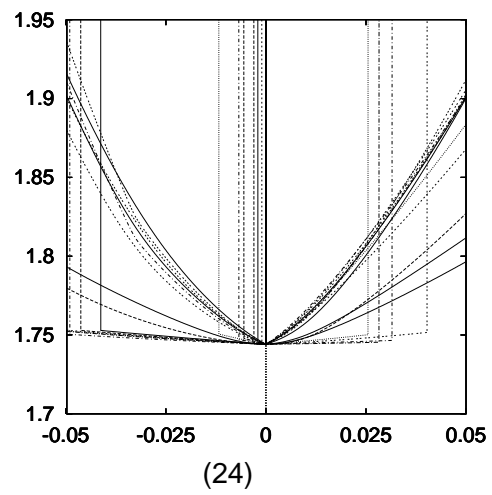
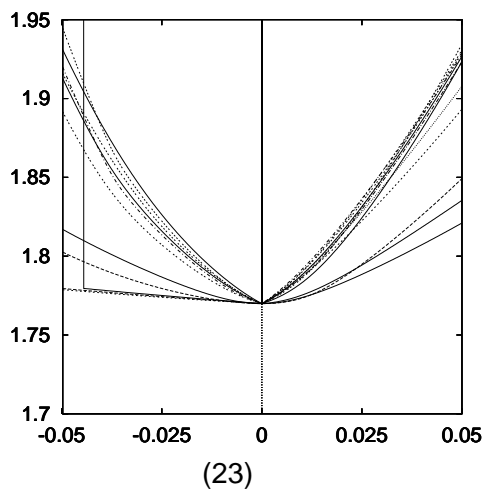
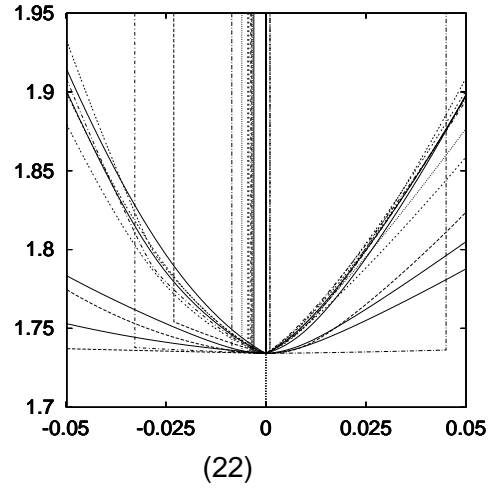
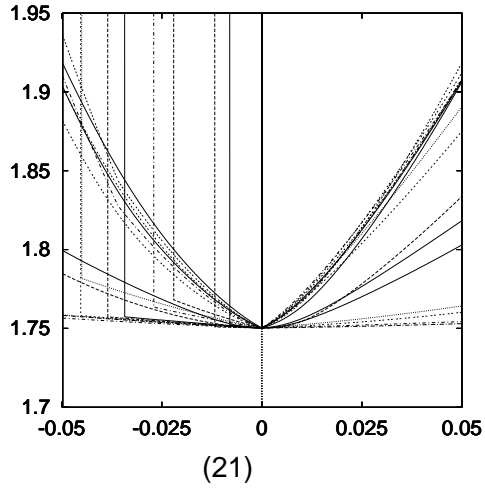


Abbildung 38: Umgebung der Minima aus den Rechnungen 21 – 25. Siehe Abbildung 34 zur Erläuterung.

### 4.3 Beanspruchung des Femur

In den folgenden Abbildungen 39, 40, 41 und 42 sind die Kraftangriffspunkte der für die Femurbiegung verantwortlichen Schnittkraft aller 25 verschiedenen Rechnungen eingezeichnet. Je näher die Punkte am betreffenden mineralischen Knochenschwerpunkt liegen, desto geringer ist die zu erwartende Biegebeanspruchung des Femur. In den Knochenquerschnitten, in denen keine Punkte zu sehen sind, befinden sich alle 25 Punkte exakt übereinander genau im mineralischen Knochenschwerpunkt. Das eingezeichnete Koordinatensystem verdeckt die Kraftangriffspunkte.

Auffällig ist die geringe Streuung der Punkte innerhalb der Knochenquerschnitten, zumindest in den auch tatsächlich in die Rechnung eingegangenen Schnittebenen.

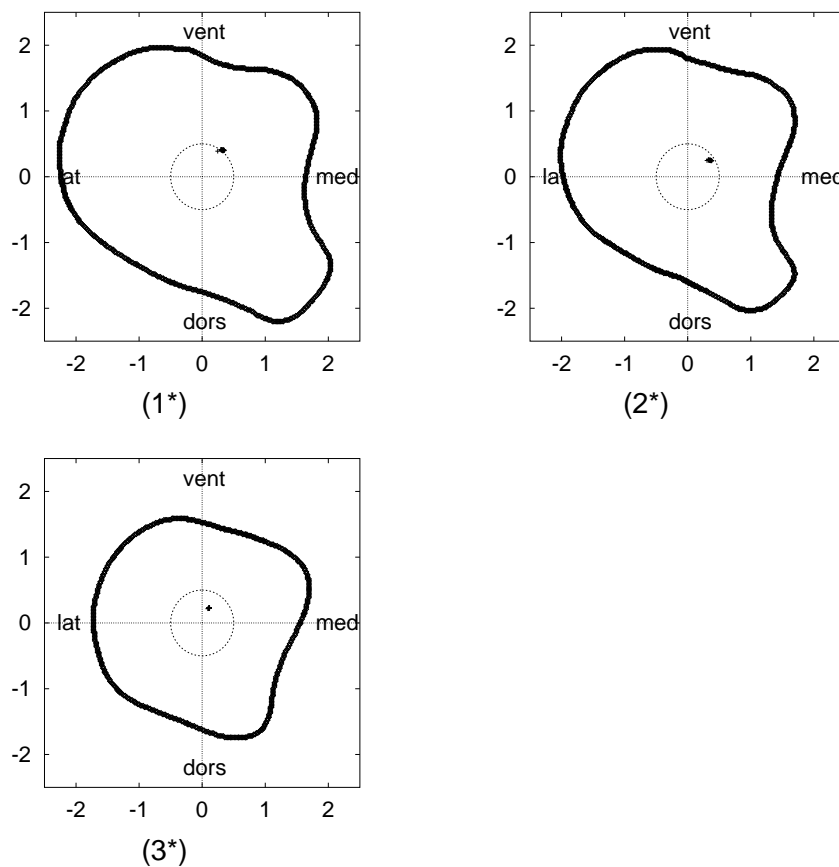


Abbildung 39: Aufsicht auf die drei proximalsten Schnitte, von proximal (1) nach distal (3). Mit (\*) bezeichnete Schnitte dienen nur der Visualisierung des Kraftangriffspunktes, sind jedoch nicht in die Rechnung eingegangen. Eingezeichnet sind die Kraftangriffspunkte aus den 25 verschiedenen Rechnungen sowie ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochenschwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.



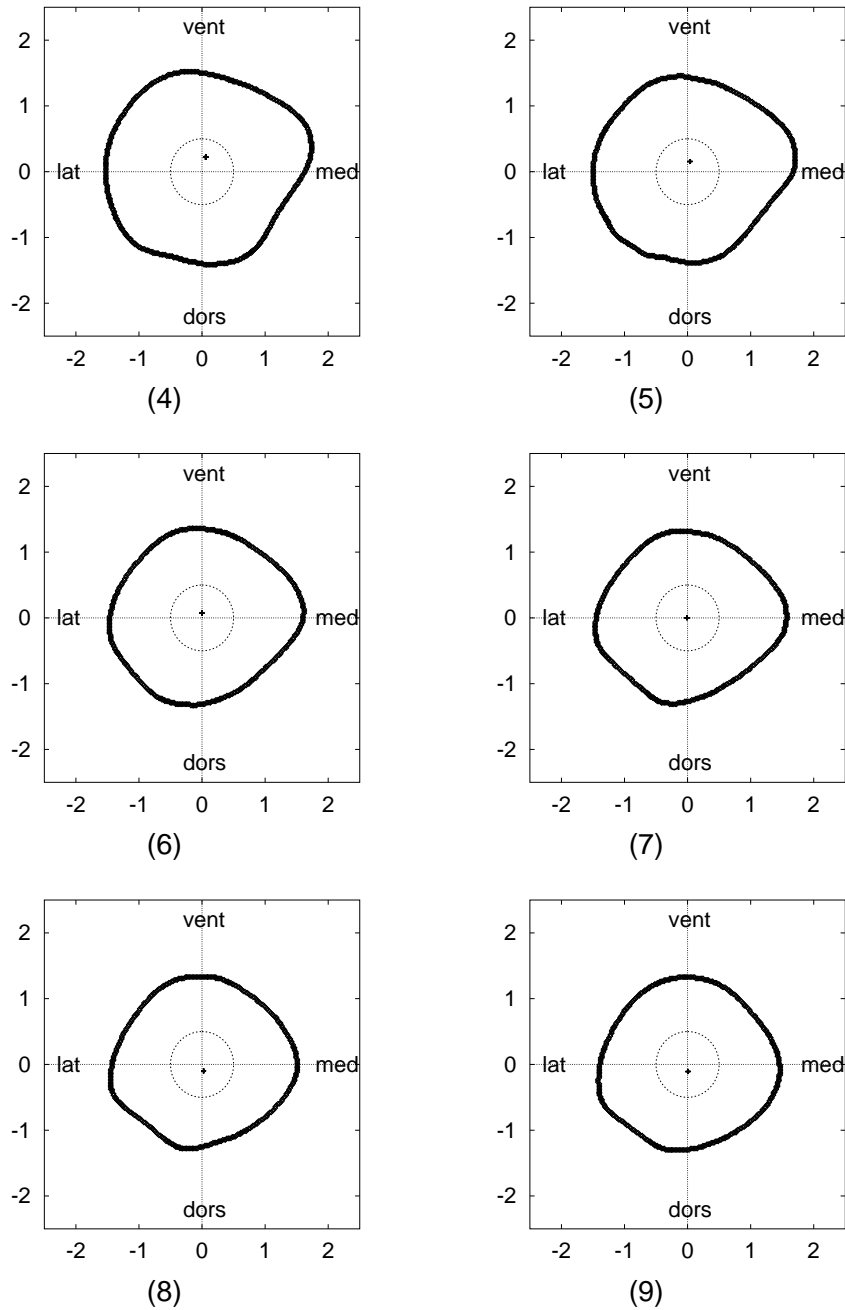


Abbildung 40: Aufsicht auf die sechs Schnitte von proximal (4) nach distal (9). Eingezeichnet sind die Kraftangriffspunkte aus den 25 verschiedenen Rechnungen sowie ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochenschwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

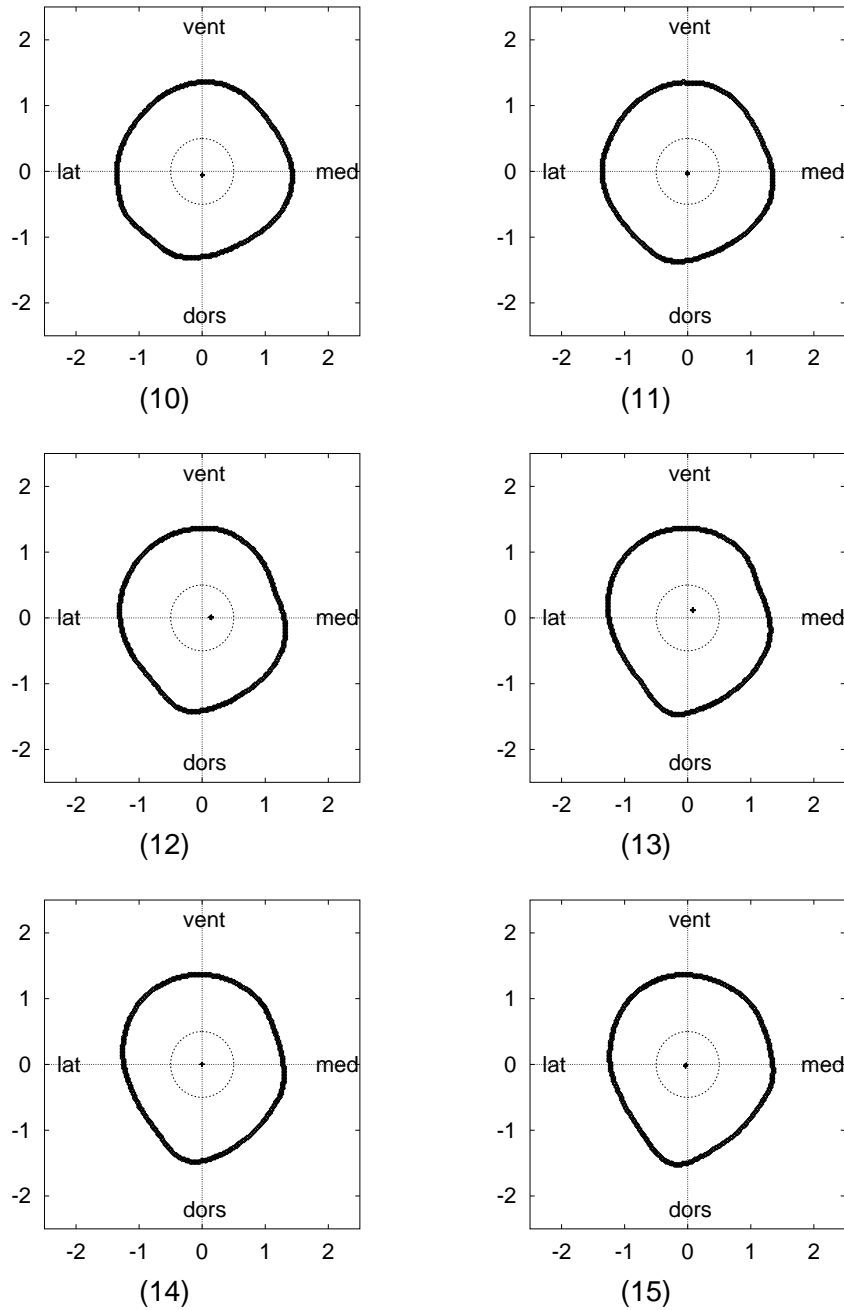


Abbildung 41: Aufsicht auf sechs Schnitte von proximal (10) nach distal (15). Eingezeichnet sind die Kraftangriffspunkte aus den 25 verschiedenen Rechnungen sowie ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochenschwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

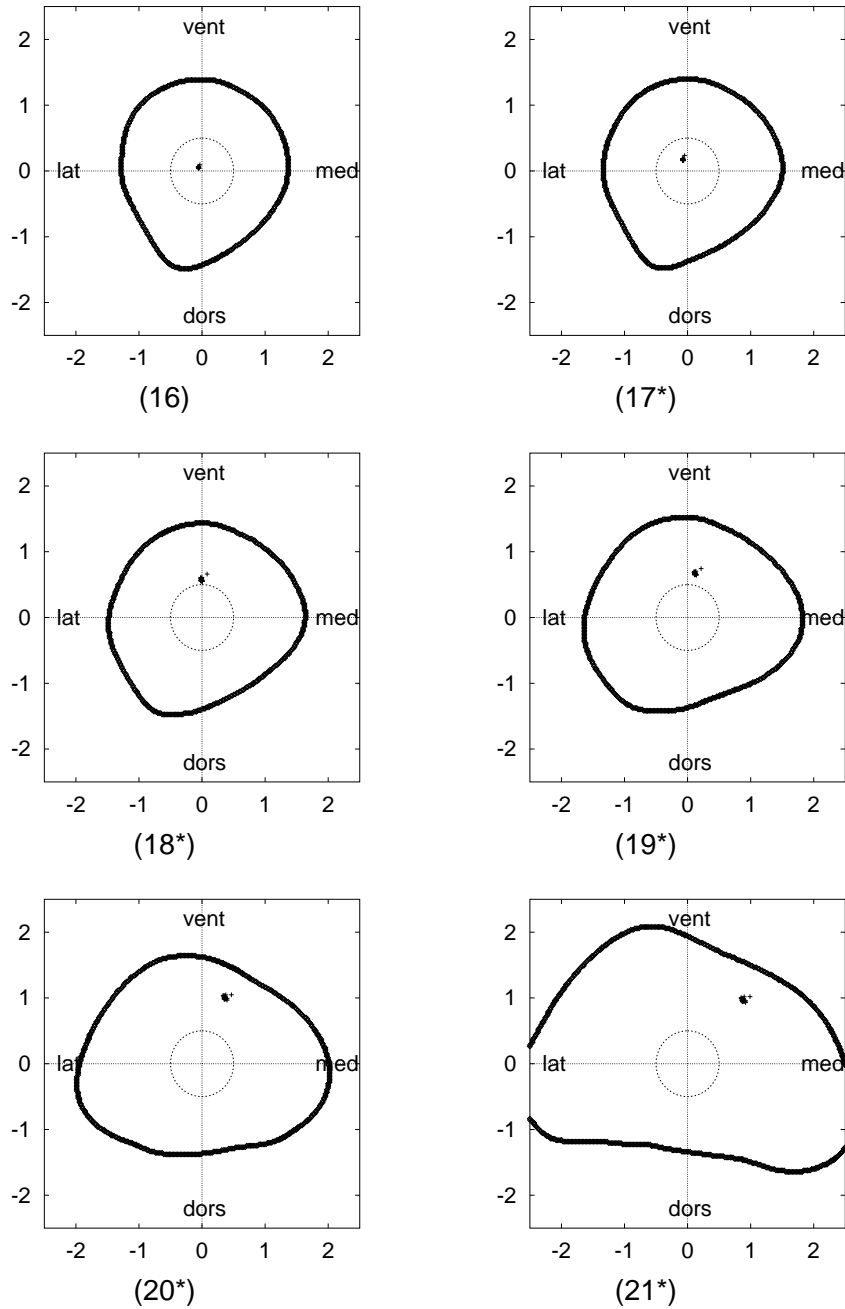


Abbildung 42: Aufsicht auf die sechs Schnitte von proximal (16) nach distal (21). Mit (\*) bezeichnete Schnitte dienen nur der Visualisierung des Kraftangriffspunktes, sind jedoch nicht in die Rechnung eingegangen. Eingezeichnet sind die Kraftangriffspunkte aus den 25 verschiedenen Rechnungen sowie ein Kreis von 1 cm Durchmesser um den mineralischen Knochenschwerpunkt zur besseren Orientierung. Die Blickrichtung ist jeweils von unten auf den in der Hüfte verbleibenden Femurstumpf. Die Maßeinheiten sind cm.

## 4.4 Resultierende Hüftkraft

### 4.4.1 Ergebnisse der Rechnung

Die Berechnung der 25 verschiedenen Populationen des Evolutionären Algorithmus ergibt als Mittelwert eine resultierende Hüftgelenkskraft von  $3.64 (\pm 0.04) G_5$ , die in der Frontalprojektion mit der z-Achse des Modellkoordinatensystems im Mittel einen Winkel von  $26.7 (\pm 0.5)^\circ$  einschließt. In der Transversalprojektion liegt im Mittel ein Winkel von  $8.5 (\pm 0.3)^\circ$  mit der x-Achse des Modellkoordinatensystems vor. In der Sagittalebene ist die resultierende Hüftkraft in einem Winkel von  $4.3 (\pm 0.3)^\circ$  gegen die y-Achse des Modellkoordinatensystems geneigt. Die einzelnen Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Pop.	$R$	$\varphi_f$	$\varphi_s$	$\varphi_t$	$R_x$	$R_y$	$R_z$
	$[G_5]$	$[^\circ]$			$[G_5]$		
1	3.55	25.2	3.8	8.0	-1.507	-0.212	3.208
2	3.63	26.5	4.3	8.6	-1.618	-0.245	3.244
3	3.71	27.5	4.8	9.1	-1.706	-0.275	3.281
4	3.63	26.4	4.2	8.3	-1.614	-0.236	3.248
5	3.63	26.2	4.2	8.6	-1.595	-0.240	3.247
6	3.70	27.6	4.7	8.9	-1.713	-0.267	3.274
7	3.65	27.2	4.2	8.0	-1.668	-0.236	3.238
8	3.62	26.8	4.1	8.1	-1.627	-0.230	3.223
9	3.64	26.2	4.2	8.5	-1.606	-0.241	3.258
10	3.68	27.0	4.7	9.1	-1.667	-0.266	3.266
11	3.67	27.1	4.5	8.8	-1.666	-0.256	3.257
12	3.64	26.9	4.3	8.5	-1.642	-0.245	3.240
13	3.59	26.2	4.0	8.0	-1.585	-0.222	3.217
14	3.66	27.0	4.5	8.8	-1.657	-0.256	3.257
15	3.65	26.9	4.3	8.5	-1.643	-0.245	3.245
16	3.65	26.9	4.3	8.5	-1.646	-0.245	3.248
17	3.62	26.3	4.1	8.3	-1.600	-0.233	3.234
18	3.63	26.4	4.2	8.4	-1.614	-0.239	3.247
19	3.63	26.7	4.2	8.4	-1.625	-0.240	3.234
20	3.63	26.6	4.2	8.2	-1.624	-0.235	3.238
21	3.70	27.5	4.7	9.0	-1.703	-0.270	3.271
22	3.68	27.3	4.7	9.0	-1.682	-0.266	3.263
23	3.60	26.2	4.0	8.1	-1.589	-0.226	3.224
24	3.68	27.2	4.5	8.6	-1.676	-0.254	3.264
25	3.63	26.7	4.0	8.0	-1.625	-0.228	3.232
$\bar{x}$	3.64	26.7	4.3	8.5	-1.636	-0.244	3.246
$\sigma$	0.04	0.5	0.3	0.3	0.045	0.016	0.018

Tabelle 1: Ergebnisse der 25 Populationen für die resultierende Hüftkraft  $\vec{R}$  als Betrag  $R$ , Winkel in der Frontalebene  $\varphi_f$ , in der Sagittalebene  $\varphi_s$  und in der Transversalebene  $\varphi_t$ , in den beiden untersten Zeilen steht der zu jeder Spalte gehörende Mittelwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung  $\sigma$ .

Die resultierende Muskelkraft in der Hüfte, d. h. die Kraft, die stellvertretend für alle in der Hüfte wirksamen Muskeln zur Balance des Beckens führt, hat im Mittel den Betrag von

2.255 ( $\pm 0.018$ )  $G_5$ . In der Frontalprojektion schließt die resultierende Muskelkraft der Hüfte mit der z-Achse des Modellkoordinatensystems im Mittel einen Winkel von  $33.8 (\pm 0.6)^\circ$  ein. In der Transversalprojektion liegt im Mittel ein Winkel von  $6.0 (\pm 0.4)^\circ$  mit der x-Achse des Modellkoordinatensystems vor. In der Sagittalebene ist die resultierende Muskelkraft in einem Winkel von  $8.9 (\pm 0.4)^\circ$  gegen die y-Achse des Modellkoordinatensystems geneigt. In den einzelnen Projektionsebenen lassen sich die Abstände der resultierenden Muskelkräfte zum Femurkopfmittelpunkt errechnen. Diese Abstände legen die Lage der resultierenden Muskelkräfte in den einzelnen Ebenen zusammen mit dem betreffenden Winkel fest. Jeder Abstand ist gleichzeitig der Hebel, über den die resultierende Muskelkraft ein Drehmoment im Hüftgelenk erzeugt. Die mittlere Hebellänge beträgt in der Frontalebene  $43.10 (\pm 0.61)$  mm, in der Sagittalebene  $0.08 (\pm 0.00)$  mm und in der Transversalebene  $0.53 (\pm 0.02)$  mm. Die einzelnen Werte sind in Tabelle 2 aufgeführt.

Die angegebenen Mittelwerte dienen der Information über die ungefähre Größe der betreffenden Kräfte und Richtungen. Die Mittelwerte zeigen, daß die völlig unterschiedlichen Anfangspopulationen in der Simulation mit evolutionären Algorithmen zu ähnlichen Ergebnissen führen. Damit ist gezeigt, daß die Ergebnisse im Prinzip vom Startwert des Zufallsgenerators unabhängig sind (im Sinne des Anhangs B.4.3). Bei der Verwendung der angegebenen Kräfte ist jedoch folgendes zu beachten: Die Mittelwerte der resultierenden Muskelkraft und der resultierenden Hüftkraft sind zur Herbeiführung des statischen Gleichgewichts eines Modells nicht geeignet, weil zwar die Ergebnisse einer jeden Population die Gleichungen des statischen Gleichgewichts erfüllen, nicht aber der Mittelwert all dieser Ergebnisse. Will man ein Modell mit Kräften ausstatten, so sind hierzu die Ergebnisse der einzelnen Populationen zu verwenden, da diese nicht durch Mittelung "verfälscht" worden sind.

Pop.	$m$	$m_x$	$m_y$	$m_z$	$\phi_f$	$\phi_s$	$\phi_t$	$h_f$	$h_s$	$h_t$
	[G <sub>5</sub> ]				[°]			[mm]		
1	2.618	-1.378	-0.205	2.216	31.9	8.5	5.3	44.78	-0.08	0.58
2	2.711	-1.490	-0.238	2.253	33.5	9.1	6.0	43.27	-0.08	0.54
3	2.793	-1.578	-0.268	2.289	34.6	9.6	6.7	42.03	-0.08	0.51
4	2.711	-1.485	-0.229	2.256	33.4	8.8	5.8	43.26	-0.08	0.54
5	2.700	-1.466	-0.233	2.256	33.0	9.0	5.9	43.44	-0.08	0.55
6	2.790	-1.584	-0.260	2.282	34.8	9.3	6.5	42.07	-0.08	0.51
7	2.733	-1.539	-0.229	2.247	34.4	8.4	5.8	42.91	-0.08	0.52
8	2.697	-1.498	-0.223	2.231	33.9	8.5	5.7	43.48	-0.08	0.54
9	2.716	-1.477	-0.234	2.267	33.1	9.0	5.9	43.19	-0.08	0.54
10	2.758	-1.539	-0.259	2.274	34.1	9.5	6.5	42.56	-0.08	0.52
11	2.749	-1.537	-0.249	2.265	34.2	9.2	6.3	42.69	-0.08	0.52
12	2.720	-1.513	-0.237	2.248	33.9	8.9	6.0	43.12	-0.08	0.53
13	2.668	-1.456	-0.215	2.225	33.2	8.4	5.5	43.95	-0.08	0.55
14	2.744	-1.528	-0.249	2.265	34.0	9.3	6.3	42.77	-0.08	0.53
15	2.726	-1.514	-0.238	2.254	33.9	8.9	6.0	43.04	-0.08	0.53
16	2.729	-1.517	-0.238	2.256	33.9	8.9	6.0	42.99	-0.08	0.53
17	2.691	-1.471	-0.226	2.242	33.3	8.7	5.7	43.58	-0.08	0.55
18	2.711	-1.485	-0.232	2.256	33.4	8.9	5.9	43.27	-0.08	0.54
19	2.706	-1.497	-0.233	2.242	33.7	8.8	5.9	43.35	-0.08	0.54
20	2.708	-1.495	-0.228	2.247	33.6	8.7	5.8	43.30	-0.08	0.54
21	2.783	-1.574	-0.263	2.280	34.6	9.5	6.6	42.18	-0.08	0.51
22	2.764	-1.553	-0.259	2.272	34.4	9.5	6.5	42.46	-0.08	0.52
23	2.677	-1.460	-0.219	2.233	33.2	8.5	5.6	43.81	-0.08	0.55
24	2.760	-1.547	-0.247	2.273	34.2	9.1	6.2	42.51	-0.08	0.52
25	2.704	-1.497	-0.221	2.241	33.7	8.4	5.6	43.37	-0.08	0.54
$\bar{x}$	2.723	-1.507	-0.237	2.255	33.8	8.9	6.0	43.10	-0.08	0.53
$\sigma$	0.039	0.045	0.016	0.018	0.6	0.4	0.4	0.61	0.00	0.02

Tabelle 2: Ergebnisse der 25 Populationen für die resultierende Muskelkraft in der Hüfte  $\vec{m}$  als Betrag  $m$ , Winkel in der Frontalebene  $\phi_f$ , in der Sagittalebene  $\phi_s$  und in der Transversalebene  $\phi_t$ , Hebelarm der Muskelkraft in der Frontalebene  $h_f$ , in der Sagittalebene  $h_s$  und in der Transversalebene  $h_t$ . In den beiden untersten Zeilen steht der zu jeder Spalte gehörende Mittelwert  $\bar{x}$  und die Standardabweichung  $\sigma$ .

#### 4.4.2 Vergleich mit dem Pauwels-Modell

Projiziert man die Ergebnisse in die Frontalebene, so kann man die Werte direkt mit dem Pauwels-Modell vergleichen. Stellvertretend für die Ergebnisse aus den beiden Tabellen 1 und 2 ist die Population 12 in Abbildung 43 dargestellt, da deren Ergebnisse den Mittelwerten aller 25 Populationen am nächsten kommen.

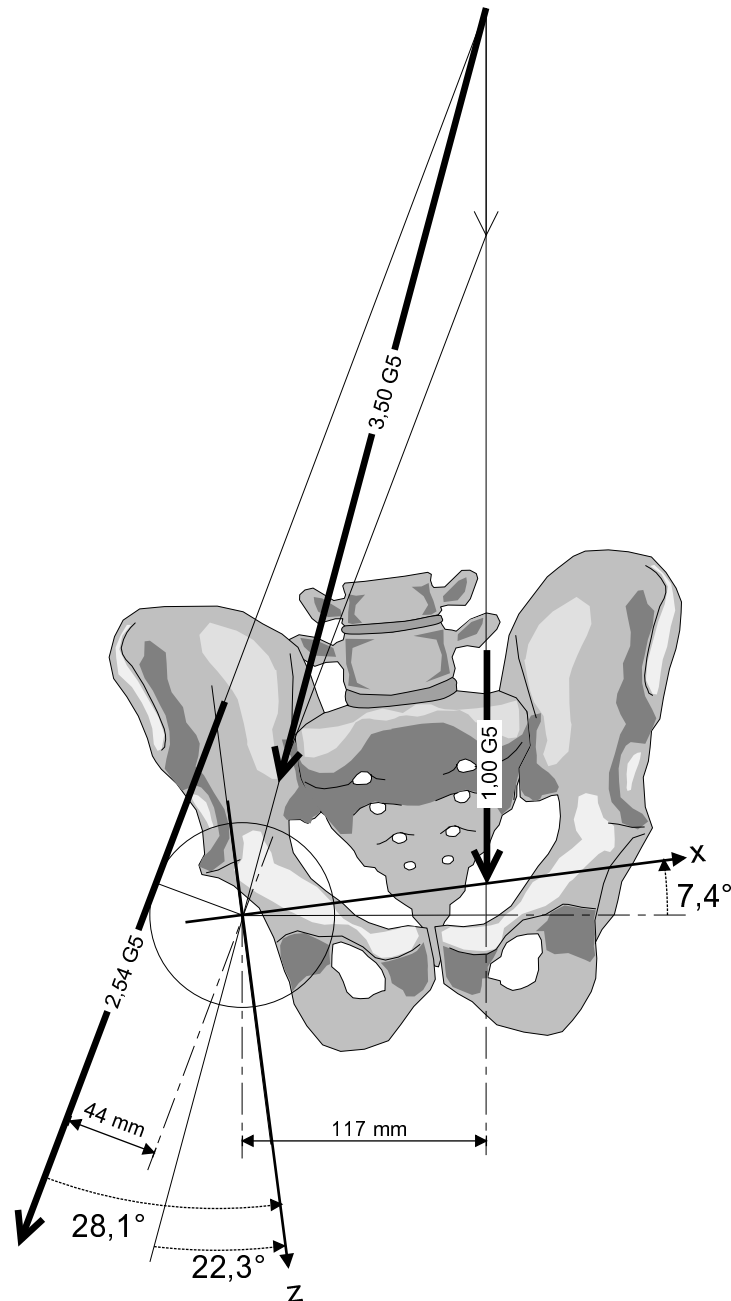


Abbildung 43: Ergebnis der Population 12 in der Frontalprojektion für das Becken als Vergleich mit dem Pauwels-Modell aus Abb. 2.

Die Drehung des Beckens um  $7,4^\circ$  ist bedingt durch die Gewinnung und Rekonstruktion der Skelettdaten aus einem Satz von CT-Bildern wie dies im Anhang A beschrieben ist. Das Ergebnis der Rechnung mit Population 12 ist für den Winkel der resultierenden Muskelkraft

gegen das Lot  $26.5^\circ$ , für die Hüftkraft  $19.5^\circ$ . Diese Winkel sind etwas größer als die von Pauwels angegebenen Winkel (Hüftkraft:  $16^\circ$ , Muskelkraft:  $21^\circ$ ). Diese Aussage bestätigt sich auch bei Betrachtung der Mittelwerte der Ergebnisse aller 25 Rechnungen, die in den beiden Tabellen 1 und 2 aufgeführt sind. Es ist jedoch auch zu beachten, daß die geometrischen Grunddaten des Pauwels-Modells nicht mit den entsprechenden Daten dieses Modells übereinstimmen: Der resultierende Hebelarm der Beckenmuskulatur ist mit 43 mm im vorliegenden Modell gegenüber den 40 mm des Pauwels-Modells geringfügig länger. Gleiches gilt auch für den Hebelarm der Gravitation  $G_5$ , der bei Pauwels mit 110,99 mm kürzer ist als der diesem Modell zugrundeliegende Hebel von 117 mm.

Im globalen, nicht gedrehten Koordinatensystem sind die errechneten Werte in der Frontalebene ähnlich denen von Pauwels. Die Winkel weichen bezogen auf ein Koordinatensystem des Beckens (dieses ist im Pauwels-Modell identisch mit dem globalen System, im vorliegenden Modell ist es jedoch um  $7.4^\circ$  gedreht) entsprechend der Drehung des Koordinatensystems voneinander ab.

#### 4.4.3 Kraft auf Femurkopf in der Frontalebene

Um die Richtung der errechneten Hüftgelenkskraft der Gangphase 16 nach O. Fischer in einem Koordinatensystem des Femur anzugeben, muß zunächst die Orientierung des Femur in einem raumfesten Koordinatensystem oder im Koordinatensystem des Beckens bestimmt werden. In [Fischer, 1899] wird die Femurachse in der Gangphase 16 in der Frontalebene mit einer Neigung von  $11^\circ$  gegen das Lot angegeben. Die resultierende Hüftkraft nach Pauwels schneidet damit die Femurachse in einem Winkel von  $27^\circ$ . Im vorliegenden Modell schließt die Femurachse mit der z-Achse des um  $7.4^\circ$  gedrehten Koordinatensystems des Beckens einen Winkel von  $3.6^\circ$  ein (siehe Anhang A.5). Die Summe beider Winkel ergibt damit genau die von Fischer angegebenen  $11^\circ$  Grad gegen das Lot. Der Mittelwert der resultierende Hüftkraft aller 25 Rechnungen ist daher um  $30.5^\circ$  gegen die Femurachse geneigt, dies ist in Abbildung 44 anhand des Ergebnisses der Population 12 demonstriert.

#### 4.4.4 Kraft auf Femurkopf in der Sagittalebene

In der Sagittalebene schließt die mittlere Hüftgelenkskraft mit der z-Achse des Koordinatensystems einen Winkel von  $4.3^\circ$  ein. Als repräsentatives Ergebnis ist in Abbildung 44 die Hüftgelenkskraft der Population 12 in der Sagittalebene dargestellt.

In Abbildung 44 ist die mediale Kondyle von der Seite deutlich sichtbar, was auf eine ungewöhnlich stark innenrotierte Stellung des Femur hinweist. Diese Fehlstellung ist dadurch bedingt, daß die Füße der computertomographisch untersuchten Leiche trotz bestehender Starre in Normalstellung fixiert wurden [Fröhling,95]. Das Femurkoordinatensystem ist daher in Bezug auf das Koordinatensystem des Modells unphysiologisch verdreht. Aus diesem Grund sind die in der Transversal- und Sagittalebene (Modellkoordinatensystem) errechneten Winkel der Hüftgelenkskraft in Bezug auf das Femur (Femurkoordinatensystem) möglicherweise entsprechend unphysiologisch.

#### 4.4.5 Kraft auf Femurkopf in der Transversalebene

In der Transversalebene schließt die resultierende Hüftkraft des vorliegenden Modells mit der x-Achse des in der Femurkopfmittle plazierten Koordinatensystems einen mittleren Winkel von  $8.5^\circ$  ein. Als repräsentatives Ergebnis ist in Abbildung 45 die Hüftgelenkskraft der Population 12 eingezeichnet.



Die Betrachtung der Schenkelhals- und Kondylenachse in der Transversalebene ergibt einen größeren Antetorsionswinkel als in Anhang A.5 angegeben. Die Differenz beruht auf der Projektion beider Achsen in jeweils unterschiedliche Ebenen. Die Angabe des Antetorsionswinkels in Anhang A.5 bezieht sich auf eine senkrecht zur Femurachse stehende Ebene. Diese liegt jedoch nicht parallel zur Transversalebene aus Abbildung 45.

#### 4.4.6 Vergleich mit experimentellen Daten

Bei [Bergmann et al., 93] wurde die resultierende Hüftkraft und ihre Orientierung an zwei Patienten mit implantierter Hüftendoprothese im Gehen und Laufen gemessen. Die Messung erfolgte über eine eigens dafür entwickelte Meßendoprothese. Bei einem Patienten wurden zwei solcher Prothesen, bei dem anderen Patienten wurde nur eine Prothese implantiert. Die Messungen wurden in der Zeit bis einschließlich 30 Monate nach der Operation durchgeführt. Um den unmittelbaren Einfluß des operativen Eingriffs bei der Interpretation der Daten so weit wie möglich auszuschließen, werden hier nur die Meßwerte herangezogen, die 30 Monate nach der Operation ermittelt wurden. Für den langsamen Gang (1 km/h) liegen nur die Daten des an beiden Hüftgelenken operierten Patienten vor, daher wird auch nur auf diese Messungen Bezug genommen. Die Transversalwinkel werden nicht verglichen, da diese mit der Lage der Kondylenachse stark variieren und die Kondylenachse im vorliegenden Modell weder präzise genug definiert noch mit der erforderlichen Genauigkeit ermittelbar ist. Die Meßwerte sind in Tabelle 3 zusammengefaßt.

Meßwert	linke Hüfte		rechte Hüfte	
	mittel	max	mittel	max
Betrag der Hüftkraft in [%BW]	273	293	282	293
dto. in [ $G_5$ ]	3.41	3.66	3.53	3.66
Winkel gegen Femurachse in der Frontalebene in [ $^\circ$ ]	23	23	23	23

Tabelle 3: Meßwerte an einem Patienten mit einer Meßprothese in der linken und rechten Hüfte nach [Bergmann et al., 93]. Die Mittelwerte wurden dort aus 20 bis 40 aufeinander folgenden Schritten errechnet. Die Abkürzung BW steht für Gesamtkörpergewicht (Body-Weight).

Der CCD-Winkel des betreffenden Patienten betrug  $135^\circ$  gemessen gegen die Schaftachse der Frontalebene. Bei einer Schenkelhalslänge von 50 mm ist die Schaftachse nach lateral um 35.36 mm gegen die Femurkopfmitte versetzt. Der Abstand des Trochanter major von der Femurkopfmitte ist leider nicht bekannt, und damit ist eine Beurteilung der Winkel und Kräfte unter Berücksichtigung der Hüftgeometrie nicht möglich. Es ist ferner bekannt, daß das Gangbild eines Patienten selbst lange Zeit nach einer erfolgreichen Hüftoperation noch vom normalen Gangbild gesunder, nicht operierter Patienten abweichen kann. Auch aus diesem Grund ist eine Verallgemeinerung der gemessenen Werte auf nicht operierte Patienten mit natürlicher Hüftgeometrie fraglich.

Die errechneten Ergebnisse aus dem vorliegenden Modell sind in Koordinaten eines raumfesten Koordinatensystems angegeben. Die Daten aus [Bergmann et al., 93] beziehen sich auf ein Femurkoordinatensystem. Um beide Werte miteinander vergleichen zu können, sind die Frontalwinkel um die Neigung der Femurachse zu korrigieren. Die Femurachse des vorliegenden Modells ist von kranial-lateral nach kaudal-medial um  $3.84^\circ$  gegen das Lot geneigt.

Dieser Wert ist auf die ebenfalls gegen das Lot errechneten Frontalwinkel zu addieren, um vergleichbare Zahlenwerte zu erhalten. Durch diese Korrektur liegt der gegen das Lot berechnete Wert der Population 12 von  $19.5^\circ$  dann bei  $23.34^\circ$  gegen die Femurachse. Der Mittelwert aller Populationen neigt sich entsprechend mit  $23.14^\circ$  gegen die Femurachse. Bei [Bergmann et al., 93] werden die Winkel mit  $23^\circ$  angegeben und stimmen damit im Rahmen der Meßgenauigkeit mit den errechneten Werten überein.

Die errechneten Beträge der Hüftkraft stimmen mit den Meßwerten des Patienten mit Meßprothese gut überein. Die errechneten Werte sind etwas größer als die gemessenen Werte. Der errechnete Mittelwert von  $3.64 G_5$  ist dabei um  $0.11 G_5$  für die rechte Hüfte und um  $0.23 G_5$  für die linke Hüfte größer als der gemittelte Meßwert. Die Abweichung bezogen auf den errechneten Mittelwert beträgt 3.0% bzw. 6.3%.

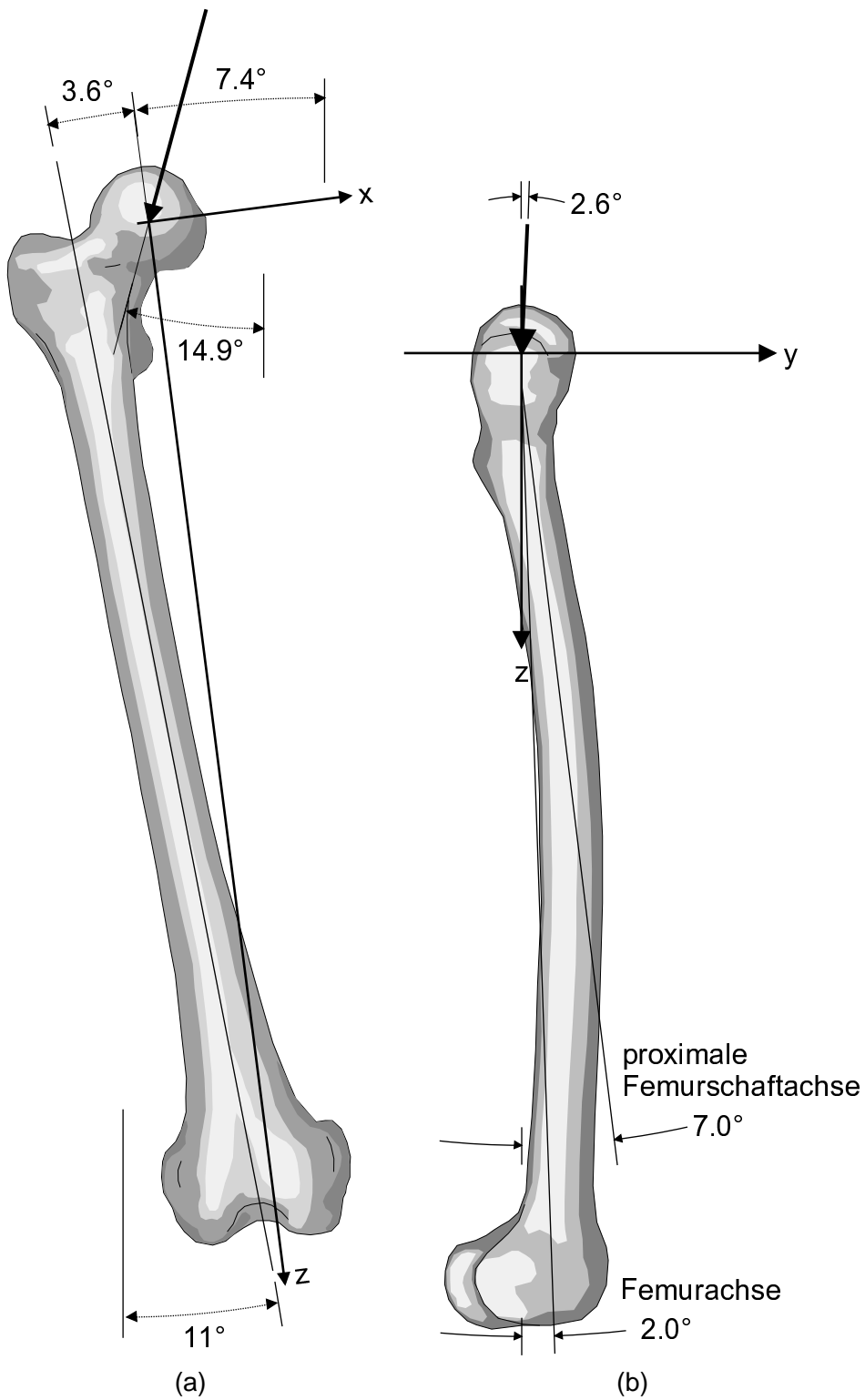


Abbildung 44: Einwirkung der Hüftgelenkskraft aus der Rechnung von Population 12 auf das rechte Femur aus der Sicht von vorne (a) und von der Seite (b). In (a) ist das um  $7.4^\circ$  gedrehte Koordinatensystem, die  $3.6^\circ$  gegen die z-Achse geneigte Femurachse sowie die um  $14.9^\circ$  gegen das Lot gerichtete Hüftgelenkskraft eingezeichnet. In (b) ist die um  $2.0^\circ$  gegen die z-Achse geneigte Femurachse, die um  $7.0^\circ$  gegen die z-Achse geneigte proximale Femurschaftachse sowie die um  $2.6^\circ$  gegen die z-Achse gerichtete Hüftgelenkskraft dargestellt.

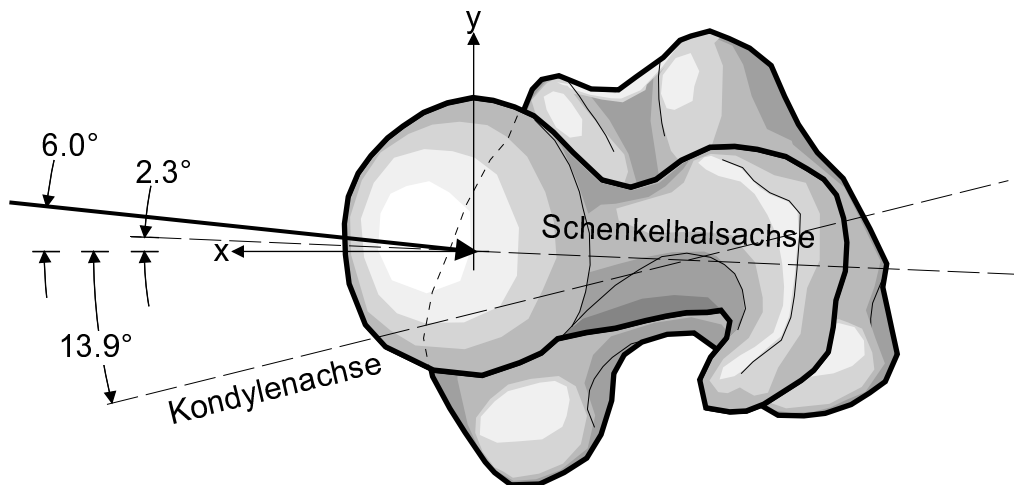


Abbildung 45: Ausrichtung des Femur in der Transversalebene des vorliegenden Modells. Eingezeichnet ist das Koordinatensystem, die  $8.5^\circ$  gegen die x-Achse geneigte Hüftgelenkskraft der Population 12 sowie die Orientierung von Schenkelhals- und Kondylenachse in der Transversalebene.

## 4.5 Muskelkräfte

In den Abbildungen 46, 47, 48 und 49 wird die zur Balance des Modells erforderliche Zugkraft der Muskeln aus Abschnitt 2.5 dargestellt. Hierzu wurden die skalaren Zugkräfte der Muskelfäden pro Muskel aufsummiert und in Einheiten von  $[G_5]$  als Muskelzugkraft in ein Balkendiagramm eingetragen.

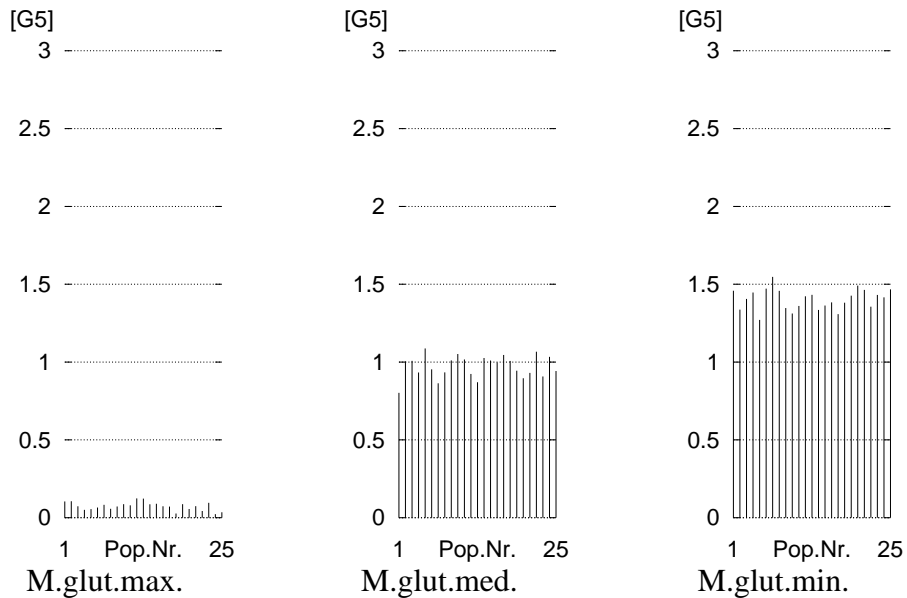


Abbildung 46: Muskelkräfte der Glutälmuskulatur in Einheiten von  $[G_5]$  im Ergebnis der verschiedenen Populationen 1 – 25.

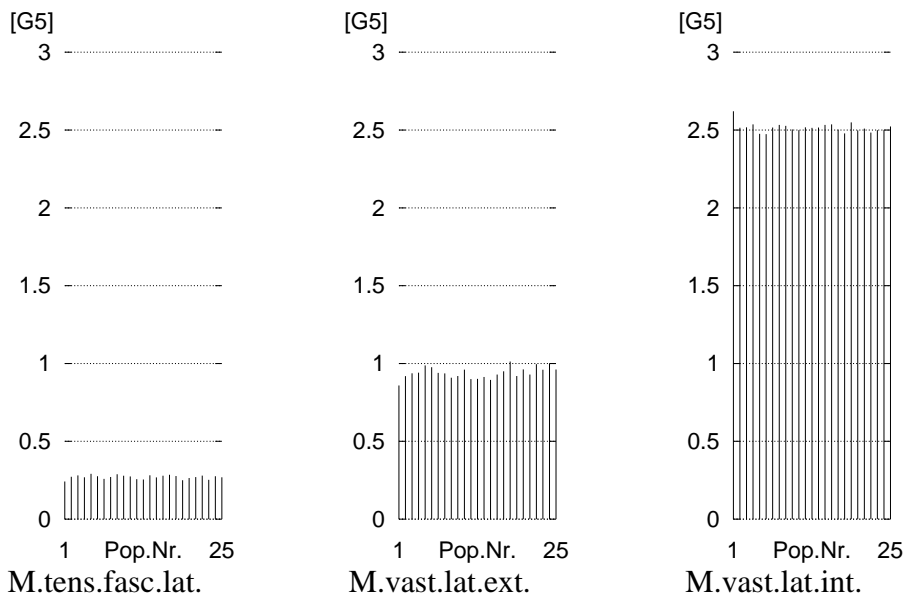


Abbildung 47: Muskelkräfte in Einheiten von  $[G_5]$  im Ergebnis der verschiedenen Populationen 1 – 25.

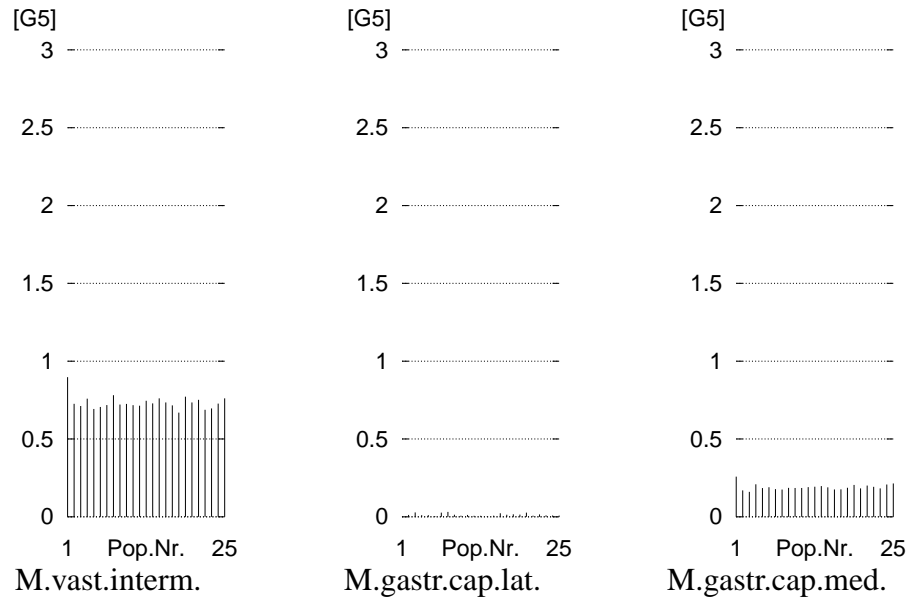


Abbildung 48: Muskelkräfte in Einheiten von  $[G_5]$  im Ergebnis der verschiedenen Populationen 1 – 25.

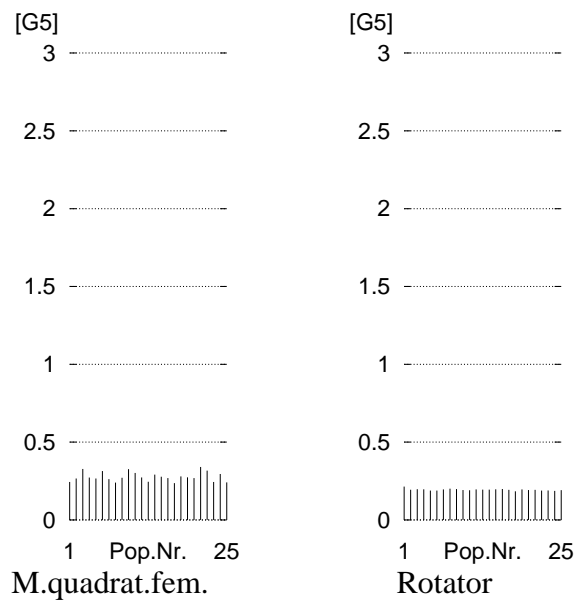


Abbildung 49: Muskelkräfte der im Modell enthaltenen Rotatoren in Einheiten von  $[G_5]$  im Ergebnis der verschiedenen Populationen 1 – 25.

## A Skelettrekonstruktion und Modellierung im Computer

Die in Kapitel 2.5 gezeigten Muskelverläufe wurden mit einem eigens für diese Arbeit entwickelten Computerprogramm, dem Muskeleditor, modelliert. Der Muskeleditor erlaubt die interaktive Eingabe der Muskelverläufe an einem realistisch dargestellten, naturgetreuen Becken–Bein–Skelett eines Menschen. Das Skelett und die eingegebene Muskulatur kann am Bildschirm beliebig gedreht und vergrößert bzw. verkleinert werden. Auf diese Weise kann der Verlauf einzelner Muskeln sehr gut mit Anatomiebüchern abgeglichen werden. Der Muskeleditor liefert die dreidimensionalen Koordinaten der Muskelzugfäden für die mathematische Modellierung.

Das im Muskeleditor verwendete Skelett wurde aus einem authentischen, dreidimensionalen computertomographischen Bilddatensatz eines menschlichen Individuums rekonstruiert. Zur Bildbearbeitung des Datensatzes wurde zusammen mit Volker Pussel ein weiteres Computerprogramm, der Segmenteditor, angefertigt. Der Segmenteditor erlaubt die Segmentierung der Bilddaten, d. h. die gezielte Zuordnung von Bildteilflächen und deren Begrenzungslinien zu bestimmten Knochen bzw. Körpersegmenten. Die aus der Bildsegmentierung gewonnenen Daten der einzelnen Segmente werden anschließend durch sog. Triangulieren zu computergraphisch darstellbaren Knochenoberflächen zusammengefügt und im Muskeleditor dargestellt.

Zur Vermessung der Geometrie des Femur und zur Bestimmung des Femurkopfmittelpunktes als Drehpunkt des Hüftgelenks wurde zusammen mit Volker Pussel ein weiteres Programm, der sog. Anthropometriegenerator, entwickelt.

Dieses Kapitel beschreibt die einzelnen Schritte zur Rekonstruktion des menschlichen Skeletts im Computer. Ferner werden die antropometrischen (geometrischen) Daten des dem Modell zugrundeliegenden Femur aufgeführt.

### A.1 Bildgebendes Verfahren

Als bildgebendes Verfahren zur Erzeugung des dreidimensionalen Datensatzes wurde die mit Röntgenstrahlen arbeitende Computertomographie (CT) verwendet. Ein anderes bildgebendes Verfahren aus der medizinischen Diagnostik ist die Kernspintomographie, die auf dem Prinzip der Nuclear Magnetic Resonance (NMR) beruht. Beide Verfahren erzeugen Schnittbilder des abgebildeten Körpers und kamen damit als Datenquelle für die vorliegende Arbeit grundsätzlich in Betracht. Die Computertomographie wurde aus folgendem Grund vorgezogen: Die mit der Kernspintomographie erzeugten Bilder weisen starke, inhomogene und anisotrope geometrische Verzerrungen auf. Gleiches gilt für die Korrelation zwischen der Materialeigenschaft des untersuchten Körpers und der Bildschwärzung: Auch diese ist inhomogen und anisotrop. Dieser Sachverhalt stört dann nicht, wenn die Bilder nur qualitativ ausgewertet werden sollen. In der vorliegenden Arbeit war jedoch die möglichst genaue Rekonstruktion der Skelettgeometrie erforderlich. Ferner sollte derselbe Datensatz in der Arbeit von Volker Pussel zur Erstellung eines Finite–Elemente–Modells dienen, in der die mechanischen Eigenschaften der Knochen aus der Bildschwärzung errechnet wurden [Pussel, 94].

#### A.1.1 Aufbau des Computertomographen

Der Computertomograph besteht aus einer sich um  $360^\circ$  drehenden Röntgenquelle mit gegenüberliegenden, sich mitdrehenden Detektoren, einem Auflagetisch für den Patienten, einer Bedienkonsole mit Grafikbildschirm sowie einem eigenen Rechner mit daran angeschlossener Belichtungsanlage für Filme. Der schematische Aufbau einer Meßapparatur ist in den

Abbildungen 50 und 51 dargestellt.

Für jedes Schnittbild nimmt die Röntgenapparatur in einer vollständigen Umkreisung des Objektes dessen Absorption von Röntgenstrahlen als winkelabhängige Projektion auf. Die Absorption der Strahlung ist proportional zur Mineraldichte des Objektes. Nach einer Umkreisung wird die Tischposition um den zu erzielenden Schnittabstand verändert und es wird ein weiteres Schnittbild aufgenommen. Die durch die Röntgenapparatur gemessenen Projektionen werden als sog. Primärdatensatz abgespeichert. Aus diesem Primärdatensatz rekonstruiert der CT-Rechner die Schnittbilder und zeigt sie auf seiner Grafikkonsole an. Wahlweise können die Bilder auf Filmmaterial über einen Fotobelichter ausgegeben oder zur elektronischen Weiterverarbeitung auf Magnetband abgespeichert werden. Die Rekonstruktion der

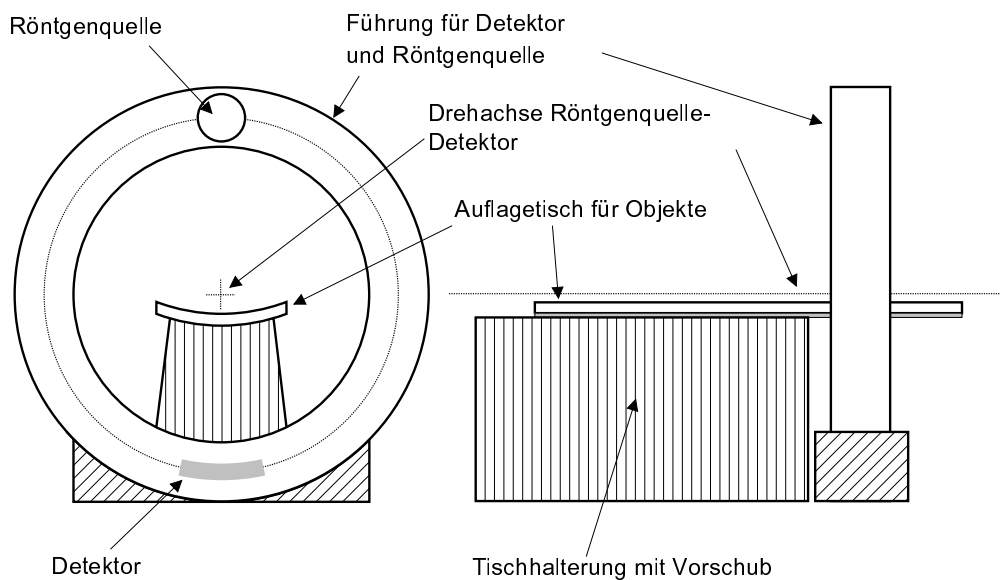


Abbildung 50: Schematischer Aufbau der Meßapparatur des Computertomographen in der Ansicht von vorne (linke Bildhälfte) und von der Seite (rechte Bildhälfte). Röntgenquelle und Detektor werden gemeinsam gedreht. Der Tischvorschub ist hochpräzise.

Schnittbilder aus den einzelnen Projektionen beruht auf einer zweidimensionalen Fourier-ähnlichen Transformation, die vom CT-Rechner ausgeführt wird. Bei der Rekonstruktion kann man zwischen verschiedenen Verfahren wählen, die sich jeweils im Bildrauschen und im Kontrast unterscheiden. Steigender Kontrast ist dabei stets mit steigendem Bildrauschen verbunden. Während für die Diagnostik der gute Kontrast wichtig ist und das damit verbundene Rauschen kaum stört, ist für die vorliegende Arbeit das Gegenteil der Fall: Minimales Bildrauschen ist für die anschließende Bildsegmentierung wesentlich wichtiger als guter Kontrast. Die Bildrekonstruktion wurde deshalb mit der Option "minimales Rauschen bei schlechtem Kontrast" ausgeführt und auf einem Magnetband zur elektronischen Weiterverarbeitung abgespeichert. Die Theorie der Bildrekonstruktion aus Projektionen ist z. B. in [Pavlidis, 90] kurz vorgestellt und kann dort nachgelesen werden.

### A.1.2 Eigenschaften der Schnittbilder

Ein Datensatz besteht aus einem Stapel paralleler Schnittbilder. Drei CT-Schnittbilder sind in Abbildung 52 dargestellt. Jedes Schnittbild besteht aus  $512 \times 512$  Pixeln. Jedes Pixel besteht



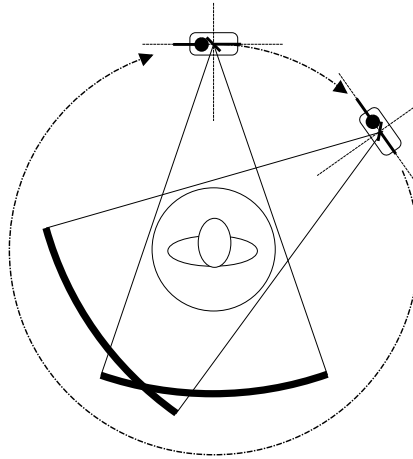


Abbildung 51: Aufzeichnung der Projektionen im CT-Gerät durch Rotieren der Röntgenröhre und des Fächerdetektors. Der Kreis in der Mitte ist die von allen Projektionen überdeckte Fläche. Vom CT-Rechner werden Schnittbilder der darin befindlichen Objekte aus den Projektionen rekonstruiert.

aus 12 Bits und repräsentiert damit einen Grauwert, der zwischen 0 (dunkel = keine Absorption) und 4095 (hell = maximale Absorption) liegt und insgesamt  $2^{12} = 4096$  Abstufungen besitzt. Der Grauwert  $\rho_{Obj}$  eines Pixels ist um 1024 größer als sein sog. CT-Wert  $CT_{Obj}$ :

$$CT_{Obj} = \rho_{Obj} - 1024$$

Der CT-Wert bezieht sich auf die Absorption  $\mu_{Wasser}$  von Wasser und wird in Einheiten von [1 HU], einer Hounsfield-Unit, angegeben. Der Absorptionskoeffizient eines Objekts  $\mu_{Obj}$  korreliert mit seinem CT-Wert  $CT_{Obj}$  in Einheiten von [HU] wie folgt:

$$CT_{Obj} = \frac{\mu_{Obj} - \mu_{Wasser}}{\mu_{Wasser}} \times 1000$$

Die Gleichung ist in Abbildung 53 grafisch dargestellt. Die Absorption von Knochen liegt im Bereich von etwa 50 bis 3000 HU und ist proportional zu seinem Mineralgehalt. Die Bildrekonstruktion des CT-Rechners führt ein rechtwinkliges, räumliches Koordinatensystem ein, in dem der parallele Stapel von Schnittbildern normal zur  $z$ -Achse ausgerichtet ist. Jedes Schnittbild liegt damit in einer  $x, y$ -Ebene dieses Koordinatensystems. Die Ausschnittsvergrößerung und der Pixelabstand der Schnittbilder sind bei der Bildrekonstruktion einstellbare Parameter.

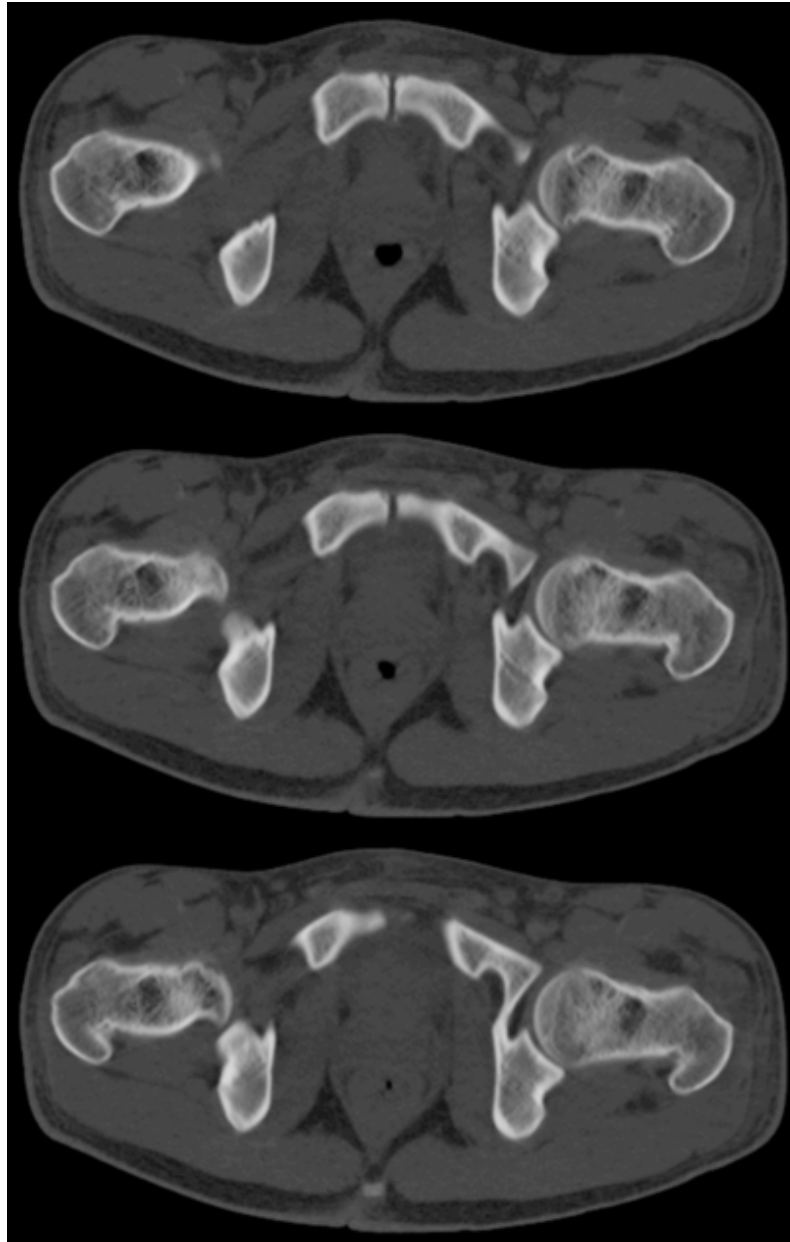


Abbildung 52: Drei CT-Schnittbilder im Bereich des menschlichen Beckens. Die Schnitte liegen parallel im Abstand von 2 mm. Orte höchster Absorption sind weiß (Knochen), Orte geringster Absorption sind schwarz (Luft). Durch viele parallele Schnittbilder entsteht ein räumlicher Datensatz des untersuchten Objektes.

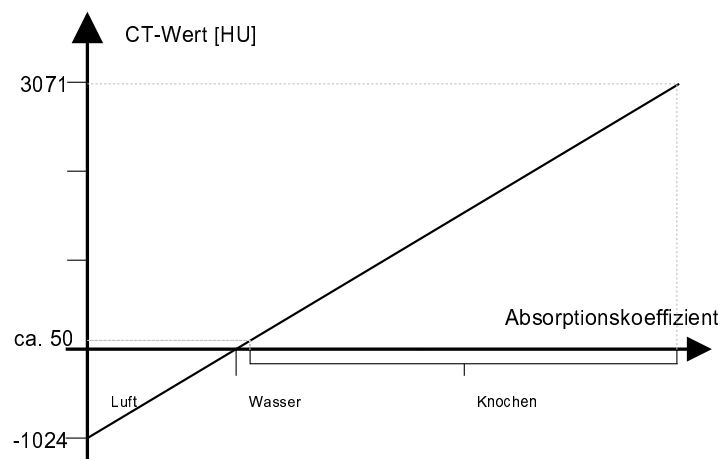


Abbildung 53: CT-Werteskala

## A.2 Bildsegmentierung

Um die mit der Computertomographie untersuchten Objekte im Computer zu rekonstruieren, müssen alle Pixel in den Schnittbildern, die zum untersuchten Objekt gehören, dem Objekt auch tatsächlich zugeordnet werden. Es muß ermittelt werden, welches Pixel welchem Objekt angehört und umgekehrt, aus welchen Pixeln welches Objekt “besteht”. Diesen Vorgang nennt man Bildsegmentierung.

Von besonderem Interesse bei der Bildsegmentierung sind die im Schnittbild als Linien auftretenden Grenzflächen zwischen zwei benachbarten Objekten. Sie haben nämlich folgende Eigenschaft: Die mineralische Dichte innerhalb eines jeden Objekts ist eine stetige Funktion. Wandert man in Gedanken innerhalb eines Objektes einen beliebigen Weg entlang, ändert sich die mineralische Dichte längs des Weges immer stetig. Verläßt man das Objekt, indem man die Grenzfläche bzw. –linie durchstößt und das Nachbarobjekt betritt, erfährt die Dichte — durch den “Objektwechsel” bedingt — an der Grenzfläche bzw. –linie einen Sprung. Dieser Dichtesprung wird durch den Computertomographen in den Schnittbildern wiedergegeben. Damit lassen sich in den Schnittbildern die Grenzlinien über die Auswertung des Dichtesprungs auffinden. In einem Schnittbild ist die Grenzlinie dargestellt durch eine geordnete Menge jeweils benachbarter Pixel, die es aufzufinden gilt. Die geordnete Menge von Pixeln stellt einen ebenen Polygonzug bzw. im Fall einer geschlossenen Grenzlinie einen geschlossenen, ebenen Polygonzug dar. Bei passendem Bildausschnitt sind die Grenzlinien immer geschlossen. Die Grenzlinie wird wegen des vorhandenen Dichtesprungs auch als Kante bezeichnet, das Auffinden der Grenzlinien heißt dementsprechend Kantenfindung.

Da das hier vorgestellte Verfahren zur Kantenfindung eine dem voraussichtlichen Verlauf der Kante ähnliche, geordnete Menge an benachbarten Pixeln voraussetzt, wird zunächst ein Schwellwertkonturfinder vorgestellt.

### A.2.1 Konturfindung entlang eines Schwellwertes

Eine Kontur ist eine geordnete Menge von benachbarten Pixeln, die einen geschlossenen Weg entlang einer vorgegebenen Grauwertschwelle nachzeichnet. Die Kontur ist ebenfalls ein geschlossener, ebener Polygonzug. Das Konturpolygon muß nicht mit der Kante übereinstimmen, da die Kontur über die Grauwertschwelle und nicht über den Dichtesprung definiert ist. Der Dichtesprung ist unabhängig von irgendeiner Grauwertschwelle und muß daher nicht mit der Kontur irgendeiner Grauwertschwelle zusammenfallen. Die Konturfindung alleine ist also zur verlässlichen und reproduzierbaren Segmentierung von CT-Bildern ungeeignet.

Der zur Konturfindung implementierte Algorithmus ist aus [Pavlidis, 90] entnommen. Das zu bearbeitende Bild wird vom Algorithmus binär ausgelesen: Pixel mit Grauwerten höher als eine vorgegebene Schwelle sind weiß, alle anderen Pixel sind schwarz (ein binäres Bild eines Femurschnittes ist in Abbildung 61 unten rechts dargestellt). Anschließend wird der Algorithmus gestartet. Er markiert alle Pixel, die das weiße Gebiet begrenzen. Die Pixel werden in der Reihenfolge des Weges der Konturfindung geordnet in einem Polygon abgelegt. Damit ist eine vektorielle Kontur gefunden. Eine gefundene Kontur wird in Abbildung 54 dargestellt.

Bei der Bildsegmentierung dient die Kontur nur als ungefährender Umriß des Objektes. Die eigentliche Kante des Objekts wird über den Dichtesprung ermittelt, der unabhängig vom Grauwert der betreffenden Pixel (d. h. ohne Schwellwertvorgabe) vorgegeben ist. Da die durch Konturen umschlossenen Flächen häufig einen sehr zerklüfteten Rand aufweisen, wird zunächst ein Verfahren zur Glättung der Polygonzüge beschrieben.

### A.2.2 Glätten von Polygonen

Die Konturen werden durch lokale Mittelwertbildung über  $2l$  Nachbarpunkte eines jeden Pixels geglättet. Die geordnete Menge der einzelnen Pixel  $\vec{x}_j = (x_j, y_j)$  wird umgeformt und es entsteht eine neue geordnete Menge von Pixeln  $\vec{x}'_i$ :

$$\vec{x}'_i = \frac{1}{2l+1} \sum_{j=i-l}^{i+l} \vec{x}_j$$

Da die Koordinaten von Pixeln stets ganzzahlig sind, impliziert die vorstehende Gleichung impliziert eine Rundung auf Ganzzahlen nach der Mittelwertbildung. Bedingt durch diese Rundung verändert der Glättungsvorgang eine Pixelposition nicht mehr, wenn die Differenz zwischen der tatsächlichen Pixelposition und dem Mittelwert seiner  $2l$  Nachbarn geringer ist als ein halber Pixelabstand. Die Abbildung 54 zeigt das Ergebnis einer Konturfindung und einer mehrfachen Glättung.

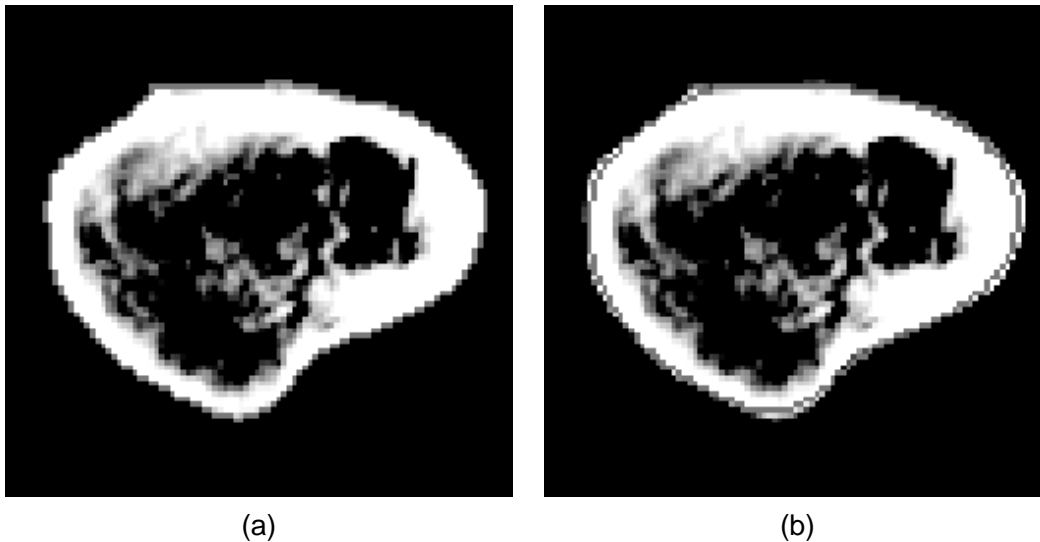


Abbildung 54: (a) zeigt das Ergebnis des Konturfinders im Bildausschnitt aus Abb. 61, (b) zeigt die mehrfach geglättete Kontur.

### A.2.3 Außerkante der Knochen

Zur Auffindung der Außerkante der Knochen wird ein Verfahren vorgestellt, das von [Heitz, 92] bei Siemens implementiert worden ist.

Das Verfahren beruht darauf, längs eines vorgegebenen, geschlossenen Weges um das Objekt herum senkrecht zum Weg (in das Objekt hinein) nach Pixeln mit einem Dichtesprung, d. h. verschwindender zweiter Ableitung des Grauwerts zu suchen. Die Voraussetzung zur Anwendung dieses Verfahrens ist allerdings ein bereits vorgegebener, geschlossener Weg um das Objekt herum. Dieser Weg kann entweder manuell mit der Maus eingegeben worden sein, oder er kann durch den Schwellwertkonturfinder erzeugt worden sein, oder er kann das Ergebnis eines zuvor durchgelaufenen Kantenfinders sein.

Es wird dazu entlang des vorgegebenen Weges in festen Abständen jeweils die Tangente konstruiert. Senkrecht zur Tangente wird ein Bildstreifen von außen in das Objektinnere

zeigend ausgeschnitten, dessen Grauwerte in Tangentenrichtung gemittelt werden. Die Mittelung unterdrückt Rauscheffekte. Der Bildstreifen wird damit zu einem von außen in das Objekt hinein zeigenden, gemittelten Grauwertprofil. Der Punkt einer Knochenaußenkante ist der Punkt mit Vorzeichenwechsel in der zweiten Ableitung von (+) nach (–) und einer maximalen ersten Ableitung dieses Grauwertprofils, da die Knochendichte höher ist als die Dichte der umliegenden Weichteile. Die Abbildung 55 demonstriert den Vorgang des Kantenfindens an einem Querschnitt des Oberschenkelknochens im Bereich des proximalen Drittels und zeigt das Ergebnis der Kantenfindung in Form einer Außen- und Innenkante. In dieser

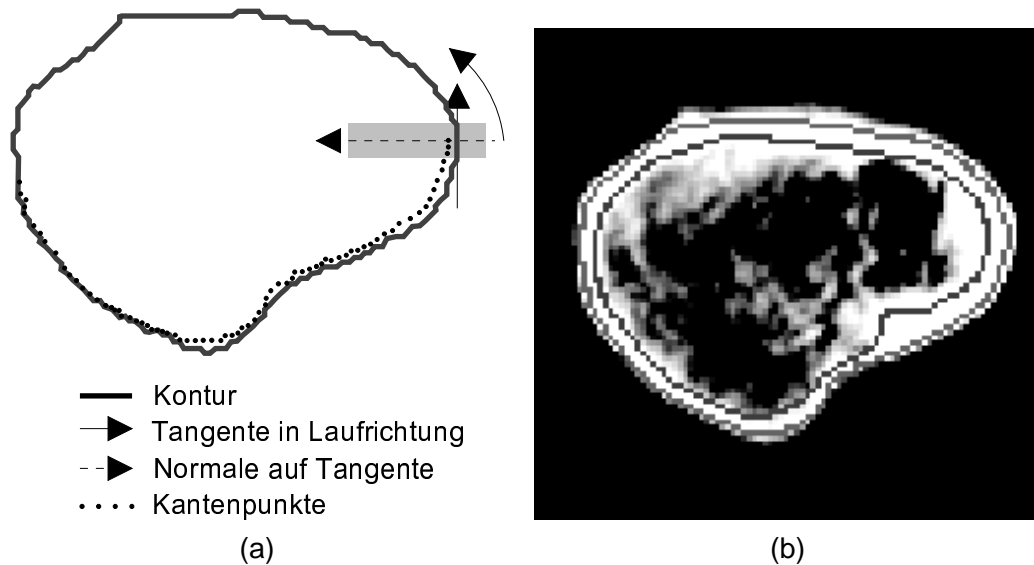


Abbildung 55: **(a)** Kantenfindung der Außenkante. **(b)** Knocheninnen- und -außenkante als Ergebnis der Kantenfindung.

Form werden sämtliche Schnittbilder bearbeitet und es wird für jedes Objekt in jedem Schnitt ein Kantenpolygon verwaltet. Abbildung 56 zeigt die Außenkanten des rechten Oberschenkels einschließlich des Trochanter major aus sämtlichen Schnittbildern des proximalen Drittels. Der Abstand benachbarter Polygone ist durch den Schnittbildabstand der CT-Aufnahmen vorgegeben. Er beträgt im vorliegenden Fall 2 mm im Gelenkbereich, für alle anderen Bereiche beträgt der Abstand 5 mm.

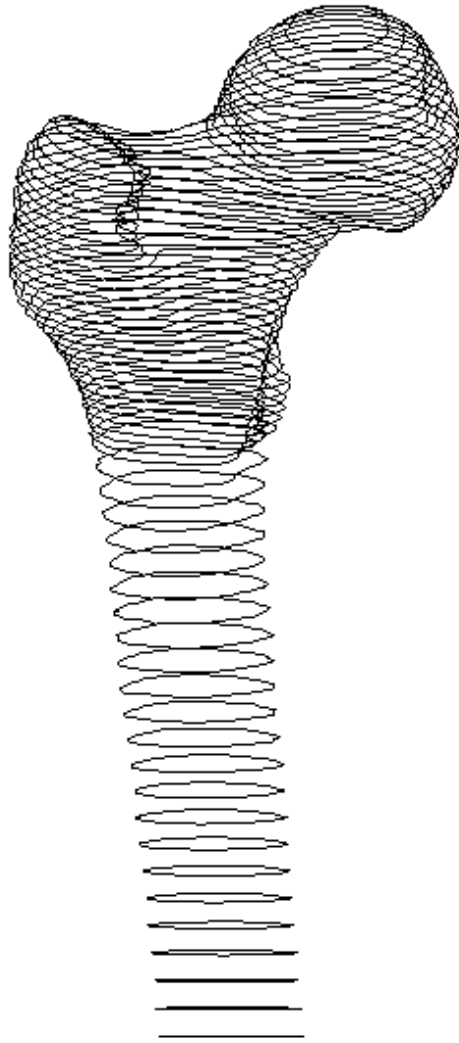


Abbildung 56: Außenkantenpolygone eines rechten Femur in perspektivischer Darstellung in der Ansicht von vorne.

### A.3 Rekonstruktion der Knochenoberflächen

Um aus den ebenen Polygonen der Abbildung 56 die Knochenoberfläche zu rekonstruieren, werden je zwei benachbarte Polygone entlang der gedachten Knochenoberfläche mit Dreiecken lückenlos “verkleidet”, indem die Eckpunkte der Dreiecke in die Stützstellen der Polygone gelegt werden. Man nennt diese Art der Oberflächenrekonstruktion Triangulieren. In Abbildung 57 ist das Prinzip verdeutlicht. Mit Hilfe von im Computer simulierten Lichtquellen und sog. Shading wird anschließend auf dem Bildschirm eine realistische Darstellung der triangulierten Oberflächen, in diesem Fall des Knochens, erzielt. In Abbildung 57 ist nur

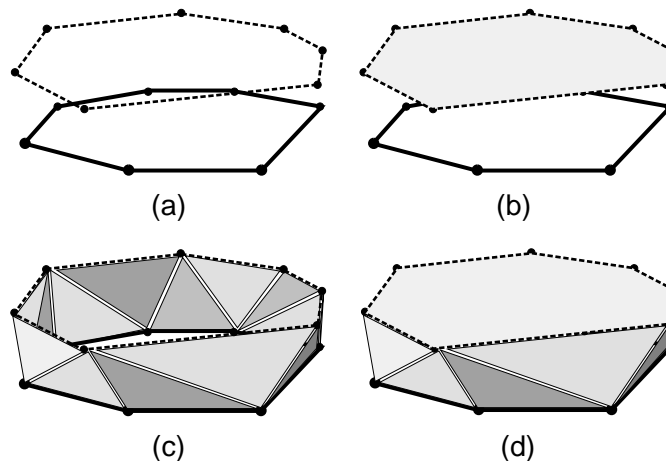


Abbildung 57: Zwei ebene, geschlossene Polygone werden trianguliert. (a) zeigt beide Polygone, in (b) ist das obere Polygon undurchsichtig. In (c) ist eine geschlossene Oberfläche aus Dreiecken eingezeichnet, (d) ist identisch mit (c), jedoch mit undurchsichtigem oberem Polygon. Die unterschiedlichen Graustufen dienen der besseren Unterscheidung der Dreiecke.

eine von vielen Möglichkeiten gezeigt, wie man die Dreiecke zu einer Oberfläche zusammenfügen kann. Verändert man die Konstellation der Dreiecke, verändert sich automatisch auch die entstandene Oberfläche. Auf diese Art läßt sich also eine Vielzahl von verschiedenen Oberflächenvarianten konstruieren. Die Oberflächenvarianten unterscheiden sich neben ihrer Gestalt vor allem durch ihre Größe. Gesucht wird die Triangulierung, deren Oberfläche verglichen mit allen Varianten am kleinsten ist. Diese besteht aus Dreiecken in der Art, daß die Summe der Verbindungsstrecken zwischen beiden Polygonen minimal wird. Es handelt sich also um ein kombinatorisches Optimierungsproblem.

Der hierzu verwendete Algorithmus nach [Christiansen, 86] soll kurz beschrieben werden. Man betrachte dazu zwei ebene und geschlossene Polygone, deren Punkte in gleichem Umlaufsinn durchnummeriert werden. Die Punkte des oberen (top) Polygons werden mit  $T_1 \dots T_n$  bezeichnet, die Punkte des unteren (bottom) Polygons werden mit  $B_1 \dots B_m$  bezeichnet. Es sei  $n > m$ . Der erste Punkt des geschlossenen Polygons ist identisch mit seinem letzten Punkt und es gilt daher  $T_1 \equiv T_{(n+1)}$  sowie  $B_1 \equiv B_{(m+1)}$ .

Man beginnt nun, die Polygone zu verbinden, indem man einen festen Punkt des oberen Polygons  $T_1$  mit zunächst einem Punkt des unteren Polygons  $B_j$  verbindet und so einen Startwert definiert. Für diesen Startwert  $(T_1, B_j)$  wird diejenige Triangulierung gesucht, die die kürzeste Verbindungslänge für den Startwert darstellt. Für einen anderen Startwert, der durch die Verwendung eines anderen unteren Punktes entsteht, ist dies eine andere Triangulierung mit einer anderen Verbindungslänge. Nachdem man alle möglichen Startwerte auf ihre



kürzeste Verbindungslänge untersucht hat, läßt sich derjenige Startwert herausfinden, der die kürzeste Verbindungslänge ermöglicht und so den gestellten Anforderungen gerecht wird. Bei der oben eingeführten Nomenklatur sind also  $m$  mit  $n > m$  Startwerte zu untersuchen.

Es ist programmtechnisch praktisch, wenn als Nebenprodukt bei der Berechnung der Verbindungslänge gleich eine Triangulierungsvorschrift herauskommt. Dieser angenehme Nebeneffekt ist gewährleistet durch die Verwendung zweier  $(n + 1) \times (m + 1)$  Matrizen: Der Total Distance Matrix  $D_{ij}$ , die zur Berechnung der kürzesten Verbindungslänge bei vorgegebenem Startwert dient, und der Path Memory Matrix  $M_{ij}$ , aus der sich diejenige Triangulierung auslesen läßt, die für einen Startwert die kürzeste Verbindungslänge ergibt. Man errechnet also für jeden möglichen Startwert die Total Distance Matrix. Ist die Verbindungslänge kürzer als die kürzeste aller zuvor untersuchten Startwerte, wird aus der Total Distance Matrix die Path Memory Matrix konstruiert und zusammen mit der Verbindungslänge zum weiteren Vergleich gespeichert. Nach der Untersuchung aller Startwerte enthält die gespeicherte Path Memory Matrix die durchzuführende Triangulierung.

Beide Matrizen repräsentieren mit ihrem Zeilenindex die Punkte des oberen Polygons, dessen Index mit  $i$  bezeichnet wird, und mit ihrem Spaltenindex die Punkte des unteren Polygons, dessen Index mit  $j$  bezeichnet wird. Die Definition der Total Distance Matrix wird nachfolgend exemplarisch für den Startwert  $(T_1, B_1)$  angegeben. Für andere Startwerte erfolgt die Definition mit entsprechend anderen Indexpaaren.

$$\begin{aligned} D_{1,1} &= |\overline{T_1 B_1}| \\ D_{1,j} &= |\overline{T_1 B_j}| + D_{1,j-1} \\ D_{i,1} &= |\overline{T_i B_1}| + D_{i-1,1} \\ D_{i,j} &= \begin{cases} |\overline{T_i B_j}| + D_{i-1,j} & : D_{i-1,j} < D_{i,j-1} \\ |\overline{T_i B_j}| + D_{i,j-1} & : D_{i-1,j} \geq D_{i,j-1} \end{cases} \end{aligned}$$

Der erste Wert  $D_{1,1}$  der Matrix ist der Abstand des Startwertes. Die Spalten der ersten Zeile enthalten die Verbindungslängen für Dreiecke, die vom Startpunkt des oberen Polygons zu jedem weiteren Punkt des unteren Polygons führen. Die Zeilen der ersten Spalte enthalten das gleiche, nur ausgehend vom unteren Polygon. Beides ist in Abbildung 58 (b) und (c) dargestellt. Aufgrund der Fallunterscheidung bei der Errechnung aller übrigen Matrixelemente steht im Element unten rechts dann die kürzeste Verbindung der vorgegebenen Startkonfiguration.

Die Path Memory Matrix konstruiert sich aus der Total Distance Matrix wie folgt:

$$\begin{aligned} M_{1,1} &= 0 \\ M_{i,1} &= 0 \\ M_{1,j} &= 1 \\ M_{i,j} &= \begin{cases} 0 & : D_{i-1,j} < D_{i,j-1} \\ 1 & : D_{i-1,j} \geq D_{i,j-1} \end{cases} \end{aligned}$$

Ausgelesen wird die Path Memory Matrix nach folgendem Schema: Man beginnt im Feld unten rechts. Der Inhalt des Feldes enthält die Entscheidung, welches Feld als nächstes zu betreten ist. Im Falle einer 0 geht man nach oben, im Falle einer 1 geht man nach links. Man endet im Feld oben links. Alle durchlaufenen Felder stehen je für eine vorzunehmende Verbindung des oberen mit dem unteren Polygon: Es sind dies die Punktepaare mit dem korrespondierenden Zeilenindex des Feldes für den Punkt im oberen Polygon und dem Spaltenindex für den Punkt im unteren Polygon. Dies ist in der Abbildung 59 demonstriert.

In der eben beschriebenen Art werden alle Oberflächen zwischen je zwei benachbarten Polygonen konstruiert. Abschlüsse von Knochen sowie Verzweigungen werden nicht geson-

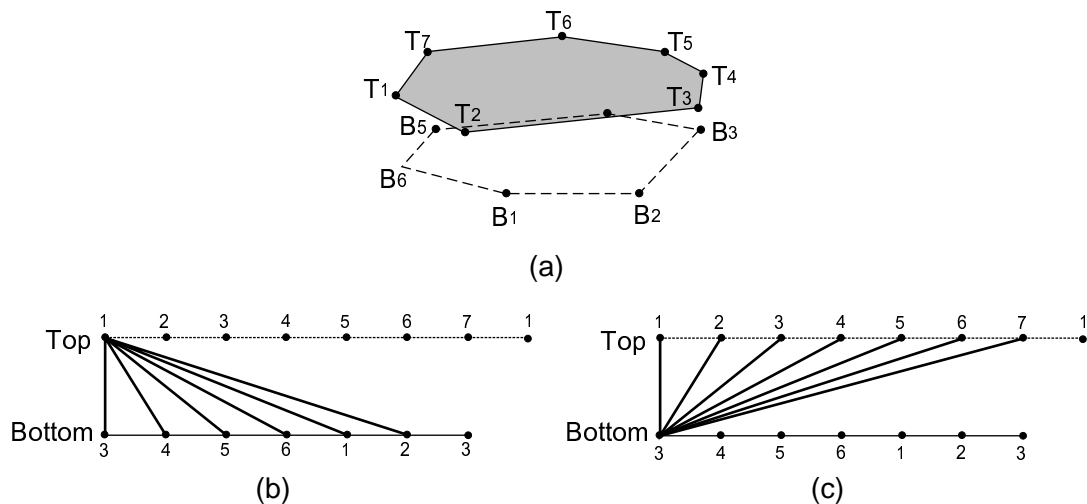


Abbildung 58: Zwei ebene, geschlossene Polygone sollen trianguliert werden. (a) zeigt die Lage der Punkte des oberen Polygons  $T_1 \dots T_7$  und des unteren Polygons  $B_1 \dots B_6$ . (b) und (c) zeigen eine schematische Darstellung der Polygonpunkte als Arrays. Es sind die Verbindungen der ersten Zeile (b) und der ersten Spalte (c) der Total Distance Matrix  $D$  zum Startwert  $(T_1, B_3)$  eingezeichnet.

dert behandelt. Dies hat kleine kosmetische Fehler der Objekte bei der graphischen Anzeige zur Folge: Die Knochenenden sind offen und Verzweigungen erscheinen wie ein mit der Kreissäge durchtrennter Knochen, der anschließend lose aufgesetzt worden ist, worüber man leicht hinwegsieht.

### A.3.1 Darstellung der Oberflächen: Shading

Zur räumlichen Darstellung der Dreiecksflächen unter dem Einfluß simulierter Lichtquellen im Computer wird die Technik des sog. Shading verwendet. Dieses Verfahren wird von den verfügbaren Rechnern unterstützt und ist schnell genug, um die Modelle am Bildschirm zu bewegen und interaktiv damit zu arbeiten. Das Shading weist jedem Pixel einer Oberfläche einen Farbwert zu, den es aus der Orientierung einer Flächennormale zu einer simulierten Lichtquelle berechnet.

Dabei gibt es die Variante des sog. Flat Shading, bei der allen Pixeln derselben Dreiecksfläche die Flächennormale des Dreiecks zugewiesen wird. Die entsprechenden Oberflächen erscheinen facettenartig. Eine andere Variante ist das sog. Gouraud Shading. Dabei erhält jeder Eckpunkt der Dreiecke eine eigene Normale zugewiesen. Die Flächennormale eines jeden Pixels auf einer Dreiecksfläche wird aus den Normalen der die Fläche begrenzenden Eckpunkte interpoliert. Die Oberfläche erscheint damit glatt und sehr realistisch. Die Abbildungen aus Kapitel 2.5 sind mit Gouraud Shading dargestellt.

Da jedoch Punkte keine definierte Normale besitzen, muß die einem Eckpunkt zugewiesene Normale aus den Normalen aller angrenzenden Dreiecksflächen gemittelt werden. Dabei ist jeder Eckpunkt Bestandteil einer bestimmten Anzahl  $k$  von an ihn angrenzenden Dreiecken. Würde man nun alle Dreiecksnormalen mitteln, würde die resultierende Normale  $\vec{N}$  großflächig in ihn einmündende Dreiecke ebenso stark bewerten wie ganz spitz zulaufende Dreiecke. Um dies zu verhindern, wird die Flächennormale  $\vec{n}_i$  eines Dreiecks  $i$  mit dem Öff-

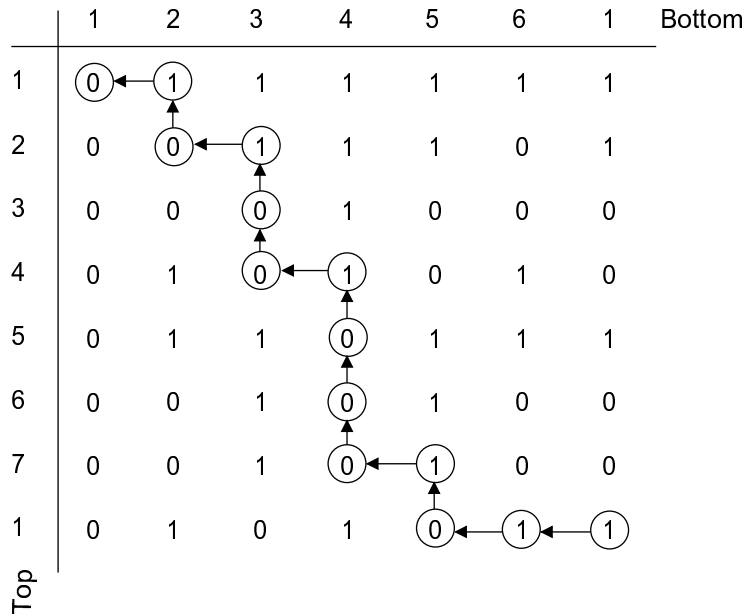


Abbildung 59: Auslesen der vorzunehmenden Triangulierung aus einer willkürlichen Path Memory Matrix. Sie ergibt die Verbindungen  $T_1B_1, T_1B_6, T_1B_5, T_7B_5, T_7B_4, T_6B_4, T_5B_4, T_4B_4, T_4B_3, T_3B_3, T_2B_3, T_2B_2, T_1B_2$ . Für andere Startwerte verändert sich Zeilen- und Spaltenindex sinngemäß.

nungswinkel des Dreiecks  $\varphi_i$  im betreffenden Punkt gewichtet.

$$\vec{N} = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \varphi_j} \sum_{i=1}^k \varphi_i \vec{n}_i$$

### A.4 Betrachten der Schnittbilder

Während der Muskelmodellierung war es hin und wieder notwendig, die Schnittbilder nach bestimmten Muskelverläufen abzusuchen. Dazu wurde im Segmenteditor eine Bildbearbeitung programmiert, wie sie auch in den CT-Rechnern auf der Grafikkonsole vorhanden ist. Die Bildbearbeitung ist notwendig, da weder das menschliche Auge noch der Grafikbildschirm des Computers gleichzeitig alle 4096 Grauwertstufen eines Schnittbildes wahrnehmen bzw. darstellen kann. Dem Betrachter ist also nicht alle Bildinformation auf einen Blick zugänglich. Da auf guten Bildschirmen nur etwa 100 verschiedene Graustufen gleichzeitig dargestellt werden können, wurden die 4096 Graustufen zur Anzeige und Auswertung der Schnittbilder auf 64 Helligkeitsstufen abgebildet (Die Zahl 64 hat EDV-technische Gründe).

Durch Verwendung verschiedener Abbildungsfunktionen ist dem Betrachter sukzessive die ganze Bildinformation zugänglich. Da die Röntgenabsorption von Knochen und Weichteilen unterschiedlich ist, läßt sich die Abbildungsfunktion z. B. dazu verwenden, die Muskulatur in den Schnittbildern besonders hervorzuheben. Die Umsetzung der Grauwerte erfolgt mit einer linearen Funktion wie sie in Abbildung 60 gezeigt wird. Die zur Umsetzung verwendeten Parameter sind Schwellwert  $T$  und Fensterbreite  $W$ . Das im CT-Rechner von Siemens implementierte Programm verwendet alternativ zum Schwellwert das Zentrum  $C$  des Fensters.

Die Auswirkung verschiedener Parametereinstellungen wird in Abbildung 61 veranschau-

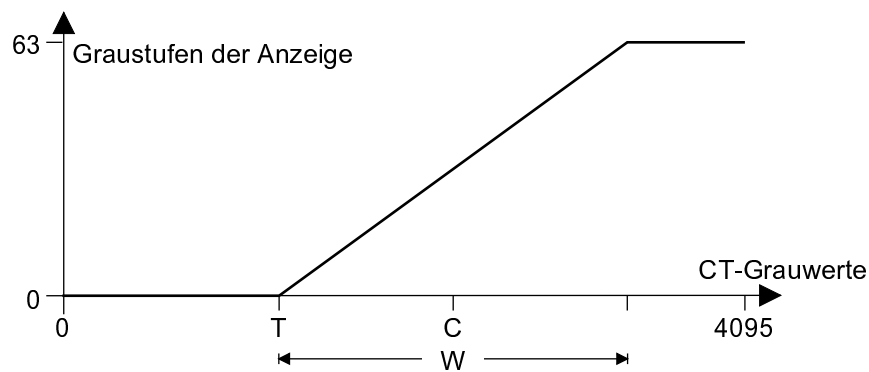
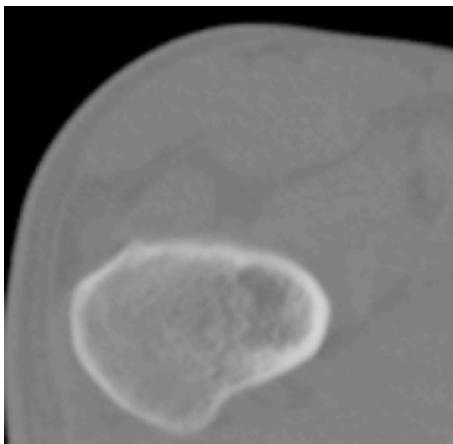
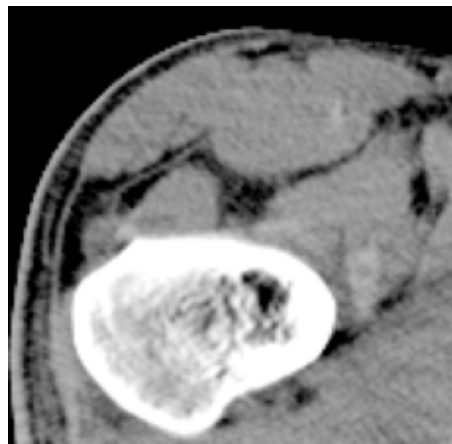


Abbildung 60: Die 4096 verschiedenen CT-Grauwerte werden auf 64 Graustufen zur Anzeige umgesetzt. Die Parameter sind der Schwellwert  $T$  oder die Fenstermitte  $C$  und die Fensterbreite  $W$ . Niedrige Grauwerte und Graustufen repräsentieren 'dunkel', große Zahlenwerte repräsentieren 'hell'.

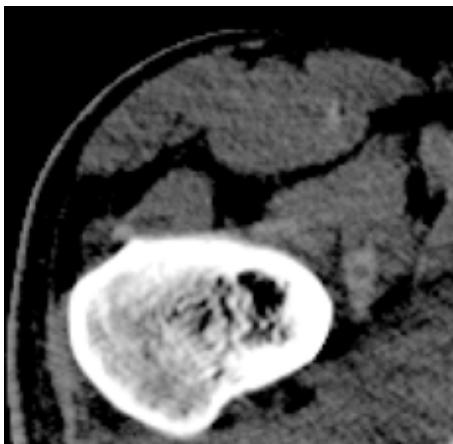
licht. Durch Variation der Parameter läßt sich die auf die jeweilige Fragestellung am besten angepaßte Darstellung des Bildes erzielen. So wird man bei rein den Knochenbau betreffenden Fragestellungen die Weichteile ausblenden, um die Knochen mit ausreichender Grauwertdynamik darstellen zu können. Interessiert hingegen der Verlauf einzelner Muskeln oder Bänder, so werden die Einstellungen so gewählt, daß die Fenstermitte und die Fensterbreite genau im Bereich der für die Weichteile charakteristischen Grauwerte liegt.



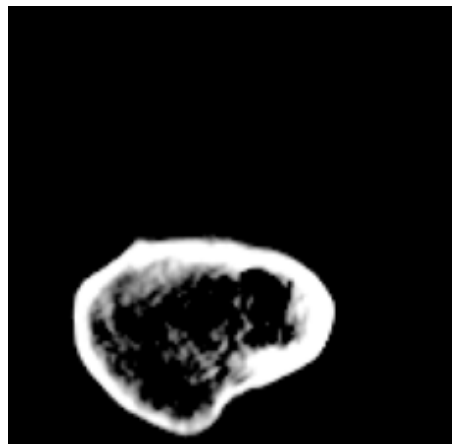
T = 0, W = 4096



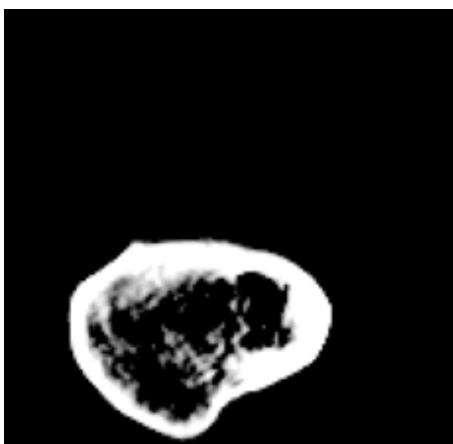
T = 972, W = 396



T = 1020, W = 396



T = 1201, W = 396



T = 1201, W = 215



T = 1201, W = 1

Abbildung 61: Schnittbild durch das Femur im Bereich des proximalen Drittels in verschiedenen Grauwertumsetzungen. Die Parameter sind in Grauwerten angegeben.

## A.5 Anthropometrische Daten des Skeletts

Das rechte Femur des dem Modell zugrundeliegenden menschlichen Körpers wurde mit Hilfe eines eigens dafür erstellten Programms, dem Anthropometriegerator, dreidimensional vermessen. Dies ist in [Pussel, 94] detailliert beschrieben und wird hier der Vollständigkeit wegen zusammenfassend dargestellt.

Der Femurkopfmittelpunkt wurde durch Mittelwertbildung aller den Femurkopf begrenzenden Polygone ermittelt. Die Femurschaftachse ist definiert als eine Regressionsgerade durch die Mittelpunkte der das Femur begrenzenden Polygone im proximalen Drittel des Femur. Die Schenkelhalsachse ist die Regressionsgerade durch die Mittelpunkte der (gekippten und senkrecht auf dieser Achse stehenden) Begrenzungspolygone des Schenkelhalses. Der Femurkopfmittelpunkt liegt auf der Schenkelhalsachse.

Die Schenkelhalsachse und die Femurschaftachse sind windschief, sie besitzen keinen gemeinsamen Punkt. Auf der kürzesten Verbindung zwischen Schenkelhalsachse und Femurschaftachse ist derjenige Punkt als Femurzentrum definiert, der gleichweit von beiden Achsen entfernt ist. Die Länge der Schenkelhalsachse ist der Abstand zwischen Femurkopfmittelpunkt und dem Punkt der kürzesten Verbindung zwischen Schaft- und Schenkelhalsachse, siehe auch Abb. 63.

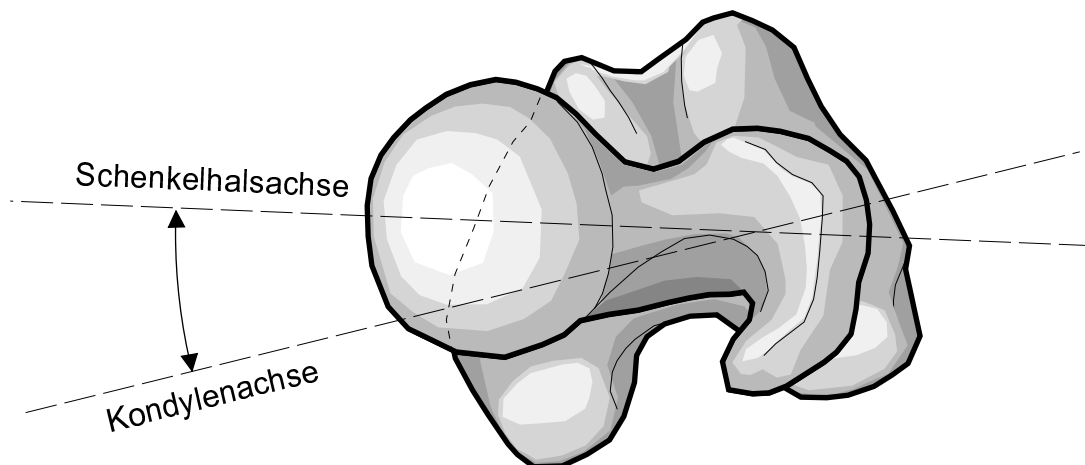


Abbildung 62: Definition des Antetorsionswinkels über die Schenkelhalsachse und die Kondylenachse. Das Bild zeigt das Femur in einer Projektion in die Transversalebene. Vgl. Abb. 74.

Die Kondylenachse verläuft parallel zum dorsalen Kondylenabschluß und parallel zum distalen Abschluß des Femur und enthält den dem Femurzentrum am nächsten liegenden Punkt der Fossa intercondylaris, den Kondylenmittelpunkt. Der Antetorsionswinkel ist der Winkel zwischen Kondylenachse und Schenkelhalsachse in der Ebene, die senkrecht auf der Achse Kondylenmittelpunkt–Femurzentrum steht, siehe dazu auch Abb. 62. Der CCD–Winkel ist der Winkel zwischen Schenkelhalsachse und proximaler Femurschaftachse in der durch beide Achsenrichtungen aufgespannten Ebene, siehe auch Abb. 63. Die Femurachse verbindet das Femurzentrum mit dem Kondylenmittelpunkt.

Es wurden im durch den CT–Scanner vorgegebenen Koordinatensystem (identisch mit dem aus Abb. 3, Frontalebene  $y$  konstant, Sagittalebene  $x$  konstant, Transversalebene  $z$  konstant) folgende Größen ermittelt:

**Schenkelhalsachse**

Länge	43.4 mm
Richtung	(0.7820, 0.0316, -0.6224)

**proximale Schaftachse**

Richtung	(0.0742, 0.1218, 0.9898)
Winkel gegen z-Achse in der Frontalebene	4.28°
Winkel gegen z-Achse in der Sagittalebene	7.02°

**Femurachse: Zentrum-Kondylenmittelpunkt**

Richtung	(-0.06202, -0.03437, 0.99748)
Winkel gegen z-Achse in der Frontalebene	3.56°
Winkel gegen z-Achse in der Sagittalebene	2.00°

**Kondylenachse**

Richtung	(0.9689, -0.2405, 0.0588)
CCD-Winkel in der Ebene Schaftachse-Halsachse	123.65°
Antetorsionwinkel in der Ebene senkrecht zur Femurachse	14.62°

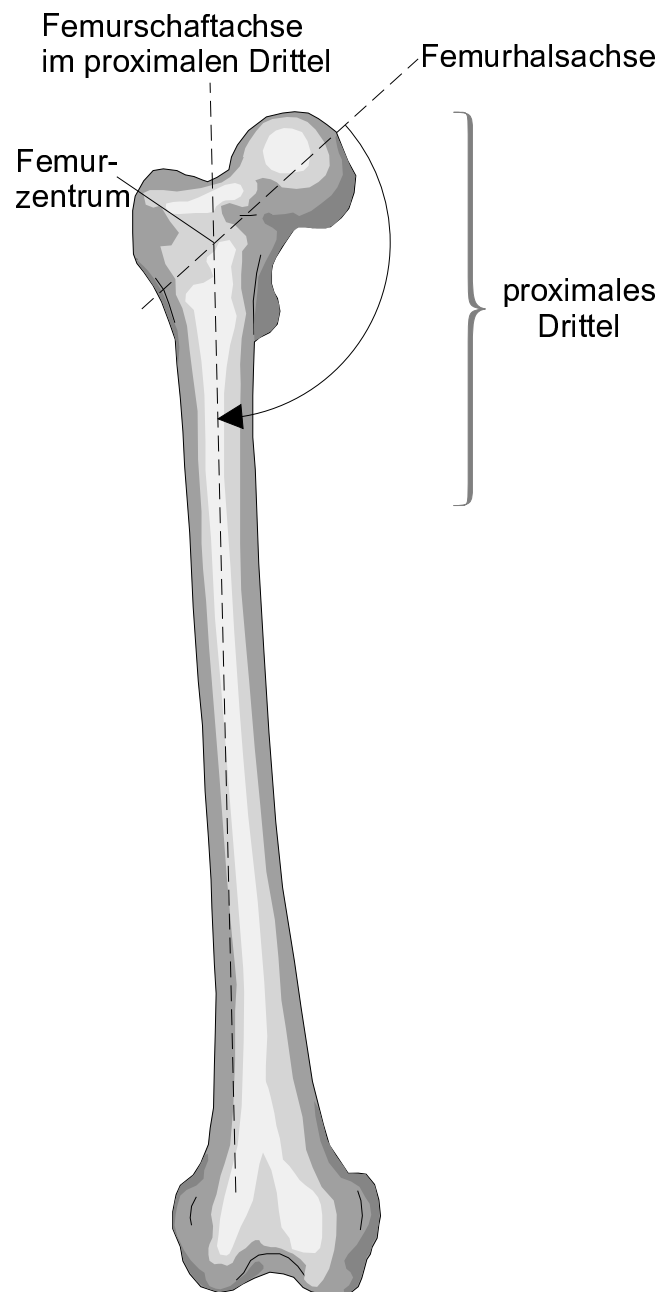


Abbildung 63: Definition des CCD-Winkels über Femurzentrum, Femurhalsachse und proximale Femurschaftachse. Das Bild zeigt das Femur in einer Frontalprojektion, vgl. Abb. 72 und Abb. 73.



## B Grundzüge des Evolutionären Algorithmus

Der Evolutionäre Algorithmus ist ein Optimierungs- und Suchverfahren aus der Klasse der sog. naturanalogen Verfahren. Ein weiterer Vertreter dieser Klasse ist der Genetische Algorithmus, der dem Evolutionären Algorithmus sehr ähnlich ist. Beide Verfahren verwenden zur Suche nach der Lösung eines Problems aus der Natur entlehnte Vorgänge, die auf sehr einfachen Mechanismen und auf der gezielten Verwendung des Zufalls beruhen. Das Funktionsprinzip beider Verfahren ist identisch, läßt sich für den Genetischen Algorithmus jedoch anschaulicher formulieren und darstellen. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel das Funktionsprinzip zumeist an Hand des Genetischen Algorithmus erläutert.

### B.1 Eigenschaften Genetischer und Evolutionärer Algorithmen

Die den Genetischen (und damit auch den Evolutionären) Algorithmen zugrundeliegende Idee wird in [Goldberg, 89] etwa so beschrieben: Das wichtigste Ziel der Optimierung ist die Verbesserung des Bestehenden. Das Erreichen des Optimums bei komplexen Systemen ist weitaus weniger wichtig: “It would be nice to be perfect: meanwhile, we can only strive to improve.”

Genetische und Evolutionäre Algorithmen (GEA) unterscheiden sich in folgender Weise von traditionellen Optimierungsmethoden (siehe dazu auch Abschnitt 3.3.1):

- GEA suchen mit einer ganzen Population von Parametersätzen. Ein Parametersatz wird als Individuum bezeichnet.
- GEA verwenden Fitnessfunktionen. Sie kommen ohne Ableitungen oder sonstiges Wissen über den Konfigurationsraum aus. Die Fitnessfunktion liefert als Fitness eine Maßzahl, die angibt wie gut ein Individuum das gestellte Problem löst.
- Die Verbesserung einer Population von Individuen erfolgt in der Abfolge der Generationen.
- GEA sind nicht deterministisch sondern arbeiten stochastisch mit Hilfe der Mechanismen von selektiver Reproduktion (natürliche Auslese), Crossover (zufälliger Informationsaustausch zwischen einzelnen Individuen) und Mutation (zufällige Veränderung eines Individuums).

### B.2 Unterschied Genetischer und Evolutionärer Algorithmen

Genetische und Evolutionäre Algorithmen unterscheiden sich in der Art, in der ihre Individuen Information speichern. Die im Individuum gespeicherte Information wird in beiden Fällen durch einen Satz von Variablen oder Parametern repräsentiert.

Der Genetische Algorithmus verwendet einen der Genetik entlehnten Mechanismus: Der Zahlenwert eines Parameters wird in Form eines Strings kodiert und gespeichert. Der String besteht aus den Zeichen irgendeines Alphabets. Man bezeichnet den einzelnen Parameter eines Individuums auch als Gen, seine Repräsentation durch den String als Chromosom. Die Kodierungsvorschrift wird als genetischer Code bezeichnet. Der Zahlenwert einer Variablen wird durch den genetischen Code auf die Menge aller kombinatorisch möglichen Konfigurationen des Strings abgebildet und in dieser Form auch gespeichert. Die Variablen eines Individuums sind nicht kontinuierlich veränderlich sondern — je nach Kodierung — in verschiedenen aber endlich vielen Abstufungen.

Im Gegensatz dazu speichert der Evolutionäre Algorithmus den Wert einer Variablen des Individuums als eine Zahl. Damit kann das Individuum des Evolutionären Algorithmus den ganzen Wertebereich seiner Variablen lückenlos annehmen.

Die unterschiedliche Speicherung der Variablen in den Individuen beider Algorithmen ist vergleichbar mit dem Unterschied zwischen analoger und digitaler Speicherung von Zahlenwerten. Der Zahlenwert in analoger Form kann lückenlos jeden Zwischenwert einnehmen. Dies entspricht der Art, wie der Evolutionäre Algorithmus seine Werte speichert. Um einen Zahlenwert in digitale Form umzuwandeln, wird dieser mit Hilfe eines Codes auf einen String der festen Länge  $l$  des binären Alphabets  $\{0, 1\}$  abgebildet. Der String kann damit genau  $2^l$  voneinander verschiedene Zahlenwerte darstellen. Erst die Anwendung des Codes ermöglicht den Zugriff auf den durch den String repräsentierten Zahlenwert. Dies entspricht der Speicherung von Variablen im Genetischen Algorithmus. Die unterschiedliche Speicherung der Variablen wird in Abbildung 64 verdeutlicht.

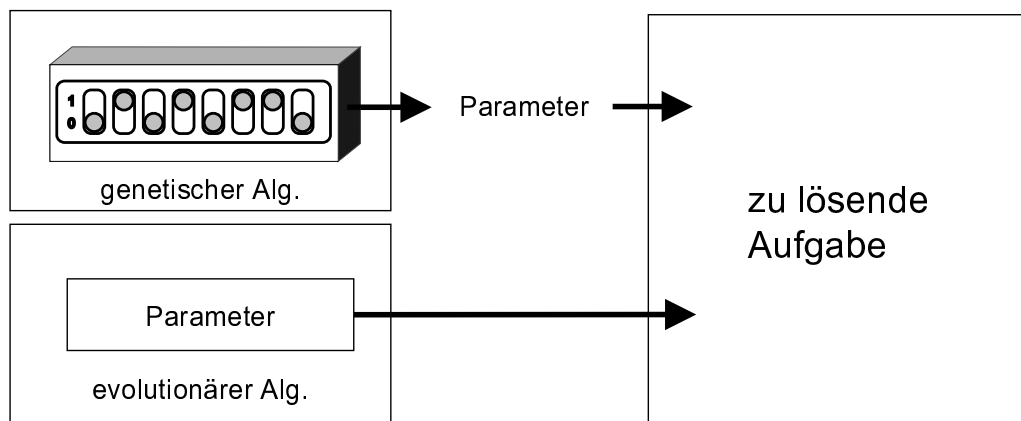


Abbildung 64: Unterschied zwischen Genetischem und Evolutionärem Algorithmus. Der Genetische Algorithmus arbeitet mit kodierten Parametern, der Code ist dem Algorithmus unbekannt. Der Evolutionäre Algorithmus verwendet direkt den Parameter.

Durch die unterschiedliche Art der Speicherung von Information sind die beiden Algorithmen für unterschiedliche Anwendungsbereiche prädestiniert. In Fällen kombinatorischer Optimierungsprobleme eignen sich Genetische Algorithmen besonders gut, weil die Speicherung von Reihenfolgen und Kombinationen bereits der Kodierung der Variablen entspricht und weil dazu keine lückenlose Darstellung von Zahlenwerten benötigt wird. Zur Optimierung von Funktionen aus dem technischen Bereich eignen sich Evolutionäre Algorithmen, weil damit die Darstellung der Variablen in lückenloser Form möglich ist.

### B.3 Mechanismen Genetischer und Evolutionärer Algorithmen

Die Mechanismen der Genetischen und Evolutionären Algorithmen sind einfach. Sie basieren auf einzelnen Individuen und sind im einzelnen:

- Reproduktion
- Crossover
- Mutation

### B.3.1 Reproduktion

Der Mechanismus der Reproduktion beinhaltet die Weitergabe der Erbanlagen eines Individuums abhängig von seiner Fitness. Je besser ein Individuum ist (je höher seine Fitness), desto häufiger soll das Individuum sich fortpflanzen und damit seine Erbanlagen an die nachfolgende Generation weitergeben dürfen. Der Mechanismus der Reproduktion implementiert also nichts anderes als die natürliche Auslese. Hält man nämlich die Zahl der Individuen in jeder Generation konstant, so werden die Individuen, die eine höhere Fitness haben, mit Hilfe dieses Mechanismus allmählich die übrigen verdrängen, da die besseren Individuen ihre Erbanlagen häufiger an die nachfolgende Generation weitergeben können.

Dies wird sehr einfach umgesetzt: Das Verhältnis aus Fitness eines Individuums zur Summe der Fitness aller Individuen einer Generation soll die Wahrscheinlichkeit sein, mit der das Individuum zur Reproduktion selektiert wird. Die Selektion kann man nach [Goldberg, 89] durch Drehen eines gewichteten Rouletterads erreichen. Eine als Beispiel zu einem willkürlichen Problem herausgegriffene Population und die zugehörige Gewichtung des Rouletterads wird in Abbildung 65 gezeigt. Will man eine Population bestehend aus  $n$  Individuen von ei-

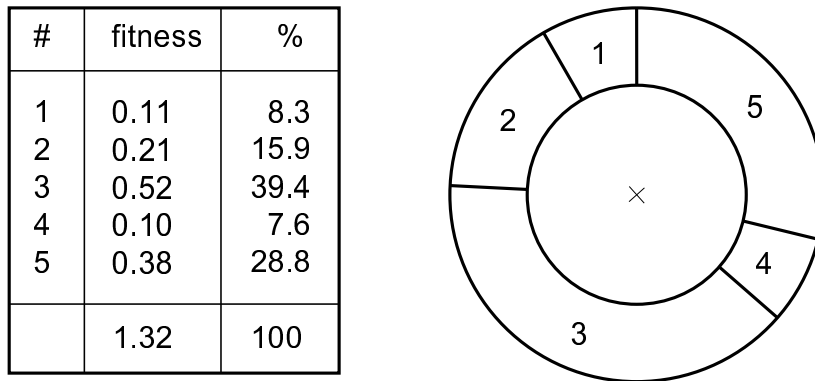


Abbildung 65: Gestaltung des Rouletterads für eine willkürliche, aus 5 Individuen bestehende Population einer beliebigen Problemstellung. Die Selektion erfolgt durch Drehen des Rouletterads.

ner Generation  $t$  zur nächsten Generation  $t + 1$  überführen, erfordert dies  $n$  Selektionen. Der Mittelwert der Fitness  $\bar{f}(t)$  der Generation  $t$  ist dabei definiert als

$$\bar{f}(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k m(K_i, t) f(K_i) \quad (45)$$

Es gibt  $k$  nach der Fitness unterscheidbare Klassen von Individuen  $K_i$ . Die Klasse  $K_i$  hat dabei die Fitness  $0 \leq f(K_i) \leq 1$  und ist mit  $0 \leq m(K_i, t) \leq n$  Individuen besetzt. Die Veränderung der Besetzungszahl einer Klasse von Individuen durch einen Generationswechsel ist über den oben beschriebenen Selektionsmechanismus definiert: Der Erwartungswert der Besetzungszahl einer Klasse ist  $n$  multipliziert mit der Wahrscheinlichkeit, bei der Selektion ein Klassenmitglied aufzugreifen.

$$\langle m(K_i, t + 1) \rangle = n \frac{f(K_i)}{\sum_{j=1}^k m(K_j, t) f(K_j)} m(K_i, t)$$

Mit Gleichung 45 ergibt sich daraus der folgende Zusammenhang:

$$\langle m(K_i, t+1) \rangle = \frac{f(K_i)}{\bar{f}(t)} m(K_i, t) \quad (46)$$

Die Gleichung zeigt, daß Klassen, deren Fitness überdurchschnittlich ist, in ihrer Besetzung zunehmen und Klassen, deren Fitness unterdurchschnittlich ist, in ihrer Besetzung abnehmen. Die Zu- und Abnahme erfolgt umso stärker, je weiter die Fitness vom Durchschnitt abweicht: Würde man von diskreten Generationenfolgen zu einer kontinuierlichen Zeit übergehen, stünde hier eine Differentialgleichung, deren Lösung eine Exponentialfunktion ist. Das Prinzip der natürlichen Auslese durch die Generationenfolge ist damit also verwirklicht.

Mit Hilfe von Gleichung 46 wird nun der Erwartungswert der mittleren Fitness der nächsten Generation berechnet. Es wird anhand der umgeformten Gleichung ersichtlich, daß sich die Population von einer Generation zur nächsten im statistischen Mittel stets verbessert. Für die mittlere Fitness einer Generation  $t+1$  gilt die Gleichung 45. Man geht über zu Erwartungswerten, indem man Gleichung 46 einsetzt und man erhält:

$$\langle \bar{f}(t+1) \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{f^2(K_i)}{\bar{f}(t)} m(K_i, t) \quad (47)$$

Der Ausdruck in der Summe ist das zweite Moment  $\overline{f^2(t)}$  der Fitness und mit der Beziehung zwischen erstem Moment  $\bar{f}(t)$ , Varianz  $\sigma^2(t)$

$$\sigma^2(t) = \overline{f^2(t)} - \bar{f}(t)^2$$

ergibt sich aus Gleichung 47 die folgende Beziehung:

$$\langle \bar{f}(t+1) \rangle = \bar{f}(t) \left( 1 + \left( \frac{\sigma(t)}{\bar{f}(t)} \right)^2 \right) \quad (48)$$

Der Erwartungswert der mittleren Fitness der folgenden Generation ist also größer oder gleich der mittleren Fitness der vorangegangenen Generation, da der geklammerte Faktor stets größer gleich 1 ist. Je kleiner der Quotient aus Standardabweichung und Mittelwert ist, desto kleiner wird auch die zu erwartende Veränderung des Mittelwertes sein. In dem speziellen Fall, in dem alle Individuen der Population identisch sind, verschwindet die Standardabweichung. Die mittlere Fitness der Population kann sich durch die Reproduktion alleine nicht mehr verändern und wird stationär.

Der hier vorgestellte Mechanismus der Reproduktion strebt stets den stationären Zustand an. Bei Erreichen des stationären Zustandes hat das beste Individuum der ursprünglichen Population anschaulich gesprochen alle weniger guten Individuen verdrängt. Damit ist die Reproduktion ein Mechanismus zur Auswahl des Besten unter Vielen. Er kann jedoch keine grundsätzlich anderen Individuen hervorbringen als diejenigen der allerersten Population. Die einzelnen Individuen tauschen keine Information aus, um voneinander zu lernen, sondern die Individuen der Elterngeneration werden lediglich geklont.

### B.3.2 Crossover

Das Crossover ist ein Mechanismus, der vor allem aus den Genetischen Algorithmen kommt, der aber auch für evolutionäre Strategien sinnvoll ist. Beim Crossover werden die Erbanlagen zweier Eltern gekreuzt und bilden die Erbanlagen eines Kindes. Der bislang entwickelte Algorithmus mit Selektion wird zum Einbau des Crossover leicht abgewandelt: Beim Crossover

werden zwei Eltern wie gehabt selektiert und der erste Teil der Erbanlagen des zukünftigen Kindes entstammt dem ersten Elternteil, der zweite Teil der Erbanlagen des zukünftigen Kindes entstammt dem zweiten Elternteil. Die Erzeugung eines Kindes aus den beiden Eltern erfolgt durch einen zufälligen (gleichverteilten) Schnitt der Strings beider Eltern. Der Schnitt unterteilt jeden String in zwei Teilstrings, wobei das Kind den ersten Teilstring identisch vom ersten Elternteil, den zweiten Teilstring identisch vom zweiten Elternteil erhält. Dies ist in Abbildung 66 demonstriert.

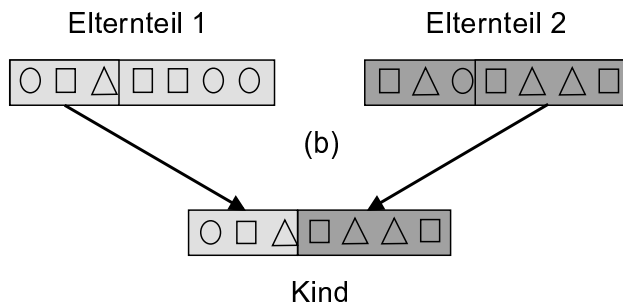
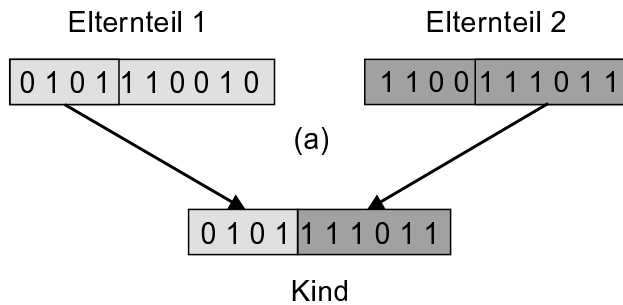


Abbildung 66: Mechanismus des Crossover. (a) Stringlänge 10, binäres Alphabet. (b) Stringlänge 7, tertiäres Alphabet. Das Kind erhält den ersten Teil seines Strings vom Elternteil 1, den zweiten Teil des Strings vom Elternteil 2.

Die mathematische Formulierung, die den Erfolg einer solchen Strategie aufzeigt, ist für genetisch kodierte Information besonders anschaulich und soll daher kurz für diese aufgeführt werden. Nach der in [Goldberg, 89] verwendeten Nomenklatur werden hierfür Klasseneinteilungen der Individuen nach sog. Schemata durchgeführt. Ein Schema ist dabei ein Muster eines Chromosoms einer bestimmten Länge, dessen Alphabet um einen Platzhalter \* erweitert wird. Das binäre Alphabet würde damit aus den folgenden Zeichen bestehen:  $\{0, 1, *\}$ . Ein Schema selbst steht dabei stellvertretend für alle Individuen, deren String auf das Schema paßt: So würden beispielsweise die folgenden Individuen  $A_i$  (und noch weitere) durch das davor aufgeführte Schema  $H$  repräsentiert:

$$\begin{aligned} H &= * 0 * 1 0 * 1 * \\ A_1 &= 0 0 0 1 0 1 1 0 \\ A_2 &= 1 0 1 1 0 0 1 1 \end{aligned}$$

Mit einem Alphabet von  $k$  Zeichen existieren für die Stringlänge  $l$  genau  $(k+1)^l$  voneinander verschiedene Schemata. Die Schemata lassen sich dabei in ihre Ordnung und ihre wirksame Länge unterteilen. Mit Ordnung eines Schemas bezeichnet man die Anzahl der vom Platzhalter verschiedenen Zeichen des Strings. Der Operator  $o(H)$  ermittelt die Ordnung des

Schemas  $H$ . Mit wirksamer Länge des Schemas bezeichnet man den Abstand zwischen erstem und letztem vom Platzhalter verschiedenen Zeichens. Hierfür steht der Operator  $\delta(H)$ , der die wirksame Länge des Schemas  $H$  bezeichnet. Für das obere Beispiel ist

$$\begin{aligned}\delta(H) &= 5 \\ o(H) &= 4\end{aligned}$$

Die wirksame Länge ist 5, da das erste Zeichen auf Position 2, das letzte Zeichen auf Position 7 sitzt:  $7 - 2 = 5$ . Die Ordnung des Schemas ist 4, da das Schema vier von \* verschiedene Zeichen besitzt. Anstelle der Klassen des vorigen Abschnitts lassen sich die dort angestellten Überlegungen analog auf die Vermehrung von bestimmten Schemata übertragen. Die Besetzungszahl einer Klasse wird somit zur Besetzungszahl eines Schemas. Der Mechanismus des Crossover sorgt dafür, daß sich kurze, erfolgreiche Schemata rekombinieren und erfolgreiche Kombinationen entstehen. Die Wahrscheinlichkeit  $p_s$ , daß ein Crossover ein Schema  $H$  der wirksamen Länge  $\delta(H)$  in einer Stringlänge von  $l$  nicht zerstört (das Schema den Crossover also überlebt), beträgt

$$p_s = 1 - \frac{\delta(H)}{l-1}$$

Je kürzer die wirksame Länge eines Schemas ist, desto höher ist also seine Überlebenschance. Findet der Mechanismus des Crossover selbst nur mit einer Wahrscheinlichkeit  $p_c$  statt, so ergibt sich ein Erwartungswert für die Überlebenschance von

$$p_s = 1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1}$$

Zusammen mit dem Mechanismus der Reproduktion gilt also für den Erwartungswert der Besetzungszahl eines Schemas  $H$  bei einer Stringlänge von  $l$

$$\langle m(H, t+1) \rangle = \frac{f(H)}{f(t)} \left[ 1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} \right] m(K_i, t) \quad (49)$$

Die Gleichung zeigt nochmals deutlich, daß sich kurze und überdurchschnittlich "fit"te Schemata besonders gut vermehren. Während die Überlegungen zu den Schemata bislang davon ausgegangen waren, daß Genetische Algorithmen vorliegen, so lassen sich die Überlegungen auch auf evolutionäre Strategien übertragen. Das Individuum des Evolutionären Algorithmus besitzt keinen String irgendeines Alphabets, der erst durch den genetischen Code entschlüsselt werden kann, sondern es besitzt einen String aus den Parametern selbst. Das Crossover trennt nun den String auf und die Definition der Schemata muß nur von den Zeichen des Alphabets auf die Parameter des Individuums übertragen werden. Auch hier setzen sich kurze, erfolgreiche Schemata durch und die Gleichung 49 gilt analog.

Durch Reproduktion und Crossover wird die Anfangspopulation einer natürlichen Auslese unterworfen und die einzelnen Individuen tauschen zur Verbesserung der Art Erbinformation aus. Aber: Es kommt nichts wirklich Neues hinzu, denn es wird nur Vorhandenes mit Vorhandenem möglichst günstig kombiniert. Um diesem Manko abzuweichen, wird der dritte Mechanismus benötigt.

### B.3.3 Mutation

Die Mutation erlaubt es, auch Bereiche des Konfigurationsraums zu erreichen, die mit reinem Crossover nicht erreicht würden und die somit außer Betracht bleiben würden. Sie zerstört mit einer bestimmten Rate die sich durchsetzenden Schemata und sorgt damit für einen gewissen

Reichtum an Varianten in einer bereits bestehenden Population. Macht man die Mutationsrate zu hoch, wird die Verbesserung der Art immer unwahrscheinlicher weil die natürliche Auslese der Mutanten nicht mehr funktioniert.

Die Auswirkungen der Mutation auf die Vermehrung von Schemata soll an dieser Stelle noch kurz betrachtet werden. Die Mutation soll mit der Wahrscheinlichkeit  $p_m$  einzelne Zeichen eines jeden Strings verändern. Dabei zerstört bzw. erstellt sie Schemata. Die Wahrscheinlichkeit daß die Mutation ein Schema  $H$  der Ordnung  $o(H)$  nicht verändert, beträgt  $(1 - p_m)^{o(H)}$ . Für kleine  $p_m$  mit  $p_m \ll 1$  ist dies näherungsweise  $1 - o(H)p_m$ . Für den Erwartungswert der Besetzungszahl eines Schemas ergibt sich daher die folgenden Gleichung:

$$\langle m(H, t+1) \rangle = \frac{f(H)}{\bar{f}(t)} \left[ 1 - p_c \frac{\delta(H)}{l-1} - p_m o(H) \right] m(K_i, t) \quad (50)$$

Die hier aufgeführte Gleichung wird in [Goldberg, 89] als *Schematheorem* oder als *Fundamentales Theorem der Genetischen Algorithmen* bezeichnet. Die Gleichung zeigt, welche Effekte durch Mutation und Crossover auftreten: Je kleiner ein Schema ist, desto höher ist der Zuwachs der Besetzungszahl bei gleicher Fitness. Je höher die Ordnung eines Schemas ist, desto wahrscheinlicher kann es durch Mutation zerstört werden. Bei der Aufstellung dieser Gleichung wurde nicht berücksichtigt, daß die Mutation durch Vernichten eines Schemas ein anderes Schema erzeugen kann. In diesem Fall wäre die rechte Seite der Gleichung um eine entsprechende Rate zu vergrößern.

## B.4 Implementierung auf dem Computer

Hier soll kurz auf die Implementierung des Genetischen bzw. Evolutionären Algorithmus auf dem Computer eingegangen werden. Ausgangspunkt ist eine Population mit einer konstanten Anzahl von Individuen. Die Individuen unterscheiden sich je nach verwendetem Algorithmus. In beiden Algorithmen repräsentieren die Individuen einen Vektor von Zahlenwerten, der das gestellte Problem löst.

### B.4.1 Individuum des Genetischen Algorithmus

Jeder Zahlenwert wird im Genetischen Algorithmus mit einer maximalen Auflösung binär kodiert. Für jeden Parameter  $g$  wird eine obere  $g_o$  und eine untere Schranke  $g_u$  festgelegt und die Anzahl an zur Kodierung verwendeten Bits  $l$ . Man drückt nun den Parameterwert  $g$  durch eine in einem binären String kodierte positive Ganzzahl  $b_2$  aus. Der Parameterwert  $g$  errechnet sich aus der Ganzzahl  $b_2$  wie folgt:

$$g = g_u + b_2 \frac{g_o - g_u}{2^l} \quad \text{wobei} \quad 0 \leq b_2 \leq 2^l - 1$$

Die Binärstrings aller Parameter werden dann in der Abfolge der Parameter zu einem langen binären String verkettet. Jedes Individuum besteht damit aus einem einzigen, langen Binärstring. Verwendet man z. B. für jeden Muskel 4 Bits und für jede Kniekraftkomponente 6 Bits, so ist die Gesamtlänge  $L$  des Strings bei 40 Muskeln und 6 Kniekraftkomponenten  $L = 40 \cdot 4 + 6 \cdot 6 = 208$ .

### B.4.2 Individuum des Evolutionären Algorithmus

Die Zahlenwerte werden nicht kodiert, sondern direkt als Gleitkommazahlen verwaltet. Jede Variable wird durch eine eigene Zahl  $x$  dargestellt. Die Beschränkung des Wertebereichs einer

Variablen  $g$  durch eine obere  $g_o$  und eine untere Schranke  $g_u$  wird ebenso verwendet wie beim Individuum des Genetischen Algorithmus. Der Wert einer Variablen  $g$  hängt damit mit der Zahl  $x$  wie folgt zusammen:

$$g = x \quad \text{wobei gilt} \quad g_u \leq x \leq g_o$$

Bei allen Manipulationen der Variablen muß der Zahlenwert stets innerhalb der ihm zugewiesenen Schranken bleiben. Würde der Zahlenwert einer Variablen nach ihrer Veränderung jenseits einer Schranke liegen, so wird ihm der entsprechende Schrankenwert zugewiesen.

### B.4.3 Zufallszahlengenerator

Die Implementierung der Genetischen und Evolutionären Algorithmen ist auf einen zuverlässigen, maschinenunabhängigen Zufallszahlengenerator angewiesen, der gleichverteilte Pseudozufallszahlen<sup>7</sup> liefert. Zufallszahlen werden benötigt zur Erstellung der Anfangspopulation, zur Selektion (Rouletterad), sowie zur Durchführung des Crossover und der Mutation.

Nach den Ausführungen in [Press, 92] und aus Gründen der Portabilität wurde auf die in den Systembibliotheken des verwendeten Betriebssystems bereits vorhandenen Pseudozufallszahlengeneratoren verzichtet. Es wurde der Zufallszahlengenerator nach Park und Miller [Press, 92] verwendet. Dieser Zufallszahlengenerator ist portabel, d. h., er ist programmierbar auf allen Maschinen, und maschinenunabhängig, d. h. er liefert auf allen Maschinen das gleiche Ergebnis. Jede Serie von Pseudozufallszahlen wird durch einen Anfangswert initialisiert. Dieser Startwert wird als *Seed* bezeichnet.

Da die Anfangspopulation mit dem Zufallszahlengenerator erzeugt wird, hängt der Anfangszustand der Simulation durch den Algorithmus direkt vom Startwert des Zufallszahlengenerators ab. Die durch den Genetischen und Evolutionären Algorithmus gefundenen Lösungen sollten idealerweise jedoch nicht vom Anfangszustand abhängen. Es bleibt daher zu zeigen, daß Durchläufe mit völlig verschiedenen Anfangszuständen nicht zu völlig unterschiedlichen Lösungen führen. Es sind also stets eine ganze Reihe von Durchläufen mit jeweils unterschiedlichen Seeds durchzurechnen, um die (Un)abhängigkeit eines jeden Ergebnisses von der zufälligen Bestimmung seiner Anfangspopulation zu zeigen.

Der Zufallszahlengenerator liefert gleichverteilte Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Bei Bedarf werden die Zahlen dann auf ein anderes Zahlenintervall abgebildet. Ganzzahlige Zufallszahlen werden durch Rundung erzeugt. Entscheidungen mit einer Trefferwahrscheinlichkeit werden durch Vergleich der gleichverteilten Zufallszahl im Intervall  $[0, 1]$  mit der Trefferwahrscheinlichkeit getroffen. Ist die Zufallszahl kleiner als die Trefferwahrscheinlichkeit, gilt das Ereignis als Treffer.

### B.4.4 Implementierung der Mutation

Während die Mutation bei Genetischen Algorithmen direkt die Zeichen des Chromosomenstrings zufällig verändert, erfordert die Beschaffenheit der Parameter des Evolutionären Algorithmus eine andere Überlegung: Die Mutation soll den Parameter im statistischen Mittel unverändert lassen aber im Einzelfall verändern. Dies bewirkt, daß die Mutation die Parameter im statistischen Mittel in keiner Richtung bevorzugt verändert, aber trotzdem stets für einen gewissen Variantenreichtum sorgt. Es werden dazu die beiden folgenden Operationen

<sup>7</sup>Die vom Zufallsgenerator erzeugten Zahlen sind nicht wirklich zufällig, sondern sie sind berechnet. Sie haben jedoch im Idealfall die Eigenschaften von Zufallszahlen und werden daher als Pseudozufallszahlen bezeichnet.



angewendet: Die geometrische und die arithmetische Mutation eines Parameters  $x(t)$ . Für den geometrisch mutierten Parameter  $x'(t)$  gilt:

$$x'(t) = x(t)\gamma(t)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{t=0}^n \gamma(t) = 1$$

Die arithmetische Mutation ist analog dazu wie folgt durchzuführen:

$$x'(t) = x(t) + \alpha(t)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=0}^n \alpha(t) = 0$$

#### B.4.5 Schematischer Ablauf der Simulation

Zu Simulationsbeginn wird die Anfangspopulation mit der gewünschten Anzahl von Individuen erstellt. Jeder Parameter aller Individuen wird durch den Zufallszahlengenerator initialisiert. Im Fall des Genetischen Algorithmus wird dazu jedes Bit mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 gesetzt. Im Fall des Evolutionären Algorithmus werden die einzelnen Parameter direkt mit den entsprechenden Zufallszahlen belegt. Die so generierten Individuen werden alle auf ihre Tauglichkeit überprüft: Ihre Fitness wird errechnet und vom Individuum verwaltet.

Anschließend wird aus dieser Anfangspopulation die erste Generation erzeugt. Dazu wird das Rouletterad gedreht: Eine Zufallszahl zwischen 0 und der Summe der Fitness der Population bestimmt, welches Individuum selektiert wurde. Es werden der Reihe nach die Individuen der Population abgelaufen und dabei ihre Fitness aufsummiert. Übersteigt die Teilsumme die besagte Zufallszahl, wird das betreffende Individuum selektiert.

Eine weitere Zufallszahl entscheidet, ob ein Crossover stattfindet. Wenn nicht, dann wird das selektierte Individuum als neues Individuum in die neue Generation übernommen. Falls ein Crossover stattfindet, wird ein weiteres Individuum der Elterngeneration selektiert. Danach wird mit einer Zufallszahl entschieden, an welcher Stelle der String des neuen Individuums geschnitten und aus den entsprechenden Teilstücken seiner beiden Eltern zusammengesetzt wird. Auf diese Art werden bei einer Population von  $n$  Individuen und einer Crossover-Wahrscheinlichkeit von  $p_c$  für jeden Generationswechsel im Mittel

$$k = n + p_c * n = n(1 + p_c)$$

Selektionen benötigt. Anschließend wird für jeden Parameter bzw. jedes Bit der neuen Generation entschieden, ob dieses mutiert werden soll.

Nach Ende der Mutation einer Generation wird wieder wie mit der ersten Generation verfahren: Die Fitness aller Individuen wird neu berechnet und das Verfahren wiederholt sich, bis die bei Simulationsbeginn festgelegte Zahl von Generationen errechnet wurde. Das beste Individuum der jüngsten Generation kann dann als Ergebnis betrachtet werden, vorausgesetzt, die Population hat sich im Mittel verbessert und der Vorsprung des Besten gegenüber dem Mittelmaß ist nicht dem Rauschen alleine zu verdanken.

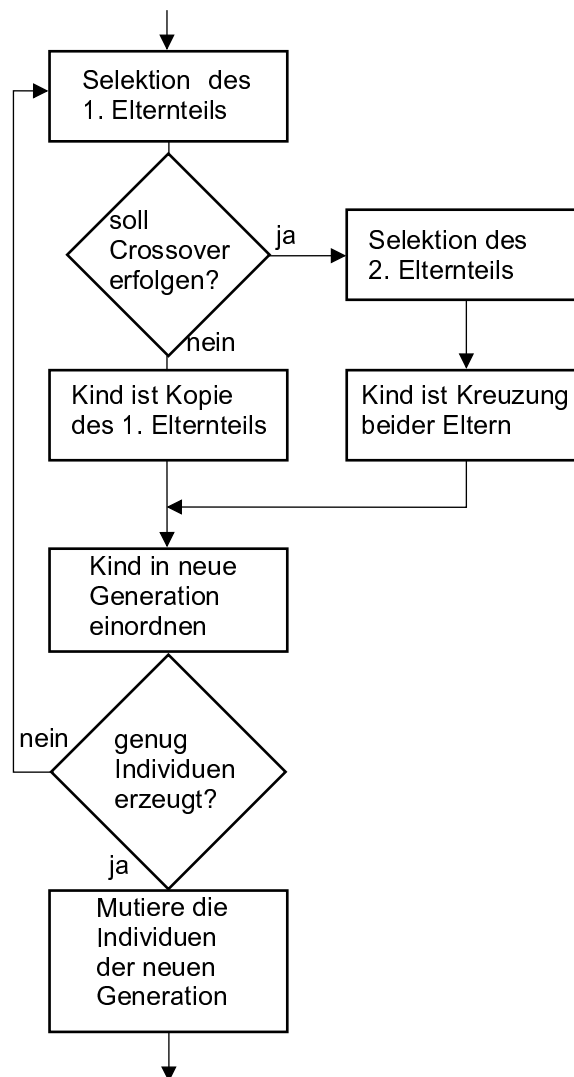


Abbildung 67: Schematischer Ablauf zur Erzeugung der nachfolgenden Generation aus der vorhergehenden.

### B.4.6 Umskalierung der Fitness

Wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben wurde, findet die Selektion einer Klasse von Individuen entsprechend dem Verhältnis ihrer Fitness zum Mittelwert der Fitness der ganzen Population statt. Es liegt also nahe, diesem Verhältnis durch Umskalieren der Fitness im Sinne einer schnelleren Konvergenz etwas nachzuhelfen. Dabei sind zwei Aspekte wichtig:

- Richtige Gewichtung der Fitness verhindert frühreife Konvergenz einer Population. Aufgrund der rein zufälligen Anfangsverteilung kann es vorkommen, daß ein einziges Individuum im Verhältnis zu seinen Kollegen sehr gut ist, jedoch alle Individuen absolut gesehen völlig unzulänglich sind. Aufgrund des großen Unterschieds in der Fitness des einen Individuums gegenüber allen anderen wird das eine bei der Vermehrung stark bevorzugt und es besteht die Gefahr, daß alle schlechten Individuen aussterben. Damit tritt eine Verarmung der Art ein und das System hat abgesehen von der Mutation keine neuen Aspekte zur Weiterentwicklung und verbleibt daher sehr lange auf dem unzulänglichen Stand des einen herausragenden Individuums. Ist die Fitness eines Individuums z. B. genauso groß wie die Summe der Fitness aller seiner Kollegen, so wird im Mittel dieses eine Individuum in der folgenden Generation die Hälfte der Bevölkerung stellen. Die Wahrscheinlichkeit, solch ungünstige Anfangsbedingungen vorliegen zu haben, steigt natürlich mit sinkender Bevölkerungszahl. Bei den durchgeführten Simulationen war das Phänomen der Frühreife jedoch nicht aufgetreten, weshalb die Fitnessskalierung dies auch nicht berücksichtigen mußte.
- Richtige Gewichtung der Fitness des besten Individuums zur mittleren Fitness der Population beschleunigt die Konvergenz. Stellt man sich den Fall vor, daß das beste Individuum einer Population nur unmerklich besser ist als der Durchschnitt, so wird sich das System über die Reproduktion nur sehr langsam weiterentwickeln. Um den Vorgang etwas zu beschleunigen, wird die Spitze der Population mit einer Skalierungsfunktion etwas aufgefächert und es werden die nur sehr kleinen Unterschiede vergrößert. Zur Umskalierung der Fitness von  $f$  nach  $\tilde{f}$  wurde die aufsteigende Flanke der Gaußglocke verwendet: die Spitze wurde in den Extremwert  $\hat{f}$ , der Wendepunkt in den Mittelwert  $\bar{f}$  gelegt.

$$\tilde{f} = \exp\left(-\frac{(\hat{f} - f)^2}{2d^2}\right)$$

$$d = \hat{f} - \bar{f}$$

## C Modelldaten und Ergebnisse im einzelnen

### C.1 Daten des Modells

In diesem Kapitel werden die dreidimensionalen Koordinaten aller das Modell definierenden Punkte einschließlich aller Muskelansatz- und Umlenkpunkte angegeben. Alle Koordinaten sind in Dezimeter angegeben und beziehen sich auf das Koordinatensystem der Abb. 3. Es hat seinen Ursprung im Femurkopfmittelpunkt. Die  $x$ -Achse verläuft senkrecht zur Medianebene und zeigt von der rechten Körperhälfte auf die linke Körperhälfte. Vom Standpunkt der rechten Hüfte weist die positive  $x$ -Richtung damit nach medial. Die  $y$ -Achse weist nach ventral, die  $z$ -Achse weist nach kaudal.

In allen folgenden Tabellen werden alle Ansatz- oder Umlenkpunkte  $\vec{x}_i$  eines jeden Muskels und die Zugrichtung  $\vec{\rho}_i$  jedes Muskelpunktes angegeben (siehe Gl. 1, 2 und 3). Es wird ferner das Kreuzprodukt  $\vec{\mu}_i = \vec{x}_i \times \vec{\rho}_i$  angegeben.

Für jeden Muskelpunkt wird außerdem angegeben, an welchem Modellsegment (Seg.) er angreift. Gemäß der in Gl. 5 verwendeten Abkürzung steht (f) für “femur”, (p) für “pelvis” und (t) für “tibia”.

$\vec{x}$			$\vec{\rho}$			$\vec{\mu}$			Seg.
Teilkörperschwerpunkt $G_5$ und Gravitation									
1.335	0.011	-1.206	-0.129	-0.007	0.992				
Drehpunkt Kniegelenk									
-0.032	-0.003	4.194							
Künstlicher Innenrotator									
-0.368	0.050	4.314	-0.362	-0.797	-0.483	3.415	-1.741	0.312	t
-0.473	-0.181	4.174	0.362	0.797	0.483	-3.415	1.741	-0.312	f
M. gastrocnemius caput lateralis									
-0.158	-0.924	7.814	-0.047	0.142	-0.989	-0.192	-0.525	-0.066	t
-0.340	-0.377	3.994	0.047	-0.142	0.989	0.192	0.525	0.066	f
M. gastrocnemius caput medialis									
-0.165	-0.917	7.814	0.085	0.107	-0.991	0.071	0.504	0.061	t
0.165	-0.504	3.994	-0.085	-0.107	0.991	-0.071	-0.504	-0.061	f
-0.158	-0.917	7.814	0.044	0.120	-0.992	-0.029	0.185	0.021	t
0.010	-0.455	3.994	-0.044	-0.120	0.992	0.029	-0.185	-0.021	f
M. gluteus maximus (kranialis)									
-0.529	-0.195	4.374	-0.029	0.096	-0.995	-0.225	-0.652	-0.056	t
-0.557	-0.244	0.034	0.401	-0.070	0.312	-0.074	0.187	0.137	f
-0.600	-0.202	0.154	0.212	-0.072	0.069	-0.003	0.074	0.086	f
-0.607	0.064	1.684	-0.020	-0.228	0.005	0.384	-0.031	0.139	f
-0.656	-0.069	0.684	0.151	-0.111	0.025	0.074	0.120	0.083	f
0.410	-0.763	-0.756	-0.715	0.384	0.584	-0.156	0.302	-0.389	p

$\bar{x}$			$\bar{\rho}$			$\bar{\mu}$			Seg.
M. glutaesus maximus (kranialis) ff.									
-0.529	-0.132	4.374	-0.021	0.106	-0.994	-0.333	-0.617	-0.059	t
-0.586	0.155	1.684	-0.048	-0.251	0.007	0.425	-0.077	0.155	f
-0.614	-0.160	0.034	0.506	0.014	0.264	-0.043	0.179	0.073	f
-0.635	-0.104	0.154	0.118	-0.211	0.083	0.024	0.071	0.146	f
-0.656	0.008	0.684	0.108	-0.062	0.009	0.042	0.080	0.040	f
0.375	-0.763	-0.906	-0.663	0.404	0.630	-0.115	0.364	-0.354	p
-0.515	-0.069	4.374	-0.016	0.114	-0.993	-0.430	-0.580	-0.060	t
-0.557	0.239	1.684	-0.074	-0.286	0.012	0.484	-0.118	0.177	f
-0.635	-0.034	0.154	-0.026	-0.149	0.039	0.022	0.021	0.094	f
-0.635	-0.076	0.034	0.586	-0.075	0.242	-0.016	0.174	0.092	f
-0.649	0.064	0.684	0.115	-0.010	-0.002	0.007	0.078	-0.001	f
0.319	-0.735	-1.106	-0.586	0.405	0.701	-0.067	0.425	-0.302	p
M. glutaesus medius									
-0.508	-0.188	0.014	0.660	-0.360	-0.659	0.129	-0.326	0.307	f
0.263	-0.609	-0.756	-0.660	0.360	0.659	-0.129	0.326	-0.307	p
-0.522	-0.174	0.014	0.617	-0.309	-0.724	0.130	-0.370	0.269	f
0.263	-0.567	-0.906	-0.617	0.309	0.724	-0.130	0.370	-0.269	p
-0.536	-0.160	0.014	0.578	-0.277	-0.768	0.127	-0.404	0.241	f
0.270	-0.546	-1.056	-0.578	0.277	0.768	-0.127	0.404	-0.241	p
-0.550	-0.139	0.014	0.541	-0.187	-0.820	0.117	-0.444	0.178	f
0.221	-0.406	-1.156	-0.541	0.187	0.820	-0.117	0.444	-0.178	p
-0.564	-0.118	0.014	0.399	-0.053	-0.916	0.109	-0.511	0.077	f
0.010	-0.195	-1.306	-0.399	0.053	0.916	-0.109	0.511	-0.077	p
-0.144	-0.034	-1.256	-0.319	-0.047	0.947	-0.091	0.537	-0.004	p
-0.571	-0.097	0.014	0.319	0.047	-0.947	0.091	-0.537	0.004	f
-0.326	0.120	-1.156	-0.208	-0.156	0.966	-0.065	0.556	0.076	p
-0.579	-0.069	0.014	0.208	0.156	-0.966	0.065	-0.556	-0.076	f
-0.291	0.337	-1.006	-0.262	-0.330	0.907	-0.026	0.527	0.184	p
-0.586	-0.034	0.014	0.262	0.330	-0.907	0.026	-0.527	-0.184	f
-0.214	0.520	-0.806	-0.352	-0.500	0.791	0.008	0.453	0.290	p
-0.579	0.001	0.014	0.352	0.500	-0.791	-0.008	-0.453	-0.290	f
M. glutaesus minimus									
-0.579	-0.076	0.014	0.745	-0.313	-0.589	0.049	-0.330	0.238	f
0.207	-0.406	-0.606	-0.745	0.313	0.589	-0.049	0.330	-0.238	p
-0.579	-0.055	0.014	0.673	-0.207	-0.710	0.042	-0.402	0.157	f
0.150	-0.279	-0.756	-0.673	0.207	0.710	-0.042	0.402	-0.157	p
-0.579	-0.034	0.014	0.581	-0.078	-0.810	0.029	-0.461	0.065	f
0.045	-0.118	-0.856	-0.581	0.078	0.810	-0.029	0.461	-0.065	p
-0.151	0.050	-0.906	-0.420	-0.069	0.905	-0.017	0.518	0.031	p
-0.579	-0.020	0.014	0.420	0.069	-0.905	0.017	-0.518	-0.031	f
-0.193	0.176	-0.856	-0.392	-0.182	0.902	0.003	0.510	0.104	p
-0.571	0.001	0.014	0.392	0.182	-0.902	-0.003	-0.510	-0.104	f
-0.158	0.316	-0.756	-0.447	-0.326	0.833	0.017	0.470	0.193	p
-0.571	0.015	0.014	0.447	0.326	-0.833	-0.017	-0.470	-0.193	f
-0.130	0.394	-0.606	-0.515	-0.441	0.735	0.022	0.408	0.260	p
-0.564	0.022	0.014	0.515	0.441	-0.735	-0.022	-0.408	-0.260	f

$\vec{x}$			$\vec{p}$			$\vec{\mu}$			Seg.
M. quadrat.fem.									
-0.403	-0.293	0.194	0.996	0.053	-0.076	0.012	0.162	0.271	f
0.122	-0.265	0.154	-0.996	-0.053	0.076	-0.012	-0.162	-0.271	p
-0.396	-0.307	0.254	0.997	-0.037	-0.071	0.031	0.225	0.321	f
0.165	-0.328	0.214	-0.997	0.037	0.071	-0.031	-0.225	-0.321	p
-0.389	-0.307	0.294	0.997	-0.072	0.000	0.021	0.293	0.335	f
0.193	-0.349	0.294	-0.997	0.072	-0.000	-0.021	-0.293	-0.335	p
M. tens.fasc.lat									
-0.214	0.548	-0.756	-0.272	-0.249	0.930	0.321	0.404	0.202	p
-0.529	-0.195	4.374	-0.028	0.096	-0.995	-0.227	-0.651	-0.057	t
-0.635	0.162	0.684	0.300	0.153	0.065	-0.094	0.246	-0.145	f
-0.214	0.562	-0.756	-0.249	-0.198	0.948	0.382	0.391	0.182	p
-0.529	-0.132	4.374	-0.017	0.106	-0.994	-0.331	-0.601	-0.058	t
-0.593	0.260	0.684	0.266	0.093	0.046	-0.051	0.209	-0.124	f
-0.221	0.583	-0.756	-0.194	-0.146	0.970	0.455	0.361	0.145	p
-0.508	0.366	0.684	0.192	0.029	0.023	-0.012	0.143	-0.085	f
-0.515	-0.069	4.374	0.002	0.117	-0.993	-0.443	-0.504	-0.060	t
M. vastus intermedius									
-0.172	0.127	4.534	0.017	0.276	-0.961	-1.375	-0.087	-0.050	t
-0.158	0.352	3.754	-0.069	-0.285	-0.038	1.056	-0.265	0.069	f
-0.242	0.337	2.134	-0.015	-0.064	0.004	0.139	-0.030	0.021	f
-0.312	0.260	1.084	-0.025	-0.227	0.046	0.258	-0.013	0.077	f
-0.361	0.099	0.574	0.091	0.300	0.950	-0.078	0.395	-0.117	f
-0.123	0.120	4.534	0.094	0.306	-0.947	-1.503	0.308	-0.049	t
-0.046	0.373	3.754	-0.180	-0.324	-0.049	1.197	-0.677	0.082	f
-0.186	0.344	2.134	-0.007	-0.062	0.004	0.134	-0.013	0.014	f
-0.284	0.260	1.084	0.041	-0.180	0.028	0.203	0.052	0.041	f
-0.319	0.085	0.434	0.052	0.260	0.964	-0.031	0.330	-0.087	f
-0.067	0.064	4.534	0.202	0.278	-0.939	-1.323	0.855	-0.032	t
-0.067	0.309	2.134	0.017	-0.088	0.002	0.189	0.037	0.001	f
-0.158	0.225	1.084	-0.024	-0.177	0.033	0.200	-0.021	0.033	f
-0.221	0.078	0.534	0.110	0.257	0.960	-0.062	0.271	-0.065	f
0.101	0.295	3.754	-0.306	-0.270	-0.056	0.996	-1.142	0.063	f
-0.200	0.127	4.534	-0.000	0.340	-0.940	-1.661	-0.188	-0.068	t
-0.200	0.359	3.894	-0.060	-0.376	-0.057	1.442	-0.243	0.096	f
-0.291	0.211	1.584	-0.025	0.151	0.988	-0.031	0.248	-0.039	f
-0.305	0.295	2.134	0.085	-0.115	0.009	0.249	0.184	0.010	f
-0.102	0.099	4.534	0.090	0.408	-0.909	-1.940	0.314	-0.050	t
-0.039	0.387	3.894	-0.165	-0.436	-0.088	1.663	-0.646	0.081	f
-0.172	0.337	2.134	-0.027	-0.155	0.019	0.337	-0.055	0.036	f
-0.235	0.225	1.534	0.103	0.183	0.978	-0.060	0.387	-0.066	f
-0.039	0.050	4.534	0.284	0.343	-0.895	-1.601	1.254	-0.028	t
-0.060	0.295	2.134	-0.071	-0.148	0.023	0.323	-0.150	0.030	f
-0.172	0.211	1.584	0.198	0.148	0.969	-0.030	0.480	-0.067	f
0.165	0.295	3.894	-0.411	-0.343	-0.097	1.308	-1.583	0.065	f

$\bar{x}$			$\bar{\rho}$			$\bar{\mu}$			Seg.
M. vastus lateralis (externus)									
-0.522	-0.090	4.354	-0.037	0.039	-0.999	-0.081	-0.681	-0.024	t
-0.600	-0.181	0.154	-0.283	-0.188	0.941	-0.141	0.520	0.062	f
-0.621	0.015	1.684	0.023	-0.258	0.023	0.435	0.053	0.160	f
-0.635	-0.209	0.684	-0.004	0.219	-0.024	-0.145	-0.018	-0.140	f
-0.642	-0.209	0.294	0.301	0.188	0.059	-0.068	0.126	-0.058	f
-0.508	-0.055	4.354	-0.039	0.045	-0.998	-0.139	-0.679	-0.025	t
-0.607	-0.153	0.154	-0.325	-0.186	0.927	-0.113	0.512	0.063	f
-0.614	0.064	1.684	0.012	-0.276	0.026	0.467	0.036	0.169	f
-0.642	-0.174	0.684	-0.009	0.214	-0.027	-0.142	-0.023	-0.139	f
-0.656	-0.181	0.294	0.361	0.204	0.072	-0.073	0.153	-0.068	f
-0.487	-0.013	4.354	-0.042	0.047	-0.998	-0.192	-0.669	-0.024	t
-0.600	0.113	1.684	-0.006	-0.292	0.029	0.494	0.008	0.175	f
-0.614	-0.111	0.154	-0.327	-0.140	0.934	-0.082	0.523	0.050	f
-0.649	-0.139	0.684	0.012	0.262	-0.031	-0.175	-0.012	-0.169	f
-0.663	-0.132	0.294	0.363	0.122	0.065	-0.045	0.150	-0.033	f
-0.452	0.022	4.354	-0.047	0.060	-0.997	-0.284	-0.656	-0.026	t
-0.579	0.183	1.684	-0.027	-0.311	0.032	0.529	-0.028	0.185	f
-0.621	-0.083	0.154	-0.371	0.046	0.927	-0.084	0.518	-0.060	f
-0.656	-0.076	0.684	0.021	0.250	-0.033	-0.169	-0.008	-0.163	f
-0.677	-0.076	0.294	0.425	-0.046	0.071	0.008	0.173	0.064	f
-0.417	0.050	4.354	-0.052	0.065	-0.996	-0.335	-0.644	-0.025	t
-0.557	0.225	1.684	-0.049	-0.296	0.029	0.505	-0.067	0.176	f
-0.621	-0.041	0.154	-0.330	0.047	0.943	-0.046	0.534	-0.043	f
-0.663	-0.013	0.684	0.084	0.177	-0.031	-0.120	0.037	-0.116	f
-0.670	-0.034	0.294	0.348	0.007	0.056	-0.004	0.140	0.007	f
-0.375	0.071	4.354	-0.057	0.078	-0.995	-0.412	-0.624	-0.025	t
-0.529	0.281	1.684	-0.064	-0.328	0.034	0.561	-0.089	0.191	f
-0.621	-0.020	0.154	-0.283	0.188	0.941	-0.048	0.540	-0.123	f
-0.656	0.022	0.684	0.103	0.213	-0.038	-0.147	0.045	-0.142	f
-0.663	0.008	0.294	0.301	-0.152	0.059	0.045	0.127	0.099	f
M. vastus lateralis (internus)									
-0.326	0.050	1.684	-0.541	-0.184	-0.821	0.269	-1.178	0.087	f
-0.579	-0.195	0.154	-0.118	0.052	0.992	-0.202	0.556	-0.053	f
-0.642	-0.167	0.684	0.091	0.153	-0.013	-0.103	0.053	-0.083	f
-0.656	-0.062	1.184	0.568	-0.022	-0.157	0.035	0.569	0.049	f
-0.340	0.148	1.684	-0.527	-0.152	-0.836	0.133	-1.172	0.130	f
-0.621	-0.111	0.154	-0.066	0.079	0.995	-0.123	0.607	-0.056	f
-0.656	-0.069	0.684	0.066	0.166	-0.025	-0.112	0.029	-0.104	f
-0.656	0.057	1.184	0.527	-0.092	-0.134	0.102	0.537	0.030	f
-0.291	0.211	1.684	-0.542	-0.035	-0.840	-0.118	-1.156	0.125	f
-0.614	-0.013	0.154	-0.065	0.156	0.986	-0.037	0.595	-0.097	f
-0.614	0.190	1.184	0.474	-0.196	-0.131	0.207	0.480	0.030	f
-0.649	0.071	0.684	0.133	0.075	-0.015	-0.052	0.081	-0.058	f
-0.256	0.022	2.184	-0.581	-0.023	-0.813	0.032	-1.478	0.019	f
-0.564	-0.209	0.154	-0.144	0.078	0.987	-0.218	0.535	-0.074	f
-0.614	0.008	1.684	0.499	-0.143	-0.170	0.239	0.736	0.083	f
-0.642	-0.167	0.684	0.116	0.101	-0.003	-0.068	0.077	-0.045	f
-0.656	-0.076	1.184	0.110	-0.014	-0.001	0.017	0.130	0.017	f

$\vec{x}$			$\vec{\rho}$			$\vec{\mu}$			Seg.
M. vastus lateralis (internus) ff.									
-0.305	0.113	2.184	-0.497	0.061	-0.865	-0.230	-1.350	0.038	f
-0.593	0.148	1.684	0.374	-0.239	-0.111	0.385	0.564	0.086	f
-0.614	-0.125	0.154	-0.079	0.105	0.991	-0.140	0.596	-0.074	f
-0.656	-0.069	0.684	0.079	0.140	-0.022	-0.094	0.040	-0.086	f
-0.656	0.057	1.184	0.123	-0.067	0.007	0.079	0.150	0.037	f
-0.277	0.211	2.184	-0.458	0.111	-0.882	-0.429	-1.244	0.066	f
-0.536	0.274	1.684	0.308	-0.289	-0.090	0.461	0.469	0.070	f
-0.614	-0.013	0.154	-0.079	0.118	0.990	-0.031	0.595	-0.073	f
-0.614	0.183	1.184	0.069	-0.079	0.010	0.096	0.088	0.036	f
-0.656	0.050	0.684	0.160	0.139	-0.027	-0.096	0.092	-0.099	f
-0.242	0.001	2.684	-0.542	-0.000	-0.840	-0.001	-1.658	0.001	f
-0.564	0.001	2.184	0.444	0.014	-0.155	-0.031	0.883	-0.008	f
-0.571	-0.209	0.154	-0.131	0.065	0.989	-0.217	0.545	-0.065	f
-0.614	0.008	1.684	0.015	-0.152	0.008	0.257	0.030	0.093	f
-0.642	-0.174	0.684	0.103	0.153	-0.014	-0.102	0.062	-0.080	f
-0.656	-0.062	1.184	0.110	-0.080	0.012	0.094	0.138	0.060	f
-0.277	0.071	2.684	-0.488	0.061	-0.871	-0.226	-1.551	0.018	f
-0.557	0.106	2.184	0.419	0.023	-0.123	-0.062	0.845	-0.057	f
-0.593	0.148	1.684	-0.053	-0.275	0.020	0.466	-0.078	0.171	f
-0.614	-0.125	0.154	-0.079	0.118	0.990	-0.142	0.595	-0.082	f
-0.656	-0.062	0.684	0.079	0.101	-0.014	-0.068	0.044	-0.061	f
-0.656	0.050	1.184	0.123	-0.028	-0.002	0.033	0.144	0.012	f
-0.270	0.155	2.684	-0.457	0.123	-0.881	-0.468	-1.464	0.038	f
-0.529	0.225	2.184	0.415	-0.068	-0.117	0.121	0.844	-0.058	f
-0.550	0.253	1.684	-0.082	-0.194	0.015	0.330	-0.130	0.127	f
-0.614	-0.013	0.154	-0.092	0.118	0.989	-0.031	0.593	-0.073	f
-0.614	0.183	1.184	0.030	-0.118	0.021	0.144	0.048	0.067	f
-0.663	0.050	0.684	0.186	0.139	-0.027	-0.096	0.109	-0.101	f
-0.256	-0.020	3.184	-0.479	0.037	-0.877	-0.100	-1.751	-0.019	f
-0.529	0.001	2.684	0.409	-0.037	-0.121	0.099	1.035	0.019	f
-0.564	0.001	2.184	-0.028	0.014	0.002	-0.030	-0.059	-0.008	f
-0.571	-0.209	0.154	-0.131	0.065	0.989	-0.217	0.545	-0.065	f
-0.614	0.008	1.684	0.015	-0.152	0.008	0.257	0.030	0.093	f
-0.642	-0.174	0.684	0.103	0.153	-0.014	-0.102	0.062	-0.080	f
-0.656	-0.062	1.184	0.110	-0.080	0.012	0.094	0.138	0.060	f
-0.270	0.078	3.184	-0.450	0.038	-0.892	-0.189	-1.674	0.025	f
-0.522	0.099	2.684	0.380	-0.024	-0.105	0.053	0.966	-0.025	f
-0.557	0.106	2.184	0.000	0.070	0.003	-0.152	0.002	-0.039	f
-0.593	0.148	1.684	-0.053	-0.275	0.020	0.466	-0.078	0.171	f
-0.614	-0.125	0.154	-0.079	0.118	0.990	-0.142	0.595	-0.082	f
-0.656	-0.062	0.684	0.079	0.101	-0.014	-0.068	0.044	-0.061	f
-0.656	0.050	1.184	0.123	-0.028	-0.002	0.033	0.144	0.012	f
-0.235	0.148	3.184	-0.439	0.075	-0.895	-0.372	-1.609	0.047	f
-0.480	0.190	2.684	0.342	-0.006	-0.098	-0.003	0.870	-0.062	f
-0.529	0.225	2.184	0.055	-0.014	-0.005	0.029	0.119	-0.005	f
-0.550	0.253	1.684	-0.082	-0.194	0.015	0.330	-0.130	0.127	f
-0.614	-0.013	0.154	-0.092	0.118	0.989	-0.031	0.593	-0.073	f
-0.614	0.183	1.184	0.030	-0.118	0.021	0.144	0.048	0.067	f
-0.663	0.050	0.684	0.186	0.139	-0.027	-0.096	0.109	-0.101	f



## C.2 Kniekraft

Der Vollständigkeit halber wird die errechnete Kniekraft ebenfalls angegeben. Das Kniegelenk des Menschen wurde im Modell zum Kugelgelenk vereinfacht. Ferner wurde die Muskulatur im Hinblick auf das proximale, nicht distale Femur modelliert. Als Folge dieser wenig naturgetreuen Modellierung kann auch die errechnete Kniekraft nur eine sehr grobe Näherung sein.

Neben den einzelnen Komponenten der errechneten Kniekraft wird auch ihre Orientierung durch drei Winkel angegeben: Es ist  $\psi_f$  der Winkel zwischen Kniekraft und z-Achse in der Frontalebene,  $\psi_s$  der Winkel zwischen Kniekraft und z-Achse in der Sagittalebene und  $\psi_t$  der Winkel zwischen Kniekraft und x-Achse in der Transversalebene.

sd.	$F$	$\psi_f$	$\psi_s$	$\psi_t$	$\vec{F}$		
01	3.409	1.0	3.9	75.7	0.059	0.233	-3.400
02	3.244	1.1	3.8	74.1	0.061	0.214	-3.236
03	3.234	0.9	3.7	75.9	0.052	0.206	-3.227
04	3.281	0.8	3.9	78.4	0.045	0.221	-3.273
05	3.260	1.0	3.7	75.2	0.056	0.212	-3.252
06	3.255	0.9	3.8	76.9	0.050	0.217	-3.247
07	3.246	0.9	3.7	77.1	0.048	0.210	-3.238
08	3.293	1.1	3.9	74.5	0.062	0.224	-3.285
09	3.234	0.7	3.6	78.8	0.040	0.203	-3.227
10	3.242	0.9	3.8	76.1	0.053	0.214	-3.235
11	3.267	1.0	3.8	74.9	0.058	0.215	-3.260
12	3.233	0.9	3.7	77.0	0.048	0.209	-3.226
13	3.265	1.0	3.8	75.2	0.057	0.217	-3.257
14	3.252	0.9	3.7	76.9	0.049	0.212	-3.245
15	3.250	1.0	3.8	75.8	0.055	0.218	-3.243
16	3.255	0.9	3.7	75.8	0.054	0.212	-3.248
17	3.251	1.0	3.8	75.3	0.056	0.213	-3.244
18	3.226	0.8	3.7	77.8	0.045	0.207	-3.219
19	3.287	0.9	3.9	76.6	0.053	0.222	-3.279
20	3.265	0.9	3.8	77.1	0.050	0.219	-3.257
21	3.273	0.9	3.8	77.2	0.050	0.218	-3.265
22	3.253	0.8	3.7	77.6	0.046	0.209	-3.246
23	3.236	1.0	3.7	75.7	0.054	0.210	-3.228
24	3.280	0.9	3.8	76.9	0.051	0.218	-3.272
25	3.288	0.8	3.8	78.4	0.045	0.218	-3.281

## C.3 Detailliertes Ergebnis der Muskelzugkräfte

In den folgenden Tabellen werden die Zugkräfte der einzelnen Muskelfäden in Einheiten des Partialkörpergewichts [ $G_5$ ] aufgeführt. Die Angaben erfolgen dabei für alle 25 gerechneten Seeds. Neben den einzelnen Zugkräften werden auch die in einer Muskelgruppe als Summe anfallenden Kräfte angegeben.

## C.3.1 M. gastrocnemius und künstlicher Innenrotator

(s)	(1i)	(1l)	(1m)	(2m)	( $\Sigma_m$ )	( $\Sigma$ )
01	0.21424	0.00047	0.11629	0.14224	0.25853	0.25900
02	0.19443	0.01205	0.15278	0.01689	0.16967	0.18172
03	0.19725	0.02849	0.14697	0.01351	0.16048	0.18897
04	0.19683	0.01103	0.17927	0.02978	0.20905	0.22008
05	0.18865	0.01058	0.17390	0.01103	0.18493	0.19550
06	0.18873	0.00534	0.17372	0.01631	0.19003	0.19537
07	0.19613	0.02711	0.16911	0.00899	0.17810	0.20521
08	0.20079	0.03140	0.15874	0.01686	0.17561	0.20701
09	0.19807	0.01332	0.18539	0.00065	0.18604	0.19936
10	0.19209	0.00734	0.17324	0.01214	0.18538	0.19272
11	0.19111	0.01220	0.17431	0.01134	0.18565	0.19785
12	0.19597	0.00643	0.17308	0.01747	0.19055	0.19697
13	0.19458	0.00676	0.17718	0.01637	0.19355	0.20031
14	0.19506	0.00307	0.17124	0.02619	0.19743	0.20050
15	0.19719	0.00748	0.13586	0.05334	0.18920	0.19668
16	0.19922	0.02267	0.15509	0.02067	0.17577	0.19844
17	0.19328	0.01368	0.16003	0.01672	0.17675	0.19043
18	0.18408	0.01614	0.18460	0.00229	0.18689	0.20304
19	0.19635	0.01384	0.19989	0.00519	0.20507	0.21891
20	0.19187	0.02685	0.17253	0.01024	0.18277	0.20962
21	0.19332	0.00733	0.17789	0.02304	0.20093	0.20826
22	0.18847	0.01524	0.18629	0.00622	0.19250	0.20774
23	0.18926	0.00950	0.17563	0.00692	0.18255	0.19205
24	0.18691	0.00880	0.17383	0.03386	0.20770	0.21650
25	0.19123	0.00789	0.20298	0.01119	0.21417	0.22206

C.3.2 *M. glutaeus maximus*

(s)	(1)	(2)	(3)	( $\Sigma$ )
01	0.00542	0.00000	0.09894	0.10436
02	0.06606	0.00000	0.03962	0.10568
03	0.07375	0.00000	0.00005	0.07380
04	0.01328	0.00000	0.03760	0.05088
05	0.01274	0.02350	0.01898	0.05522
06	0.06546	0.00012	0.00000	0.06559
07	0.00001	0.03823	0.04464	0.08288
08	0.02676	0.00010	0.03074	0.05761
09	0.02676	0.00755	0.03760	0.07190
10	0.01616	0.00036	0.07062	0.08714
11	0.02160	0.01416	0.04348	0.07924
12	0.02801	0.05385	0.04244	0.12430
13	0.00001	0.01173	0.11119	0.12293
14	0.04621	0.01041	0.02985	0.08648
15	0.00965	0.00422	0.07596	0.08984
16	0.02891	0.03795	0.00653	0.07339
17	0.04124	0.02047	0.00964	0.07135
18	0.00135	0.00000	0.02586	0.02721
19	0.02111	0.02725	0.03862	0.08698
20	0.02291	0.00000	0.03324	0.05615
21	0.00904	0.03359	0.03135	0.07398
22	0.01200	0.00991	0.02126	0.04318
23	0.03104	0.00000	0.06498	0.09602
24	0.00562	0.00626	0.01110	0.02298
25	0.01588	0.00623	0.01267	0.03478

## C.3.3 M. glutaesus medius

(s)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
01	0.15756	0.00517	0.00648	0.00148	0.00043
02	0.15754	0.01774	0.01894	0.08669	0.10578
03	0.11289	0.09174	0.07496	0.00785	0.06266
04	0.19087	0.02562	0.02539	0.09978	0.01147
05	0.14140	0.04060	0.08274	0.09881	0.03649
06	0.14358	0.00816	0.10983	0.06112	0.04558
07	0.18037	0.00000	0.00069	0.01130	0.07795
08	0.20511	0.00008	0.00218	0.09737	0.04412
09	0.17555	0.00180	0.15741	0.04258	0.02684
10	0.14896	0.00404	0.08149	0.01252	0.09925
11	0.12755	0.00899	0.09174	0.02429	0.09856
12	0.14213	0.00000	0.00022	0.13499	0.01692
13	0.17718	0.00059	0.00073	0.04690	0.00791
14	0.11425	0.00013	0.06890	0.15335	0.13062
15	0.25551	0.00000	0.00013	0.02708	0.10430
16	0.18373	0.00003	0.00186	0.13663	0.07237
17	0.20099	0.00797	0.05457	0.11601	0.06902
18	0.13949	0.00131	0.14052	0.05444	0.01854
19	0.12352	0.00001	0.00000	0.09952	0.00619
20	0.16232	0.00061	0.00203	0.08253	0.01229
21	0.12305	0.00029	0.06388	0.03831	0.08395
22	0.21358	0.00954	0.01341	0.09664	0.06060
23	0.13076	0.01649	0.11252	0.00403	0.06491
24	0.22611	0.00007	0.03575	0.13030	0.07608
25	0.14718	0.00221	0.11291	0.11463	0.00692

**M. glutaesus medius, ff.**

(s)	(6)	(7)	(8)	(9)	( $\Sigma$ )
01	0.20079	0.10297	0.31426	0.01336	0.80249
02	0.02884	0.21182	0.21235	0.16512	1.00483
03	0.07837	0.16718	0.21952	0.19295	1.00811
04	0.08962	0.16998	0.19647	0.12388	0.93307
05	0.09126	0.21013	0.21495	0.17096	1.08735
06	0.06652	0.14838	0.18652	0.18382	0.95350
07	0.08546	0.15395	0.17611	0.17772	0.86355
08	0.08212	0.13445	0.21955	0.14866	0.93364
09	0.07191	0.21840	0.18740	0.12846	1.01034
10	0.14519	0.14424	0.22991	0.18618	1.05178
11	0.17660	0.05727	0.22694	0.20447	1.01641
12	0.03221	0.23680	0.18091	0.17972	0.92389
13	0.12654	0.17980	0.21044	0.12011	0.87021
14	0.03987	0.12447	0.20333	0.19140	1.02633
15	0.01728	0.17645	0.22770	0.20182	1.01028
16	0.07636	0.16533	0.18928	0.17205	0.99764
17	0.04957	0.14496	0.21161	0.19091	1.04562
18	0.13996	0.16892	0.22775	0.11618	1.00711
19	0.17013	0.16838	0.20403	0.17283	0.94461
20	0.13555	0.19967	0.13248	0.16860	0.89608
21	0.11106	0.14418	0.24915	0.11670	0.93058
22	0.06142	0.18254	0.20859	0.22025	1.06658
23	0.04062	0.19038	0.23866	0.10934	0.90772
24	0.01359	0.15141	0.22662	0.17333	1.03326
25	0.16520	0.07482	0.17279	0.14616	0.94282

## C.3.4 M. glutaesus minimus

(s) –	Seed des Pseudozufallszahlengenerators							
(1) –	Faden des M. glutaesus minimus							
(2) –								
(3) –								
(4) –								
(5) –								
(6) –								
(7) –								
(Σ) –	Summe M. glutaesus minimus							
(s)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(Σ)
01	0.11986	0.14156	0.15792	0.51827	0.21450	0.16070	0.14532	1.45812
02	0.17312	0.13905	0.18257	0.18971	0.23013	0.22572	0.19680	1.33710
03	0.16227	0.14960	0.19276	0.26027	0.19451	0.20846	0.23793	1.40581
04	0.10415	0.16264	0.21752	0.35114	0.21537	0.18731	0.20903	1.44716
05	0.17378	0.11760	0.18347	0.21641	0.22153	0.18809	0.16967	1.27055
06	0.12198	0.20703	0.22879	0.20465	0.23068	0.23107	0.24754	1.47174
07	0.28047	0.15309	0.17807	0.26794	0.21463	0.20760	0.24533	1.54712
08	0.26501	0.11534	0.19588	0.23397	0.23982	0.18837	0.21955	1.45793
09	0.15576	0.05832	0.18776	0.25896	0.26728	0.20860	0.21052	1.34719
10	0.16643	0.14326	0.17733	0.20976	0.21440	0.18017	0.22091	1.31225
11	0.15448	0.19725	0.17818	0.21019	0.21483	0.20678	0.19898	1.36069
12	0.16256	0.18357	0.19656	0.22747	0.21441	0.22282	0.21550	1.42290
13	0.15599	0.18915	0.20220	0.22936	0.25120	0.21930	0.18464	1.43185
14	0.15846	0.10991	0.22361	0.20366	0.21335	0.19735	0.22834	1.33468
15	0.15591	0.17117	0.18980	0.22118	0.23406	0.19788	0.19299	1.36300
16	0.17956	0.13113	0.22823	0.21382	0.17656	0.23153	0.22239	1.38322
17	0.12759	0.15859	0.21921	0.22539	0.19554	0.19454	0.18708	1.30794
18	0.11052	0.22042	0.20714	0.26086	0.17820	0.18982	0.21441	1.38137
19	0.22237	0.16941	0.19743	0.20985	0.24365	0.20256	0.18107	1.42633
20	0.21207	0.16946	0.17851	0.30654	0.23404	0.21135	0.17928	1.49125
21	0.16635	0.17549	0.20425	0.23629	0.19812	0.21962	0.26375	1.46386
22	0.22395	0.10867	0.17463	0.22744	0.23209	0.20264	0.18662	1.35604
23	0.14990	0.16079	0.23138	0.25271	0.21481	0.21356	0.20793	1.43107
24	0.15493	0.16883	0.19108	0.23060	0.22658	0.24161	0.20213	1.41576
25	0.18755	0.14722	0.20608	0.26117	0.20841	0.23820	0.21874	1.46738

**C.3.5 M. quadratus femoris**

(s)	(1)	(2)	(3)	( $\Sigma$ )
01	0.00542	0.00000	0.09894	0.10436
02	0.06606	0.00000	0.03962	0.10568
03	0.07375	0.00000	0.00005	0.07380
04	0.01328	0.00000	0.03760	0.05088
05	0.01274	0.02350	0.01898	0.05522
06	0.06546	0.00012	0.00000	0.06559
07	0.00001	0.03823	0.04464	0.08288
08	0.02676	0.00010	0.03074	0.05761
09	0.02676	0.00755	0.03760	0.07190
10	0.01616	0.00036	0.07062	0.08714
11	0.02160	0.01416	0.04348	0.07924
12	0.02801	0.05385	0.04244	0.12430
13	0.00001	0.01173	0.11119	0.12293
14	0.04621	0.01041	0.02985	0.08648
15	0.00965	0.00422	0.07596	0.08984
16	0.02891	0.03795	0.00653	0.07339
17	0.04124	0.02047	0.00964	0.07135
18	0.00135	0.00000	0.02586	0.02721
19	0.02111	0.02725	0.03862	0.08698
20	0.02291	0.00000	0.03324	0.05615
21	0.00904	0.03359	0.03135	0.07398
22	0.01200	0.00991	0.02126	0.04318
23	0.03104	0.00000	0.06498	0.09602
24	0.00562	0.00626	0.01110	0.02298
25	0.01588	0.00623	0.01267	0.03478

**C.3.6 M. tensor fasciae latae**

(s)	(1)	(2)	(3)	( $\Sigma$ )
01	0.14682	0.09517	0.00000	0.24199
02	0.12405	0.14858	0.00001	0.27264
03	0.18125	0.10021	0.00000	0.28146
04	0.18915	0.07958	0.00000	0.26874
05	0.19291	0.09809	0.00000	0.29100
06	0.18986	0.08581	0.00005	0.27572
07	0.22563	0.03346	0.00000	0.25910
08	0.22454	0.04514	0.00159	0.27127
09	0.21235	0.07622	0.00000	0.28857
10	0.19273	0.08639	0.00000	0.27912
11	0.17393	0.10071	0.00000	0.27465
12	0.13857	0.11804	0.00000	0.25661
13	0.20184	0.05329	0.00000	0.25513
14	0.15776	0.12394	0.00000	0.28170
15	0.19073	0.07792	0.00002	0.26867
16	0.16806	0.11082	0.00000	0.27888
17	0.15977	0.12570	0.00000	0.28547
18	0.17888	0.09848	0.00002	0.27739
19	0.11267	0.13751	0.00023	0.25041
20	0.21482	0.04973	0.00005	0.26460
21	0.20874	0.06161	0.00000	0.27035
22	0.21426	0.06558	0.00000	0.27983
23	0.11211	0.14089	0.00000	0.25300
24	0.18896	0.08653	0.00000	0.27550
25	0.16391	0.10532	0.00000	0.26923



**C.3.7 M. vastus lateralis (externus)**

(s)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	( $\Sigma$ )
01	0.07208	0.22788	0.14410	0.07708	0.12596	0.21166	0.85876
02	0.12138	0.07644	0.18110	0.16405	0.21601	0.16029	0.91927
03	0.08462	0.03594	0.27539	0.08938	0.20711	0.24455	0.93699
04	0.13325	0.02111	0.27165	0.18156	0.09855	0.23532	0.94144
05	0.09101	0.06064	0.15235	0.24058	0.21485	0.22803	0.98746
06	0.06224	0.06487	0.23106	0.20774	0.17403	0.23609	0.97603
07	0.08598	0.01932	0.26481	0.15669	0.22902	0.18402	0.93984
08	0.08017	0.15338	0.19648	0.19973	0.17614	0.13047	0.93637
09	0.06400	0.08530	0.16771	0.17906	0.20270	0.20994	0.90872
10	0.07957	0.08167	0.22755	0.18619	0.20450	0.13997	0.91946
11	0.04553	0.13563	0.22523	0.10766	0.22535	0.22163	0.96103
12	0.04660	0.07168	0.21008	0.22516	0.18917	0.15730	0.89998
13	0.05294	0.06602	0.28581	0.22338	0.14389	0.12970	0.90173
14	0.05339	0.05909	0.23961	0.18460	0.22306	0.15399	0.91373
15	0.12400	0.07150	0.23727	0.21731	0.10808	0.13650	0.89465
16	0.08237	0.10266	0.16407	0.19686	0.17622	0.20669	0.92888
17	0.14120	0.01718	0.22404	0.14024	0.19824	0.22888	0.94977
18	0.08956	0.08692	0.18000	0.19315	0.23649	0.22623	1.01236
19	0.08501	0.08367	0.24547	0.19539	0.20161	0.10822	0.91937
20	0.09926	0.05469	0.21074	0.23154	0.19744	0.16864	0.96231
21	0.04029	0.12735	0.21908	0.18148	0.20656	0.15446	0.92921
22	0.09243	0.00017	0.21747	0.20278	0.25662	0.22634	0.99581
23	0.12457	0.11484	0.16039	0.14751	0.16866	0.24436	0.96033
24	0.05880	0.10114	0.25677	0.17829	0.19797	0.20747	1.00043
25	0.07393	0.14943	0.16812	0.20277	0.17725	0.18997	0.96147

**C.3.8 M. vastus lateralis (internus)**

(s) –	Seed des Pseudozufallszahlengenerators					
(1) –	Faden des M. vastus lateralis (internus)					
(2) –						
(3) –						
(4) –						
(5) –						
(6) –						
(s)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
01	0.55924	0.00000	0.32432	0.00000	0.00000	0.00000
02	0.50325	0.00000	0.30177	0.00000	0.00000	0.00000
03	0.50561	0.00000	0.30253	0.00000	0.00000	0.00101
04	0.45410	0.00000	0.38780	0.00000	0.00000	0.03304
05	0.50520	0.00000	0.29745	0.00000	0.00000	0.00000
06	0.44191	0.00181	0.33600	0.00000	0.05976	0.00000
07	0.46806	0.00000	0.35336	0.00000	0.00000	0.00000
08	0.49016	0.00000	0.32614	0.00000	0.00000	0.00383
09	0.52318	0.00000	0.32355	0.00000	0.00000	0.00000
10	0.49770	0.00000	0.31772	0.00000	0.00000	0.00000
11	0.49224	0.00000	0.32096	0.00000	0.00000	0.00000
12	0.48804	0.00000	0.34326	0.00000	0.00000	0.00000
13	0.48833	0.00000	0.33192	0.00000	0.00000	0.00000
14	0.51335	0.00000	0.32083	0.00000	0.00000	0.00000
15	0.49377	0.00000	0.32510	0.00000	0.00000	0.00000
16	0.49531	0.00000	0.33316	0.00000	0.00000	0.00000
17	0.50284	0.00000	0.30706	0.00000	0.00000	0.00000
18	0.47193	0.00000	0.34443	0.00000	0.00000	0.00000
19	0.47627	0.00000	0.38370	0.00000	0.00000	0.00000
20	0.46705	0.00000	0.33983	0.00000	0.00000	0.00000
21	0.49985	0.00000	0.32762	0.00000	0.00000	0.00000
22	0.47618	0.00000	0.34564	0.00000	0.00000	0.00000
23	0.48308	0.00000	0.33288	0.00000	0.00000	0.00000
24	0.47557	0.00000	0.35293	0.00000	0.00000	0.00000
25	0.50192	0.00000	0.35388	0.00000	0.00000	0.00000

**M. vastus lateralis (internus), ff.**

(s)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	( $\Sigma$ )
01	0.62882	0.16662	0.21789	0.23252	0.12882	0.36254	2.62077
02	0.39617	0.25365	0.28580	0.24245	0.25074	0.28084	2.51468
03	0.40591	0.26348	0.28322	0.22008	0.25809	0.27745	2.51737
04	0.39017	0.25983	0.23831	0.23980	0.25435	0.27926	2.53667
05	0.42179	0.23221	0.26431	0.24347	0.24997	0.26133	2.47574
06	0.36499	0.25275	0.26019	0.24420	0.25191	0.25987	2.47338
07	0.40370	0.25414	0.27269	0.23644	0.25389	0.27406	2.51633
08	0.40502	0.26354	0.28276	0.22191	0.25910	0.28042	2.53288
09	0.39071	0.25556	0.27058	0.23966	0.25299	0.27087	2.52711
10	0.38381	0.25754	0.27672	0.24844	0.25062	0.27144	2.50399
11	0.40853	0.25352	0.26487	0.24573	0.24955	0.26369	2.49909
12	0.40349	0.25378	0.26524	0.24395	0.25139	0.26813	2.51727
13	0.41788	0.23728	0.27119	0.24860	0.24954	0.26969	2.51443
14	0.39815	0.25423	0.26827	0.24437	0.25030	0.26638	2.51587
15	0.39839	0.26198	0.28479	0.22912	0.25616	0.28374	2.53305
16	0.40977	0.25766	0.27702	0.23098	0.25507	0.27719	2.53617
17	0.40251	0.25922	0.27478	0.22938	0.25589	0.27094	2.50262
18	0.37884	0.25163	0.26809	0.24535	0.25033	0.26767	2.47828
19	0.38306	0.25596	0.27392	0.26194	0.24438	0.26963	2.54885
20	0.39600	0.24783	0.27348	0.25494	0.24650	0.27233	2.49796
21	0.39837	0.25144	0.26737	0.24979	0.24793	0.26706	2.50944
22	0.39133	0.24871	0.26083	0.25465	0.24538	0.26115	2.48385
23	0.39223	0.24612	0.27405	0.25215	0.24636	0.27222	2.49910
24	0.39255	0.25332	0.26517	0.24524	0.25131	0.26316	2.49925
25	0.38873	0.25260	0.26523	0.24997	0.24773	0.26268	2.52274

## D Anatomische Bezeichnungen

In diesem Kapitel werden die in dieser Arbeit verwendeten anatomischen Bezeichnungen erläutert.

### D.1 Richtungen und Ebenen des menschlichen Körpers

Die folgenden Bezeichnung von Richtungen und Ebenen in Bezug auf den menschlichen Körper werden zur Beschreibung der Muskelverläufe und des biomechanischen Modells verwendet.

#### Richtungen im Raum

kranial	zum Kopfende hin.
kaudal	zum Fußende hin.
medial	zur Medianebene hin, in der Transversalebene zur Mitte des Körpers hin, Gegenrichtung von lateral.
lateral	von der Medianebene weg, in der Transversalebene zur Seite des Körpers hin.
proximal	zum Rumpf hin.
distal	zum Ende der Gliedmaße hin.
ventral	bauchwärts, nach vorne.
dorsal	rückenwärts, nach hinten.

#### Ebenen des Körpers

Medianebene	Die Medianebene teilt den Körper in Längsrichtung in zwei (theoretisch) spiegelbildliche Hälften: Die linke Hälfte und die rechte Hälfte. Die Medianebene ist eine Symmetrieebene und in ihrer Lage zum Körper genau definiert.
Transversalebene	Als Transversalebene wird jede senkrecht zur Körperlängsachse stehende Ebene bezeichnet. Sie steht senkrecht auf der Medianebene.
Sagittalebene	Als Sagittalebene wird jede zur Medianebene parallele Ebene bezeichnet.
Frontalebene	Mit Frontalebene werden alle senkrecht auf der Transversalebene und senkrecht auf der Medianebene stehenden Ebenen bezeichnet.

Transversalebene, Sagittalebene und Frontalebene sind nur über ihren Normalenvektor festgelegt und definieren jeweils eine Schar paralleler Ebenen. Die Ebenen stellen daher nicht mathematische Ebenen sondern vielmehr Schnittebenen dar. Die Medianebene ist dagegen körperfest und hätte mathematisch gesehen sowohl einen Normalenvektor als auch einen Aufpunkt zur Konstruktion der Ebene. Leider stimmen die in der Anatomie üblichen Bezeichnungen der senkrecht auf den genannten Ebenen stehenden Achsen nicht mit den entsprechenden Ebenennamen überein. Daher wurde in dieser Arbeit auf die Achsenbezeichnungen verzichtet.

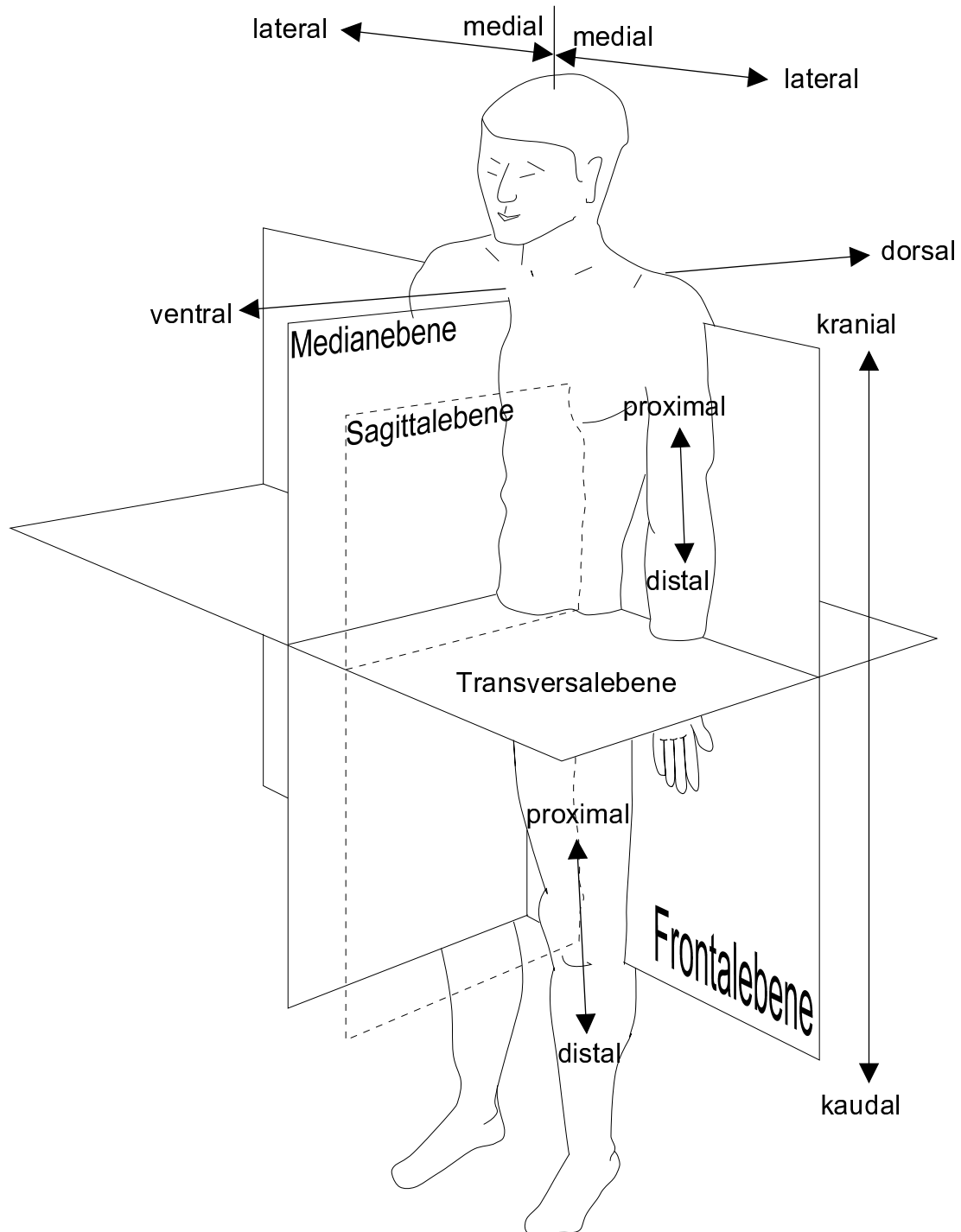


Abbildung 68: Richtungen und Ebenen des menschlichen Körpers. Erklärung siehe Text.

**Bewegungsrichtungen**

- Rotation    Drehung der Gliedmaßen um deren Längsachse.
- Adduktion    Heranführen der Gliedmaßen in der Frontalebene zum Rumpf.
- Abduktion    Gliedmaßen in der Frontalebene vom Rumpf wegführen.

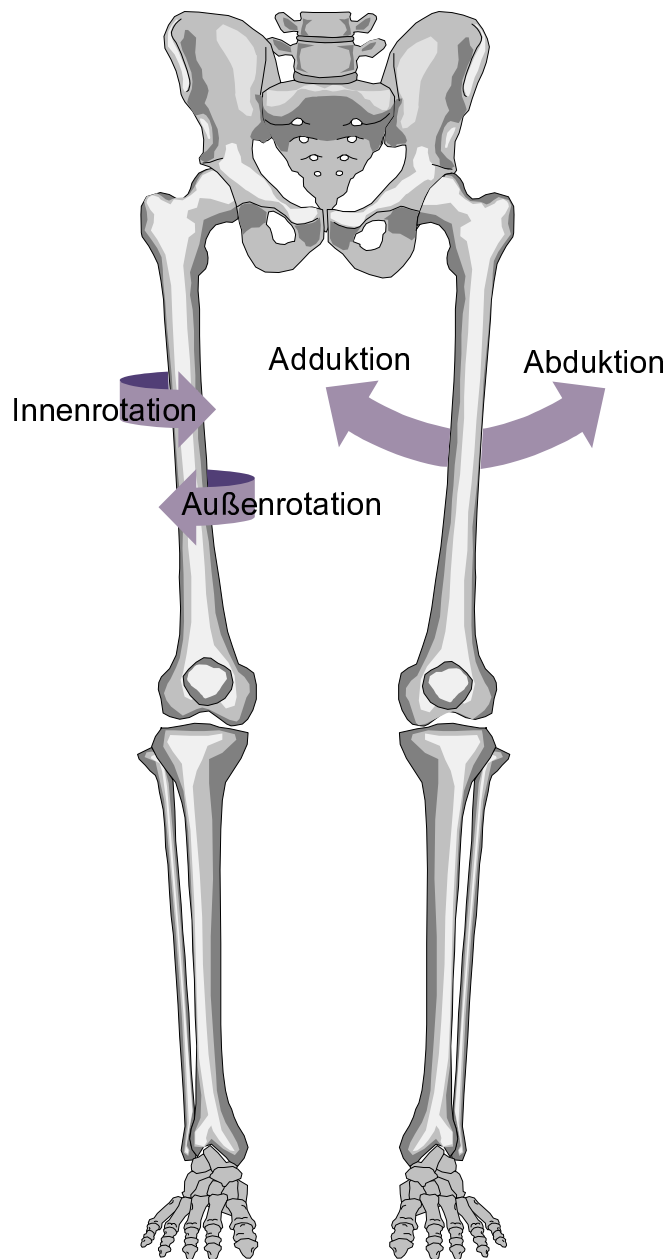


Abbildung 69: Bewegungsrichtungen. Erklärung siehe Text.

## **D.2 Bezeichnungen des Becken–Bein–Skeletts**

### **D.2.1 Übersicht**

In den beiden Abbildungen 70 und 71 werden die Bezeichnungen des Becken–Bein–Skeletts aufgeführt, die ebenfalls zur Beschreibung der Muskelverläufe verwendet werden.



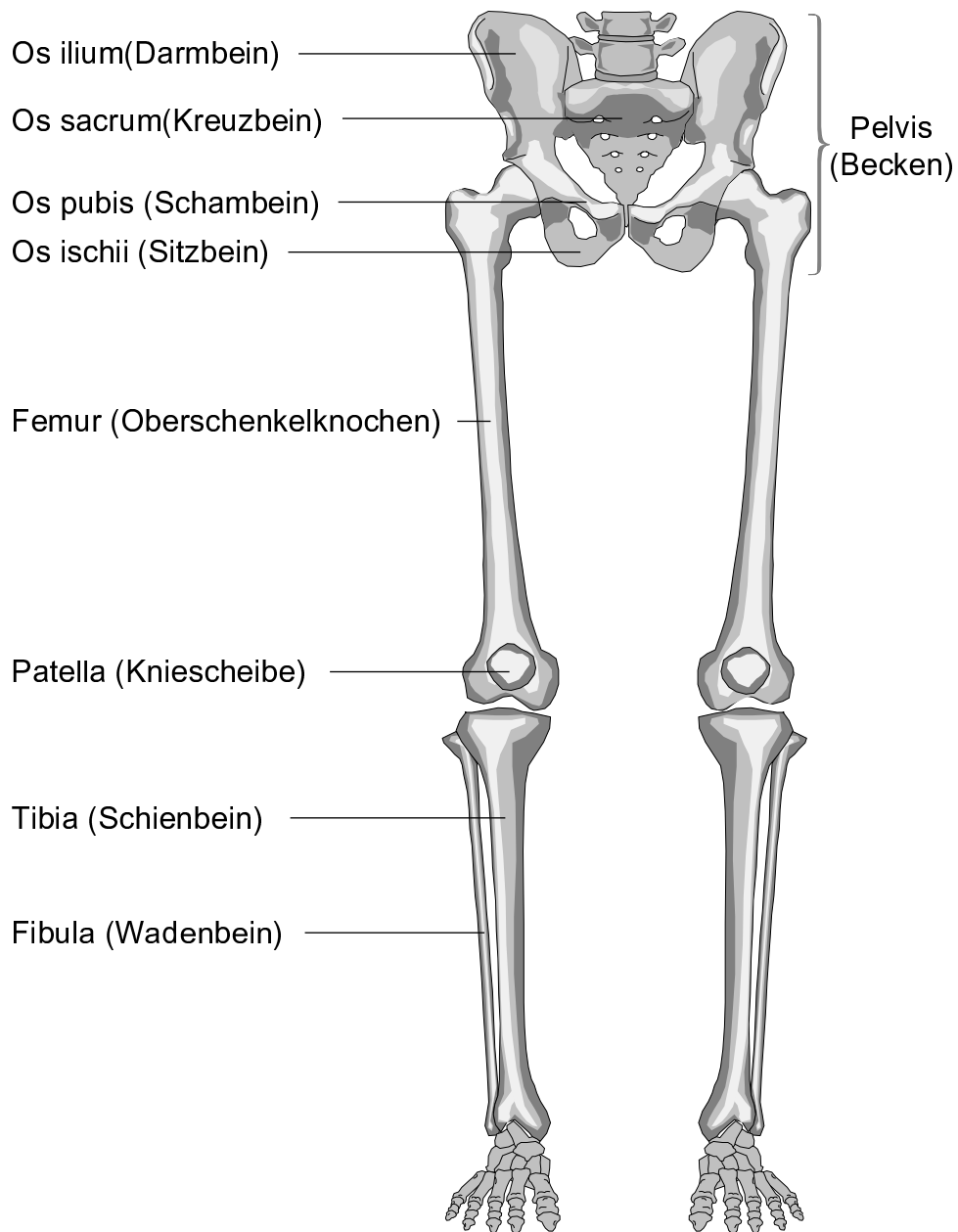


Abbildung 70: Becken–Bein–Skelett in der Ansicht von ventral.

**Becken–Bein–Skelett von lateral**

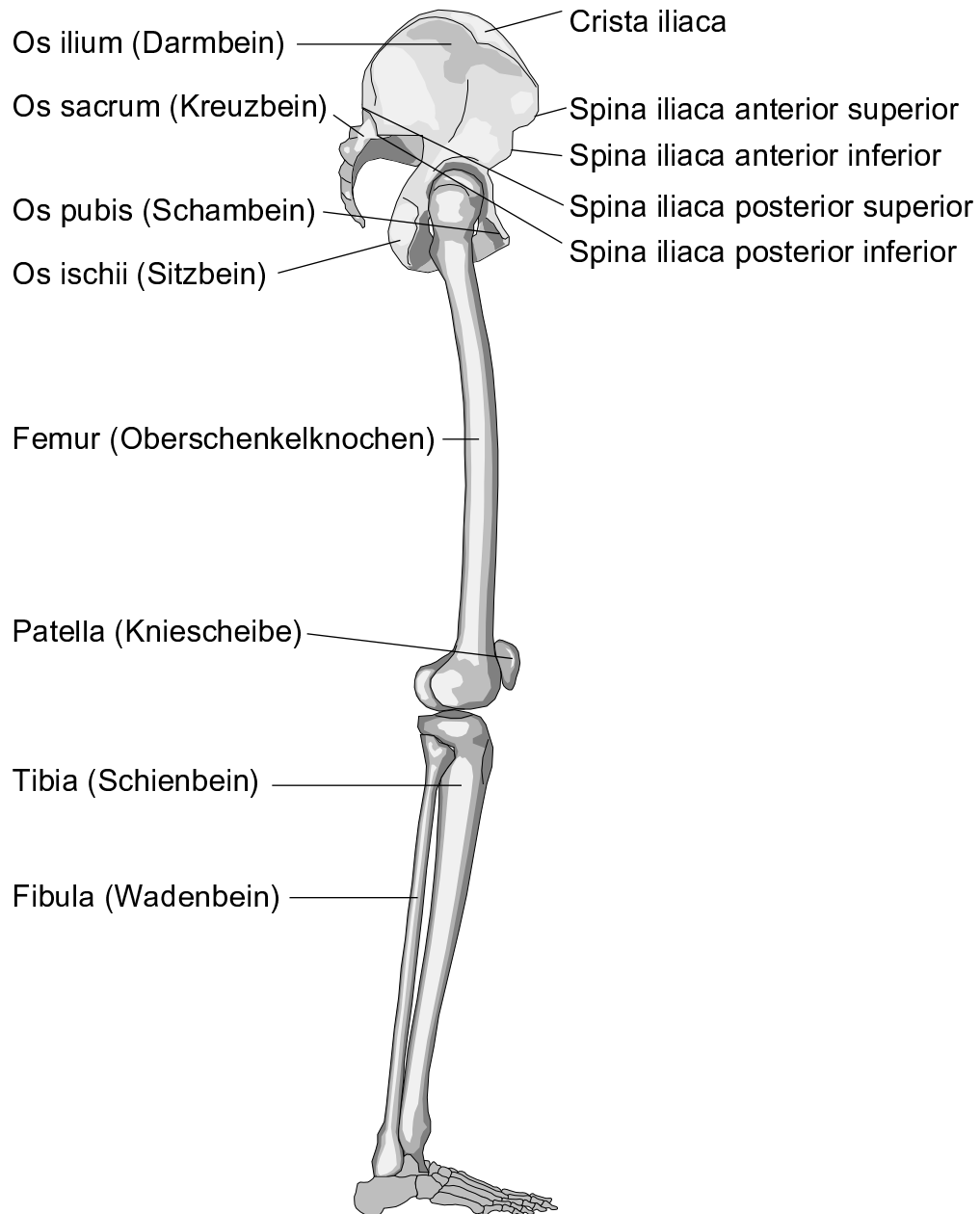


Abbildung 71: Becken–Bein–Skelett in der Ansicht von lateral.

**D.2.2 Femur**

In den Abbildungen 72, 73, 74 und 75 werden die Bezeichnungen dargestellt, die zur Beschreibung der Modellierung im Bereich des Femur verwendet werden.

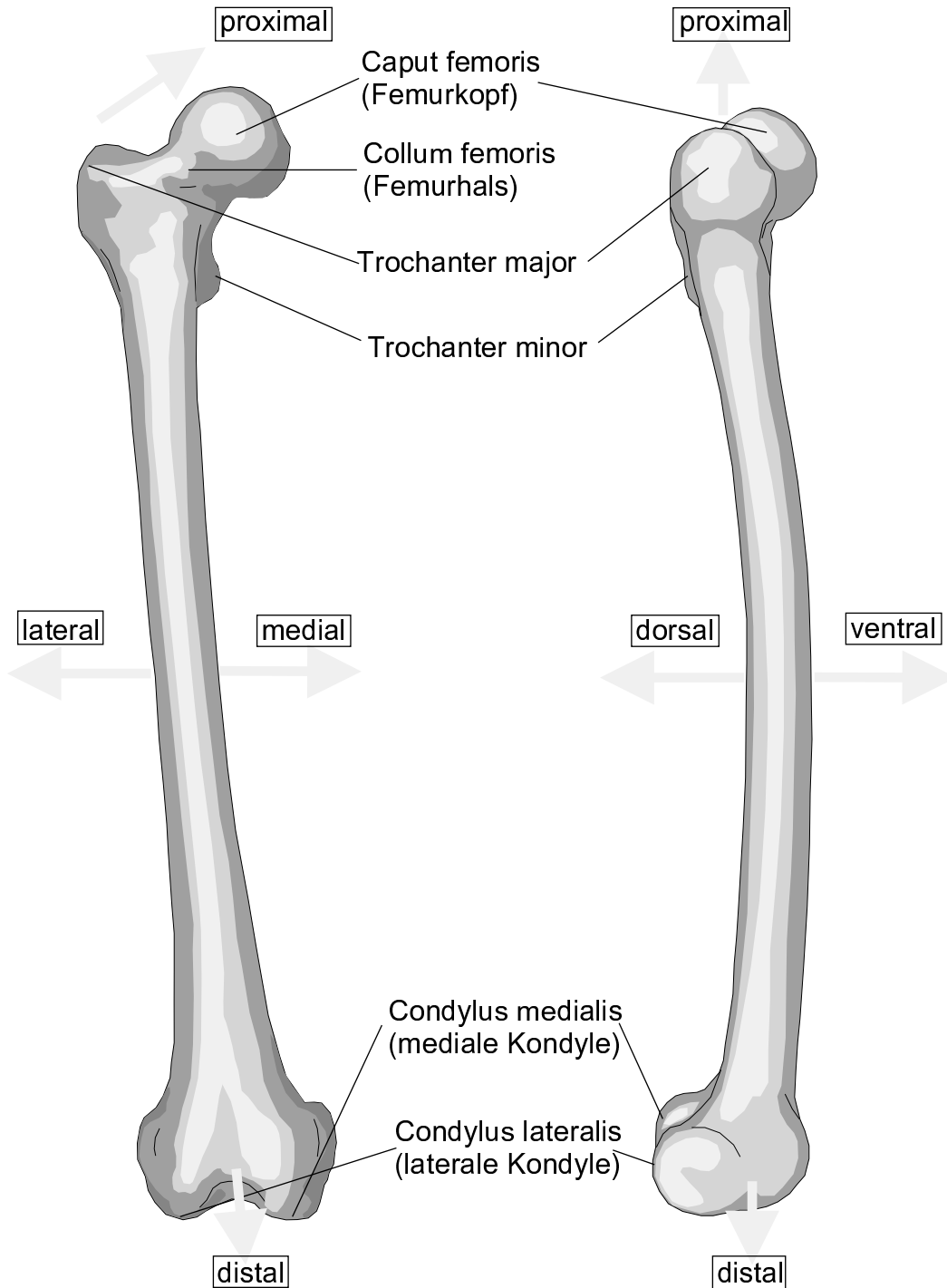


Abbildung 72: Rechtes Femur von ventral (linkes Bild) und von lateral (rechtes Bild).

**Rechtes Femur von dorsal und medial**

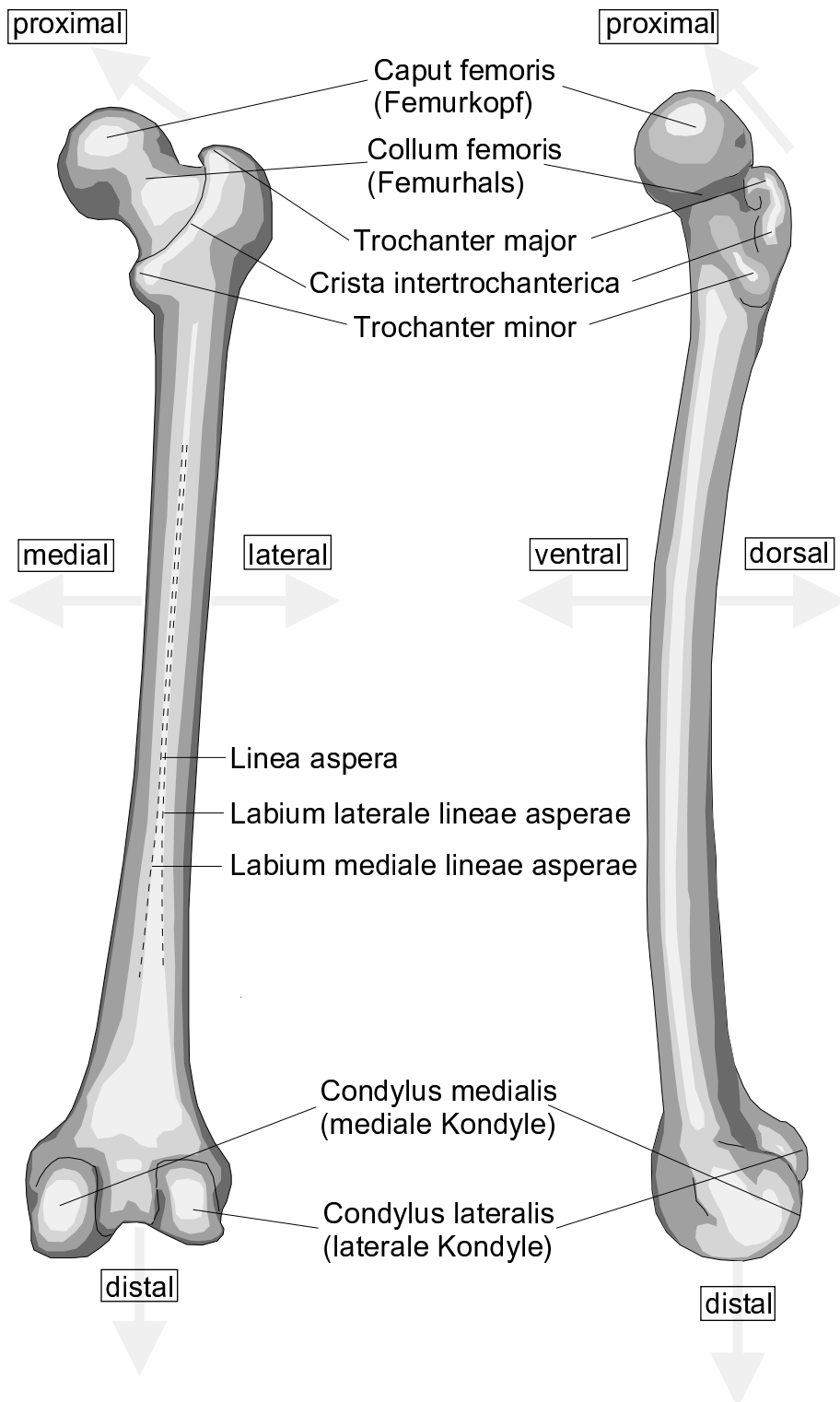


Abbildung 73: Rechtes Femur von dorsal (linkes Bild) und von medial (rechtes Bild).

**Rechtes Femur von kranial, Antekurvation**



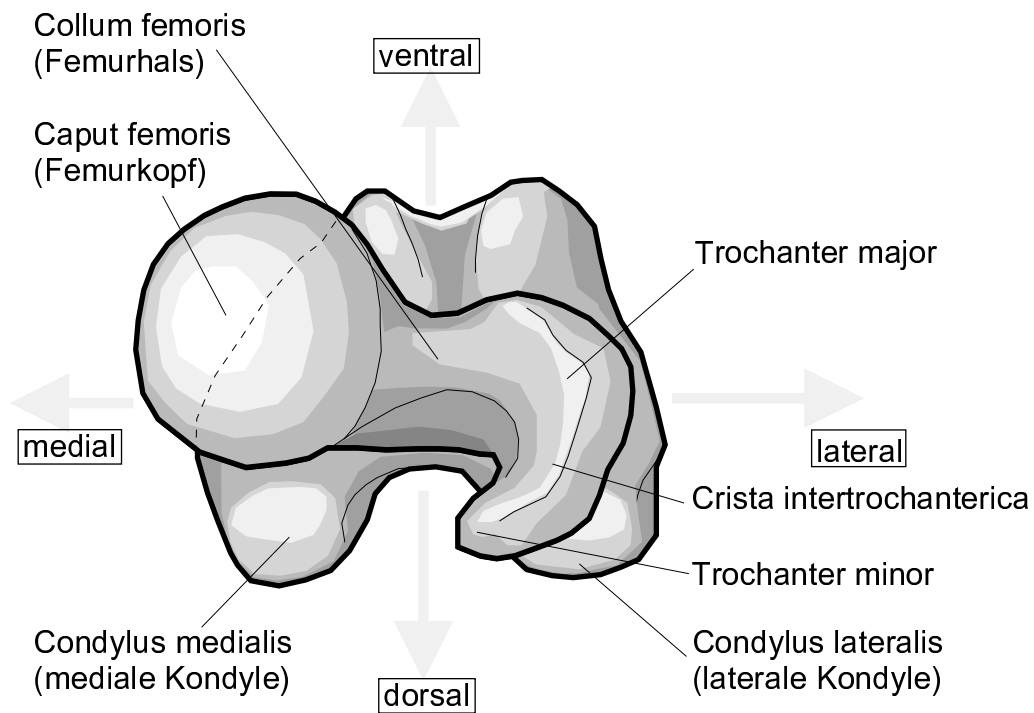


Abbildung 74: Rechtes Femur von kranial.

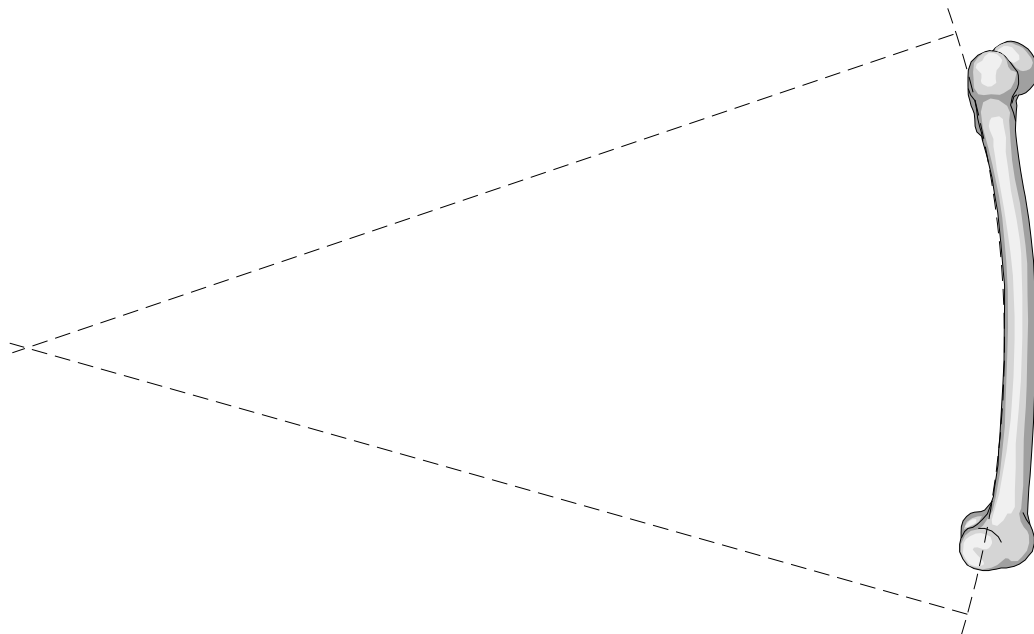


Abbildung 75: Antekurvatur eines rechten Femur aus der Sicht von lateral.

## Literatur

- [Beaupre et al., 90] G. Beaupre, T. Orr, D. Carter. An approach for time dependent bone remodelling — Theroretical development. *J. Orthop. Res.* 8 (1990), 651–661.
- [Bergmann et al., 93] G. Bergmann, F. Graichen, and A. Rohlmann. Hip joint loading during walking and running, measured in two patients. *J. Biomech.* 26 (1993), 969–990.
- [Christiansen, 86] H. N. Christiansen. *MOVIE.BYU*. Community Press, Provo, Utah, 1986.
- [Debrunner, 75] H. U. Debrunner. Studien zur Biomechanik des Hüftgelenkes I. *Z. Orthop.* 113 (1986), 377–388.
- [Fick, 1850] A. Fick. Statische Betrachtung der Muskeln des Oberschenkels. *Z. rat. Med.* 9 (1850), 94 ff.
- [Fischer, 1899] O. Fischer. *Der Gang des Menschen*. B. G. Teubner, Leipzig, 1899.
- [Fröhling et al., 93] M. Fröhling, M. Krieg, V. Pussel, H. Ruder. Optimization of the locomotor system — a universal biomechanical approach. XIVth Congress of International Society of Biomechanics, 1993, Abstracts pp. 428–429.
- [Fröhling,93a] M. Fröhling. Anatomische Funktion des M. vastus lateralis. Pers. Mitteilung, 1993.
- [Fröhling,95] M. Fröhling. Pers. Mitteilungen, 1995.
- [Goldberg, 89] David E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning*. Addison Wesley Publishing Company, Inc., reprinted with corrections, 1989.
- [Gruber et al., 83] K. Gruber, H. Legal, H. Ruder. Biomechanische Analyse der Bewegungsabläufe an der unteren Extremität. *Z. Orthop.* 121 (1983), 146–153.
- [Heitz, 91] Markus Heitz. Biomechanik des menschlichen Hüftgelenks anhand eines realistischen dreidimensionalen Modells. Diplomarbeit am Institut für Theoretische Astrophysik an der Universität Tübingen, September 1991.
- [Heitz, 92] Markus Heitz. Untersuchungen zur Knochenbelastbarkeit am Oberschenkel mit quantitativer CT. Pers. Mitteilungen, unveröffentlicht, 1992, 1993.
- [Inman, 47] V. T. Inman. Functional aspects of the abductor muscles of the hip. *J. Bone Jt. Surg.* 29 (1947), 607 ff.
- [Legal et al., 77] H. Legal, H. Ruder. Zur biostatistischen Analyse des Hüftgelenks I. *Z. Orthop.* 115 (1977), 215–234.
- [Legal et al., 78] H. Legal, H. Ruder. Zur biostatistischen Analyse des Hüftgelenks II. *Z. Orthop.*, 116 (1978), 889–896.
- [Legal et al., 80] H. Legal, M. Reinecke, H. Ruder. Zur biostatistischen Analyse des Hüftgelenks III. *Z. Orthop.* 118 (1980), 804–815.

- [Legal et al., 88] H. Legal, H. Ruder, G. Thurner, I. Warmbein. Die Skelettdaten des gesunden menschlichen Hüftgelenkes. *Z. Orthop.* 126 (1988), 589–595.
- [McLeish et al., 70] R. D. Mc Leish, J. Charnley. Abduction forces in the one-legged stance. *J. Biomech.* 3 (1970), 191 ff.
- [Pauwels, 35] F. Pauwels. Der Schenkelhalsbruch, ein mechanisches Problem. Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1965. *Beilagenheft Z. Orthop. Chir.* 63 (1935), 327–351.
- [Pauwels, 48] F. Pauwels. Die Bedeutung der Bauprinzipien des Stütz- und Bewegungsapparates für die Beanspruchung der Röhrenknochen. Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1965. *Z. Anat. Entwickl. Gesch.* 114 (1948), 129–166.
- [Pauwels, 50] F. Pauwels. Die Bedeutung der Muskelkräfte für die Regelung der Beanspruchung des Röhrenknochens während der Bewegung der Glieder. Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1965. *Z. Anat. Entwickl. Gesch.* 115 (1950), 327–351.
- [Pauwels, 54] F. Pauwels. Über die Verteilung der Spongiosadichte im coxalen Femurende und ihre Bedeutung für die Lehre vom funktionellen Bau des Knochens. Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1965. *Morph. Jb.* 95 (1954), 35–54.
- [Pauwels, 58] F. Pauwels. Funktionelle Anpassung des Knochens durch Längenwachstum. Gesammelte Abhandlungen zur funktionellen Anatomie des Bewegungsapparates. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1965. *Verh. Dtsch. Orthop. Ges.* 45. Kongreß (1958)
- [Pavlidis, 90] Theo Pavlidis. *Algorithmen zur Grafik und Bildverarbeitung*. Verlag Heinz Heise GmbH & Co. KG, Hannover, 1990.
- [Press, 92] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, New York, second edition, 1992.
- [Pussel, 94] Volker Pussel. Biomechanische Optimierung einer Hüftendoprothese. Bis dato unveröffentlichte Arbeiten zur Dissertation. Institut für Theoretische Astrophysik an der Universität Tübingen, 1992–1994.
- [Ralis, 92] Z. A. Ralis. Bone distress reaction – the response to changed mechanical environment. *Recent Advances in Computer Methods in Biomechanics & Engineering*. Books & Journals International Ltd., Clydach, Swansea SA6 5EY, UK, 1992.
- [Rauber, 87] A. Rauber, F. Kopsch, H. Leonhardt (ed.), B. Tillmann (ed.), G. Töndury (ed.), K. Zilles (ed.) *Bewegungsapparat*, Band I der Reihe *Anatomie des Menschen*. Georg Thieme Verlag Stuttgart, New York, 20. Auflage, 1987.

- [van Rietbergen et al. 93] B. van Rietbergen, R. Huiskes, H. Weinans, D. R. Sumner, T. M. Turner, J. O. Galante. The mechanism of bone remodeling and resorption around press-fitted THA stems. *J. Biomech.* 26 (1993), 369–382.
- [Röhrle et al., 77] H. Röhrle, R. Scholten, W. Sollbach, G. Ritter, A. Grünert. Der Kraftfluß bei Hüftendoprothesen. *Arch. orthop. Unfall-Chir.* 89 (1977), 49–60.
- [Röhrle et al., 84] H. Röhrle, R. Scholten, C. Sigolotto, W. Sollbach, H. Kellner. Joint forces in the human pelvis-leg skeleton during walking. *J. Biomech.* 17 (1984), 409–424.
- [Weinans et al., 92] H. Weinans, R. Huiskes, H. J. Grootenboer. The behavior of adaptive bone-remodeling simulation models. *J. Biomech.* 25 (1992), 1425–1441.

## **Danksagung**

Für die gute Zusammenarbeit im Rahmen dieser Arbeit danke ich ganz besonders Dr. Markus Fröhling und Volker Pussel. Bei Herrn Prof. Dr. Hanns Ruder bedanke ich mich für die Unterstützung im Rahmen seines Instituts, ohne die diese Arbeit nicht durchführbar gewesen wäre. Mein herzlicher Dank gilt auch allen Mitarbeitern des Instituts für die stets freundliche, hilfsbereite und kommunikative Arbeitsatmosphäre. Gleiches gilt für meine Arbeitskollegen der Krieg & Moroff GmbH. Meinem Vater danke ich für das Korrekturlesen der Arbeit.

Meiner Frau Diana und meiner Tochter Franziska danke ich für die Zeit der vergangenen beiden Jahre, in der sie auf meinen Beitrag zum Familienleben weitgehend verzichten mußten.

## **Lebenslauf**

- 13.06.1966 geboren in Sindelfingen, Eltern: Dr. Günter Krieg und Margot Krieg geb. Michaelis
- 1972 – 1976 Grundschule Königsknoll, Sindelfingen
- 1976 – 1985 Stiftsgymnasium, Sindelfingen
- 21.05.1985 Abitur am Stiftsgymnasium, Sindelfingen
- 1985 – 1986 Grundwehrdienst
- 1986 – 1992 Studium der Physik an den Universitäten Stuttgart und Tübingen bei den Professoren Blind, Lesky, Mehring, Weidlein, Wolf, Weidlich, Haken, Wunderlin, Trebin, Schweitzer, Ruder.
- 22.06.1992 Diplom in Physik an der Eberhard–Karls–Universität Tübingen, Thema der Diplomarbeit: “Simulation und Steuerung biomechanischer Mehrkörpersysteme”
- 1992 – 1996 Dissertation am Institut für Theoretische Astrophysik der Universität Tübingen unter Anleitung von Prof. Dr. Hanns Ruder